

Relazione di Laboratorio del 10/06/2022

Lisa Merlo, Marco Militello, Nicolò Negro Pet

12/06/2022

1 Strumenti di laboratorio

1. Multimetro palmare
2. Emittitore di microonde Pasco
3. Ricevitore microonde Pasco

Di seguito è riportata un'immagine del set-up sperimentale.

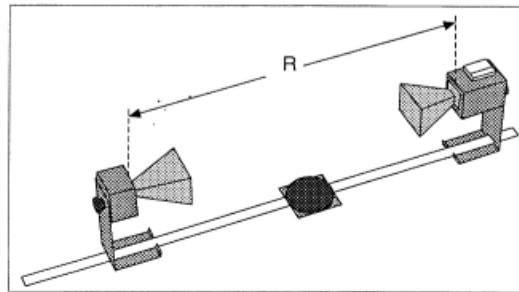


Figura 1: Configurazione Microonde

La distanza tra gli strumenti può essere variata e letta tramite un metro posizionato al di sotto di essi. Inoltre, è possibile cambiare la sensibilità, l'off-set e l'angolo del ricevitore.

2 Introduzione

Lo scopo dell'esperimento è lo studio dei fenomeni di ottica geometrica e ondulatoria, in particolare vengono analizzate:

- le onde stazionarie generate;
- i fenomeni di riflessione e rifrazione;
- la polarizzazione del segnale emesso;
- l'angolo di Brewster;
- l'interferenza di Fabry - Perot.

3 Metodo

3.1 Onde Stazionarie

L'emettitore e il ricevitore vengono posti sullo stesso asse e la distanza tra essi viene variata. Leggendo i valori della corrente è possibile individuare i minimi e i massimi dell'onda sinusoidale ottenuta e ricavarne la lunghezza d'onda λ . Per provare ciò abbiamo usato le seguenti formule:

$$D_{\max} - D_{\min} = \lambda/2 \quad (1)$$

$$D_{\min} - D_{\min} = \lambda/2 \quad (2)$$

$$D_{\min} - D_{\max} = \lambda/4 \quad (3)$$

La lunghezza d'onda attesa, ricavata a partire dalla frequenza riportata sull'emettitore, è di 0.03 m.

3.2 Riflessione e rifrazione

Il fenomeno della riflessione viene studiato tramite l'utilizzo di una lastra metallica, che viene posta tra gli strumenti in maniera tale che le onde vengano riflesse su di essa. Campionando l'angolo di riflessione in funzione dell'angolo di incidenza si verifica la legge di Cartesio, ovvero:

$$\theta_R = \theta_I \quad (4)$$

Nel caso della rifrazione, invece, viene utilizzato un prisma vuoto di polistirolo. Una volta dimostrato che l'indice di rifrazione del polistirolo è pari a 1, è possibile riempire il prisma con dei pellets di styrene e studiarne l'indice n . Per fare ciò, il prisma viene posto con un lato perpendicolare alla direzione di propagazione delle onde, in maniera tale che il raggio subisca una sola rifrazione.

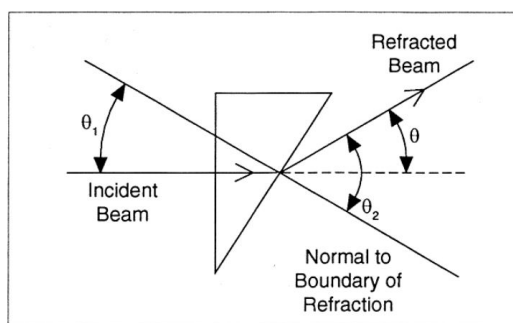


Figura 2: Rifrazione del raggio

Per ottenere l'angolo di incidenza θ_1 è necessario conoscere gli angoli del prisma, misurabili con un goniometro. Infatti, il triangolo creato dal raggio incidente e il prisma sono simili, quindi si ottiene che $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha$. Misurato sperimentalmente l'angolo di rifrazione θ , si ha che i due angoli devono seguire la legge di Snell-Cartesio:

$$n_{styrene} \cdot \sin(\theta_1) = n_{aria} \cdot \sin(\theta) \quad (5)$$

3.3 Polarizzazione

Come accennato nella sezione Strumenti, è possibile ruotare il ricevitore rispetto al suo asse di trasmissione. Una volta ruotato, l'intensità dell'onda polarizzata segue la legge di Malus:

$$I = I_0 \cdot \cos(\theta)^2 \quad (6)$$

con θ angolo di rotazione del ricevitore rispetto alla direzione di polarizzazione dell'onda. La legge di Malus può essere usata anche posizionando una griglia tra gli strumenti, che si comporta come filtro polarizzatore.

