

Теория вероятностей и математическая статистика

Индивидуальное домашнее задание №4

Вариант №21

Матрица вероятностей перехода однородной цепи Маркова имеет вид:

$$0.1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 1. *Определить матрицу вероятностей перехода за два шага.*

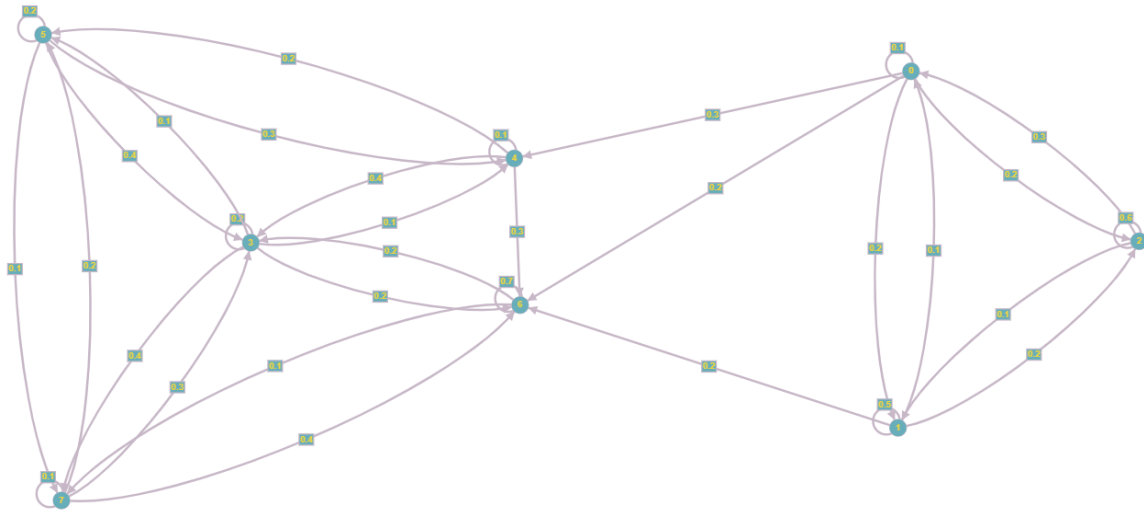
Решение. Матрица вероятностей перехода за два шага:

$$P_2 = (P_1)^2 = 0.01 \cdot \begin{pmatrix} 9 & 14 & 18 & 16 & 6 & 6 & 29 & 2 \\ 12 & 29 & 24 & 4 & 3 & 0 & 26 & 2 \\ 22 & 17 & 44 & 0 & 9 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 28 & 6 & 14 & 37 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 26 & 11 & 10 & 32 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 31 & 13 & 16 & 21 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 21 & 2 & 4 & 57 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 25 & 9 & 9 & 39 & 19 \end{pmatrix}$$

□

Задача 2. *Выделить классы сообщающихся состояний.*

Решение. Представим цепь как граф, тогда неразложимый класс (он же класс эквивалентности множества состояний по отношению сообщаемости) будет аналогичен компоненте сильной связности.



Нумерация вершин, соответствующих состояниям, начинается с 0. Получены следующие компоненты сильной связности:

- $\{0, 1, 2\}$
- $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

Поскольку состояния 0, 1 и 2 являются несущественными по определению, единственный класс сообщающихся состояний:

$$\{3, 4, 5, 6, 7\}$$

□

Задача 3. Есть ли невозвратные состояния?

Решение. Невозвратными являются состояния 0, 1 и 2.

□

Задача 4. Найти период в каждом из классов.

Решение. Период в обоих классах равен 1, так как НОД всех возможных путей возврата равен 1, так как узлы содержат петли.

□

Задача 5. Вычислить финальные вероятности в каждом классе.

