

(a) Considere $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal que verifica T(1,1) = (1,0,2) y T(2,3) = (1,-1,4). Entonces T(8,11) = (5,-3,16).

(b) Sea $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ que satisface T(1,1) = (2,6), T(-1,1) = (2,1) y T(2,7) = (5,3). Entonces T es una transformación lineal.

(a) Excribitremos (8,11) Como Combina-
Ción dineal de (1,1) y (2,3).
Existen
$$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$$
 tales que
 $(8,11) = \alpha(1,1) + \beta(2,3)$
 $(8,11) = (\alpha, \alpha) + (2\beta,3\beta)$
 $(8,11) = (\alpha+2\beta, \alpha+3\beta)$

$$\begin{array}{c} (1) & (2) & (2) & (3) &$$

Sumando

$$\frac{3}{\beta} = -3$$

Erto Implica

$$0 \times + 6 = 8$$

$$0 \times = 2$$

Parlo tanto
$$(8|11) = 2(1/1) + 3(2/3)/T$$
Aplicando T
$$T(8|11) = T(2(1/1) + 3(2/3))$$

$$Tanton Y = T(2(1/1)) + T(3|2/3)$$

$$Tanton Y = 2T(1/1) + 3T(2/3)$$

$$= 2(1/0/2) + 3(1/-1/4)$$

$$= (2/0/4) + (3/-3/12)$$

$$= (5/-3/16)$$

An I a Proposition of Vardadera.

(b) Encontraremon
$$\alpha$$
 be It tales

que
$$(2,7) = \alpha(1,1) + \beta(-1,1)$$

$$(2,7) = (\alpha,\alpha) + (-\beta,\beta)$$

$$(2,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$
Entonces
$$(2,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$

$$(2,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$

$$(2,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$

$$(2,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$

$$(2,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$
For london
$$(2,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$

$$(3,7) = (\alpha-\beta,\alpha+\beta)$$

Parlotanto
$$\begin{array}{l}
q = 4 = 5 \\
2 = 8
\end{array}$$
Parlotanto
$$\begin{array}{l}
(2|7) = 9 \left(\frac{1}{1} \right) + \frac{5}{2} \left(-\frac{1}{1} \right) / T
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{St.} T \text{ fuere lineal}_{1} \text{ entonces} \\
T(2|7) = T \left(\frac{9}{2} (\frac{1}{1}) \right) + \frac{5}{2} \left(-\frac{1}{1} \right) \right)$$

$$= T \left(\frac{4}{2} (\frac{1}{1}) \right) + T \left(\frac{5}{2} (-\frac{1}{1}) \right)$$

$$= 9 \left(T (\frac{1}{1}) + \frac{5}{2} \left(\frac{2}{1} \right) \right)$$

$$= 9 \left(2 \cdot \frac{6}{1} \right) + \frac{5}{2} \left(\frac{2}{1} \right)$$

 $(9,27)+(5,\frac{5}{2})$

Pero
$$T(2,7)=(5,3)$$
 Como $(5,3) + (14,59)$
Entonces T NO en lineal La Proporción en Falsa

2 Sea
$$T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$$
 una transformación lineal que verifica:

$$T(1,0,0) = (1,1), T(1,1,0) = (1,\alpha) y T(0,0,-1) = (2,2).$$

Determine la matriz A que satisface T(v) = Av, para todo $v \in \mathbb{R}^3$.

¿Qué condiciones debe cumplir $\alpha \in \mathbb{R}$ de modo que T sea inyectiva?

(c) ¿Qué condiciones debe cumplir $\alpha \in \mathbb{R}$ de modo que T sea sobreyectiva?

(a) Sea
$$V = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$
 Supendrumon
The election $x_1 \in \mathbb{R}$ Later q

(*)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \propto$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \uparrow \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Y \\ Y \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \beta \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A+B \\ -A \end{pmatrix}$$

$$t=1$$
 $-2=\gamma$

Obtenemos $X = x + \beta$ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ Aplicando

$$Tertuneal = (x-y) T(1) + y T(1) - Z(0)$$

$$Tertuneal = (x-y) T(0) + y T(1) - ZT(0)$$

$$= (x-y)(1) + y (-1) - Z(2)$$

$$= (x-y) + (xy) - (2Z)$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + y(x-1) - 2z \end{pmatrix}$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

