Prova da NP-completude do Problema da Partição de Números

Unifal-MG, 18 de março de 2025

Enzo, Guilherme, Isabella, João Pedro, Luis Renato e Mileno

Seções

- Resumo
- Introdução
- Metodologia
- Resultados
- Conclusão
- Referências

Resumo

Para provar que o Problema da Partição de Números (TWNPP) pertence a NP-completo, é utilizado o Problema da Soma de Subconjuntos. Também é mostrado testes com difernte abordagens do algoritmo para (TWNPP).

Introdução

Provar que o problema pertence a NP:

- a solução é verificada em tempo polinomial.

Provar que pertence a NP-completo:

- redução de um problema NP-completo em outro.

Metodologias

Problema da Partição de Números:

- consiste em determinar se um conjunto de números inteiros pode ser dividido em dois subconjuntos cuja soma dos elementos seja igual.

$$\sum_{s \in S_1} s = \sum_{s \in S_2} s$$

Metodologias

Exemplo:

- Seja V = {87, 6, 5, 45, 34, 2, 24, 12, 7, 6, 54, 34} uma sequência. Ela pode ser particionada da seguinte forma:

$$\underbrace{\{87, 34, 24, 6, 5, 2\}}_{\sum_{i \in A_1} v_i = 158}, \underbrace{\{54, 45, 34, 12, 7, 6\}}_{\sum_{i \in A_2} v_i = 158}$$

Metodologias

Problema da Soma de Subconjuntos

- consiste em determinar se existe um subconjunto de um conjunto dado de números inteiros cuja soma seja igual a um determinado valor.

$$\sum_{s \in S'} s = T$$

Metodologias

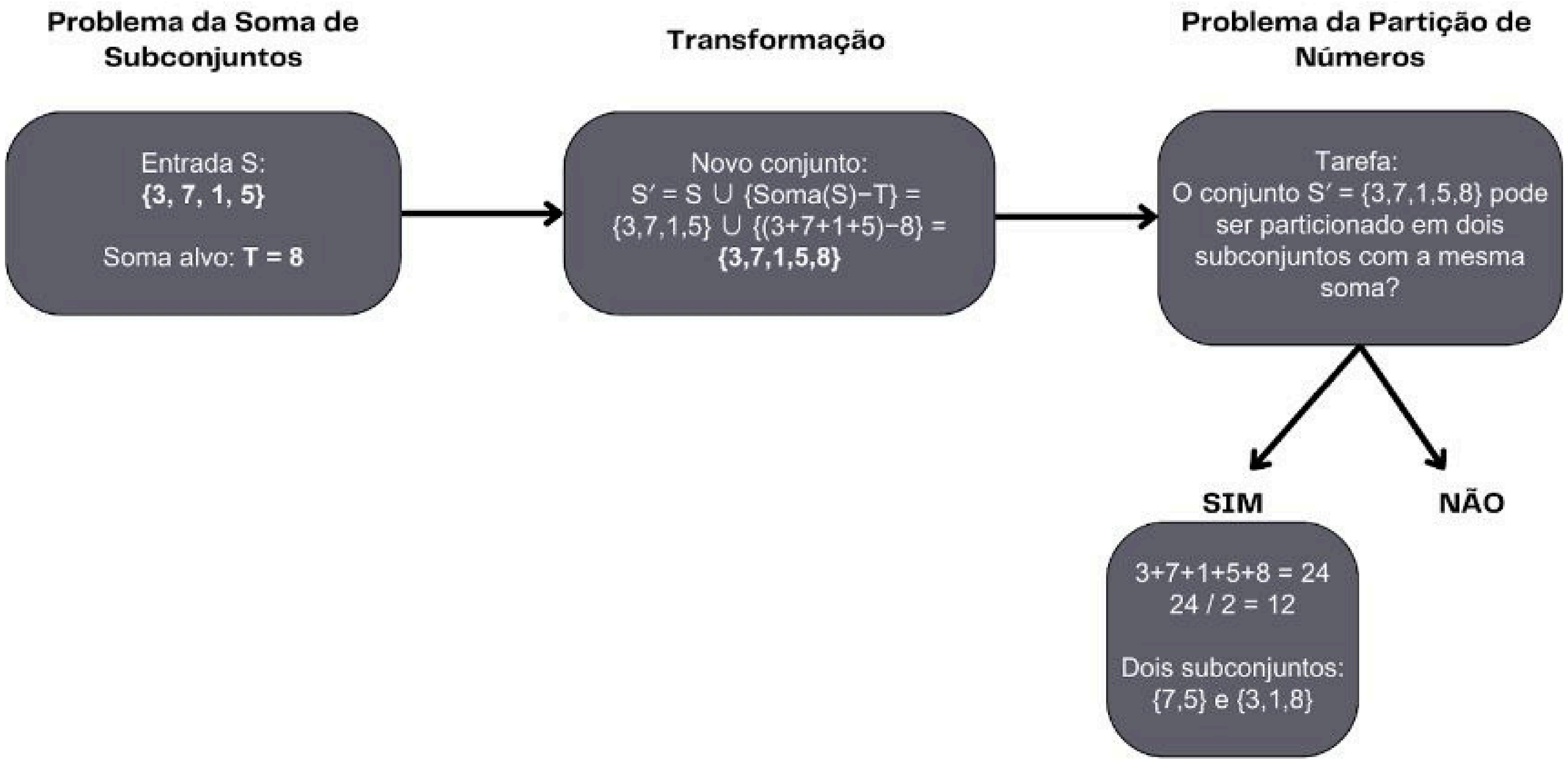
1. Verificar se uma solução para o Problema da Partição de Números é válida ou não em tempo polinomial
2. Fazer redução polinomial a partir do Problema da Soma de Subconjuntos

