

# 混沌优化算法的研究\*

冯春 谢进 李柏林 陈永

(西南交通大学机械工程学院 四川成都 610031, ifengchun@163.com)

摘要: 混沌具有随机性、遍历性和规律性的特点, 可利用其遍历性作为避免陷入局部极小的一种优化机制。在综述了混沌优化算法的研究进展的基础上, 认为混沌已成为一种新的优化工具, 讨论了混沌优化算法的研究方向。

关键词: 混沌优化; 全局优化

中图分类号: TH112 文献标识码: A

## Survey on Chaos Optimization Algorithms

Feng Chun , Xie Jin, Li BaiLin, Chen Yong

(School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Sichuan 610031, China)

Abstract: Chaos has stochastic property, ergodic property and regular property, whose ergodicity can be used as a kind of mechanism for optimization to effectively avoid the search being trapped into local optimum. On the basis of survey on chaotic optimization, chaos has been become a new optimization tool and some studies to be improved have been discussed.

Key words: Chaos optimization, Global optimization

### 1 引言

混沌现象是本世纪最重要的发现之一, 早在 19 世纪末, 法国数学家 Poincare 就曾预言过混沌的一些行为, 但是, 直到 1963 年 Lorenz 研究了大气流动中的混沌之后, 混沌的研究才有了巨大的发展。近年来, 随着混沌理论与应用研究的飞速发展, 混沌学正以前所未有的深度和广度渗透和影响现代科学的许多学科领域。本文探讨混沌在优化设计领域的应用。

混沌现象是无固定周期的循环行为, 即非周期的具有渐进的自相似有序性的现象。混沌现象具有其独特性质: ①随机性, 即混沌现象具有类似随机变量的杂乱表现; ②遍历性, 即混沌现象能够不重复地历经一定状态空间中的所有状态; ③规律性, 即混沌现象是有确定性的迭代方程产生的。

混沌现象介于确定性和随机之间, 具有丰富的时空状态, 系统动态的演变可导致吸引子的转移。混沌用于优化设计的根本点在于混沌的一个轨道可以在其吸引子中稠密, 根据混沌吸引子的这种特性, 当时间足够长, 这根轨道就能以任意精度逼近吸引子中的任意点, 在优化设计领域中也可利用混沌现象的遍历性特点作为搜索过程中避免陷入局部极小的一种优化机制, 该优化机制与模拟退火法的概率性劣向转移优化机制和禁忌搜索法的禁忌表检验优化机制存在明显的不同。

### 2 基于混沌序列的优化算法研究

在这类算法中, 首先应使优化变量在相空间中处于混沌状态, 一般采用 Logistic 混沌模型来产生混沌变量, Logistic 映射的形式如下:

$$X_{n+1} = L(\mu, X_n) = \mu X_n(1 - X_n) \\ n=0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

式中  $\mu \in [0, 4]$  为控制参数;  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ;

当  $\mu = 4$ ,  $[0, 1]$  是  $f$  的混沌不变集, 在 Logistic 混沌不变集中, 当时间足够长,  $L$  的任一轨道在其中稠密, 即对于  $\forall \varepsilon > 0$ , 以及  $\forall x \in [0, 1]$ , 开球  $B(x, \varepsilon)$  中必包含  $L$  的一条轨道中的点, 反过来看, 就是  $f$  的任意轨道能以任意精度逼近  $[0, 1]$  中的所有点。

对于求解  $m$  维最优解问题, 相当于在  $m$  维空间中确定一个使目标函数值最小的点, 因此需要用  $m$  个独立的 Logistic 映射来产生优化空间中点的  $m$  个坐标分量, 该点称为混沌向量, 由于混沌向量中的每一个坐标分量都能在  $[0, 1]$  中稠密, 所以这样产生的点将能在  $m$  维单位超立方体中稠密。也就是说, 这些点的序列能够以任意精度逼近超立方体中的所有点, 当然也能以任意精度逼近超立方体中的全局最优解, 这就是混沌序列轨道的遍历性, 是混沌用于连续最优化问题的根本出发点。通常这种搜索算法分如下两个阶段:

