

Relazione di Laboratorio del 12/06/2022

Lisa Merlo, Marco Militello, Nicolò Negro Pet

12/06/2022

1 Strumenti di laboratorio

1. Spettrometro
2. Prisma
3. Reticolo
4. Lampade ad arco

2 Introduzione

Lo scopo dell'esperienza è lo studio delle righe di emissione caratteristiche di più gas eccitati, tramite l'utilizzo di uno spettrometro e di un prisma, o reticolo.

3 Metodo

Lo spettrometro è uno strumento che produce un fascio di luce collimata che viene scomposta da un prisma o da un reticolo nelle cosiddette linee o righe spettrali. Per renderle maggiormente visibili all'occhio umano si utilizza una seconda lente focale contenuta in un telescopio, il quale deve essere messo a fuoco all'inizio dell'esperienza. L'altro strumento che viene utilizzato è la lampada ad arco. Essa è costituita da un tubo di quarzo o vetro contenente due elettrodi e il gas mantenuto a bassa pressione. Quando la corrente stimola gli elettrodi, questi ionizzano gli atomi i quali emettono un fascio luminoso che può essere scomposto successivamente per studiarne le righe spettrali. Le linee da noi studiate sono quelle di prima ionizzazione.

3.1 Prima parte - misure con il prisma

Lo scopo di questa parte è quello di calcolare i coefficienti di Cauchy della seguente equazione:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \dots \quad (1)$$

dati l'indice di rifrazione e l'angolo di minima deviazione δ . Per fare ciò ci siamo serviti di una lampada contenente vapori di mercurio. In primo luogo abbiamo posizionato il prisma a base triangolare sul tavolo rotante dello spettrometro ed è stato misurato l'angolo δ per ogni riga visibile. Per ciascuna di esse si ricava l'indice di rifrazione di tale lunghezza d'onda. Per fare ciò, si sottrae all'angolo letto in corrispondenza della riga da osservare quello riportato sulla scala di Vernier quando il telescopio è allineato alla luce non deviata. Si ricava poi l'indice di rifrazione tramite la relazione:

$$\sin\left(\frac{\delta + \alpha}{2}\right) = n \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (2)$$

Il parametro α corrisponde all'angolo del prisma, pari a $\frac{\pi}{3}$. Le lunghezze d'onda relative a ogni riga sono state consultate dal [database del NIST](#).

Successivamente, la lampada è stata sostituita con un tubo spettrale contenente un gas ignoto. L'indice di rifrazione è stato calcolato tramite [Equazione 2](#) e, conoscendo A e B, abbiamo ricavato le lunghezze d'onda di ogni riga. Infine, abbiamo confrontato queste ultime con le lunghezze d'onda dei gas nobili per poter identificare l'elemento contenuto nel tubo spettrale.

3.2 Seconda parte - Misura con il reticolo

Una volta conclusa la prima parte, è stato sostituito il prisma con un reticolo, collocato sul tavolo rotante perpendicolarmente alla fenditura del collimatore, ed è stata usata una lampada al sodio. Lo scopo della seconda parte consiste nel trovare la distanza (d) tra le fenditure del reticolo tramite la formula seguente:

$$d \sin(\theta) = n\lambda \quad (3)$$

in cui n rappresenta l'ordine massimo, considerando $n = 0$ per la linea centrale, mentre λ rappresenta la lunghezza d'onda della luce incidente.

3.3 Terza parte - Esperienza virtuale

L'obiettivo della terza ed ultima parte è la scelta della procedura migliore per la misura dell'angolo di minima deviazione e i coefficienti A e B della formula di Cauchy. Il fenomeno è stato studiato tramite un simulatore di spettrometro a prisma su GeoGebra. Le procedure studiate sono due:

1. Misura ripetuta dell'angolo di minima deviazione δ ;
2. Campionamento dell'angolo di deviazione in funzione dell'angolo di incidenza.

