

混沌优化方法的研究进展

王 凌¹, 郑大钟¹, 李清生²

(1. 清华大学自动化系, 北京 100084; 2. 北京航空航天大学理学院, 北京 100083)

摘 要: 混沌是一种普遍的非线性现象, 具有随机性、遍历性和内在规律性的特点。由于遍历性可作为避免搜索过程陷入局部极小的有效机制, 因此混沌已成为一种新颖且有潜力的优化工具。为了让混沌优化这一新兴研究方向为更多工作者所了解, 此文综述了混沌优化方法的研究进展, 包括基于混沌的函数优化与基于混沌神经网络的组合优化, 并在分析混沌优化特点的基础上讨论了有待发展的若干研究课题。

关键词: 混沌; 优化; 神经网络

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Survey on Chaotic Optimization Methods

WANG Ling¹, ZHENG Da-zhong¹, LIN Qing-sheng²

(1. Dept. of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084; 2. Dept. Of Physics, BUAA 100083)

Abstract: Chaos is a universal nonlinear phenomenon with stochastic property, ergodic property and regular property, whose ergodicity can be used as a kind of mechanism for optimization to effectively avoid the search being trapped in local optimum, so that chaos has been a novel and promising tool for global optimization. In this paper, a survey on chaotic optimization including functional optimization based on chaos and combinatorial optimization based on chaotic neural network has been presented, the features of chaotic optimization have been analyzed, as well as some corresponding studies to be improved have been discussed.

Key words: chaos; optimization; neural networks

1 引言

混沌是一种普遍的非线性现象, 其行为复杂且类似随机, 但存在精致的内在规律性。混沌的发现, 对科学的发展具有空前深远的影响。近年来, 混沌控制^[1]、混沌同步^[2]和混沌神经网络^[3]受到了广泛关注, 并展现出诱人的应用与发展前景。混沌具有其独特性质:^① 随机性, 即混沌具有类似随机变量的杂乱表现;^② 遍历性, 即混沌能够不重复地历经一定范围内的所有状态;^③ 规律性, 即混沌是由确定性的迭代式产生的。介于确定性和随机性之间, 混沌具有丰富的时空动态, 系统动态的演变可导致吸引子的转移。最重要的是, 混沌的遍历性特点可作为搜索过程中避免陷入局部极小的一种优化机制, 这与模拟退火的概率性劣向转移和禁忌搜索的禁忌表检验存在明显的区别。因此, 混沌已成为一种新颖的优化技术, 并受到广泛重视和大量研究。为了让混沌优化这一新兴研究方向为更多工作者所了解, 本文对混沌优化方法的研究进展进行了综述, 分析了各类混沌优化的特点, 包括混沌在函数优化与组合优化中的应用, 并讨论

收稿日期: 2000-09-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(69684001)和国家攀登计划项目

作者简介: 王凌, (1972—), 男, 博士、讲师, 研究方向: 优化算法及其应用、神经网络、HDS 等。

了有待发展的若干研究课题。

2 函数问题的混沌优化研究

轨道遍历性, 即混沌序列能够不重复地历经一定范围内的所有状态, 是混沌用于函数优化的根本出发点。通常, 基于混沌动态的搜索过程分为如下两个阶段:

首先, 基于确定性迭代式产生的遍历性轨道对整个解空间进行考察。当满足一定终止条件时, 认为搜索过程中发现的最佳状态(Best So Far)已接近问题的最优解(只要遍历性搜索轨道足够长, 这种情况总能实现), 并以此作为第二阶段的搜索起始点。

其次, 以第一阶段得到的结果为中心, 通过附加小幅度的扰动进一步进行局部区域内的细搜索, 直至算法终止准则满足。其中, 所附加的扰动可以是混沌变量, 或者是基于高斯分布或柯西分布或均匀分布等的随机变量, 也可以是按梯度下降机制计算产生的偏置值。

基于上述思想, 李兵等^[4]利用类似载波的方法将 Logistic 映射产生的混沌变量引入到优化变量中, 同时将混沌运动的遍历范围转换到优化变量的定义域, 然后利用混沌变量进行搜索。张彤等^[5]为提高优化性能, 提出了一种变尺度的混沌优化方法, 其特点在于: 算法根据进程, 不断缩小优化变量的搜索区域, 不断改变第二阶段搜索的调节参数。王子才等^[6]将混沌的遍历性机制引入模拟退火算法, 使得搜索过程同时具有两者的优点, 其特点在于: 首先, 算法产生一混沌序列, 在进行混沌遍历性搜索的同时, 结合模拟退火算法的接受函数来确定初始温度, 使得算法在此初温下具有较好的随机性(即在初温下算法几乎能接受任意状态); 其次, 利用混沌细搜索策略作为模拟退火的状态产生函数, 同时对优化变量的转移方式进行了改进以略去传统方法的越界处理, 并对调节参数实施自适应控制策略。Choi 等^[7]将混沌动态引入最陡下降法进行函数优化, 并采用了并行搜索结构, 其中混沌动态用于跳出局部极小, 而最陡下降法用于在局部极小进行细搜索, 同时还给出了调整混沌突跳幅度的自适应机制。

