Титульник (=бланк)

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа содержит 69 страниц, 17 рисунков, 24 использованных источников.

ЭФФЕКТ ОБЕРТА. ГРАВИТАЦИОННЫЙ МАНЕВР. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ. ГЕОСТАЦИОНАРНАЯ ОРБИТА. ОБЕЗРАЗМЕРИВАНИЕ.

Было исследовано действие эффекта Оберта на гравитационном маневре космического аппарата, проходящего вблизи Луны, для выхода на определённое расстояние от Земли. Так же для сравнения результатов были промоделированы два других этюда – использование гравитационного маневра с помощью Луны без эффекта Оберта и уход с орбиты Земли посредством использования только двигателей космического аппарата, без участия гравитационного поля Луны. Были выведены уравнения движения в космической системе и проведено численное решение этих уравнений с помощью метода Рунге-Кутты. Построены траектории движения всех небесных тел в текущей системе. Спроектировано и разработано программное обеспечение для моделирования.

В ходе моделирования космических систем, экспериментальным путем были получены оптимальные параметры для каждого из объектов, чтобы визуализировать эффект Оберта и получить данные для сравнения. Посредством максимизации или минимизации некоторых признаков были подобраны такие данные, как: фазы старта движения Луны и космического аппарата, время и сила действия двигателя спутника для выхода с орбиты Земли, а также старт и конец действия двигателя при гравитационном маневре вблизи Луны для использования эффекта Оберта.

По полученным данным были построены графики финальных скоростей и затраченного топлива для каждого из этюдов, чтобы оценить эффективность использования эффекта Оберта.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ 10

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ 11

1.1 Постановка задачи 11

1.2 Уравнение движения маятника 12

1.2.1 Использование теоремы об изменении кинетического момента 12

1.2.2 Использование уравнения Лагранжа 14

1.2.3 Линеаризация уравнение движения 19

1.3 Исследование устойчивости верхнего положения маятника 19

1.3.1 Теория Флоке 19

1.3.2 Случай массивного стержня 30

1.3.3 Случай невесомого стержня 37

1.3.4 Исследование колебаний около верхней точки равновесия 42

1.3.5 Выводы исследований 45

2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ 46

2.1 Численный счет в MathCad 46

2.2 Исследование параметрического резонанса 53

2.3 Выводы исследований 66

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 67

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 68

ПРИЛОЖЕНИЯ (если есть)…..

Приложение 1….

Приложение 2…..

ВВЕДЕНИЕ

До появления идеи использования гравитационного маневра, да еще и с использованием эффекта Оберта существовала очень важная проблема – невозможность исследования дальних космических тел. Проблема вытекала из того, что на тот момент не было создано тех двигателей, которые позволили бы выйти на орбиты отдаленных планет для дальнейшего исследования. Перед учеными стояла задача, как разработать более эффективные реактивные двигатели. Например, использовать ядерные или электрические ракетные двигатели.

Существует более эффективный способ достижения цели вывода космических аппаратов на орбиты дальних планет. Этим способом является гравитационный маневр около массивного движущегося небесного тела или около естественного спутника планеты. В основе этого маневра лежит идея перераспределения кинетической энергии двух тел, в Луны и космического аппарата. Учитывая, что разница массы наших тел очень значительная мы получаем, что полученный разгон для космического аппарата является более эффективным способом разгона, изменения направления движения или торможения.

Эффект Оберта позволяет несколько увеличить эффективность гравитационного маневра. Сутью данного эффекта является включение двигателей спутника по направлению к небесному телу, по орбите которого происходит движение. Это позволяет получить дополнительную энергию, которая дает нам дополнительный разгон для нашего космического аппарата.

Гравитационный маневр с использованием эффекта Оберта является более эффективным способом при нынешних двигателях достигать точек, далеко отдалённых от Земли, чтобы исследовать Солнечную систему или, например, чтобы выходить за ее пределы.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

* 1. Постановка задачи

Необходимо разработать программное обеспечение для построения траекторий движений и для настройки параметров начальных данных небесных тел.