Решение. Пусть $X = (x, y, z)$ - вектор финальных вероятностей класса $\{0, 1, 2\}$. Матрица вероятностей переходов:

$$P = 0.1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Система уравнений для нахождения финальных вероятностей:

$$\begin{cases} x = 0.1x + 0.1y + 0.3z \\ y = 0.2x + 0.5y + 0.1z \\ z = 0.2x + 0.2y + 0.6z \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

Пусть $X = (x, y, z, m, n)$ - вектор финальных вероятностей класса $\{3, 4, 5, 6, 7\}$.
Матрица вероятностей переходов:

$$P = 0.1 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 7 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Система уравнений для нахождения финальных вероятностей:

$$\begin{cases} x = 0.2x + 0.4y + 0.4z + 0.2n + 0.3m \\ y = 0.1x + 0.1y + 0.3z \\ z = 0.1x + 0.2y + 0.2z + 0.2m \\ n = 0.2x + 0.3y + 0.7n + 0.4m \\ m = 0.4x + 0.1z + 0.1n + 0.1m \\ x + y + z + n + m = 1 \end{cases} = \begin{cases} x \approx 0.2454 \\ y \approx 0.0562 \\ z \approx 0.0867 \\ n \approx 0.4437 \\ m \approx 0.168 \end{cases}$$

$X = (x, y, z, m, n) = (0.2454, 0.0562, 0.0867, 0.4437, 0.168)$

□

Задача 6. Смоделировать траектории цепи Маркова длины 10, 50, 100 и 1000 шагов, начинающиеся в различных состояниях для каждого случая.

Решение. Моделирование произведено на языке программирования Python:

10 итераций из начального состояния 0

0 4 3 6 6 3 7 3 5 7 6

10 итераций из начального состояния 1

1 6 6 6 6 6 3 4 6 7 6

10 итераций из начального состояния 2

2 1 0 2 2 2 2 2 2 2 2

10 итераций из начального состояния 3

3 7 6 3 6 3 3 7 3 3 7

10 итераций из начального состояния 4

4 3 5 5 5 5 3 7 3 7 6

10 итераций из начального состояния 5

5 4 6 6 3 6 3 7 3 4 6

10 итераций из начального состояния 6

6 6 6 6 6 7 3 7 6 6 6

10 итераций из начального состояния 7

7 5 5 5 5 3 7 6 6 6 3

50 итераций из начального состояния 0

0 0 0 1 6 6 6 6 7 3 7 3 5 3 3 5 5 3 7 3 3 6 6 6 3 6 6 6 6 7 3 3 7 7 6 6 3 7 5 4 5 3 7 5 3 4 5 3 7 7 6

50 итераций из начального состояния 1

1 0 0 4 5 4 6 6 7 3 7 6 6 6 6 6 7 6 6 3 5 5 3 6 7 6 6 6 3 7 3 7 3 7 6 3 6 6 6 7 6 6 7 3 3 7 3 7 7 6 6

50 итераций из начального состояния 2

2 0 1 2 2 2 0 4 6 3 7 6 3 7 5 5 7 3 7 6 6 7 5 7 3 7 5 3 7 3 5 5 3 7 6 3 7 6 3 6 6 7 6 6 3 6 7 6 6 6 6

50 итераций из начального состояния 3

3 7 6 6 6 7 3 5 3 6 7 3 3 7 5 4 6 7 6 7 5 3 3 7 3 6 6 3 7 5 4 3 3 7 3 3 6 3 7 5 5 3 3 7 6 3 3 3 7

50 итераций из начального состояния 4

4 3 6 6 6 6 6 6 6 7 3 3 7 6 3 3 3 6 6 6 6 3 4 6 6 3 5 5 5 4 6 6 6 6 6 6 3 3 6 3 3 6 7 6 6 6 6 6

50 итераций из начального состояния 5

5 4 3 7 3 5 7 3 7 6 6 6 7 6 6 6 6 6 3 7 6 6 3 6 3 7 7 3 5 5 5 5 7 5 3 7 3 5 4 3 7 3 6 6 6 3 3 7 6 6 6

50 итераций из начального состояния 6

6 7 6 3 3 3 6 3 7 6 6 6 6 6 3 6 6 6 6 7 6 3 3 3 3 6 6 6 6 3 4 6 3 6 6 6 6 6 3 6 7 6 6 7 6 3 6 6 3 7 7

50 итераций из начального состояния 7

7 3 7 7 6 6 6 6 3 6 3 6 6 6 3 3 3 3 7 6 3 3 4 3 7 5 5 4 3 6 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6

100 итераций из начального состояния 0

0 1 2 2 2 2 0 6 6 3 5 5 4 4 5 5 4 6 6 6 7 3 3 7 3 4 3 4 3 7 3 6 6 3 3 6 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 6 6 6 7 6 6 6 6 6 3
7 5 7 5 5 5 5 4 3 7 5 4 6 3 7 3 7 5 4 6 6 6 7 5 7 3 3 4 3 7 6 6 7 6 6 6 6 3 7 6 6 6 7

