

Relazione di Laboratorio del 12/06/2022

Lisa Merlo, Marco Militello, Nicolò Negro Pet

12/06/2022

1 Strumenti di laboratorio

1. Interferometro Pasco
2. Laser a luce rossa (He-Ne)
3. Laser a stato solido
4. Specchi e lenti
5. Righello in metallo

2 Introduzione

L'esperienza consiste nel calibrare ed effettuare misure sperimentali per studiare il fenomeno dell'interferenza. Per fare ciò si utilizzano due configurazioni del set-up sperimentale: quella di Fabry-Perot e di Michelson-Morley.

3 Metodo

3.1 Prima parte - Configurazione di Fabry-Perot

L'esperimento si basa sulle figure di interferenza, ovvero punti di luce e buio create da onde elettromagnetiche in differenza di fase. Queste vengono proiettate su uno schermo, nel nostro caso il muro, tramite un laser a elio-neon, uno specchio mobile e una lente. La configurazione viene riportata in [Figura 1](#). In particolare il laser va allineato, grazie ai supporti mobili, in modo tale che il fascio di luce venga riflessa dalla lente e ritorni esattamente nel punto di partenza. In seguito viene montato anche lo specchio regolabile, il quale deve essere parallelo a quello mobile, in modo tale che sul muro sia visibile solo un punto luminoso. Infine viene montata la lente da 18mm che ha il compito di far divergere il fascio emesso dal laser.

I fasci fuoriescono dalla cavità di Fabry-Perot con un angolo pari a θ rispetto al cammino ottico originario. A causa delle riflessioni, per ogni raggio si possono avere due o più raggi sfasati e paralleli. Considerando due raggi, uno non riflesso e uno che ha subito una doppia riflessione, essi creeranno una figura di interferenza sullo schermo. In particolare, è possibile trovare il massimo di interferenza di ordine N , che corrisponde a un'interferenza costruttiva, con differenza di fase tra i raggi δ pari a $2N\pi$. La relazione che descrive le figure di interferenza è la seguente:

$$p_0 + 2 \cdot d \cdot \cos\theta = N \cdot \lambda \quad (1)$$

La variabile p_0 corrisponde a $\delta_r \cdot \frac{\lambda}{2\pi}$ con δ_r pari allo sfasamento dovuto dalle riflessioni del secondo raggio, mentre $2 \cdot d \cdot \cos\theta$ corrisponde alla differenza di cammino ottico.