3.4 Angolo di Brewster

Quando l'onda incide su un pannello di polyetilene, una parte viene riflessa, l'altra parte rifratta. Le intensità dei due raggi uscenti dipendono dall'angolo di incidenza e dalla polarizzazione.

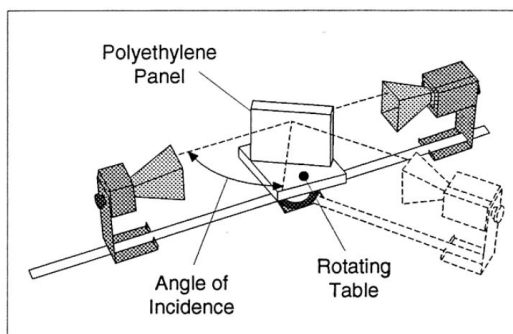


Figura 3: Configurazione apparato: Angolo di Brewster

Considerando un'onda non polarizzata, all'aumentare dell'angolo di incidenza, i raggi, riflesso e rifratto, vengono polarizzati rispettivamente in direzione perpendicolare e parallela al piano. Quando la polarizzazione è completa, l'angolo di incidenza risulta pari all'angolo di Brewster θ_B . Se invece l'onda incidente è polarizzata linearmente in direzione perpendicolare al piano, allora per $\theta_I = \theta_B$ l'onda riflessa ha intensità nulla.

3.5 Interferenza di Fabry-Perot

Due lastre semiriflettenti vengono poste tra gli strumenti a una distanza relativa tale da avere un minimo di intensità. Si varia poi la distanza e si registrano i massimi e i minimi che si ottengono.

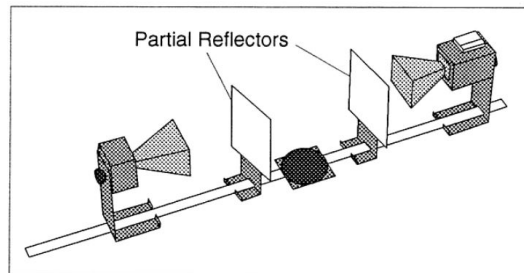


Figura 4: Configurazione apparato: Interferenza Fabry-Perot

Si ha che la radiazione viene parte riflessa e parte trasmessa dalla seconda lastra. Quando l'intensità è massima, le onde che arrivano al ricevitore sono in fase e si vuole verificare la legge:

$$N\lambda = 2d \cos \theta + \delta_r \frac{\lambda}{2\pi} \quad (7)$$

mentre per i minimi si vuole verificare la legge:

$$\left(N + \frac{1}{2}\right) \lambda = 2d \cos \theta + \delta_r \frac{\lambda}{2\pi} \quad (8)$$

3.6 Esperienza virtuale

In questa parte dell'esperienza abbiamo studiato il comportamento delle onde polarizzate e la legge di Malus, la quale mette in relazione l'intensità e il coseno quadro dell'angolo.

$$I = I_0 \cos^2(\theta) \quad (9)$$

dove θ è l'angolo formato tra la direzione del campo elettrico dell'onda incidente e l'asse del ricevitore. Nella simulazione il segnale può essere scomposto in due termini uno legato al valore medio del modulo del campo, e l'altro legato al valore medio dell'intensità del campo. La legge di Malus si traduce quindi nella seguente formula:

$$I = A|\cos \theta| + B(\cos \theta)^2 \quad (10)$$

4 Dati

4.1 Onde Stazionarie

Campionamento massimi e dei minimi	
Distanza [m]	Intensità [mA]
0.300 \pm 0.001	0.50 \pm 0.02
0.301 \pm 0.001	0.42 \pm 0.02
0.302 \pm 0.001	0.38 \pm 0.02
0.303 \pm 0.001	0.34 \pm 0.02
0.304 \pm 0.001	0.30 \pm 0.02
0.305 \pm 0.001	0.28 \pm 0.02
0.306 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.307 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.308 \pm 0.001	0.28 \pm 0.02
0.309 \pm 0.001	0.28 \pm 0.02
0.310 \pm 0.001	0.32 \pm 0.02
0.311 \pm 0.001	0.36 \pm 0.02
0.312 \pm 0.001	0.40 \pm 0.02
0.313 \pm 0.001	0.46 \pm 0.02
0.314 \pm 0.001	0.48 \pm 0.02
0.315 \pm 0.001	0.46 \pm 0.02
0.316 \pm 0.001	0.40 \pm 0.02
0.317 \pm 0.001	0.36 \pm 0.02
0.318 \pm 0.001	0.32 \pm 0.02
0.319 \pm 0.001	0.28 \pm 0.02
0.320 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.321 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.322 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.323 \pm 0.001	0.28 \pm 0.02
0.324 \pm 0.001	0.30 \pm 0.02
0.325 \pm 0.001	0.34 \pm 0.02
0.326 \pm 0.001	0.38 \pm 0.02
0.327 \pm 0.001	0.42 \pm 0.02
0.328 \pm 0.001	0.44 \pm 0.02
0.329 \pm 0.001	0.46 \pm 0.02
0.330 \pm 0.001	0.42 \pm 0.02
0.331 \pm 0.001	0.36 \pm 0.02
0.332 \pm 0.001	0.32 \pm 0.02
0.333 \pm 0.001	0.30 \pm 0.02
0.334 \pm 0.001	0.28 \pm 0.02
0.335 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.336 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.337 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.338 \pm 0.001	0.26 \pm 0.02
0.339 \pm 0.001	0.30 \pm 0.02

4.2 Riflessione e rifrazione

Angoli misurati	
Angolo di incidenza [Gradi]	Angolo di riflessione [Gradi]
90 \pm 1	90 \pm 1
60 \pm 1	60 \pm 1
50 \pm 1	47 \pm 1
40 \pm 1	38 \pm 1
77 \pm 1	78 \pm 1
65 \pm 1	63 \pm 1
45 \pm 1	43 \pm 1

4.3 Polarizzazione

Distanza 30 cm	
Angolo di rotazione [Gradi]	Intensità [mA]
0 \pm 5	0.50 \pm 0.02
5 \pm 5	0.50 \pm 0.02
10 \pm 5	0.48 \pm 0.02
15 \pm 5	0.46 \pm 0.02
20 \pm 5	0.44 \pm 0.02
25 \pm 5	0.42 \pm 0.02
30 \pm 5	0.40 \pm 0.02
35 \pm 5	0.38 \pm 0.02
40 \pm 5	0.34 \pm 0.02
45 \pm 5	0.32 \pm 0.02
50 \pm 5	0.28 \pm 0.02
55 \pm 5	0.24 \pm 0.02
60 \pm 5	0.20 \pm 0.02
65 \pm 5	0.14 \pm 0.02
70 \pm 5	0.08 \pm 0.02
75 \pm 5	0.04 \pm 0.02
80 \pm 5	0.02 \pm 0.02
85 \pm 5	0.00 \pm 0.02

Distanza 50 cm	
Angolo di rotazione [Gradi]	Intensità [mA]
0 \pm 5	0.50 \pm 0.02
5 \pm 5	0.50 \pm 0.02
10 \pm 5	0.50 \pm 0.02
20 \pm 5	0.48 \pm 0.02
30 \pm 5	0.42 \pm 0.02
40 \pm 5	0.34 \pm 0.02
50 \pm 5	0.26 \pm 0.02
60 \pm 5	0.16 \pm 0.02
70 \pm 5	0.06 \pm 0.02
80 \pm 5	0.00 \pm 0.02

Distanza 70 cm	
Angolo di rotazione [Gradi]	Intensità [mA]
0 \pm 5	0.50 \pm 0.02
5 \pm 5	0.50 \pm 0.02
10 \pm 5	0.50 \pm 0.02
20 \pm 5	0.46 \pm 0.02
30 \pm 5	0.40 \pm 0.02
40 \pm 5	0.34 \pm 0.02
50 \pm 5	0.24 \pm 0.02
60 \pm 5	0.14 \pm 0.02
70 \pm 5	0.04 \pm 0.02
80 \pm 5	0.00 \pm 0.02

Griglia di Polarizzazione	
Angolo di rotazione [Gradi]	Intensità [mA]
0 \pm 5	0.46 \pm 0.02
45 \pm 5	0.10 \pm 0.02
90 \pm 5	0.00 \pm 0.02