100 итераций из начального состояния 1

1 1 1 1 1 1 0 4 6 3 7 6 6 6 7 6 6 6 7 7 5 3 3 7 6 6 6 7 6 3 4 6 7 7 3 5 3 5 7 3 4 3 7 6 3 3 7 5 3 7 6 6 3 7 6 6 6 6
3 6 6 3 7 3 5 5 3 4 3 7 6 6 7 5 4 3 7 3 7 6 6 6 6 7 7 5 3 6 6 6 6 6 3 7 3 5 3 6 6 6 6

100 итераций из начального состояния 2

2 2 2 2 2 2 0 6 6 3 4 3 3 3 4 4 5 7 3 3 7 6 3 5 7 6 3 6 6 6 6 6 6 6 3 7 7 3 3 5 4 6 6 3 7 6 6 7 6 6 7 3 3 7 3 7 3
7 7 6 6 6 7 3 4 3 4 3 7 3 4 3 3 7 3 3 7 3 6 7 5 5 4 5 5 5 4 6 3 5 4 6 6 6 6 6 7 3 4 5

100 итераций из начального состояния 3

3 7 3 4 3 5 3 6 6 6 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 7 3 7 3 7 6 6 6 7 6 6 7 6 6 6 3 7 5 5 7 5 3 6 6 6 6 6 3 7 3 7 6 7 6 6 3
5 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6

100 итераций из начального состояния 4

4 6 6 3 4 6 6 6 6 6 6 3 7 7 6 6 6 6 7 6 6 6 3 3 7 6 6 6 6 3 5 3 3 6 6 6 3 4 6 6 7 5 3 7 6 7 6 7 6 6 6 3 6 3 7 3 5 5
5 5 3 6 6 6 3 3 3 6 6 6 6 6 6 3 6 6 6 6 6 6 3 7 6 3 5 5 3 4 3 7 3 7 3 7 3 3 5 5 4 3

100 итераций из начального состояния 5

5 3 3 3 4 3 3 6 6 6 6 6 3 3 7 6 6 3 7 6 6 3 3 3 5 3 7 6 6 6 6 6 6 3 3 6 6 6 6 3 3 7 5 4 3 7 6 6 6 7 3 7 5 3 7 6 7
3 4 3 3 6 3 7 6 6 6 6 6 3 6 6 6 3 6 6 6 6 6 6 3 6 6 3 3 5 7 7 6 3 7 5 5 3 3 5 3 7 3 5

100 итераций из начального состояния 6

6 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 6 6 6 6 6 6 6 3 6 7 6 3 3 7 5 4 3 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 3 7 6 3 7 7 6 3
6 3 6 3 7 6 6 3 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 7 6 6 7 7 6 6 3 7 7 3 6 6 7 3

100 итераций из начального состояния 7

7 6 6 3 3 3 6 6 6 7 6 6 6 7 7 6 7 3 7 5 3 7 3 6 3 3 6 6 6 3 6 7 5 5 3 5 4 3 5 3 6 6 6 6 6 6 3 7 5 3 7 6 6 6 6 6 7 3
4 5 3 7 3 3 7 6 6 3 7 3 7 5 3 7 7 6 6 6 3 7 6 6 6 7 6 6 6 7 6 3 7 3 7 7 6 3 6 6 3 6 3

1000 итераций из начального состояния 0

0 6 3 7 6 6 6 3 7 5 3 6 6 3 6 6 6 6 6 3 4 6 6 6 3 7 6 6 3 7 5 5 5 4 6 7 3 7 6 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 7 3 7 6 6 6 6 6 6
6 6 3 3 4 5 3 5 3 3 6 3 7 5 5 5 3 7 5 3 5 3 7 6 6 6 6 6 6 6 3 7 5 5 3 3 5 3 7 3 4 3 7 6 7 3 6 3 6 6 6 6 6 6 6 3
6 6 6 3 7 5 5 3 6 3 7 6 3 6 6 6 6 6 6 6 7 3 7 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 3 7 3 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 3 4 6 6 6 3 4
3 7 6 6 6 6 7 7 3 4 5 3 3 3 7 6 6 6 6 3 7 3 6 6 6 6 6 3 7 3 3 3 6 3 7 6