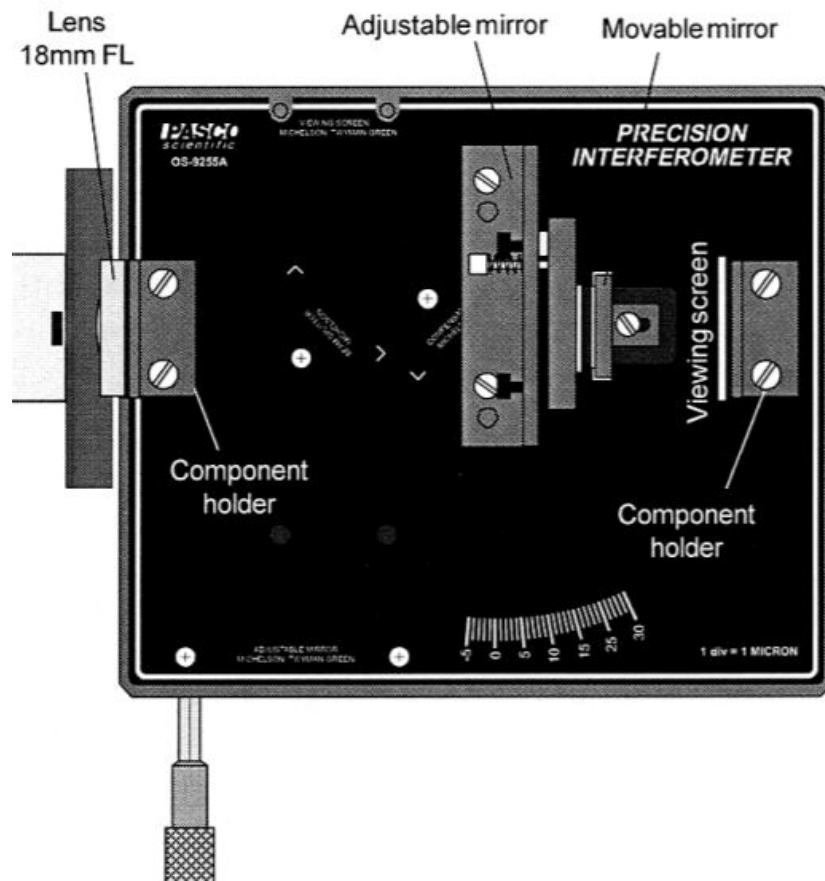


Figura 1: Configurazione di Fabry - Perot

E' inoltre possibile modificare la distanza tra gli specchi e di conseguenza il cammino ottico dei raggi. In questo caso si avranno delle frange che scorrono sullo schermo, il cui numero ΔN è legato a Δd tramite la legge:

$$2 \cdot \Delta d \cdot \cos\theta = \Delta N \cdot \lambda \quad (2)$$

3.2 Seconda parte - Configurazione di Michelson - Morley

La configurazione utilizzata viene riportata nella [Figura 2](#), senza l'uso del compensatore.

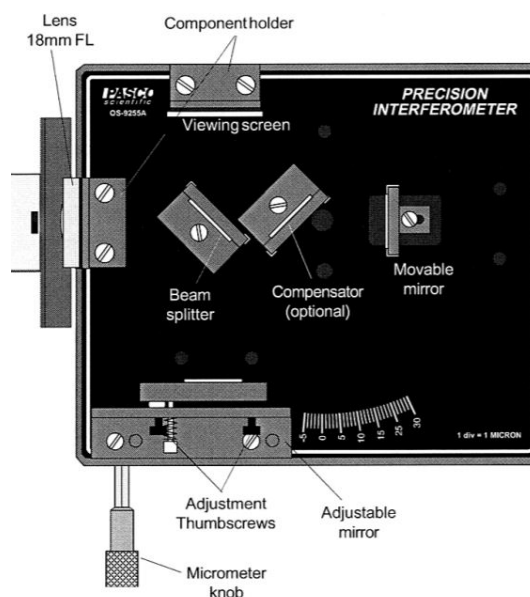


Figura 2: Configurazione di Michelson - Morley

3.2.1 Misure per l'indice di rifrazione dell'aria

Per poter misurare l'indice di rifrazione dell'aria viene montata sul "rotational pointer" la cella a vuoto, perpendicolarmente al raggio di luce. E' possibile modificare la pressione all'interno della cella in maniera tale da osservare le frange scorrere. Il numero di frange è legato alla variazione della pressione e all'indice di rifrazione tramite:

$$2 \cdot d \cdot m(P_i - P_f) = \Delta N \lambda \quad (3)$$

con $n = m \cdot P + 1$.

3.2.2 Misure per l'indice di rifrazione del vetro

La cella a vuoto viene sostituita con una lastra di vetro, di cui si vuole ricavare l'indice di rifrazione. Per fare ciò si misura innanzitutto l'angolo θ_i , che corrisponde al minimo cammino ottico. Ruotando il rotational pointer a partire da θ_i si conta il numero di frange che scorrono sullo schermo, dettato dalla legge:

$$2 \cdot d \cdot (D_i - D_f) = \Delta N \cdot \lambda \quad (4)$$

Esplicitando i valori delle distanze D_i e D_f si ricava:

$$n_{vetro} = \frac{(2d - \Delta N \lambda)(1 - \cos(\theta))}{2d \cdot (1 - \cos(\theta)) - \Delta N \lambda} \quad (5)$$

3.2.3 Misure per la lunghezza d'onda del laser a stato solido

Impostata la configurazione [Figura 2](#), si allinea il laser a stato solido e, modificando la distanza tra gli specchi, si conta il numero di frange in scorrimento. Il modello atteso corrisponde all'[Equazione 2](#).