基于混沌动态的函数优化并非拘于上述搜索流程, Zhou 等^[8]将一种非线性特性引入传统的梯度下降策略, 并使其在一定的控制参数下产生混沌行为, 从而通过遍历性搜索避免陷入局部极小; 进而, 通过对控制参数的“退温”处理, 使混沌行为逐渐消失并最终进入确定性的梯度下降以快速得到最优解。相比二阶段混沌优化方法, 这种方法更为简单, 利用对参数的控制过程替代了搜索过程的分阶段分割, 同时梯度下降使得搜索对优化曲面有一定的认知性, 但显然不适合于不可导的函数问题。

可见, 上述函数问题的混沌优化策略思路直观, 容易程序化实现, 比较适合于连续变量的函数优化问题。但是它也存在明显的缺点, 即当搜索起始点选择不合适或遍历区间很大或控制参数及其控制策略选取不合适时, 搜索结果很难达到或接近最优解, 或者说算法可能需要花费很长的时间才能取得较好的优化性能。因此, 为了使混沌优化具有更为卓越的性能, 如何选择搜索起点、如何缩小搜索空间、如何设计限局部搜索方式、如何设计好两个阶段的终止准则、如何选取合适的初始控制参数及其控制策略, 仍是提高上述基于混沌动态的优化算法性能的关键。

3 组合问题的混沌优化研究

提出了反馈型的 Hopfield 神经网络(Hopfield Neural Network, 简称 HNN), 并用于求解组合优化问题^[10]。但是, 基于 HNN 的优化计算通常会导致以下问题: 单纯梯度下降策略易使网络最终收敛到局部极小解, 而非问题的全局最优; 网络可能会收敛到问题的不可行解; 与能量函数相关的参数难以确定, 而且参数鲁棒性和初值鲁棒性较差。从而, HNN 的应用受到了很大的限制, 尤其是复杂或大规模的问题。

受生物神经元混沌特性的启发, 通过在 HNN 中引入混沌动态, Aihara 等^[3]提出了混沌神经网络模型(Chaotic Neural Network, CNN)。基于 Euler 离散化的 HNN, 通过增加一个大的自反馈项, Nozawa^[11]得到了类似的 CNN 模型。借鉴混沌动态的遍历性特点, 搜索过程不受能量障碍的限制, 从而可有效避免优化过程陷入局部极小解。对 TSP(Traveling Salesman Problem) 的优化研究, 验证了 CNN 相对随机优化算法的有效性。从而, 混沌神经网络成为了改进 HNN 的优化效率和质量, 乃至解决组合优化问题的有效工具, 并在近几年受到优化领域的广泛关注与研究。

借鉴模拟退火的退温策略^[12], 通过控制 CNN 的参数以控制网络的动态, 是利用 CNN 求解组合优化的一类有效途径。Chen 等^[13]提出了混沌模拟退火算法, 即先利用瞬时混沌动态进行全局遍历性搜索, 而后再转入梯度下降搜索, 并成功解决了 TSP、N-queen、MSP(Maintenance Scheduling Problem) 等问题。Zhou 等^[8]提出的混沌退火算法也采用了类似的优化机制, 但其混沌动态是通过引入非线性项而产生的。通过改变 Euler 离散化 HNN 的时间步长, Wang 等^[14]提出了混沌模拟退火算法, 其中时间步长作为岔参数用以控制网络的动态, 通过对时间步长的衰减控制, 网络动态同样能够经历一个由混沌到逆分岔再到稳定搜索的过程, 而前一阶段的搜索恰好用以避免优化过程陷入局部极小。区别于上述算法所采用的指数退温策略, 即 $z(k) = \lambda \cdot z(k-1)$, 王凌等^[15]对控制参数 $z(k)$ 提出了另一种控制策略, 即 $z(k) = z(k-1) / \ln[e + \lambda \cdot (1 - z(k-1))]$, 使得 $z(k+1)/z(k)$ 随 k 增大而加快, 进而来控制 $z(k)$ 的下降速率。如此设计目的是, 使混沌动态有足够长的进程以提高粗搜索性能, 并利用 z 较小时退温速率的加快以加快梯度搜索来改善时间性能。同时, 他们分析和归纳了模型参数对优化性能的影响, 并给出了若干参数选取的规律性结论。在理论研究方面, Chen 等^[16]对混沌神经网络和离散回归网络的吸引集及其特性进行了分析, 并得到了网络具有全局搜索能力的充分条件; Tokuda 等^[17、18]建议以转换期引起的间歇动态现象作为混沌在局部极小间切换的潜在机制。