6 3 7 6 6 6 3 7 7 3 4 5 3 5 5 3 7 5 7 6 6 6 6 6 6 6 3 3 4 5 5 3 7 7 7 6 6 6 6 3 3 3 3 7 3 6 6 6 6 6 6 3 4 3 5
 3 7 6 6 3 7 5 4 6 6 6 3 6 6 6 6 7 5 4 6 6 6 7 3 6 6 3 3 3 3 5 4 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 5 4 4 6 6 6 3 6 6
 6 7 5 4 3 7 6 6 3 6 6 6 6 6 3 3 4 6 6 6 6 6 6 6 6 3 3 7 6 6 3 5 5 5 5 7 6 6 6 6 6 6 7 5 4 3 7 3 5 4 5 5 5 5 3
 7 6 3 6 3 7 7 5 5 3 3 6 6 6 6 6 3 6 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 3 5 4 6 3 3 7 6 3 4 3 7 6 6 6 6 6 6 6 3 3 6 6
 7 3 7 3 5 3 4 6 6 6 6 6 6 3 3 3 7 5 4 6 6 3 6 6 6 6 6 6 3 7 3 6 6 6 7 6 7 5 4 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6
 6 6 6 6 6 6 6 6 3 7 5 3 5 3 7 5 7 6 3 7 6 3 5 5 5 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 3 4 3 3 7 5 3 3 5 3 7 3 6 6 6 6 7 6 6 6
 6 6 6 6 6 3 3 6 6 7 3 5 4 6 3 6 6 6 6 6 6 6 3 7 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 3 4 6 6 6 6 6 6 3 7 7 6 6 6 6 3 6 6 6
 7 5 3 7 3 6 7 7 7 6 3 7 3 6 6 6 3 3 7 3 7 5 4 6 3 3 3 3 7 5 3 6 7 5 5 5 3 7 5 4 6 6 6 6 6 6 3 6 6 6 6 6 6 6 6
 6 6 6 7 6 6 7 5 3 6 7 3 5 5 4 3 3 3 5 3 6 7 5 4 3 7 3 7 3 7 7 6 6 3 7 3 3 6 3 7 6 3 4 5 4 5 3 6 7 6 6 6 3 7 3
 7 7 6 6 6 6 7 3 4 5 5 4 6 6 6 6 6 7 6 6 6 6 6 6 6 6 7 5 3 3 5 4 3 3 6 6 6 3 7 6 6 7 6 7 3 3 7 5 5 3 7 6 7 5 5
 5 4 3 7 3 7 7 3 7 6 6 3 7 3 7 5 5 3 3 7 6 6 6 3 7 5 3 7 3 7 6 6 3 7 6 3 7 3 4 3 7 5 3 7 7 5 7 6 6 7 6 3 6 7 3
 7 6 6 6 6 6 6 6 7 5 4 3 7 3 7 7 6 7 6 7 6 3 7 5 3 3 6 6 3 3 7 6 6 6 7 5 3 5 3 5 7 6 6 6 3 6 6 6 6 6 6 3 7 5
 3 6 6 6 6 6 6 6 6 3 6 7 6 6 6 3 6 3 7 6 6 6 7 7 7 3 3 3 4 3 5 4 6 6 3 6 3 7 5 3 7 7 6 3 7 6 7 6 7 7 5 4 3
 7 6 6 6 3 3 5 5 4 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 3 3 7 6 6 6 3 7 6 6 7 6 3 6 6 6 6 7 6 6 3 4 4 5 5 4 3 3 7 3 7 7 6 6 7 5 5 3 3