3.3 Misure per l'incidenza del righello

Per questa misura si utilizza un righello in metallo, posizionato a circa un metro di distanza dal muro, e si fa incidere il laser a He-Ne in modo tale che una parte del fascio venga riflessa e l'altra prosegua dritta. In questo modo è possibile osservare due punti più luminosi che corrispondono al fascio non deviato P_t e al raggio riflesso P_0 . Conoscendo sia le distanze tra il fascio incidente e gli altri punti che la distanza tra righello e muro, è possibile calcolare gli angoli θ_N , che seguono la legge:

$$d \cdot (\cos\theta_{inc} - \cos\theta_N) = N \lambda \quad (6)$$

3.4 Esperienza virtuale

In questa parte viene sfruttato un simulatore di un interferometro di Fabry - Perot su Geogebra per studiare la calibrazione dello strumento stesso e misurare lunghezze d'onda ignote.

La distanza tra gli specchi viene misurata in δ , con unità di misura non specificata. Per poter trovare quest'ultima abbiamo modificato la distanza tra gli specchi della cavità di Fabry-Perot e contato il numero di frange in scorrimento. In questo modo, conoscendo la lunghezza d'onda del laser (632 nm), è possibile ricavare il valore di $\Delta\delta$ in metri e confrontarlo con il valore nell'unità di misura ignota tramite la legge:

$$2\Delta\delta\cos(\theta) = \Delta k \cdot \lambda \quad (7)$$

Una volta calibrato l'interferometro, abbiamo cambiato la sorgente per stimarne la relativa lunghezza d'onda. Questo processo è stato ripetuto per 3 laser distinti.

4 Dati

Gli errori sulle misure dirette sono pari alla sensibilità degli strumenti. Le incertezze sulle misure indirette vengono stimate tramite la propagazione degli errori.

4.1 Prima parte - Configurazione di Fabry Perot

Posizione angolare massimi θ	
N	θ [rad]
4	0.0111 ± 0.0004
3	0.0154 ± 0.0004
2	0.0192 ± 0.0004
1	0.0225 ± 0.0003

Numero di frange Configurazione Fabry-Perot							
ΔN	84	77	75	78	80	75	81

4.2 Seconda parte - Configurazione di Michelson-Morley

Numero di frange Configurazione Michelson-Morley							
ΔN	79	81	86	77	83	84	83

4.2.1 Misure per l'indice di rifrazione dell'aria

Numero di frange n_{aria}	
ΔP [kPa]	ΔN
24 ± 4	5
34 ± 4	7
51 ± 4	10

4.2.2 Misure per l'indice di rifrazione del vetro

Numero di frange n_{vetro}	
$\Delta\theta$ [rad]	ΔN
0.035 ± 0.017	0
0.052 ± 0.017	3
0.070 ± 0.017	11
0.087 ± 0.017	16
0.105 ± 0.017	29
0.122 ± 0.017	42
0.140 ± 0.017	60
0.157 ± 0.017	84
0.175 ± 0.017	111

4.2.3 Misure per la lunghezza d'onda del laser a stato solido

Numero di frange Laser verde														
ΔN	84	83	82	88	97	92	102	81	85	82	96	87	109	88

4.3 Interferenza con il righello

Posizione angolare massimi [rad]	
N	$\Delta\theta$
-2	0.077 ± 0.007
-1	0.096 ± 0.008
0	0.109 ± 0.006
1	0.119 ± 0.006
2	0.127 ± 0.007