4.4 Angolo di Brewster

Angoli misurati	
Angolo di incidenza [Gradi]	Intensità [mA]
70 ± 1	0.12 ± 0.02
66 ± 1	0.10 ± 0.02
65 ± 1	0.08 ± 0.02
64 ± 1	0.10 ± 0.02
63 ± 1	0.12 ± 0.02
60 ± 1	0.16 ± 0.02
57 ± 1	0.16 ± 0.02
50 ± 1	0.10 ± 0.02

4.5 Interferenza di Fabry-Perot

Intensità vs distanza	
Distanza tra le lastre [m]	Intensità [mA]
0.156 ± 0.001	0.08 ± 0.02
0.163 ± 0.001	0.28 ± 0.02
0.169 ± 0.001	0.10 ± 0.02
0.173 ± 0.001	0.26 ± 0.02
0.180 ± 0.001	0.10 ± 0.02
0.187 ± 0.001	0.26 ± 0.02
0.195 ± 0.001	0.10 ± 0.02
0.201 ± 0.001	0.26 ± 0.02

5 Analisi Dati

5.1 Onde stazionarie

In primo luogo abbiamo campionato i valori dell'intensità in funzione della distanza tra ricevitore ed emettitore, variando quest'ultima ogni 0.5 cm.

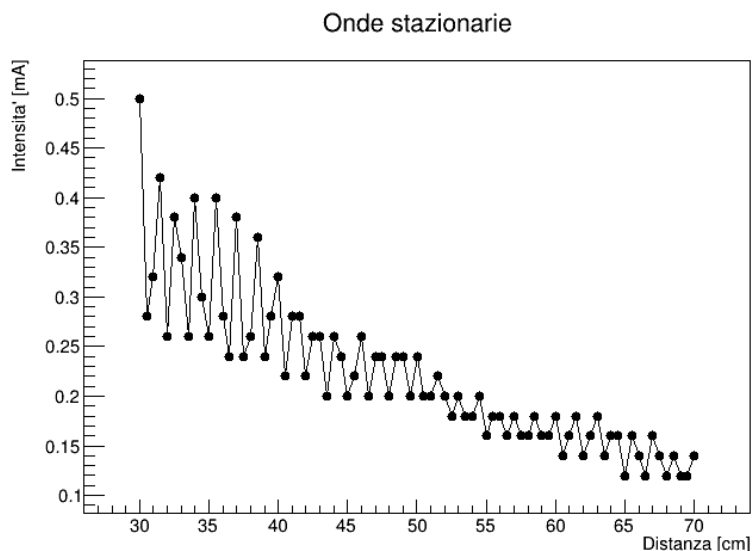


Figura 5: Intensità in funzione della distanza

Come è possibile vedere dal grafico, l'intensità diminuisce progressivamente all'aumentare della distanza. In seguito abbiamo ripetuto lo stesso procedimento su un campionamento più ridotto (tra i 30 e i 34 cm, a intervalli di 1 mm), di seguito sono riportati i dati ottenuti in grafico di ROOT.

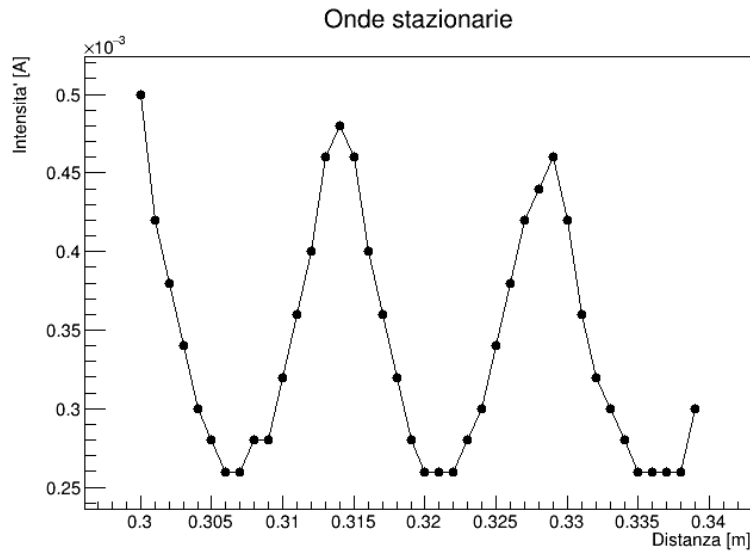


Figura 6: Intensità in funzione della distanza

Abbiamo ottenuto diversi valori di λ con le formule riportate in [sottosezione 3.1](#) e abbiamo calcolato media e relativo errore, che risulta essere pari a 0.0317 ± 0.008 m.