Будем рассматривать движение космической системы, состоящей из 3-х небесных тел - Земля, Луна, спутник. В этой системе для построения и анализа эффективности использования гравитационного маневра с использованием эффекта Оберта смоделируем 3 этюда:

1. Выход на определенную отдаленность от Земли без использования гравитационного поля Луны, только с помощью реактивного двигателя
2. Использование гравитационного маневра около Луны, для получения дополнительного разгона
3. Использование гравитационного маневра с использованием эффекта Оберта около Луны, для получения более эффективного дополнительного разгона

Для всех этюдов нам нужно подобрать начальные данные 3-х небесных тел, тем самым смоделировав космическую систему, где они действуют на друг друга с определенной силой притяжения и имеют первоначальные координаты и скорости.

Для первого этюда нам необходимо запустить двигатели на определенном участке траектории по направлению движения космического аппарата, чтобы уйти с орбиты Земли.

Для второго этюда нужно подобрать параметр фазы начала движения Луны, чтобы “попасть” нашим космическим аппаратом в зону действия гравитационного поля. Должны быть соблюдены все условия, чтобы гравитационный маневр был явно выражен и при этом не нарушал логику движения внутри космической системы. Например, чтобы координаты спутника не пересекались с координатами Луны.

Для третьего этюда с помощью экспериментальных исследований подобрать наилучшие точки включения и выключения двигателя, чтобы получить максимальный разгон для нашего космического аппарата. Точки подбираются с помощью перебора значений угла между векторами направления скоростей Луны и спутника.

Выведем результаты моделирования этюдов в виде графиков и таблиц и сделаем выводы об эффективности использования гравитационного маневра с использованием Эффекта Оберта.

* 1. Уравнения движения

Рассмотрим уравнения движения всех космических объектов, участвующих в системе. В рассматриваемом случае присутствуют несколько небесных тел, которые действуют на друг друга с некоторой силой притяжения. Нам необходимо вычислить сумму всех сил, действующих на каждое из тел в системе в разрезе координат. Рассмотрим наш пример с 3-мя объектами (Земля, Луна, Спутник).

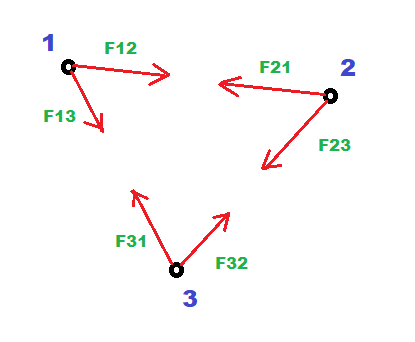


Рис. 1.1. Космическая система с направлениями действий сил приятжения

На рисунке 1.1 отображена космическая система с объектами, которые по закону всемирного тяготения Ньютона притягиваются друг к другу с некоторой силой, вызванной силой гравитации, зависящей от массы каждого тела и от расстояния между телами.

Сила притяжения каждого тела к другому определяется следующей формулой:

(1.1)

Где γ – гравитационная постоянная, m – масса тела, r - радиус вектор. Разложим (1.1) это в виде вектора по компонентам X и Y:

(1.2)

Чтобы в дальнейшем нам смоделировать движение наших космических объектов, необходимо задать вектор состояния системы:

(1.3)

Где , – координаты объектов, , - скорость объектов.

Для моделирования движения объектов нам необходимо получить новый вектор состояния, продифференцировав все предыдущие компоненты вектора состояния системы. Получим:

(1.4)

где – ускорения объектов.

Видим, что в новым векторе у нас появились ускорения, которые мы находим по 2 закону Ньютона:

(1.5)

Разложим полученную формулу по 2-м компонентам X и Y:

(1.6)

(1.7)

Получим все необходимые компоненты векторов состояний системы для дальнейшего моделирования.

* 1. Геостационарная орбита

Для определенности будем полагать, что спутник стартует с геостационарной орбиты. Геостационарная орбита – это орбита, которая расположена над экватором Земли. Особенность ее заключается в том, что спутник вращается на ней с угловой скоростью, равной угловой скорости вращения Земли вокруг оси.

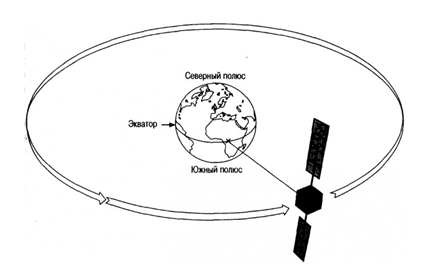


Рис. 1.2. Расположение спутника на геостационарной орбите

Вычислим радиус орбиты. Важным признаком является, что действующие на спутник силы гравитации и центробежная сила должны уравновешивать друг друга. Чтобы вычислить высоту геостационарной орбиты воспользуемся равенством:

(1.8)

Где – сила инерции, а данном случае, центробежная сила; – гравитационная сила.