1000 итераций из начального состояния 1

1 1 6 6 6 7 3 3 7 5 4 3 6 6 6 3 4 5 5 3 7 6 7 6 3 7 6 6 6 3 5 4 3 7 6 6 6 6 6 6 6 7 5 4 5 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6
 3 3 6 3 7 3 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 6 6 6 6 6 6 3 3 7 5 7 7 6 6 3 3 3 7 3 7 6 6 6 6 6 6 7 3 3 6 6 3 7 5 3
 7 5 5 4 5 5 5 4 6 6 6 7 7 5 3 7 3 7 3 6 6 3 7 7 6 6 6 6 6 6 3 7 3 7 6 6 6 3 4 6 3 3 4 5 4 6 6 6 3 6 6 6 7 3 7
 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 7 7 7 3 7 3 7 6 6 6 6 6 6 3 3 3 3 7 6 3 7 6 6 3 3 3 7 3 6 7 6 6 6 6 6 6 6 6 7 6 6 3
 4 6 6 3 7 3 4 6 3 5 4 6 3 6 6 6 7 6 6 6 6 7 3 7 6 6 6 6 3 3 5 4 5 3 7 3 3 7 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 3 4 5
 4 3 6 6 7 5 7 6 7 6 6 6 6 3 5 4 3 5 4 5 7 6 6 3 5 4 4 4 3 4 5 5 4 4 3 5 3 7 3 3 3 3 4 3 3 7 6 3 7 6 3 3 3 5 3
 7 7 6 6 7 7 6 6 6 3 4 5 5 4 6 3 7 6 3 5 4 5 5 3 4 3 4 6 6 6 7 3 3 4 5 7 5 4 3 6 3 7 3 7 6 3 7 3 4 6 3 4 5 3 6
 6 7 3 4 5 7 3 4 5 3 5 4 4 5 4 3 5 3 3 7 3 3 7 5 4 6 3 5 3 7 5 5 5 4 6 6 6 6 6 3 7 3 6 3 4 3 7 6 6 3 7 6 6 6 6
 6 6 6 3 7 6 6 6 6 3 7 5 5 3 3 5 4 3 4 5 3 5 5 3 4 6 6 6 6 6 6 3 4 5 3 4 3 5 3 3 5 4 5 3 6 6 6 6 6 3 7 5 5 7 3
 7 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 6 3 3 6 7 6 6 6 6 3 6 3 7 3 7 6 6 6 6 6 6 6 3 7 7 6 6 6 7 7 7 3 6 7 6
 6 6 3 7 5 3 7 6 7 6 6 6 6 6 6 7 7 3 5 4 5 4 3 7 3 4 5 4 3 3 4 3 5 4 3 7 3 6 6 6 6 6 3 7 5 3 7 6 6 6 6 6 3 7 7 6
 6 6 6 6 6 6 6 6 7 3 3 5 3 3 4 6 3 6 3 3 3 7 3 3 3 4 6 3 6 6 6 6 6 7 6 6 6 6 6 3 7 6 3 5 4 5 3 7 3 7 5 4 3 7 5
 5 4 3 5 3 7 3 7 6 3 7 3 6 6 6 6 6 6 3 7 3 3 7 3 7 5 5 3 7 3 6 6 6 3 4 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 7 6 6 6 6 6 3 7 6
 6 6 7 6 3 5 4 3 4 3 5 3 7 6 6 6 3 4 4 5 4 3 3 5 3 4 3 7 5 3 3 7 5 3 3 7 7 6 6 6 7 6 3 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6
 3 7 7 6 6 6 7 6 3 6 6 6 3 4 3 6 6 6 6 3 7 5 3 6 6 6 6 6 3 6 3 5 7 5 5 5 3 3 7 6 6 6 6 3 6 3 3 3 7 3 3 7 6 6
 3 4 5 4 5 3 7 5 5 7 3 7 7 5 3 5 3 6 6 6 6 6 6 6 6 7 6 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 6 3 7 3 6 6 6 6 6 7 3 6 6 3
 3 3 3 7 3 5 5 3 3 7 6 7 3 5 3 3 7 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 3 3 6 6 6 3 7 5 3 7 3 7 3 3 7 5 7 6 6 6 6 7 7 5 3 6 3 5
 3 5 5 5 3 6 6 6 6 6 3 6 3 5 3 7 6 7 3 3 6 6 6 7 6 6 7 6 3 6 6 3 7 6 6 3 7 3 7 7 6 6 6 6 3 7 3 7 6 6 6 3 6 6 3 3 7 7 6 6 6