5.2 Riflessione e Rifrazione

Nella seconda parte dell'esperimento abbiamo verificato la legge di Cartesio ([Equazione 4](#)), facendo riflettere le onde elettromagnetiche su una lastra metallica. Dopo aver campionato i valori degli angoli, abbiamo interpolato le misure con una retta di formula $y = p_0 \cdot x$. Ci aspettiamo un coefficiente angolare pari a 1.

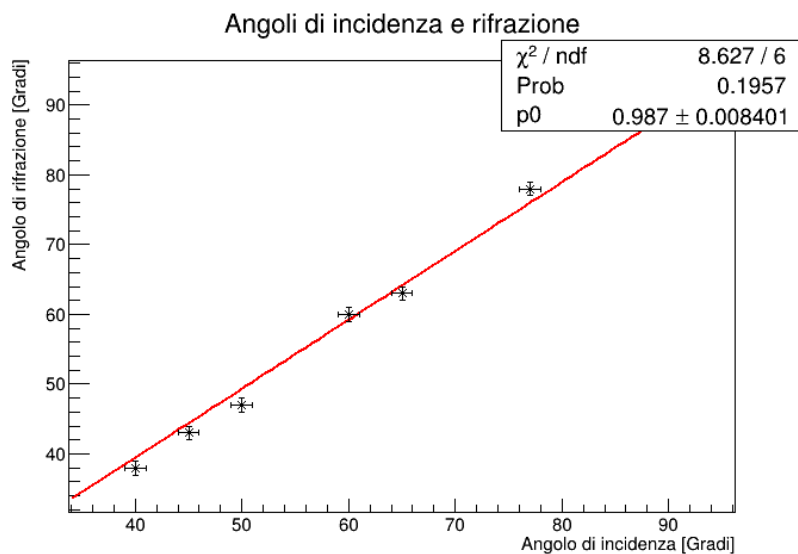


Figura 7: Legge di Cartesio

Il χ^2 restituisce una probabilità del 19.6%, che ci porta a concludere che la legge di Cartesio sia verificata. Si può inoltre notare che il valore del parametro p_0 , pari a 0.987 ± 0.008 , è compatibile con quanto atteso. In seguito, la lastra metallica è stata sostituita da un prisma di polistirolo vuoto, ed è stato calcolato l'angolo incidente e quello riflesso rispetto alla normale.

Angoli prisma vuoto	
Angolo di incidenza [Gradi]	Angolo di riflessione [Gradi]
23 ± 1	23 ± 1

Il valore dei due angoli è compatibile, perciò possiamo affermare che l'indice di rifrazione del materiale sia pari a 1.

Successivamente il prisma è stato riempito con dello styrene. Per poterne calcolare l'indice di rifrazione, abbiamo fissato un angolo di incidenza e trovato sperimentalmente l'angolo di rifrazione, entrambi riferiti rispetto alla normale del piano.

Angoli prisma con styrene	
Angolo incidente [Gradi]	Angolo di rifrazione [Gradi]
23 ± 1	35 ± 1

Attraverso la legge di Cartesio abbiamo calcolato l'indice di rifrazione, che risulta essere pari a 1.48 ± 0.01 .

5.3 Polarizzazione

Ruotando il ricevitore attorno al suo asse, abbiamo campionato l'intensità dell'onda, che segue la legge di Malus ([Equazione 6](#)). I dati, riportati nella [sottosezione 4.3](#), sono stati interpolati tramite ROOT, riportando l'angolo (in radianti) sull'asse delle ascisse e l'intensità (A) sull'asse delle ordinate.