По закону всемирного тяготения можем получить что:

(1.9)

Где – масса спутника, – масса Земли, – гравитационная постоянная, а – расстояние от спутника до Земли.

А величина центробежной силы равна:

(2.0)

Где – центростремительно ускорение ( – угловая скорость вращения спутника).

Подставляя (1.9) и (2.0) в (1.8) получаем:

(2.1)

Из (2.1) следует:

(2.2)

Угловая скорость равна делению угла, пройденного за один оборот на период обращения. Имеем:

Получаем, что радиус орбиты равен 42 164 километрам.

* 1. Обезразмеривание

При использовании данных в моделировании космической системы кроме реальных расстояний и скоростей автоматически нам приходится мириться со временем. То есть полный оборот Луны вокруг Земли будет длиться 24 часа. Это нас не устраивает. Для этого мы вводим обезразмерные данные относительно радиуса орбиты и расстояния, чтобы моделирование протекало быстрее и получить скорость спутника относительно новых введенных величин. Чтобы превратить метры в новые величины мы делаем следующее:

(2.3)

Где KSI – безразмерная величина.

Чтобы превратить время в обезразмерную величину нужно:

(2.4)

Где ;

- имеет размерность 1/с, поэтому чтобы скорость сделать обезразмерной, необходимо сделать следующие преобразования:

(2.5)

Тогда скорость спутника будет равна:

Таким образом мы получили обезразмерные величины для дальнейшего моделирования системы.

* 1. Стратегии достижения цели

Для оценки качества выбранного этюда мы будем определять скорость спутника на расстоянии от Земли, когда гравитационная сила изменится в 1000 раз. Так же будем считать количество топлива, которое было затрачено двигателем при уходе с орбит Земли и Луны. Важным моментом, стоить отметить, что при случае, когда мы моделируем космическую систему с помощью эффекта Оберта, то топлива мы затрачиваем больше, чем в случае выхода с орбиты Земли посредством одного двигателя или гравитационного маневра. Для чистоты экспериментов мы будем искусственно добавлять эту разницу топлива для ускорения космических аппаратов в этих двух этюдах, чтобы получить равноценную по условиям финальную скорость.

Получим необходимое расстояние от Земли, где гравитационная сила уменьшится в 1000 раз и на котором будем фиксировать финальную скорость:

(2.6)

Данная величина тоже была приведена к обезразмерной величине.

A) Рассматриваем случай, когда спутник будет уходить с орбиты посредством только одного двигателя до назначенной цели. Необходимо использовать запуск двигателя вдоль направления скорости спутника до тех пор, пока траектория космического аппарата не станет параболической и не закончится топливо. После выключения двигателей, спутник будет иметь определённую скорость, которая будет постепенно уменьшаться приближаясь к финальной точке, где фиксируются результаты.

Б) Рассмотрим этюд с использованием гравитационного маневра.

Гравитационный маневр – способ изменения скорости и направления движения спутника с помощью гравитационных полей небесных тел.

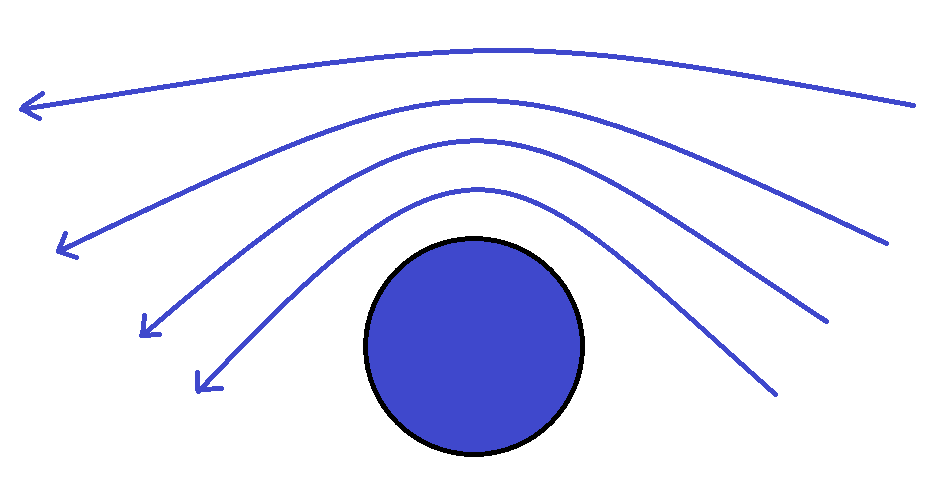
При прохождении космического аппарата рядом с гравитационным полем небесного тела меняется траектория. Чем ближе к небесному телу спутник, тем сильнее изменение его траектории. 

