

# Relazione di Laboratorio del 28/06/2022

Lisa Merlo, Marco Militello, Nicolò Negro Pet

28/04/2022

## 1 Strumenti di laboratorio

1. Breadboard
2. Generatore di tensione a onde sinusoidale
3. Multimetro palmare
4. Induttanze
5. Resistori
6. Capacità
7. Oscilloscopio e rispettive sonde

## 2 Introduzione

L'obiettivo dell'esperienza è lo studio delle funzioni di trasferimento, definite come il rapporto tra la tensione in entrata e la tensione su una componente del circuito. In particolare sono stati analizzati tre circuiti in corrente alternata: RC, RL e RLC.

## 3 Metodo

Dopo aver costruito i circuiti RC (Figura 1) e RL (Figura 2), le sonde sono state poste ai capi della capacità (e successivamente dell'induttanza) affinché l'oscilloscopio leggesse i valori di due tensioni,  $V_A$  e  $V_B$ .  $V_A$  rappresenta la tensione in entrata quindi, per la legge di Kirchhoff, corrisponde alla somma della tensione delle componenti ( $V_C + V_R$  per RC,  $V_L + V_R$  per RL), mentre  $V_B$  è pari a  $V_R$ .

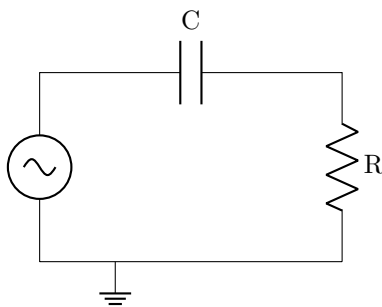


Figura 1: Circuito RC

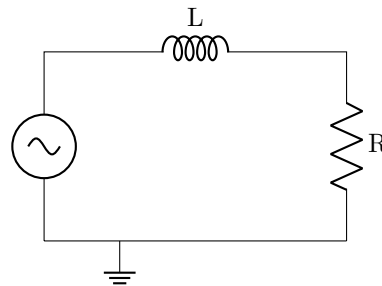


Figura 2: Circuito RL

Per poter ottenere  $H(\omega)$ , funzione di trasferimento, è necessario studiare le ampiezze delle tensioni relative a ogni componente e la differenza di fase tra esse, entrambe ricavate grazie ai cursori dell'oscilloscopio. In particolare, per studiare la tensione su capacità e induttanza, si sfrutta la funzione MATH dello strumento, che restituisce la differenza tra le tensioni lette. A questo punto si possono ricavare le funzioni su entrambe le componenti. Ricordando che  $H(\omega)$  è una funzione complessa, si ottiene che il suo modulo è pari al rapporto fra l'ampiezza della tensione della componente desiderata e quella del generatore, mentre l'argomento è pari alla differenza di fase.

Nel caso di RLC (Figura 3), le sonde vengono poste subito dopo il generatore di tensione e prima dell'ultima componente. In questo modo è possibile calcolare la funzione di trasferimento per la componente

desiderata ponendola come ultima (ovvero sostituendola a R nella Figura 3). Infatti, in questo caso, l'oscilloscopio legge la tensione del generatore e la tensione della componente finale. Il procedimento risulta poi analogo al caso precedente: vengono misurate le ampiezze e le differenze di fase di  $V_A$  e  $V_B$  e si calcolano le funzioni di trasferimento.

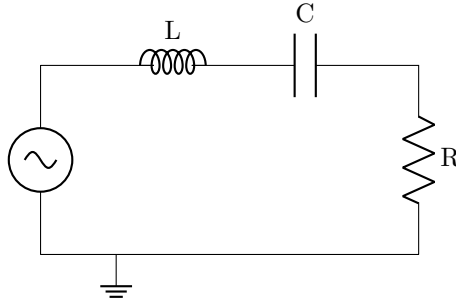


Figura 3: Circuito RLC usato per la funzione di trasferimento tra  $V_R$  e  $V_G$

## 4 Dati

Gli errori delle misure dirette corrispondono alla sensibilità degli strumenti utilizzati, invece quelli relativi alle misure indirette sono stati calcolati attraverso la formula ridotta di propagazione degli errori di seguito riportata:

$$\sigma_z = z \left( \frac{\sigma_x}{x} + \frac{\sigma_y}{y} \right)$$

dove  $z$  corrisponde al valore della misura e  $\sigma_z$  è l'errore associato. Di seguito sono riportate le tabelle dei moduli e della fase di  $V_R/V_G$  per i circuiti RC ed RL. Per il circuito RLC sono riportate le tabelle dei moduli e della fase di  $V_C/V_G$ . Si noti che  $\omega$  corrisponde alla frequenza imposta dal generatore moltiplicata per un fattore  $2\pi$ . Gli altri dati sono riportati in Appendice.