通过在 HNN 中引入外部机制产生的混沌噪声来构成混沌神经网络, 是其用于组合优化问题的另一种途径。这种方法基于混沌时间序列永不可精确重复的规律, 当外部引入的混沌的幅度足够小时, 能量函数表面上的寻优过程在具有丰富时空特性的混沌动态的激励下能够产生避免陷入局部极小的能力, 并保持对问题的原始描述不变。通常, 这种策略被称为“外方法”(external approaches), 前文介绍的 CNN 策略相应地被称为“内方法”(internal approaches)。Zhou 等^[9]利用 Henon 映射产生的混沌时间序列作为外部噪声, 算法解决 100 城市 TSP 的性能优于 Boltzmann 机。Hayakawa 等^[20]利用不同分岔参数下的 Logistic 映射产生外部噪声, 研究了噪声对优化的影响, 并得到了一些能够产生良好优化能力的分岔参数值。通过在 HNN 中引入不同类型的混沌噪声, Asai 等^[21]进一步研究了混沌噪声出现时网络对局部极小的搜索动态, 并观察和比较了混沌噪声与随机噪声下算法对最优解的跟踪能力。Hasegawa 等^[22]认为, 不同方式产生的混沌噪声只要具有相同的自相关性就能产生几乎相同的优化能力。

可见, 由于基于混沌的粗搜索的进行, CNN 算法最终梯度下降的范围缩小到最优解或满意解的局部领域, 因此在优化性能方面 CNN 相对 HNN 具有较大的优越性, 这也通过大量数值研究得到了验证。但是, 基于 CNN 的优化也存在一定的缺陷: 首先, 基于 CNN 的优化过程和应用仍受到 HNN 的限制, CNN 仍需将问题的解映射成适合网络描述的结构, 如置换码映射到矩阵码; 其次, CNN 包容了 HNN 的所有参数, 并增加了混沌项及其控制过程, 算法复杂性相对增加。

4 讨论与展望

无论是函数优化, 还是组合优化, 算法利用混沌的本质都是借助其遍历性来避免搜索过程陷入局部极小的。因此, 如何利用和控制好混沌动态, 是这类算法产生良好性能的关键。纵观上述研究进展, 可见混沌优化研究目前还存在大量不足之处, 许多方面有待改进和完善。下面, 我们从几个方面进行讨论和归纳, 并指出值得进一步研究的内容。

(1) 目前, 许多结论都是根据对特定问题的数值仿真研究得到的, 不仅缺乏严格的理论论证, 而且其普遍性也值得怀疑。因此, 混沌优化的理论研究是很重要且迫切的研究课题, 尤其是从理论上研究混沌的引入与控制对算法全局搜索能力的影响, 其研究成果将有助于指导混沌优化算法的设计。同时, 也应该注重对混沌更深入的了解和对混沌理论、分岔理论等本身的研究, 这无疑对混沌优化的发展会产生推动作用。

(2) 混沌神经网络类型众多, 有必要建立统一的模型和研究理论体系, 这有助于开发新型的网络模型, 并推动系统化的理论和方法的研究。最近, Kwok 等^[23]对内、外方法的 CNN 结构及其对优化过程的影响建立了一种统一的研究方法, 并提出了 CNN 的统一框架。他们将能量函数 E 统一分解描述为 $E = E_{HNN} + H$, 且满足条件 $dy/dt = -\partial E/\partial x$, 其中 E_{HNN} 为传统 HNN 的能量函数, H 是依赖不同 CNN 而构造的附加能量项, x 和 y 为神经元的输入和输出。

(3) 注重算法本身环节的实用性改进工作和规律性结论的归纳。首先, 我们可以围绕混沌机制、模型和控制参数、控制策略、局部搜索策略(领域结构)、收敛准则等环节, 进行多样化设计与比较研究(两阶段方法中还应对粗搜索的满意度进行合理衡量, 以及设计好两个阶段的转换时机与合理过度), 进而归纳各环节和参数对搜索行为和算法性能的影响规律, 再返回来指导相应的改进工作。

(4) 注重搜索结构的改进, 以提高优化效率和性能。一方面, 可以采用并行搜索结构, 用多轨道遍历性搜索来提高优化性能; 另一方面, 可以采用混合优化结构, 如将混沌优化策略与遗传算法、模拟退火、禁忌搜索等方法结合使用, 通过吸收多种方法的优点来提高优化性能; 此外, 优化特定问题时, 也应注重有效利用与问题相关的规则性搜索或信息来辅助搜索的进行, 譬如将 2-OPT 方法与 CNN 相结合来优化 TSP 问题等。