Metodologias

O objetivo é mostrar que, se conseguirmos resolver o Problema da Partição de Números de forma eficiente, então também podemos resolver o Problema da Soma de Subconjuntos de forma eficiente, o que implica que o Problema da Partição é NP-completo.

Resultados

Redução do Problema da Soma de Subconjuntos para o Problema da Partição



Resultados

Comparação entre os tempos de execução da resulação exata e heurística para diferentes instâncias do Problema da Partição de Números

Tabela1. Comparação de Métodos de Resolução

Algoritmo	Instância Pequena	Instância Média	Instância Grande
Força Bruta O(2^(n))	0.00000083 s	0.00000079 s	0.00000269 s
Programação Dinâmica O(nS)	0.00025878 s	0.00000076 s	0.00181649 s
Heurística Aproximada O(nlogn)	0.00000291 s	0.00000391 s	0.00000470 s

Conclusão

Conclui-se que, como o Problema da Partição de Números tem a sua solução verificada em tempo polinomial, e o Problema da Soma de Subconjuntos (já conhecido ser NP-completo) foi reduzido a ele, prova que o Problema inicial também é NP-completo.

Referências

Boulic, R. and Renault, O. (1991) "3D Hierarchies for Animation", In: New Trends in Animation and Visualization, Edited by Nadia Magnenat-Thalmann and Daniel Thalmann, John Wiley & Sons ltd., England.

Dyer, S., Martin, J. and Zulauf, J. (1995) "Motion Capture White Paper", http://reality.sgi.com/employees/jam_sb/mocap/MoCapWP_v2.0.html, December.

Holton, M. and Alexander, S. (1995) "Soft Cellular Modeling: A Technique for the Simulation of Non-rigid Materials", Computer Graphics: Developments in Virtual Environments, R. A. Earnshaw and J. A. Vince, England, Academic Press Ltd., p. 449-460.

Knuth, D. E. (1984), The TeXbook, Addison Wesley, 15th edition.

Smith, A. and Jones, B. (1999). On the complexity of computing. In *Advances in Computer Science*, pages 555–566. Publishing Press.

Subset sum. 02 nov. 2020. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos/aulas/mochila-su bsetsum.html. Acesso em: 27 abr. 2022.

Problema da Mochila Multicritério. Maio. 2018. Disponível em: https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/395137622440/Disserta %C3%A7%C3%A3o.pdf. Acesso em: 26 abr. 2022.

Knapsack Problem. 19 abr. 2022. Disponível em: https://mathworld.wolfram.com/KnapsackProblem.html. Acesso em: 26 abr. 2022.

The Knapsack Problem. 24 jan. 2003. Disponível em: https://personal.utdallas.edu/~scniu/OPRE-6201/documents/DP3-Kn apsack.pdf. Acesso em: 27 abr. 2022.

Karmarkar, Narenda; Karp, Richard M (1982), «The Differencing Method of Set Partitioning», University of California at Berkeley: Computer Science Division (EECS), Technical Report UCB/CSD 82/113

Karp, R. M. (1972). Reducibility Among Combinatorial Problems. Em R. E. Miller & J. W. Thatcher (Eds.), Complexity of Computer Computations (pp. 85-103). New York: Plenum Press.