1000 итераций из начального состояния 2

2 2 2 2 0 1 1 1 1 2 0 4 3 3 7 3 7 6 6 3 7 6 7 6 6 6 7 6 6 6 6 6 7 6 6 3 5 5 5 3 7 6 6 6 6 7 6 3 7 6 3 3 3 6 6 6 6 3
 7 6 6 7 6 3 7 3 7 6 6 6 3 7 5 3 7 7 6 6 7 6 6 6 6 7 5 4 6 6 6 6 7 3 3 3 7 3 7 6 3 4 6 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 3 7 6 6
 6 6 6 3 7 7 3 6 6 7 6 6 7 3 6 6 6 6 3 7 5 3 4 3 6 3 7 6 6 6 3 4 3 3 7 6 6 6 6 3 7 6 6 6 3 3 6 6 6 6 6 3 5 7 6
 6 6 6 3 4 6 3 7 7 3 7 3 7 7 6 7 6 3 3 3 5 5 4 6 6 7 3 7 6 3 7 5 3 4 6 6 6 6 7 3 5 3 3 5 5 4 5 3 6 6 3 7 6 6 3
 7 3 4 4 4 3 7 5 4 5 4 5 3 7 6 7 5 7 6 3 3 4 6 3 5 5 3 6 6 6 7 5 3 7 5 3 7 5 4 5 3 7 3 7 6 6 6 6 6 3 7 5 3 7 6
 6 3 3 7 3 3 6 6 6 7 5 4 6 6 6 3 7 3 6 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 6 6 3 3 7 3 6 6 3 4 5 3 3 5 3 7 6 6 3 3 7 3 5
 3 4 3 7 6 3 3 6 3 6 3 6 6 6 3 7 6 6 7 6 6 3 6 6 6 6 6 3 7 3 4 3 7 6 7 6 6 6 6 6 6 6 3 7 7 3 3 7 7 5 3 6 6 3 3
 7 5 3 7 6 6 6 6 3 7 7 3 7 6 6 3 7 6 3 7 3 4 3 7 6 7 3 7 6 3 4 5 5 3 3 6 7 3 3 6 6 7 6 6 6 3 7 3 5 5 3 4 3 3 6
 6 3 7 5 3 6 6 6 6 6 6 3 3 5 4 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 3 6 6 6 6 6 6 3 3 6 3 7 6 7 5 7 5 5 3 7 3 7 3 7 3 4 5 3 6 6
 6 7 6 6 6 6 3 4 5 3 7 6 6 6 6 6 6 6 3 7 6 3 7 6 6 6 6 6 3 3 7 3 5 3 6 6 7 3 4 3 7 6 6 6 3 7 3 7 7 7 3 6 6 6 6
 6 6 6 7 5 4 5 3 6 6 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 6 3 6 7 5 3 6 7 6 3 4 3 4 3 6 6 6 6 6 6 6 6 3 6 6 6 6 6 3 7 3 4 5 3
 3 4 6 6 3 6 6 6 6 6 6 6 7 3 6 3 5 4 3 7 6 6 6 6 6 6 6 7 3 6 3 3 5 7 3 6 6 6 6 3 3 6 6 6 6 6 6 3 7 5 7 6 3 3 7
 3 7 3 7 6 3 7 3 4 5 7 5 7 7 3 3 6 6 6 6 3 6 3 3 5 4 6 6 6 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 3 7 3 7 7 6 6 6 6 6 7 7 3 3 7
 6 6 6 6 7 6 6 3 5 5 7 6 3 7 7 6 6 6 6 6 6 7 7 3 6 6 6 6 6 6 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 5 3 3 6 6 3 3 7 7 3
 7 3 3 7 5 3 4 5 7 7 6 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 3 7 7 5 3 5 3 3 5 4 3 3 5 3 6 6 6 6 6 6 3 4 3 4 6 6 6 7 7 6 6 6
 7 3 7 5 3 7 7 3 5 7 5 5 4 3 7 7 6 6 3 7 6 6 3 7 6 6 6 6 6 6 7 3 5 3 3 7 5 5 3 3 4 3 7 5 3 6 6 3 6 6 6 6 3 7 5
 5 3 3 3 7 7 6 6 3 3 4 3 3 5 4 3 3 7 5 3 5 5 3 7 5 3 5 3 7 5 4 4 4 3 6 6 6 6 6 7 5 5 3 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6

66666666666773666663634666666666666663454377377737637766366667

1000 итераций из начального состояния 3

3666666666666666636753733375346637376663734636666666666666373
5537553663336667545467366366666663353635355366636667357376
6666737353754666337763766766667666354533736335353537666
6666336666666666676637666666633766663754573676666666666
63554533666373663353576666666666666376734675433376634366
7666637637673373533334453766637543753755534533673766357
55335466637675466366666666666666376634673537373366376666
6346666666666766337377337766663663733773666667663766666
6663766373537537766337666666335543373666377666637666637
6663433453437666666666666636666663766375376666666663
37376666737373433366373766355377537666666663436666675453
37535343766666737343766666376675467373763753537545376635
5453343763736637375545466667537533663763667675363354376
6666677666735366333753637637666666354666636773766666637
6666666663666666666676633757336337376353457766663437666
3754663634673534436366666666373753354666666766637737667
7353376343637676666635466633355343737537733766633577663
63763375535343663666666666666675376343666667666666666666