Circuito RC $V_R, V_G$		Circuito RC $\Delta \phi_R$	
$\omega$ [rad/s]	$ \mathbf{H}_R(\omega) $	$\omega$ [rad/s]	$\Delta \phi_R$ [rad]
439.60 ± 12.56	0.09 ± 0.12	628.30 ± 12.56	1.37 ± 0.12
628.00 ± 12.56	0.132 ± 0.011	3141.60 ± 12.56	0.800 ± 0.011
942.00 ± 12.56	0.194 ± 0.011	4398.20 ± 12.56	0.800 ± 0.011
1381.60 ± 12.56	0.280 ± 0.012	1256.60 ± 12.56	1.180 ± 0.012
2512.00 ± 12.56	0.460 ± 0.012	1884.90 ± 12.56	1.180 ± 0.012
3140.00 ± 12.56	0.550 ± 0.013	2513.30 ± 12.56	0.980 ± 0.013
3768.00 ± 12.56	0.620 ± 0.015	6283.20 ± 12.56	0.590 ± 0.015
8164.00 ± 12.56	0.860 ± 0.017	12566.40 ± 12.56	0.400 ± 0.017
6280.00 ± 12.56	0.800 ± 0.019	25132.20 ± 12.56	0.180 ± 0.019
12560.00 ± 12.56	0.920 ± 0.018		
31400.00 ± 12.56	0.960 ± 0.019		
62800.00 ± 12.56	0.980 ± 0.020		
43960.00 ± 12.56	0.960 ± 0.020		
18840.00 ± 12.56	0.960 ± 0.020		

Circuito RL $V_R, V_G$	
$\omega$ [rad/s]	$ \mathbf{H}_R(\omega) $
6280.00 $\pm$ 6.28	0.96 $\pm$ 0.02
31400.00 $\pm$ 6.28	0.94 $\pm$ 0.02
37680.00 $\pm$ 6.28	0.94 $\pm$ 0.02
43960.00 $\pm$ 6.28	0.920 $\pm$ 0.022
62800.00 $\pm$ 6.28	0.880 $\pm$ 0.019
94200.00 $\pm$ 6.28	0.800 $\pm$ 0.018
125600.00 $\pm$ 6.28	0.710 $\pm$ 0.017
157000.00 $\pm$ 6.28	0.630 $\pm$ 0.016
188400.00 $\pm$ 6.28	0.550 $\pm$ 0.015
219800.00 $\pm$ 6.28	0.510 $\pm$ 0.015
251200.00 $\pm$ 6.28	0.450 $\pm$ 0.014
282600.00 $\pm$ 6.28	0.420 $\pm$ 0.014
314000.00 $\pm$ 6.28	0.390 $\pm$ 0.014
345400.00 $\pm$ 6.28	0.350 $\pm$ 0.013
376800.00 $\pm$ 6.28	0.310 $\pm$ 0.013
408200.00 $\pm$ 6.28	0.290 $\pm$ 0.013
439600.00 $\pm$ 6.28	0.270 $\pm$ 0.012
471000.00 $\pm$ 6.28	0.250 $\pm$ 0.012
502400.00 $\pm$ 6.28	0.230 $\pm$ 0.012
533800.00 $\pm$ 6.28	0.220 $\pm$ 0.012
565200.00 $\pm$ 6.28	0.20 $\pm$ 0.012
596600.00 $\pm$ 6.28	0.20 $\pm$ 0.012
628000.00 $\pm$ 6.28	0.180 $\pm$ 0.012
659400.00 $\pm$ 6.28	0.170 $\pm$ 0.011
690800.00 $\pm$ 6.28	0.170 $\pm$ 0.011
722200.00 $\pm$ 6.28	0.15 $\pm$ 0.01
753600.00 $\pm$ 6.28	0.140 $\pm$ 0.011
785000.00 $\pm$ 6.28	0.140 $\pm$ 0.011