Рис. 1.3. Траектории полета спутника вблизи планеты

Космический аппарат пролетает в гравитационном колодце, который находится в движение, так же, как и планета, которая вращается вокруг Солнца. На вылете с орбиты планеты он получает часть орбитального импульса и ускоряется относительно Солнца.

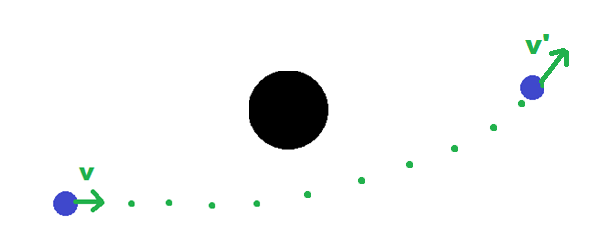
Таким образом мы приобретаем дополнительную скорость для космического аппарата, при всем этом не использовав двигатель, что позволило нам сохранить часть топлива, которое может пригодиться нам в дальнейшем путешествии.

В) Рассмотрим этюд с использованием гравитационного маневра с эффектом Оберта.

Эффект Оберта подразумевает, что двигатель прикрепленный к ракете, движущийся с большой скоростью, создает больше полезной энергии, чем такой же двигатель, движущийся медленно. То есть чем больше скорость у ракеты, тем больше кинетической энергии у нее, что позволяет ее использовать для получения большей механической мощности.

Рассмотрим 3 случая с двумя объектами(планета и космическим аппарат):

1. Первый случай, когда планета стоит на месте, а спутник пролетает рядом с ней с какой-то скоростью. Гравитация планеты воздействует на космический аппарат, и он меняет свое направления движения. Траектория получается гиперболическая.

  
Рис 1. 4.

1. Второй случай, когда планета и космический аппарат двигаются. Благодаря действиям гравитационных полей планеты, при прохождении рядом мы получаем дополнительную скорость, которая позволяет космическому аппарату выйти на гиперболическую траекторию движения, только уже более измененной траекторий и большоей скоростью. Таким образом совершается гравитационный маневр.

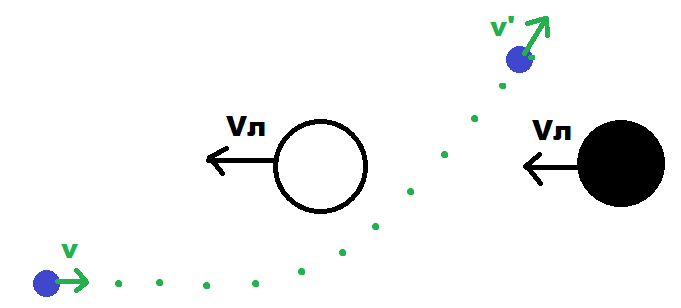


Рис 1.5.

1. Третий случай, когда в момент прохождения рядом с планетой мы включаем двигатели сила которых направленна ортогонально Луне. Дойдя до определенной точки, мы отключаем двигатель и спутник приобретает дополнительную скорость. На этом этапе мы наблюдаем, что запуск двигателя на высокой скорости вызывает больше изменений кинетической энергии, чем при запуске аналогичным образом на более низкой скорости. На высоких скоростях вызывается большее изменение механической энергии, чем при использовании на более низкой скорости.

