



Ayudantía 12

Profesor: Mircea Petrache

Ayudante: Diego Milla

Problema 1

Determine una base ortogonal para el espacio columna de $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 8 \\ -1 & -3 & -4 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

Problema 2

Si a , b y c son números distintos, entonces el siguiente sistema es inconsistente

$$\left. \begin{array}{lcl} x - 2y + 5z & = & a \\ x - 2y + 5z & = & b \\ x - 2y + 5z & = & c \end{array} \right|$$

Demuestre que el conjunto de todas las soluciones de mínimos cuadrados del sistema es el plano cuya ecuación es $x - 2y + 5z = \frac{a + b + c}{3}$.

Problema 3

Sea P una matriz ortogonal de $m \times m$ y A una matriz de $m \times m$. Demuestre que si $\sqrt{\sigma}$ es un valor singular de PA entonces también es un valor singular de A .

Problema 4

Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$.

1. Encuentre una matriz L cuadrada, triangular inferior con números 1 en la diagonal, y una matriz diagonal D tal que $A = LDL^T$.
2. Realice un cambio de variable adecuado (por ejemplo, $\mathbf{x} = M\mathbf{y}$ para alguna matriz invertible M) que permita expresar la forma cuadrática

$$Q\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

como una suma ponderada de cuadrados.