In entrambi i casi, le misure sono state effettuate grazie alla rotazione del prisma. Una volta ottenuta la miglior stima dell'angolo δ , abbiamo ricavato il valore di n tramite la relazione 2 e infine, conoscendo le lunghezze d'onda studiate, abbiamo ricavato A e B.

4 Dati

I dati della posizione angolare sono stati raccolti attraverso la scala di Vernier e convertiti in radianti tramite la seguente formula:

$$\text{gradi} \left(\frac{\pi}{180} \right) + \text{primi} \left(\frac{\pi}{60 \cdot 180} \right)$$

Per quanto riguarda gli errori, per le misure indirette sono stati calcolati tramite le formule della propagazione degli errori. Nel caso degli errori relativi alle posizioni angolari, è stata utilizzata la larghezza della banda osservabile.

4.1 Prima parte - Misure con il prisma

Lampada Hg		
Angolo δ [rad]	Indice n	Lunghezza d'onda λ [Å]
0.950 ± 0.004	1.681 ± 0.002	5790.663 ± 0.001
0.964 ± 0.004	1.689 ± 0.002	5460.735 ± 0.001
1.038 ± 0.004	1.727 ± 0.002	4358.328 ± 0.001
1.081 ± 0.004	1.749 ± 0.002	4339.223 ± 0.001
1.087 ± 0.004	1.752 ± 0.002	4046.563 ± 0.001

Tubo Spetttrale	
Angolo δ [rad]	Indice n
1.043 ± 0.004	1.730 ± 0.002
1.042 ± 0.004	1.729 ± 0.002
1.030 ± 0.004	1.724 ± 0.002
0.963 ± 0.004	1.689 ± 0.002
0.954 ± 0.004	1.684 ± 0.002
0.942 ± 0.004	1.677 ± 0.002

4.2 Seconda parte - Misure con il reticolo

Quando l'incidenza della luce sul reticolo è perpendicolare, la figura che viene prodotta è simmetrica, quindi i massimi di interferenza che si possono vedere a destra e a sinistra sono collocati alla stessa distanza da quello centrale più luminoso. θ corrisponde alla differenza tra l'angolo del massimo centrale e quello del massimo studiato.

Posizioni angolari		
Angolo massimo centrale	Angolo massimo sx	Angolo massimo dx
44° 35'	34° 14'	54° 59'
44° 35'	23° 33'	65° 43'
44° 35'	12° 19'	77° 25'
44° 35'	357° 39'	91° 4'
44° 35'	343° 17'	111° 43'

Misure con il reticolo (dx)			Misure con il reticolo (sx)		
Ordine n	$\sin(\theta)$	$n \cdot \lambda[\text{\AA}]$	Ordine n	$\sin(\theta)$	$n \cdot \lambda[\text{\AA}]$
0	0.000 ± 0.003	0 ± 500	0	0.000 ± 0.006	0 ± 500
1	0.180 ± 0.003	5900 ± 500	1	0.180 ± 0.006	5900 ± 500
2	0.360 ± 0.003	11800 ± 500	2	0.360 ± 0.006	11800 ± 500
3	0.5400 ± 0.0023	17700 ± 500	3	0.540 ± 0.006	17700 ± 500
4	0.730 ± 0.002	23600 ± 500	4	0.730 ± 0.004	23600 ± 500
5	0.920 ± 0.001	29400 ± 500	5	0.920 ± 0.003	29400 ± 500

5 Analisi dati

5.1 Misure con il prisma - Lampada Hg

Dopo aver raccolto le misure, per poter ricavare i coefficienti di Cauchy A e B, abbiamo effettuato un'interpolazione tramite ROOT secondo l'Equazione 1. I valori ottenuti sono:

A	1.615 ± 0.004
B	$(2.20 \pm 0.08) \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$

Il risultato del fit è riportato nella figura seguente:

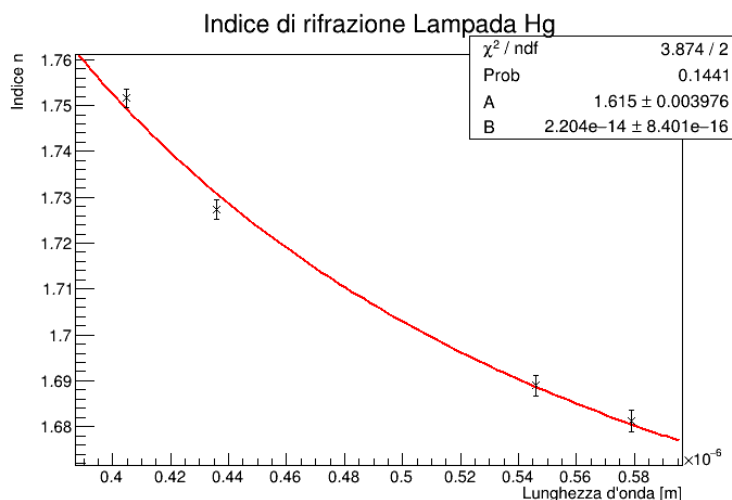


Figura 1: Interpolazione dei dati Lampada Hg ($n(\lambda)$)

Dal test del χ^2 si ottiene una probabilità pari a 14.4%, che ci permette di dire che i dati raccolti sono in accordo con il modello atteso.

5.2 Misure con il prisma - Gas ignoto

A partire dai coefficienti ricavati nella sezione precedente e conoscendo la posizione angolare delle righe emesse, è possibile calcolarne le lunghezze d'onda associate tramite l'Equazione 1.

Lunghezze d'onda [Å]
4378 ± 47
4392 ± 47
4506 ± 51
5470 ± 101
5660 ± 116
5969 ± 143

Per la stima degli errori su λ si è reso necessario l'utilizzo della covarianza attraverso la formula

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\delta\lambda}{\delta A}\right)^2 \sigma_A^2 + \left(\frac{\delta\lambda}{\delta B}\right)^2 \sigma_B^2 + \left(\frac{\delta\lambda}{\delta n}\right)^2 \sigma_n^2 + 2\sigma_{AB} \left(\frac{\delta\lambda}{\delta A} \frac{\delta\lambda}{\delta B}\right)} \quad (4)$$

La covarianza è stata ottenuta dalla matrice di covarianza calcolata da ROOT a partire dalla Figura 1. Possiamo supporre, confrontando le lunghezze d'onda ottenute con le 'strongest lines' dei gas nobili, che l'elemento in questione sia l'Argon.

5.3 Misure con il reticolo

I dati raccolti sono stati interpolati tramite la funzione fit di ROOT secondo l'equazione scritta in precedenza (3), ove d , la distanza tra le fenditure, è il parametro libero da ricercare tramite l'interpolazione. Di seguito sono riportati i grafici che contengono i valori dei massimi (di destra e sinistra) ed il test del χ^2 effettuato.