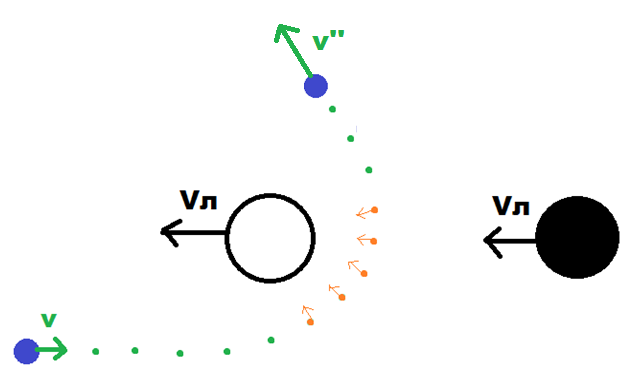


Рис 1.6.

# ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

* 1. Инструментарий

Для того чтобы смоделировать космические системы и отобразить результаты было разработано **GUI** приложение. Технологии которые были использованы:

1. Python – язык программирования
2. PyQt – набор расширений графического фреймворка Qt
3. NymPy – библиотека Python с поддержкой сложных математических структур.
4. SymPy – библиотека Python для использования символьных вычислений.
5. Matplotlib – визуализация данных двухмерной и трехмерной графики.
   1. Создание моделей объектов системы

Было создано 3 класса объектов в программе, что ими можно было опперировать ими в самом приложении, это:

1. **PlanetSystem** – основной класс, где хранится информация обо всех объектах системы. В нем есть все методы для работы с принадлежайшему ему объектами. У него есть следующие атрибуты
   1. planets – список объектов планет в моделировании.
   2. spaceShip – объект космического аппарата.
   3. SpaceBodyMoveEquations – объект библиотеки sympy, который хранит в себе уравнения движения планет.
   4. SpaceShipMoveEquations – объект библиотеки sympy, который хранит в себе уравнения движения космического аппарата.

Методы класса:

1. add\_new\_planet – метод добавления новой планеты в список всех объектов.
2. add\_spaceship – метод добавления космического аппарата в список всех объектов.
3. replace\_system – метод изменения координат в системе у всех объектов.
4. draw – метод отрисовка всех объектов системы
5. get\_move\_equations – метод получения уравнения движений всех уравнения объектов.
6. **Planet** – класс планеты. Атрибуты:
   1. x, y, z – координаты в пространстве.
   2. Vx, Vy, Vz – вектора скорости.
   3. m – масса.
   4. r – радиус.

Методы класса:

1. replace – метод измения координат.
2. draw – метод отрисовки в системе в начальный момент времени.
3. re\_draw – отрисовка планеты в новых координатах.
4. **SpaceShip** – класс космического аппарата. Атрибуты:
   1. x, y, z – координаты в пространстве.
   2. Vx, Vy, Vz – вектора скорости .
   3. m – масса.
   4. F\_dv – сила тяги двигателя.

Методы класса:

1. replace – метод измения координат.
2. draw – метод отрисовки в начальный момент вермени в системе.
3. re\_draw – отрисовка в новых координатах.
4. rot\_2D – поворот ракеты.
   1. Графический интерфейс.

Приложение для работы с моделированием системы представляет из себя окно (рис 4)

