

# Meccanica Quantistica

Marco Militello

# Indice

<b>1</b>	<b>La crisi della fisica classica</b>	<b>2</b>
1.1	Corpo nero . . . . .	2
1.2	Effetto fotoelettrico . . . . .	2
1.3	Effetto Compton . . . . .	2
1.4	Spettri atomici . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Interferenza e diffrazione onde elettromagnetiche</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>La polarizzazione della luce</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>De Broglie</b>	<b>8</b>

# Capitolo 1

## La crisi della fisica classica

Concetti incompatibili con la fisica classica, che non si riescono a spiegare. Per fisica classica si intende

1. meccanica newtoniana
2. termodinamica fisica statistica classica
3. elettromagnetismo e le leggi di Maxwell
4. relatività ristretta

### 1.1 Corpo nero

Universalità: stesso spettro di emissione. Basi termodinamiche  $\rightarrow$  Kirchoff.

1900 Planck: giunge a risultato giusto, ma partendo da principi sbagliati

$$g(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Ottiene questa relazione grazie a fit dei dati sperimentali; aggiusta i parametri: si ottiene per la prima volta  $h$ , la costante di Planck

$$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s \quad (1.1)$$

ha la stessa dimensione di un momento angolare

### 1.2 Effetto fotoelettrico

1905 Einstein

Proposta di Einstein che spiega l'effetto: scambio di energia come multiplo di  $h\nu \rightarrow$  QUANTI DI RADIAZIONE.

Nel grafico dell'energia massima in funzione della frequenza, Millikan misurò la pendenza della retta che risultò essere  $\frac{h}{e}$ . Si continuava però a pensare che l'energia si propagasse nel continuo, mentre durante le interazioni ci fossero scambi a pacchetti. Questa idea viene abbandonata con l'effetto Compton

### 1.3 Effetto Compton

Raggi-x su un metallo;  $E_m \gg E_{legame}$ : in questo modo gli elettroni sono visti come liberi.

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

se  $v=c$  allora  $m=0$ . Quindi

$$p^2 c^2 = E^2 = (h\nu)^2 \Rightarrow p = \frac{h\nu}{c}$$

## Esperimento

Tratto fotone come particella con  $\begin{cases} E = h\nu \\ p = \frac{h\nu}{c} \end{cases}$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \sin(\theta))$$

onda elettromagnetica non completamente descritta dalle leggi di Maxwell

$\frac{h}{m_e c} \simeq 2.4 \times 10^{-12} m$ : lunghezza d'onda di Compton per l'elettrone  $\Rightarrow$  ha la dimensione di una lunghezza.  
1926 Lewis: assegna nome ai fotoni

## 1.4 Spettri atomici

Spettro solare ha delle righe nere: radiazione viene assorbita dallo strato esterno del sole e poi viene diffusa, quindi ci arriva meno intensa  $\Rightarrow$  righe nere. *He* scoperto grazie allo spettro solare.

1897: scoperta elettrone

Modelli atomici  $\rightarrow$  Rutherford: però non riesce a spiegare spettri atomici

Emissione e assorbimento non sono un continuo

Bohr: Energia quantizzata

$$\nu_{mn} = (E_m - E_n) \frac{1}{h}$$

ma non dà alcun tipo di spiegazione

$$m_e v r = n \hbar \quad \text{momento angolare è multiplo intero di } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

## Capitolo 2

# Interferenza e diffrazione onde elettromagnetiche

Luce descrivibile con fenomeni ondulatori.

Esperimento doppia fenditura: metto uno schermo a una distanza  $L \gg \lambda$  dalle fenditure. In ogni punto ho che  $I \neq I_1 + I_2$ , ma ho che

$$I = |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2 \neq |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2$$

La differenza di fase vale  $d \sin(\theta)$ ; se la differenza di fase vale  $n \frac{\lambda}{2}$  allora ho interferenza distruttiva. Il primo punto di buio si ha per

$$\theta = \frac{n \lambda}{2 d} \text{ con } n = 1$$

Se prendo una lampadina gialla (580 nm) da 100 W, allora vengono emessi  $\sim 10^{20}$  fotoni al secondo. Cosa succede se abbasso intensità fino ad avere emissione di un fotone al secondo? L'esperimento della doppia fenditura porta allo stesso risultato precedente; però se ripeto di nuovo l'esperimento la posizione di ogni singolo fotone è diverso, anche se la figura che si viene a creare porta allo stesso risultato. Allora devo introdurre una trattazione probabilistica: posso solo dare distribuzione probabilità

Se chiudo una delle due fenditure non osservo alcuna figura di interferenza: il fotone "sente" la presenza di entrambe le fenditure. Ma con chi interferisce il fotone? Da che fenditura passa?

Esperimenti per capire da che fenditura sia passato il fotone distruggono la figura di interferenza  $\Rightarrow$  misura microscopica disturba il fenomeno.

Risultati esperimento:

1. Fotone colpisce schermo in un punto ben preciso  $\Rightarrow$  deposita tutta la sua energia  $h\nu$
2. Con pochi eventi lo schermo sembra riempirsi in maniera casuale; non sappiamo esattamente dove andrà un fotone, ma possiamo dire dove si sono addensati maggiormente  $\Rightarrow$  PROBABILITÀ
3. Se chiudo una fenditura sparisce figura di interferenza: fotone con  $\lambda \ll d$  "sente" le 2 fenditure; ogni tentativo di capire da quale fenditura passi il fotone distrugge la figura di interferenza  $\rightarrow$  disturbo con la misura. La misura su un sistema microscopico lo può disturbare in maniera significativa.