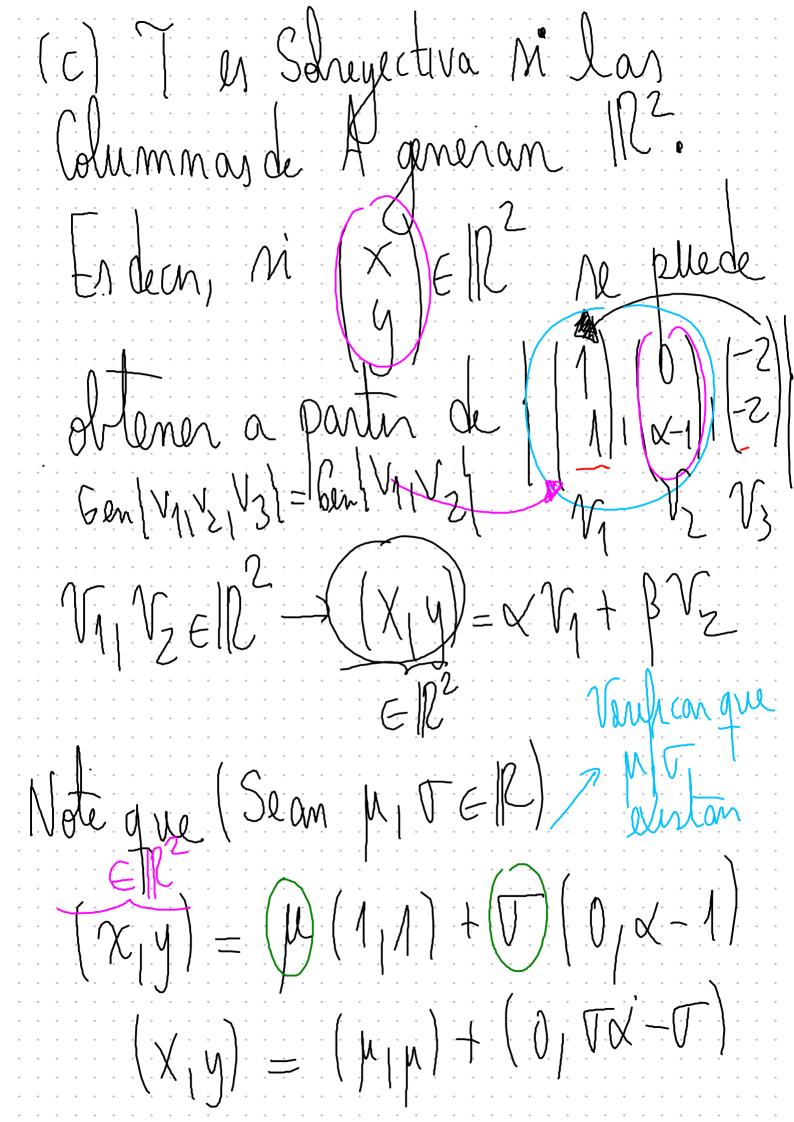
$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

$$A_{x} = \begin{pmatrix} x - 2z \\ x + (x-1)y - 2z \end{pmatrix}$$

(6) Pona que Tha Inyectiva, debe ouvrur que la Columnar de, A sean dinealmente Independente. Tho into NO in possible, Ruen la Columna 3 or um multiple Escalar (no Nuls) de la Columna Independente del Valor de X Tyamas Mara Inyertiva.



$$y = \mu + \nabla x - \nabla$$

$$y = \mu + \nabla (x - 1)$$

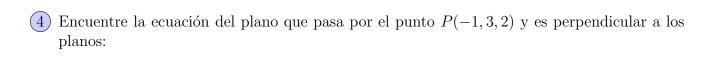
$$x = \mu$$

 $\{u+2v, u+3w\}$ es linealmente independiente. Sean diffell tales que $\propto (u+2v)+\beta(u+3w)=0$ Ton demostran que $d = \beta =$ $XU + 2xv + \beta V + 3\beta W = 0$ (X+B)U+2XV+3BWhU, V, W ls L. I entonces

(3) Considere $\{u, v, w\}$ un conjunto linealmente independiente de vectores en \mathbb{R}^3 . Pruebe que

$$\begin{array}{c}
(x + \beta = 0) \\
2x = 0 \implies \beta = 0 \\
3\beta = 0 \implies x = 0
\end{array}$$
Obtainer of $x = \beta = 0$, por $y = 0$.

Let $y = 0$ be $y = 0$.