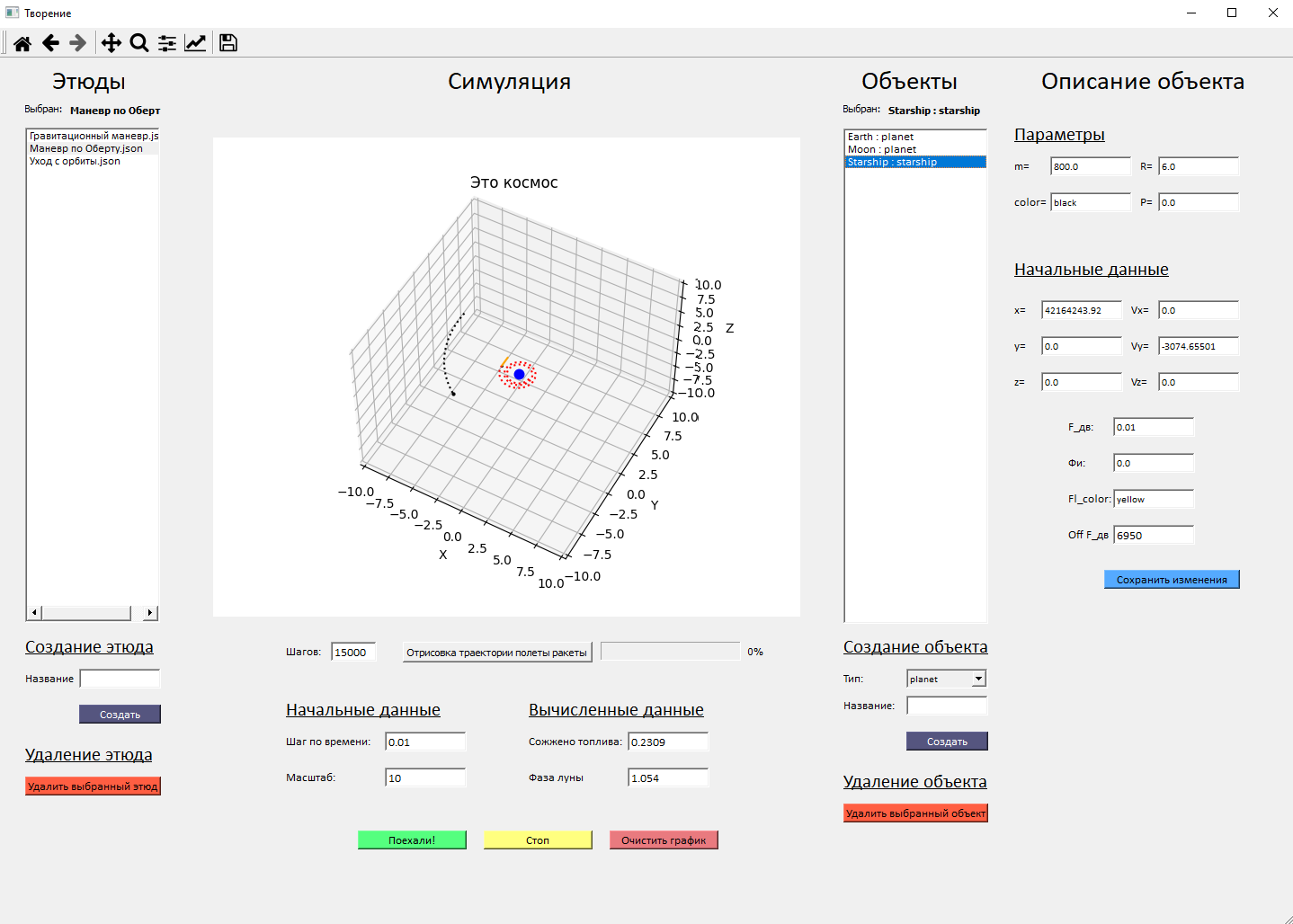


Рис. 2.1. GUI программного обеспечения

* 1. Начальные данные

Для моделирования данных этюдов нам нужно настроить начальные данные.

Координаты и скорости Луны, Земли и спутника мы рассчитываем с помощью обезразмерной величины.

Получаем что для Земли:

M = 5.9742e+24

===========================================================

Начальные данные – фаза луны, массы луны, радиус орбиты Луны. Для использования и не использования данных эфектов мы Будем играться с фазой лунны.

Уравнения интегрировались численно с помощью метода Рунге куты шаг 0.01. При прохождении рядом с Луной шаг интегрирования уменьшается для увеличения точности вблизи.

Были смоделированы 3 случая (траектории и графики скорости) и посчитать и как считалось топливо израсходованным

- Без всего. Затраченное топливо

- С гравитационным маневре. Считали фазу луны оптимальную. Как эта оптимальная фаза считалась. По расстоянию к Луне. Затраченное топливо

- С Обертом. Скорость на таком-то расстоянии равна чему-то. Где включаю, где выключаю. Как нахожу фазу. Скорость финальную. Последние графики, что скидывал. Затраченное топливо

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Качество модели получилось такое-то… Использование гравитационного захвата увеличило качество модели на столько-то …, использование модели Оберта увеличило на столько-то…

Общий график скоростей. На концах указать Vmax.

Отметим, что численное исследование моделирование эффекта Оберта дало неожиданный результат по фазе выключения двигателя. Мы предполагали, что максимальная скорость будет наблюдаться когда мы будем выключать двигатель, когда скорость спутника будет со направлена скорости луны, но оказалось, что лучше когда скорость против направлено расстоянию от Земли. Таким образом цель использования эффекта Оберта не в том, чтобы стащить кусок скорости Луна, а в том, чтобы развернуть имеющийся у спутника вектор скорости на направление от Земли.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

ПРИЛОЖЕНИЯ