4.4 Esperienza virtuale

Numero di frange						
Sorgente 2						
$\Delta\delta$ [μm]	1.55	3.99	3.2	5.89	8.69	13
ΔN	5	14	11	21	30	45
ΔN	5	14	11	21	31	46

Numero di frange			
Sorgente 3			
$\Delta\delta$ [μm]	13	3.62	8.84
ΔN	50	14	34
ΔN	51	14	34

Numero di frange			
Sorgente 4			
$\Delta\delta$ [μm]	13	7.26	9.25
ΔN	56	31	40
ΔN	56	30	40

5 Analisi dati

5.1 Prima parte - Configurazione di Fabry Perot

Una volta ricavate le misure riportate in [sottosezione 4.1](#), è stata svolta l'interpolazione tramite la formula [Equazione 1](#) per poter trovare il valore di d , distanza tra gli specchi. Si noti che al massimo di raggio minore si associa un N maggiore (pari a 4).

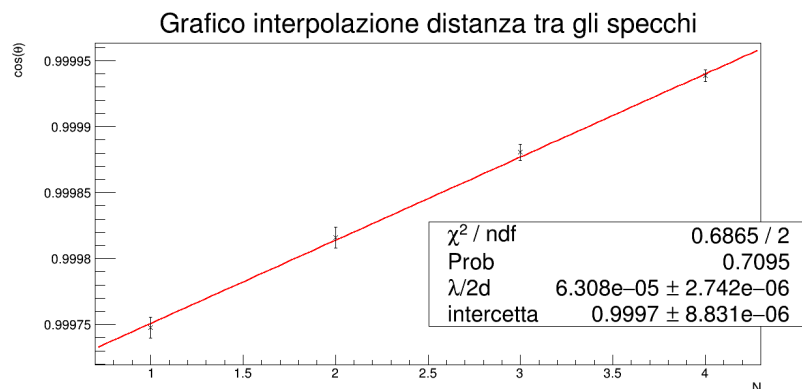


Figura 3: Interpolazione dei dati - Distanza tra gli specchi

Dal fit riportato in figura si ottiene un χ^2 di circa 0.7 che, con 2 gradi di libertà, restituisce una probabilità del 71%. Data la soglia di accettabilità del 5%, esso ci permette di dire che i dati sono in accordo con il

modello atteso. Inoltre, si ottiene d pari a 5 ± 2 mm, in accordo con il valore di 7.0 ± 0.1 mm misurato con un calibro in laboratorio. Questa tesi è supportata dal test di compatibilità che abbiamo svolto, il quale ci restituisce il seguente risultato: $100 - p(\text{entro } 0.99\sigma) = 32.22\%$ che è maggiore dell'1%. La distanza tra gli specchi è stata poi modificata e sono state contate le frange. Abbiamo ricavato il valor medio e la deviazione standard della media di Δd , che risulta pari a $24.9 \pm 0.4 \mu\text{m}$ che, confrontato con il valore atteso di $25 \mu\text{m}$ tramite il t-test, risulta essere accettabile. Il risultato è il seguente: $100 - p(\text{entro } 0.25\sigma) = 80.26\%$ che è maggiore dell'1%.

5.2 Seconda parte - Configurazione di Michelson-Morley

Dopo aver cambiato la configurazione dell'interferometro, è stata fatta variare la distanza tra gli specchi, la cui stima è stata calcolata tramite valor medio e deviazione standard della media. Il numero di frange calcolato è riportato nella tabella [sottosezione 4.2](#). Anche in questo caso, abbiamo ottenuto un valore di $26.0 \pm 0.3 \mu\text{m}$, che è stato confrontato con quello atteso di $25 \mu\text{m}$ tramite un test di compatibilità che ci restituisce una probabilità minore dell'uno per cento.