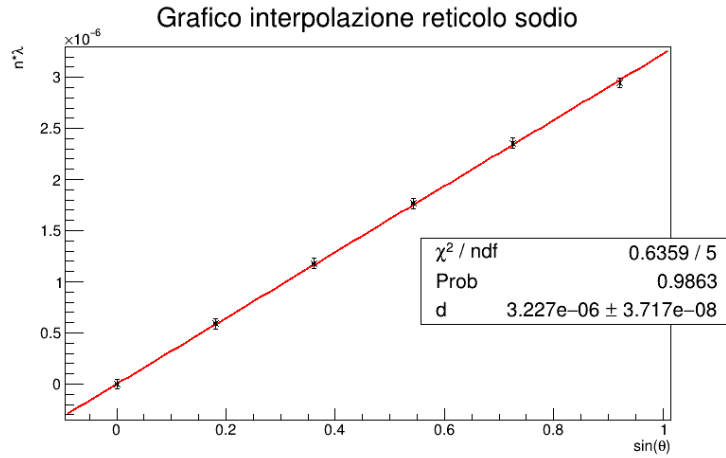


Figura 2: Interpolazione dei dati - reticolo Na (dx), $(n(\lambda))$

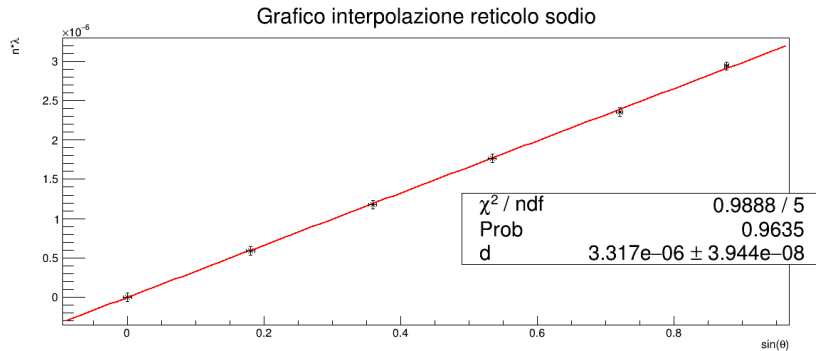


Figura 3: Interpolazione dei dati - reticolo Na (sx), $(n(\lambda))$

Durante l'esperimento è stato usato un reticolo di diffrazione a 300 linee per millimetro, quindi il valore atteso di d è $3.3 \cdot 10^{-6}$ m. I valori ottenuti dal fit sono coerenti con quanto ci aspettavamo, infatti risulta che la distanza tra le fenditure sia rispettivamente $(3.23 \pm 0.04) \cdot 10^{-6}$ e $(3.32 \pm 0.04) \cdot 10^{-6}$ metri. Infine i test del χ^2 riportano una probabilità del 98% e 96%, che ci permette di affermare che i dati raccolti sono in accordo con il modello atteso.

5.4 Esperienza virtuale

Scelta la lampada ad Argon e il materiale 1, abbiamo effettuato entrambe le procedure per la lunghezza d'onda di 4348.064 ± 0.001 Å. Per quanto riguarda il primo metodo, abbiamo ricavato un campione di venti misure e trovato media ed errore associato (pari alla deviazione standard della media). Nel secondo caso, abbiamo campionato l'angolo di incidenza θ e l'angolo di deviazione δ corrispondente sull'intero intervallo. I dati sono poi stati interpolati con ROOT, utilizzando come funzione una parabola con parametri liberi una costante e le due coordinate del vertice:

$$y = y_V + a(x - x_V)^2$$

Il primo test del χ^2 ci ha restituito una probabilità troppo bassa, quindi abbiamo diminuito l'intervallo studiato. Il range ideale individuato è pari a $0.6 < \theta[\text{rad}] < 1.1$. Di seguito riportiamo il grafico ottenuto tramite l'interpolazione.

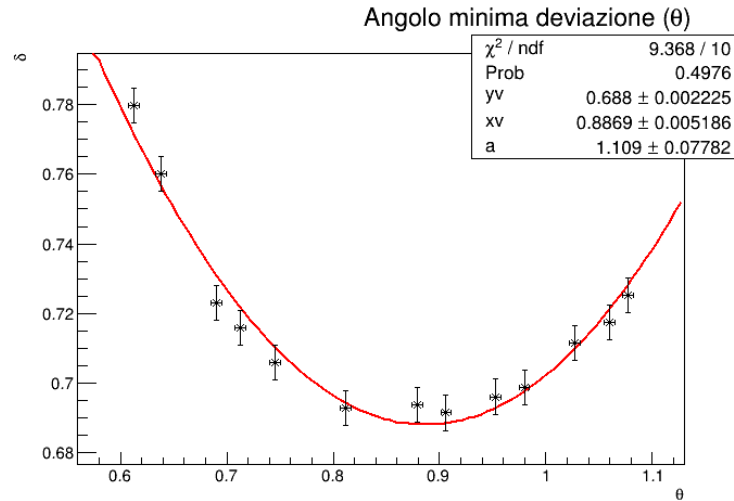


Figura 4: Interpolazione dei dati esperienza virtuale

Il test del χ^2 restituisce una probabilità di 49.8%, quindi le misure sono accettabili. I valori così ottenuti sono:

Angolo di minima deviazione δ [rad]	
Procedura 1	Procedura 2
0.68884 ± 0.00008	0.688 ± 0.002

Avendo ottenuto un errore minore con la prima procedura, abbiamo deciso di continuare ad usarla per trovare i valori di δ relativi alle altre lunghezze d'onda. Essi sono riportati nella tabella seguente.