1000 итераций из начального состояния 4

4663677357666376666373735375353336666634633576666666666637
673675766666667377666666675537637545466666663375376666666
6663466667633666333766666737757555543753333667333437375
3735375363676337343546733735534373463663466667673766666
6666337666634376666766667375343437345354437676666344633
6666666666667666676663366677637663766666663466373736663
4537766667376634366636666635466633633735437333766676337
35553737373766376636666667373676346666353766666634554666
6366666666635735543466666663366663636666337376666773634
4553737577666666666373637637666337737533453733755373766
666663667366666666666663666666663733766637375437663766633
7333736633544373366343734666666666666663366336634363466
36666666666666666376666633775433346666373673754346663343
7537576677533443754335755343666344466666755766666633666
3437376666666666634376377535546633533554577737666666666
366666735543367376763663376666663333373777766666636636
666666663545437366633737666337637376633773335333637666
637663363666676666663366663766635466663437666666633435453636

1000 итераций из начального состояния 5

5333766376663766676666337376666663677675375453535337673353
775453376763666666737666637766773737543375345433667673663
7373375766667667333377376366633766666337537663346663766
66666676766666376376755337366666335366376666666666357663
53733436667666666666733666666666375375366666666345376667
76337575776775443736663673337663666666354666666666666636
3736663576666754437675343736633454666666377376363533753
76666333737536676663466666666667346666663775453767543666
75376666673766776766666666376366666666666666666635333733
76637554334634675463754434663734343346666663754376667663

7353766366637363663737753366766673734666673766637366666
676666667373666363666633637737366637573335434577734666
7373373766666666666345554663666666675375363773737755454
5376336666637666663763766666346673737376637545376666666
6666373376663763633666335466667633433443663376666666663
6663666366633766666766666754543466637336376663766754667
3466373555775437537346666666666667553373666666663437666
6637366736666634375555467337755445533666666333753373676376666

1000 итераций из начального состояния 6

6663666666666766637663467633437667554376637366676635437337
5537637633763766666666666663343736663345543376634666737666
636677353766666666666353766666676666633734555333436636663
3663666333457377576375576663636636637766675366337375543
766767366666666666376666367666666666666334667343435544533
753675546666637377555343376675376636636666666666754466
6666637666666637373733463766666635334376666755376666666
666666375733466666636376636673545437543554377637666666
63676666376666753373666666675366373737666666666634637736
66336755446366666666666637337543453637366666676666376666
6666663766663766335373766373376666666675376637537376376
666345376366666667337766663767333666635376666366666666
6766663767666666676366673363663666637763766673375375376
666666666676666666346663763736666666763537666663763376
6736754433345466666676343545454666666663766733754343737
66357375376663466675466666666666375437375367545337666675
3437636675537366637376666636666755376663737666666634545
46677767336636773546666766667366667537334637766343546666666

1000 итераций из начального состояния 7

73336663337376666763436766666636633666666346763737373376667
373376666666335766666666663333543735466666763466333346363737
6676637373376666735373377666673766334666636666666763766336
6633466366666667366663737535455354443543537766666667637635
3737663766666666666753433545755576666766637666353757555576
6675455373763666737666666737353443553767663766766755466675
373666637736736677336666666666375366376667546373666766666636
37337546353543373666666373763376663636637633375554457635443
7354666666666673737377676636634666766666763663776337663543
76666366666666666633766633766666676334666636666666666346676
63376666336673376667666343373433376667376666366666663757666
6375455433633466376363766666666666637673666366375376663666
66666666666636375457536673763663366666666667666755543537766
66666666666766376666666666673753467546736666666366666676334
66633753736666337373733666666766636375433754376666666666663
7663666754545354343544376734376663334376337663543373757337
5373737366676637666633376666667637545376663737635555433453
666637376663355

□

Задача 7. Вычислить процент времени нахождения ЦМ в каждом из состояний. Сравнить результат с вектором финальных вероятностей.

Решение. Смоделируем цепь Маркова длины 100000 из разных состояний:

Состояние	0	1	2	3	4	5	6	7
Время	0	0	0	0.2480	0.0567	0.0865	0.4418	0.1669
Финальная вероятность	0	0	0	0.2454	0.0562	0.0867	0.4437	0.168

Отличия полученных результатов от теоретических отличаются не более чем на 0.003. Расчеты можно считать верными. □