5.2.1 Misure per l'indice di rifrazione dell'aria

Abbiamo variato più volte la pressione ΔP all'interno della camera e contato il numero di frange in scorrimento. I dati sono stati poi interpolati usando m come parametro libero, tramite la legge [Equazione 3](#).

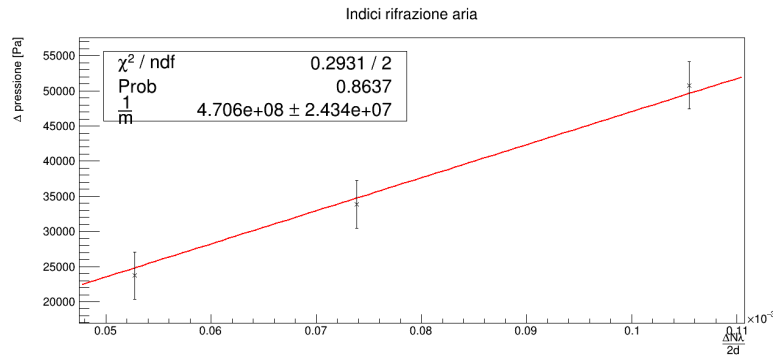


Figura 4: Interpolazione dei dati - Indice rifrazione dell'aria

Dal fit si ottiene un χ^2 di 0.29 con 2 gradi di libertà e una probabilità del 86% e un indice m pari a $(2.1 \pm 0.5) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$.

Sapendo che $n = m \cdot P + 1$, si ottiene, per la pressione di 1 atmosfera, $n_{aria} = 1.00021 \pm 0.00005$, che confrontato mediante il t-test con il valore atteso di 1.0002, ci restituisce una probabilità di compatibilità del 74.15%.

5.2.2 Misure per l'indice di rifrazione del vetro

In questo caso abbiamo ruotato la lastra di vetro con diversi $\Delta\theta$ e contato il numero di frange. I valori sono stati poi interpolati secondo la formula [Equazione 5](#) usando n_{vetro} come parametro libero.

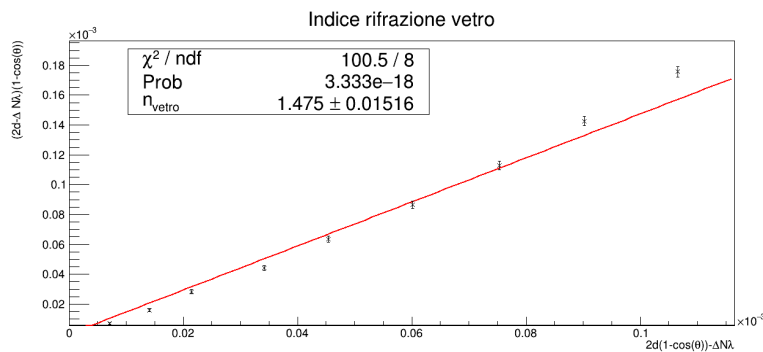


Figura 5: Interpolazione dei dati - Indice rifrazione del vetro

Dal valore del χ^2 si nota che il risultato dell'interpolazione non è accettabile. Possiamo supporre che ciò sia causato da un numero troppo limitato di dati, soprattutto per angoli maggiori di 10° .

5.2.3 Misure per la lunghezza d'onda del laser a stato solido

E' stata effettuata una misura ripetuta del numero di frange in scorrimento al variare della distanza tra gli specchi, pari a $\Delta d = 25 \mu\text{m}$.

Abbiamo quindi ricavato il valor medio e la deviazione standard della media relativa alla lunghezza d'onda del laser verde, che è risultata pari a $\lambda_v = 5620 \pm 140 \text{ \AA}$. Sapendo che la lunghezza d'onda del verde si attesta tra 5200 e 5650 \AA , abbiamo svolto un test di compatibilità e il risultato, di poco maggiore all'uno per cento, ci porta a stabilire che la misura sia in accordo con il valore atteso.