Lampada Argon, Materiale 1		
Angolo δ [rad]	Lunghezza d'onda λ [Å]	Indice n
0.68884 ± 0.00009	4348.064 ± 0.001	1.5261 ± 0.0001
0.68546 ± 0.00012	4609.567 ± 0.001	1.5239 ± 0.0001
0.68171 ± 0.00010	4879.864 ± 0.001	1.5215 ± 0.0001
0.66780 ± 0.00008	6965.431 ± 0.001	1.5124 ± 0.0001
0.66621 ± 0.00011	7383.980 ± 0.001	1.5114 ± 0.0001

I dati sono stati infine interpolati tramite l'Equazione 1.

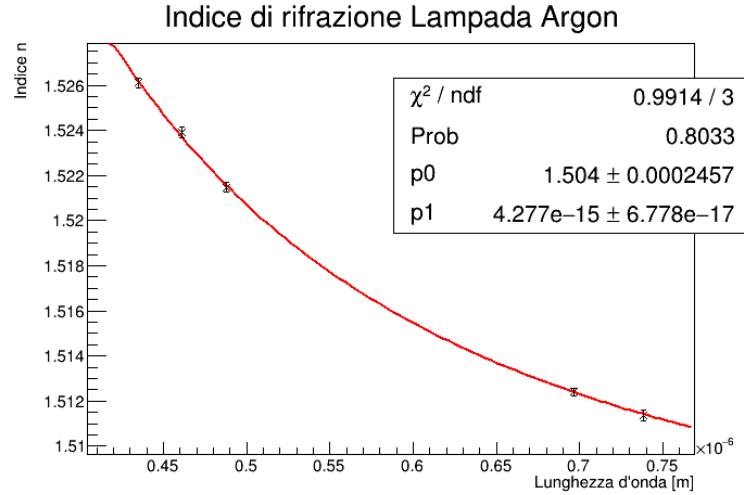


Figura 5: Interpolazione di n in funzione di λ , con A e B parametri liberi

Dal grafico si ottiene un χ^2 che ci restituisce una probabilità del 80%, quindi i dati sono in accordo con il modello atteso. Inoltre, i coefficienti risultano pari a:

A	1.50400 ± 0.0025
B	$(4.27 \pm 0.07) \text{ E-15 } m^2$

Possiamo quindi affermare che il materiale 1 corrisponde al vetro borosilicato BK7. Infine, estrapoliamo il valore di n per tre lunghezze d'onda (rispettivamente IR, verde, UV).

Lunghezza d'onda (\AA)	Indice n
8115.311 ± 0.001	1.510 ± 0.003
5558.702 ± 0.001	1.518 ± 0.003
1066.6598 ± 0.0001	1.879 ± 0.007

6 Conclusione

Nel complesso l'esperimento è stato eseguito in maniera corretta. Per quanto concerne la prima parte, siamo riusciti a calcolare i coefficienti A e B della formula di Cauchy e i risultati ottenuti sono coerenti con quanto ci aspettavamo. Bisogna però segnalare alcune difficoltà riscontrate nell'identificazione del gas ignoto, infatti non siamo riusciti a stabilirne la natura con precisione a causa delle incertezze troppo elevate. Nella seconda parte siamo riusciti a stimare d , la distanza tra le fenditure del reticolo, e il risultato trovato è in accordo con quanto atteso. Infine l'esperienza virtuale è stata portata a termine in modo corretto: abbiamo concluso che il metodo migliore per la stima dei dati fosse il primo e abbiamo identificato con successo il materiale usato.