首先, 基于确定性迭代式产生的遍历性轨道对整个解空间进行考察。当满足一定终止条件时, 认为搜索过程中发现的最佳

\* 国家自然科学基金资助项目 (59975077 及 50175093)



解已接近问题的最优解，并以此作为第二阶段的搜索起始点。

其次，以第一阶段得到的结果为中心，通过附加小幅度的扰动进一步进行局部区域内的细搜索，知道算法终止准则满足。其中，所附加的扰动可以是混沌变量，或者是基于高斯分布或柯西分布或均匀分布等的随机变量，也可以是按梯度下降法计算产生的偏置值。

文献[1-6]从不同角度实现了上述思想。文献[1, 4]将混沌变量用载波的方式引入到优化变量中，同时将混沌运动的遍历范围转换到优化变量的定义域，然后用混沌载波搜索的优化方法求解无约束优化问题。文献[2, 3]采用逐次减小混沌搜索空间，不断改变第二阶段搜索的调节参数，以加快解的收敛速度的优化方法求解无约束优化问题。文献[5]将混沌的随机性和遍历性引入模拟退火过程中，退火初始温度是通过算法产生一混沌序列中函数值之差最大的两点来确定的，在退火过程中利用混沌变量产生随机扰动，并且随着温度的降低逐渐减小随机扰动的幅度。文献[6]将混沌序列引入最速下降法中，采用并行结构，其中混沌序列用于跳出局部极小，而最速下降法用于在局部极小进行细搜索，同时还给出了调整混沌突跳幅度的自适应机制。

这些混沌优化算法思路直观，容易程序化实现。其明显缺点是，当搜索起始点选择不合适或遍历区间很大或控制参数及控制策略选取不合适时，搜索结果很难达到或接近最优解，或者说算法可能需要花费很长的时间才能取得较好的优化性能，其原因在于上述方法仅仅利用了混沌现象的遍历性特点，而未发掘和利用目标函数的特性

3 基于暂态混沌动力学行为的优化算法研究

在这类算法中，首先使求解优化问题的连续动力系统（神经网络等等）和离散动力系统（梯度法、DFP 法等等）暂时处于混沌状态，通过混沌的遍历性搜索能访问各种各样的解，非平衡态的混沌搜索能避免陷入局部极小。与随机优化方法在整个解空间中搜索不同的是，混沌动态搜索被限制在相对低维的分形空间中进行。随着控制参数的调整，混沌状态逐渐消失，恢复到原先的动力系统，最后获得一个平衡状态，得到全局最优解。

3.1 应用于神经网络

这种思路首先应用在神经网络中，鉴于在高强度连接下的神经网络依靠集体协同作用能自发产生计算行为，Hopfield 与 Tank<sup>[7]</sup>提出了反馈型的 Hopfield 神经网络(HNN)，以其大量的并行计算搜索能力，被认为是解决优化问题有效工具。但是，基于 HNN 的优化计算通常会出现以下问题：对于复杂的能量函数，单纯梯度下降策略易使网络陷入局部最小，而非问题的全局最优，而没有逃离局部最小的策略；HNN 可能会收敛到问题的不可行解；在预先确定的迭代步数下，HNN 并不总是收敛。

一个系统从混沌状态过度到平衡状态的过程，类似于退火过程，借鉴模拟退火的降温策略<sup>[8]</sup>，Chen 与 Aihara<sup>[9]</sup>提出了混沌