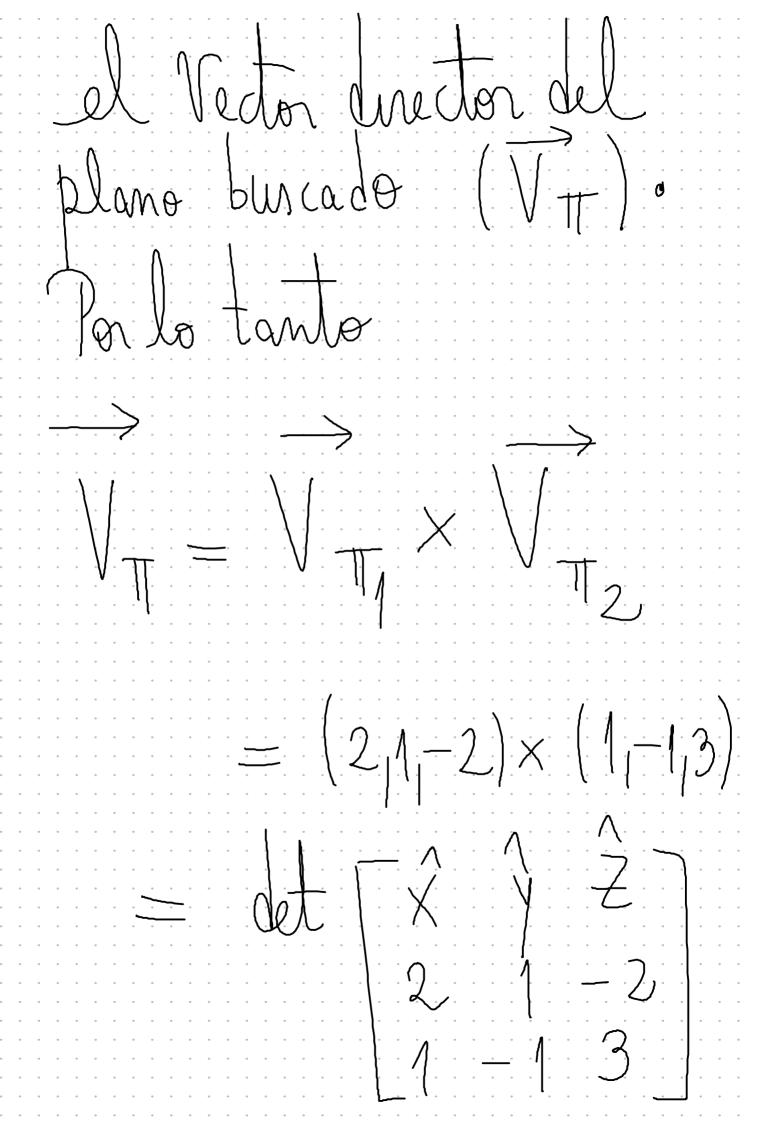


El Vector director de Ty es

$$V_{T_{1}} = (2,1,-2)$$
El Vector Perpendicular

$$V_{T_{2}} = (1,-1,3)$$

$$V_{T_{3}} = (1,-1,3)$$



$$= \left(\det \begin{bmatrix} 1 - 2 \\ -1 3 \end{bmatrix}, -\det \begin{bmatrix} 2 - 2 \\ 1 3 \end{bmatrix}, \det \begin{bmatrix} 2 1 \\ 1 - 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \left(1, -8, -3 \right)$$
De esta Manera
$$\exists \quad X - 8y - 3z + D = 0$$
Como P $\left(-1, 3, 2 \right) \in \mathbb{N}_{1}$
entances

$$-1 - 3 \cdot 8 - 3 \cdot 2 + D = 0$$

$$-31 + D = 0$$

$$(31 + 31)$$

on le tante

$$-37 + 31 = 0$$

5 Considere el sistema de ecuaciones:

$$x+y-z = 2$$

$$x+2y+z = 3$$

$$x+y+(k^2-5)z = k$$

Encuentre el valor de $k \in \mathbb{R}$ de modo que el sistema posea:

(a) Solución única.

(b) Infinitas soluciones.

(c) Ninguna solución.

La matrin ampliada Sistema es

Mociada al

 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2 3 K

 $F_2-F_1\rightarrow F_2$ \sim

 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1$ $\frac{1}{5}$ $(1)^{2}$ Si K = 2, when cos Existe una vouable libre Expresado Como Eusterna Digamon $Z = t_1 + ER$

(Variable Libre). Entonces Ontelle Anton () el Sistema ture Infuntas Surums

 $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} \right)^{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ l'artema III tiene Doucion Con K + 1-2/21/21 Sistema tiene Solucion dada Po Unica K+5 K+2 K+2 X+2