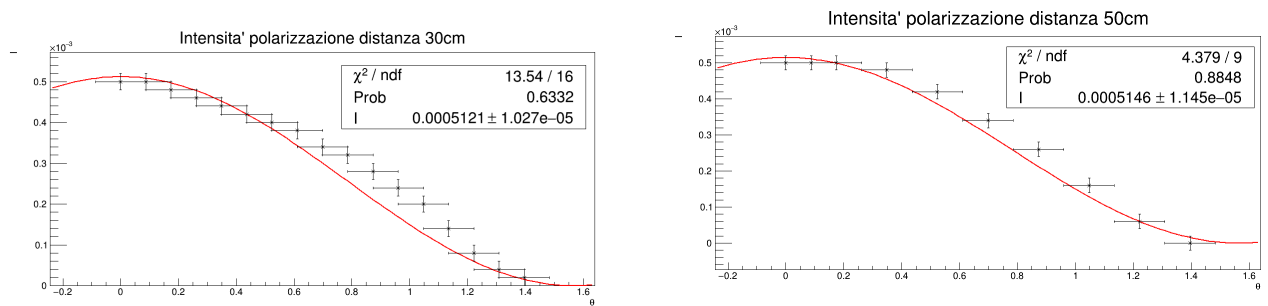


Figura 8: Interpolazione dati - distanza 30-50 cm

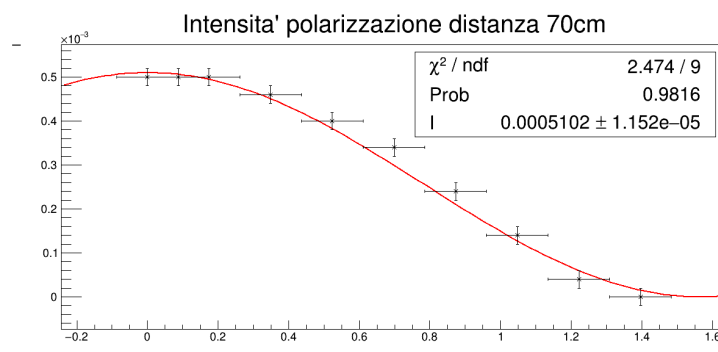


Figura 9: Interpolazione dati - distanza 70 cm

In tutti e tre i casi analizzati, il test del χ^2 ci restituisce una probabilità maggiore del 5%, che ci porta a concludere che il modello scelto si adatta bene ai dati raccolti.

Infine abbiamo collocato una griglia metallica tra il trasmettitore e il ricevitore e abbiamo campionato il valore dell'intensità in base all'inclinazione della griglia stessa. Si può notare che l'intensità dell'onda si annulla per un angolo di 90° , mentre è massima per 0° , come atteso dalla legge di Malus.

5.4 Angolo di Brewster

Abbiamo campionato l'intensità dell'onda rispetto all'angolo di incidenza al piano. Osservando i valori, si nota che l'intensità minima si ha per un angolo di $(65 \pm 1)^\circ$ rispetto alla normale, che corrisponde quindi all'angolo di Brewster.

5.5 Interferenza Fabry-Perot

Dopo aver individuato le distanze tra le lastre in corrispondenza dei massimi e dei minimi di intensità, abbiamo riportato le misure in un grafico interpolando con l'Equazione 7 per ricavare il valore della lunghezza d'onda.

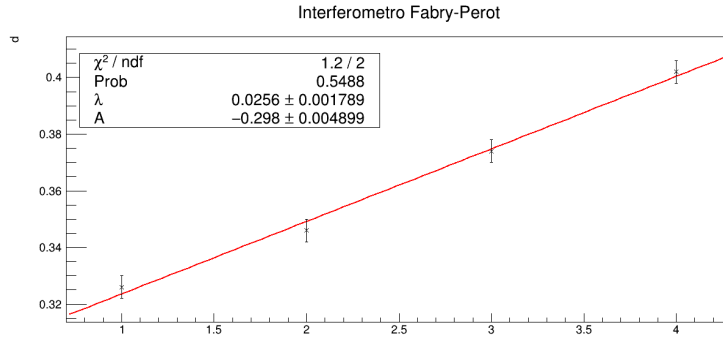


Figura 10: Interferenza massimi

Si ricava un valore di λ pari a 0.0256 ± 0.0018 m e, svolgendo il t-test, si ottiene una probabilità del 1.47 %, che ci permette di concludere che il valore sia compatibile con quello atteso di 0.03 m. La probabilità ottenuta dal χ^2 del 54.9% ci permette di concludere che la misura è accettabile.

Lo stesso procedimento è stato poi messo in atto per l'interpolazione dei minimi d'intensità, secondo una funzione del tipo:

$$y = p_0 \left(x + \frac{1}{2} \right) + p_1 \quad p_0 = \lambda \quad p_1 = \delta_r \frac{\lambda}{2\pi} \quad x = N \quad (11)$$

Di seguito riportiamo il grafico ottenuto tramite l'opzione fit di ROOT.