模拟退火算法，展示了暂态混沌神经网络(TCNN)求解优化问题的有效性，先利用瞬时混沌动态进行全局遍历性搜索，通过倍周期分叉参数的冷却算法，逐渐冷却倍周期分叉参数，控制混沌搜索动态地收敛到一个稳定平衡态，得到最优解或靠近最优解。Wang 与 Smith<sup>[10]</sup>通过改变 Euler 离散化估计的 HNN 的时间步长，提出了另一种混沌模拟退火算法，其中时间步长作为分叉参数用以控制网络的动态，初始时间步长较大，系统处于混沌状态，随着对时间步长的衰减控制，网络经历一个有混沌到到分叉再到稳定收敛的过程。Tokuda 等<sup>[11]</sup>人提出了自适应退火机制，当能量函数值小于某个阈值时，网络进入稳定收敛状态，当能量函数值高于某个阈值时，网络进入混沌状态，这样大大提高了系统在从混沌状态过度到平衡状态后，收敛到全局最优解的能力。Chen 和 Aihara<sup>[12]</sup>在理论上对暂态混沌神经网络和离散回归网络的吸引子及其特性进行了分析，并得到了网络具有全局搜索能力的充分条件。张强等人<sup>[13]</sup>在一个新的混沌神经网络模型中实施了类似的倍周期分叉参数的衰减控制，并应用于函数优化中。

表 1 混沌模拟退火算法与模拟退火算法的比较

	混沌模拟退火算法	模拟退火算法
搜索机制	确定性的混沌运动	随机状态转移
退火与收敛	先混沌，然后分叉达到全局或接近最优的平衡点	随着温度的下降，达到接近最优的基态
全局搜索空间	分形子空间	所有可能的状态
全局搜索能力	高	高
计算时间	低	高

3.2 应用于经典优化算法

Zhou 与 Chen<sup>[14]</sup>将此思路应用到经典的函数优化算法—梯度下降算法（最速下降法）中，在梯度下降算法中添加一个简单的非线性反馈项，增加此离散动力系统的非线性程度，其动力学方程为：

$$\begin{cases} x(t+1) = f(x(t)) + g(y(t)) \\ y(t+1) = x(t+1) - x(t) \\ g(y(t)) = p(t)y(t)\exp[-|y(t)|] \\ p(t+1) = p(1)/\ln(t) \end{cases}$$

式中， $f(x(t))$ 是梯度下降算法的迭代式，

$g(y(t))$ 是非线性反馈项。

$P(t)$  是控制参数

当  $P(1)>1$  且较大时，迭代系统处于混沌状态，从而通过遍历性搜索避免陷入局部极小。 $P$  越大，混沌巡游可达空间就越大，逐渐减小  $P$  的大小，迭代系统逐步进入到分叉阶段，最后混沌行为逐渐消失并最终进入确定性的梯度下降以快速得到最优解。

在该算法中，非线性反馈项  $g(y(t))$  的作用与模拟退火算法中的温度噪音的作用是一样的，参数  $P$  类似与模拟退火算法中的温度  $T$ ，仅仅是用确定性的混沌搜索代替了模拟退火算法中的随即搜索，所以称此算法为混沌退火优化算法。



这些混沌优化算法的明显缺点是,由于混沌搜索过程是无至尽的,由局部最优点通过倍周期分叉形成的混沌吸引子在混沌巡游过程中,随缓慢冷却的温度不断失去稳定,这些混沌吸引子不断相互融合,最后剩下的吸引子是始终保持稳定的一个混沌吸引子,由此可见并不一定是全局最优解。

#### 4、基于混沌分形的优化方法。

目前常用的全局优化方法分为三类:第一类为确定性算法,如隧道法,分支定界法,信赖域法和单调性分析等等。第二类为随机性算法,如模拟退火法,遗传算法,进化规划等等。第三类为组合法,即先进行随机投点,搜索到全局极值点附近,在用已有的优化方法进行全局极值搜索。这些方法都有其内在的复杂性,都是通过迭代技术在满足一定终止准则的情况下,实现快速可能的收敛。然而这些方法的研究重点都放在算法的构造上,没有注意到这些方法本身就是由数值迭代过程所构成的非线性离散动力系统,对这种迭代过程所产生的动力学行为的研究则更少。

文献[15]发现牛顿优化技术是优化设计常用的一维及多维优化搜索技术,它具有二次收敛性,收敛速度较快,迭代函数简易明了,其动力学特性较易把握,但对初始点的选择较为敏感,而且收敛到一个局部最优解的特点。