In fisica classica, date le condizioni iniziali posso completamente determinare il moto di una particella; invece non posso determinare moto di un fotone: fotone ha una certa probabilità di colpire lo schermo proporzionale all'intensità  $I(x)$  [probabilità che fotone finisca in un punto preciso dello schermo]

### Dualismo onda-particella

In alcuni esperimenti è più facile interpretare come particella altre volte come onda; la vera natura è l'elettrodinamica quantistica

1. La radiazione elettromagnetica si comporta come un flusso di particelle
2. Previsioni sul comportamento sono solo probabilistiche
3. In un certo punto  $\vec{r}$  dello schermo al tempo  $t \rightarrow$  fotone è portato da campo elettrico  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  che è soluzione delle equazioni di Maxwell; campo elettrico va interpretato come un'ampiezza di probabilità di trovare un fotone in un istante  $t$  in un punto  $\vec{r}$

$$|E(\vec{r}, t)|^2 \rightarrow \text{densità di probabilità}$$

4. Le equazioni di MAXwell sono lineari in  $\vec{E} \Rightarrow$  vale principio di sovrapposizione: se  $E_1, E_2$  sono soluzioni delle equazioni di Maxwell allora anche  $\vec{E} = \lambda_1 \vec{E}_1 + \lambda_2 \vec{E}_2$  con  $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$  è soluzione delle equazioni di Maxwell. Principio di sovrapposizione è anche quello che ci permette di spiegare interferenza

"Ogni fotone interfesce solo con se stesso"

## Capitolo 3

# La polarizzazione della luce

La luce ha una direzione privilegiata. Es.: laser, smartphone

### Esperimento

Mettere immagine

Interpretazione classica: c'è onda che si propaga lungo  $z$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \vec{e}_p e^{i(kz - \omega t)} + c.c. \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = 2\pi\nu \quad \lambda\nu = c$$

Il campo elettrico è libero, non ci sono cariche  $\Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{k} \cdot \vec{e}_p = 0$ . Quindi trasverso rispetto alla direzione di propagazione

$\vec{k} // \vec{z} \Rightarrow$  il vettore di polarizzazione appartiene al piano perpendicolare alla direzione di propagazione

$$I_0 = |E_0|^2$$

Dopo polarizzazione:  $\vec{E}'(\vec{r}, t) = E'_0 \vec{e}_x e^{i(kz - \omega t)}$

$$E'_0 = E_0 \cos \theta \Rightarrow I = I_0 \cos^2 \theta$$

Dopo polarizzatore passa solo componente parallela  $\rightarrow$  interpretazione che viene data.

Adesso faccio esperimento in cui diminuisco intensità fascio fino a che emetta solo un fotone alla volta.

Conseguenze:

1. Rilevatore o vede il fotone o non lo vede
2. Quando vede fotone lo vede tutto  $\rightarrow$  tutta energia  $h\nu$
3. se  $\begin{cases} \theta = 0 \Rightarrow \text{rilevatore vede tutto fotone} \\ \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{rilevatore non lo vede mai} \end{cases}$

La probabilità con cui vedo fotone è  $\cos^2 \theta \Rightarrow$  Numero fotoni arrivato  $= N_0 \cos^2 \theta$ . Ogni singolo fotone può essere rappresentato come miscela di 2 stati

- uno stato con probabilità di passare 1:  $\psi_x$
- uno stato con probabilità di passare 0:  $\psi_y$

Questi valori sono mutualmente esclusivi

4. Descrivo come somma di due stati  $\psi_p = \psi_x \cos \theta + \psi_y \sin \theta \rightarrow$  inizio principio di decomposizione spettrale

- $\psi_x$  passa con probabilità  $|\cos \theta|^2 = \cos^2 \theta$

- $\psi_y$  non passa con probabilità  $|\sin \theta|^2 = \sin^2 \theta$

Interpretazione probabilistica è sensata perchè  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

5. Se io ora metto un altro polarizzatore lungo x, tutti i fotoni passeranno perchè ora tutti i fotoni sono  $\psi_x$ : dopo polarizzatore lo stato fotone è diventato  $\psi_x$ . La misura ha fatto precipitare lo stato del sistema da  $\psi_p$  a  $\psi_x$



## Capitolo 4

# De Broglie

Maxwell introduce andamento ondulatorio della radiazione elettromagnetico, mentre Einstein ipotizza andamento corpuscolare. De Broglie nel 1923 introduce ipotesi andamento ondulatorio elettroni.

Onda  $\rightarrow \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t)$ ; per essere invariante secondo Lorentz  $(\vec{k}, \omega), (\vec{p}, E)$  diventano tetra-vettrici

$$|\vec{p}| = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar |\vec{k}| \Rightarrow \frac{h}{|\vec{p}|}$$

Ad ogni particella di massa  $m$  è associato  $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$  e quindi un'onda  $\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}$

Numericamente

1. Elettroni