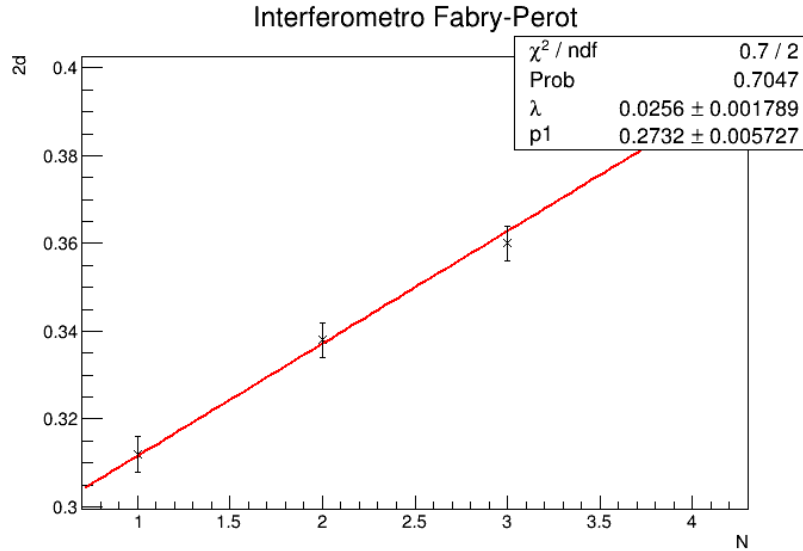
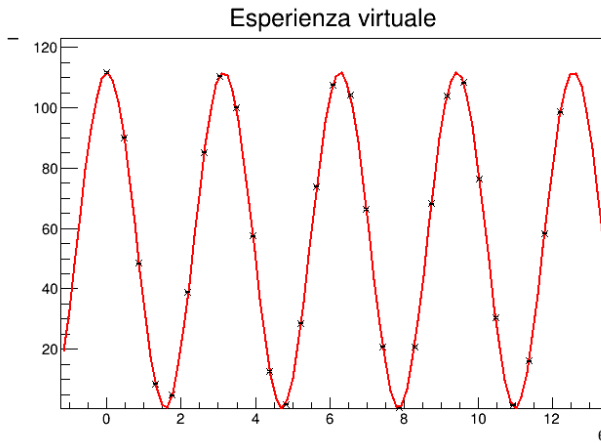


Figura 11: Interferenza minimi

Il valore di λ ottenuto è pari a 0.0256 ± 0.002 m, il quale è in accordo con quello calcolato precedentemente, che risulta essere 0.03 M. Per supportare questa tesi è stato effettuato un test di compatibilità, di cui riportiamo il risultato: $100 - p(\text{entro } 2.2\sigma) = 2,78\% > 1\%$.

5.6 Esperienza virtuale

Per vedere quale modello si adattasse meglio ai nostri dati abbiamo effettuato due diverse interpolazioni, che ci hanno restituito due esiti differenti:

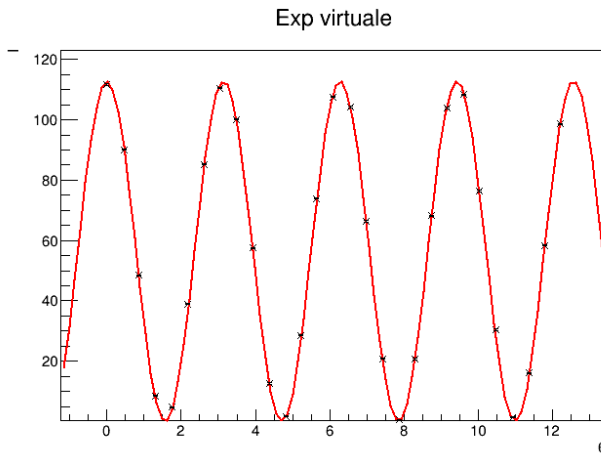


```

FCN=22.5418 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 39 CALLS 40 TOTAL
EDM=1.07125e-18 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1 A 7.35277e+00 2.66251e-01 1.24201e-04 2.76033e-08
2 B 1.04356e+02 3.07144e-01 1.43277e-04 2.41762e-08
la probabilità è: 0.709367

```

Figura 12: Interpolazione dati esperienza virtuale con [Equazione 10](#)



```

FCN=785.181 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 14 CALLS 15 TOTAL
EDM=9.20617e-12 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP SIZE FIRST DERIVATIVE
1 A 1.12672e+02 6.04766e-02 8.27975e-04 7.09524e-05
la probabilità è: 2.76399e-147

```

Figura 13: Interpolazione dati esperienza virtuale con [Equazione 9](#)

Come si può notare dai grafici il primo fit restituisce un valore del χ^2 accettabile; invece nella seconda interpolazione la probabilità restituita è prossima a zero. Questo può essere spiegato dal fatto che l'[Equazione 10](#) sia quella giusta per interpolare i dati; infatti per il secondo test d'ipotesi ci siamo serviti della seguente equazione:

$$I = A(\cos\theta)^2 \quad (12)$$

la quale dipende solamente dal valore del coseno al quadrato e non si adatta in modo corretto ai dati raccolti.