因此将牛顿优化方法作为一种非线性的离散动力系统进行研究,利用混沌和分形理论研究了牛顿优化方法对初始点敏感的原因,证明了 Julia 点是牛顿优化法的混沌分形点, Julia 点的任意邻域是牛顿优化迭代函数的混沌敏感区。发现 Julia 集一般具有分形结构,在 Julia 点的任意邻域中能“看见”所有的局部极值点,比较这些局部极值点,便能准确地确定出全局最优解。由此提出了一种求解牛顿优化迭代函数的 Julia 点的求解方法,和一种全局优化的新方法,求解非线性优化问题的全局/大部分局部最优解。

#### 5、讨论与展望

目前的混沌优化算法还存在大量的不足之处,许多方面有待改进,下面是一些讨论和研究方向

(1) 目前,许多结论都是根据对特定问题的数值仿真研究得到的,不仅缺乏严格的理论证明,而且普遍性也值得怀疑。因此,混沌优化的理论研究是很重要且迫切的研究课题,尤其是从理论上研究混沌的引入与控制对算法全局搜索能力的影响,其研究成果将有助于指导混沌优化算法的设计。同时,也应该注意对混沌更深入的了解和对混沌理论、分叉理论等本身的研究,这无疑对混沌优化的发展会产生推动作用。

(2) 混沌神经网络类型众多,有必要建立统一的模型和研究理论体系,这有助于开发新型的网络模型,并推动系统化的理论。

(3) 将混沌优化策略与进化算法,模拟退火算法以及禁忌搜索等方法结合使用,通过吸收多种方法的优点来提高其优化

性能。

(4) 探索混沌优化算法在复杂和大规模问题的应用潜力。

参考文献:

- [1] 李兵,蒋慰孙.混沌优化方法及其应用[J].控制理论与应用,1997,14(3):285~288
- [2] 张彤,王宏伟,王子才.变尺度混沌优化方法及其应用[J].控制与决策,1999,14(3):285~288
- [3] 李昊,胡云昌,曹宏铎.加速混沌优化方法及其应用[J].系统工程学报,2002,17(1):41~44
- [4] 欧阳红兵,汪希萱.电磁式在线自动平衡头结构参数的混沌优化[J].中国机械工程,2000,11(5):557~559
- [5] 王子才,张彤,王宏伟.基于混沌变量的模拟退火优化方法[J].1997,14(4):381~384
- [6] C. Choi, J. Lee. Chaotic local search algorithm[J], Artificial Life & Robotics, 1998, 2(1):41~47
- [7] J. J. Hopfield, D. W. Tank. 'Neural' computation of decisions in optimization problems, Biol. Cybern., 1985, 52:141~152
- [8] S. Kirkpatrick, C. Gellatt, C. Vecchi. Optimization by simulated annealing. Science, 1983, 220(4598): 671~680
- [9] L. Chen, K. Aihara. Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos, Neural Networks, 1995, 8(6): 915~930
- [10] L. Wang, K. Smith. On chaotic simulated annealing. IEEE Trans. Neural Networks, 1998, 9(4):716~718
- [11] I. Tokuda, K. Aihara, T. Nagashima. Adaptive annealing for chaotic optimization. Physical Review E, 1998, 58(4): 5157~5160
- [12] L. Chen, K. Aihara. Global Searching Ability of Chaotic Neural Networks. IEEE Trans. On Circuit & System-I: Fundament Theory & Applications, 1999, 46(8):974~993.
- [13] 张强,马润年,王超,许进.具有暂态混沌动力学的神经网络及其在函数优化计算中的应用.自然科学进展,2003,13(1):104~107
- [14] C. Zhou, T. Chen. Chaotic annealing for optimization. Physical review E, 1997, 55(3): 2580~2587
- [15] 冯春,陈永.基于混沌的全局优化新方法.机械工程学报,2004,40(2):96~101

---

作者简介 冯春,男,1970年出生,博士研究生,副教授,从事机械设计及理论的研究工作,对智能优化,进化算法,混沌分形感兴趣,发表论文30余篇,获省部级教学优秀成果三等奖一项