5.3 Misure per l'incidenza del righello

Innanzitutto abbiamo identificato il raggio riflesso, a cui abbiamo associato N pari a 0. Dopo di che abbiamo ricavato le distanze angolari tra i diversi punti e abbiamo interpolato secondo la legge [Equazione 6](#) per trovare il valore d, cioè il passo del righello.

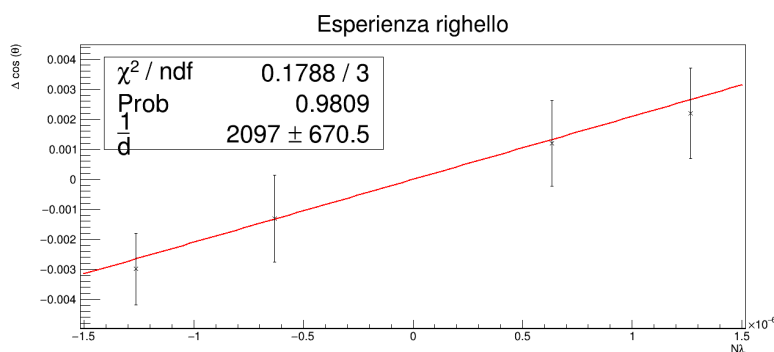


Figura 6: Interpolazione dei dati - Righello

Dal fit riportato in figura si ottiene un χ^2 di 0.1788 che, con 3 gradi di libertà, ci restituisce una probabilità del 98 %.

Abbiamo inoltre ricavato un valore di d pari a $0.5 \pm 0.2 \text{ mm}$, da confrontare con quello atteso di 1 mm. E' stato quindi effettuato un test di compatibilità e abbiamo ottenuto che le due misure distano di 2.5σ , ovvero la probabilità che la discrepanza sia di origine statistica è pari al 2.24%. Questo ci porta a dire che le misure sono compatibili.

5.4 Esperienza virtuale

Innanzitutto è stato calcolato il valore di $1/\delta$ in un'unità di misura conosciuta, che è risultato pari a $1.2 \mu\text{m}$. Dopodiché, variando δ , è stato raccolto il numero di frange in scorrimento per ogni laser, le cui lunghezze d'onda sono riportate di seguito.

λ ottenute	
N	$\lambda [\text{\AA}]$
2	5980 ± 210
3	5300 ± 60
4	4840 ± 120

Nel caso del secondo laser usato ($N = 2$), il risultato è coerente con quanto ci aspettavamo: il laser produceva un fascio di colore giallo e la lunghezza d'onda ottenuta è in accordo con quella prevista per questo colore (5650-5900 \AA). Negli altri due casi, invece, le lunghezze d'onda non corrispondono al colore delle figure di interferenza. In particolare, per $N = 3$, si osserva un fascio di colore blu (4350-5000 \AA), mentre la lunghezza d'onda calcolata corrisponde a quella del verde (5200-5650 \AA). Per quanto riguarda la terza misura ($N = 4$), il laser produce un fascio di luce verde mentre la λ calcolata corrisponde a quella del blu.

6 Conclusione

Per quanto riguarda la prima parte, l'analisi dei dati ha restituito dei valori coerenti con quanto previsto: i valori di d (distanza tra gli specchi) e di Δd stimati sono in accordo con quanto atteso.

Nella seconda parte sia l'indice di rifrazione dell'aria che la lunghezza d'onda del laser a stato solido, ricavati tramite interpolazione, sono in accordo con quanto atteso. Nel caso dell'indice di rifrazione del vetro e dell'interferenza con il righello, invece, non siamo riusciti a ottenere un risultato compatibile. Infine, l'esperienza virtuale è stata portata a termine con successo e siamo riusciti a stabilire quali lunghezze d'onda fossero in accordo con il colore delle figure di interferenza raffigurate.

7 Bibliografia

- Precision Interferometer Manual - Pasco Scientific