6 Conclusione

Per quanto riguarda la prima parte abbiamo trovato con successo la lunghezza d'onda tramite i massimi e minimi d'intensità; inoltre siamo riusciti a verificare la legge di Cartesio e a trovare l'indice di rifrazione dello styrene. In seguito abbiamo passato in esame il fenomeno della polarizzazione grazie alla legge di Malus, ed i risultati dei test d'ipotesi ci portano a concludere che abbiamo ottenuto dei valori compatibili. Infine le ultime verifiche da noi condotte, rispettivamente riguardo l'angolo di Brewster e l'interferenza di Fabry-Perot, sono andate nel complesso a buon fine ed i risultati ottenuti sono positivi.

7 Appendice

7.1 Onde stazionarie

Campionamenti ogni 5 mm		Campionamenti ogni 5 mm	
Distanza [m]	Intensità [mA]	Distanza [m]	Intensità [mA]
0.300 ± 0.001	0.50 ± 0.02	0.500 ± 0.001	0.24 ± 0.02
0.305 ± 0.001	0.28 ± 0.02	0.505 ± 0.001	0.20 ± 0.02
0.310 ± 0.001	0.32 ± 0.02	0.510 ± 0.001	0.20 ± 0.02
0.315 ± 0.001	0.42 ± 0.02	0.515 ± 0.001	0.22 ± 0.02
0.320 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.520 ± 0.001	0.20 ± 0.02
0.325 ± 0.001	0.38 ± 0.02	0.525 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.330 ± 0.001	0.34 ± 0.02	0.530 ± 0.001	0.20 ± 0.02
0.335 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.535 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.340 ± 0.001	0.40 ± 0.02	0.540 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.345 ± 0.001	0.30 ± 0.02	0.545 ± 0.001	0.20 ± 0.02
0.350 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.550 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.355 ± 0.001	0.40 ± 0.02	0.555 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.360 ± 0.001	0.28 ± 0.02	0.560 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.365 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.565 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.370 ± 0.001	0.38 ± 0.02	0.570 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.375 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.575 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.380 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.580 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.385 ± 0.001	0.36 ± 0.02	0.585 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.390 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.590 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.395 ± 0.001	0.28 ± 0.02	0.595 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.400 ± 0.001	0.32 ± 0.02	0.600 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.405 ± 0.001	0.22 ± 0.02	0.605 ± 0.001	0.14 ± 0.02
0.410 ± 0.001	0.28 ± 0.02	0.610 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.415 ± 0.001	0.28 ± 0.02	0.615 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.420 ± 0.001	0.22 ± 0.02	0.620 ± 0.001	0.14 ± 0.02
0.425 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.625 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.430 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.630 ± 0.001	0.18 ± 0.02
0.435 ± 0.001	0.20 ± 0.02	0.635 ± 0.001	0.14 ± 0.02
0.440 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.640 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.445 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.645 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.450 ± 0.001	0.20 ± 0.02	0.650 ± 0.001	0.12 ± 0.02
0.455 ± 0.001	0.22 ± 0.02	0.655 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.460 ± 0.001	0.26 ± 0.02	0.660 ± 0.001	0.14 ± 0.02
0.465 ± 0.001	0.20 ± 0.02	0.665 ± 0.001	0.12 ± 0.02
0.470 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.670 ± 0.001	0.16 ± 0.02
0.475 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.675 ± 0.001	0.14 ± 0.02
0.480 ± 0.001	0.20 ± 0.02	0.680 ± 0.001	0.12 ± 0.02
0.485 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.685 ± 0.001	0.14 ± 0.02
0.490 ± 0.001	0.24 ± 0.02	0.690 ± 0.001	0.12 ± 0.02
0.495 ± 0.001	0.20 ± 0.02	0.695 ± 0.001	0.12 ± 0.02
		0.700 ± 0.001	0.14 ± 0.02

8 Bibliografia

- Microwave Optics System Manual - Pasco Scientific