(5) 注重混沌优化方法与其他类型的各种优化方法的比较研究, 进而吸收其他方法的优点来改进混沌优化算法本身。

(6) 目前, 混沌优化方法的应用还局限于较小规模的问题, 或是一些典型的 Benchmark 问题。算法的设计与研究最终是面向实际应用的, 因此不仅要注重实用性算法的研究, 而且应注重拓宽算法的实际工程应用领域, 尤其是探讨算法在复杂和大规模问题中的应用潜力。

5 小结

通过对混沌优化特点的分析及其研究进展的综述, 我们认为, 混沌是函数优化和组合优化的新颖而有效的工具, 并存在很大的应用前景, 尤其是混沌神经网络的研究。同时, 鉴于目前混沌优化较短的发展历史, 为了使其具有更好的性能和更广泛的应用领域, 许多问题有待进一步研究和讨论, 这无疑为优化研究工作者提供了新的课题。

参考文献:

- [1] Ott. E., Grebogi. C. and Yorke. J. A. . Controlling chaos[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(11): 1196 ~ 1199.
- [2] Pecora. L., Carroll. T. . Synchronization in chaotic systems[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821 ~ 824.
- [3] Aihara. k., Takabe. T. and Toyoda. M. . Chaotic neural networks[J]. Physics Letter A, 1990, 144(6/7): 333 ~ 340.
- [4] 李兵, 蒋慰孙. 混沌优化方法及其应用[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(4): 613 ~ 615.
- [5] 张彤, 王宏伟, 王子才. 变尺度混沌优化方法及其应用[J]. 控制与决策, 1999, 14(3): 285 ~ 288.
- [6] 王子才, 张彤, 王宏伟. 基于混沌变量的模拟退火优化方法[J]. 控制与决策, 1999, 14(4): 381 ~ 384.
- [7] Choi. C., Lee. J. . Chaotic local search algorithm[J]. Artificial Life & Robotics, 1998, 2(1): 41 ~ 47.
- [8] Zhou. C., CHEN. T. . Chaotic annealing for optimization[J]. Physical Review E, 1997, 55(3): 2580 ~ 2587.
- [9] Hopfield. J., Tank. D. . Neural computation of decisions in optimization problems[J]. Biological Cybernetics, 1985, 52(3): 141 ~ 152.
- [10] Wilson. G., Pawley. G. . On the stability of the TSP algorithm of Hopfield and Tank[J]. Biological Cybernetics, 1988, 58(1): 63 ~ 70.
- [11] Nozawa. H. . A neural- network model as a globally coupled map and applications based on chaos[J]. Chaos, 1992, 2(3): 3140 ~ 3145.
- [12] Kirkpatrick. S., Gellatt. C. and Vecchi. C. . Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983, 220(4598): 671 ~ 680.
- [13] Chen. L., Aihara. K. . Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos[J]. Neural Networks, 1995, 8(6): 915 ~ 930.
- [14] Wang. L., Smith. K. . On chaotic simulated annealing[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1998, 9(4): 716 ~ 718.
- [15] 王凌, 郑大钟. 一种基于退火策略的混沌神经网络优化算法[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(1): 139 ~ 142.
- [16] Chen. L., Aihara. K. . Global search ability of chaotic neural networks[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I- Fundamental Theory & Applications, 1999, 46(8): 974 ~ 993.
- [17] Tokuda. I., Nagashima. T. and Aihara. K. . Global bifurcation structure of chaotic neural networks and its application to traveling salesman problems[J]. Neural Networks, 1997, 10(9): 1675 ~ 1690.
- [18] Tokuda. I., Aihara. K. and Nagashima. T. . Adaptive annealing for chaotic optimization. Physical Review E, 1998, 58(4): 5157 ~ 5160.
- [19] Zhou. D., Yasuda. K. and Yokoyama. R. . A method to combine chaos and neural- network based on the fixed point theory[J]. Transactions of IECE of Japan, 1997, 117- C(5): 599 ~ 665.
- [20] Hayakawa. Y., Marumoto. A. and Sawada. Y. . Effects of the chaotic noise on the performance of neural network model for optimization problems[J]. Physical Review E, 1995, 51(4): R2693 ~ R2696.
- [21] Asai. H., Onodera. K., Kamio. T. and Ninomiya. H. . A study of Hopfield neural networks with external noises[A]. IEEE International Conference on Neural Networks Proceedings[C]. NJ: IEEE Piscataway, 1995, 1584 ~ 1589.
- [22] Hasegawa. M., Ikeguchi. T., Matozaki. T. and Aihara. K. . An analysis on additive effects of nonlinear dynamics for combinatorial optimization[J]. IEICE Transaction Fundamentals, 1997, E80- A(1): 206 ~ 213.
- [23] Kwok. T., Smith. K. . A unified framework for chaotic neural- network approaches to combinatorial optimization[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(4): 978 ~ 981.