Circuito RL $\Delta \phi_R$	
$\omega$ [rad/s]	$\Delta \phi_R$ [rad]
31416.00 $\pm$ 6.28	-0.19 $\pm$ 0.12
62831.90 $\pm$ 6.28	-0.40 $\pm$ 0.04
94247.80 $\pm$ 6.28	-0.590 $\pm$ 0.06
125663.70 $\pm$ 6.28	-0.780 $\pm$ 0.078
157079.60 $\pm$ 6.28	-0.790 $\pm$ 0.079
188495.60 $\pm$ 6.28	-1.0 $\pm$ 0.1
314159.30 $\pm$ 6.28	-1.19 $\pm$ 0.12
439823.00 $\pm$ 6.28	-1.36 $\pm$ 0.14
565486.70 $\pm$ 6.28	-1.41 $\pm$ 0.14

Circuito RLC $V_C, V_G$	
$\omega$ [rad/s]	$ \mathbf{H}_C(\omega) $
314.16 $\pm$ 0.00628	0.98 $\pm$ 0.02
628.32 $\pm$ 0.00628	0.96 $\pm$ 0.02
1884.96 $\pm$ 0.00628	0.90 $\pm$ 0.02
2513.30 $\pm$ 0.00628	0.880 $\pm$ 0.019
3141.60 $\pm$ 0.00628	0.820 $\pm$ 0.019
4398.30 $\pm$ 0.00628	0.740 $\pm$ 0.019
5654.87 $\pm$ 0.00628	0.640 $\pm$ 0.018
6283.18 $\pm$ 6.28	0.600 $\pm$ 0.017
8168.14 $\pm$ 6.28	0.520 $\pm$ 0.016
9424.78 $\pm$ 6.28	0.460 $\pm$ 0.016
11309.73 $\pm$ 6.28	0.400 $\pm$ 0.016
12566.37 $\pm$ 6.28	0.360 $\pm$ 0.015
14451.33 $\pm$ 6.28	0.320 $\pm$ 0.015
15707.96 $\pm$ 6.28	0.280 $\pm$ 0.013
18849.55 $\pm$ 6.28	0.240 $\pm$ 0.014
21991.15 $\pm$ 6.28	0.200 $\pm$ 0.012
28274.34 $\pm$ 6.28	0.160 $\pm$ 0.012
34557.52 $\pm$ 6.28	0.120 $\pm$ 0.011
43982.30 $\pm$ 6.28	0.100 $\pm$ 0.011
62831.85 $\pm$ 6.28	0.080 $\pm$ 0.011

Circuito RLC $\Delta \phi_C$	
$\omega$ [rad/s]	$\Delta \phi_C$ [rad]
31416 $\pm$ 6.28	-0.19 $\pm$ 0.12
62831,9 $\pm$ 6.28	-0.4 $\pm$ 0.04
94247,8 $\pm$ 6.28	-0.59 $\pm$ 0.06
125663,7 $\pm$ 6.28	-0.78 $\pm$ 0.078
157079,6 $\pm$ 6.28	-0.79 $\pm$ 0.079
188495,6 $\pm$ 6.28	-1.03 $\pm$ 0.1
314159,3 $\pm$ 6.28	-1.19 $\pm$ 0.12
439823 $\pm$ 6.28	-1.36 $\pm$ 0.14
565486,7 $\pm$ 6.28	-1.41 $\pm$ 0.14

## 5 Analisi Dati

### 5.1 Circuito RC

Come accennato nella sezione Metodo, il nostro obiettivo consiste nello studio della funzione di trasferimento su ogni componente del circuito, in questo caso R e C. Quindi, per quanto riguarda lo studio del modulo, sono state eseguite due interpolazioni tramite ROOT, secondo le formule:

$$|H(\omega)_R| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + \omega^2(RC)^2}}$$

$$|H(\omega)_C| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2(RC)^2}}$$

Essendo R conosciuta e pari a  $4.69 \pm 0.1 \text{ K}\Omega$ , l'unico parametro libero corrisponde alla capacità C. I fit sono riportati nella [Figura 4](#) e [Figura 5](#), che restituiscono rispettivamente dei chi quadro di 90% e 5.3%.

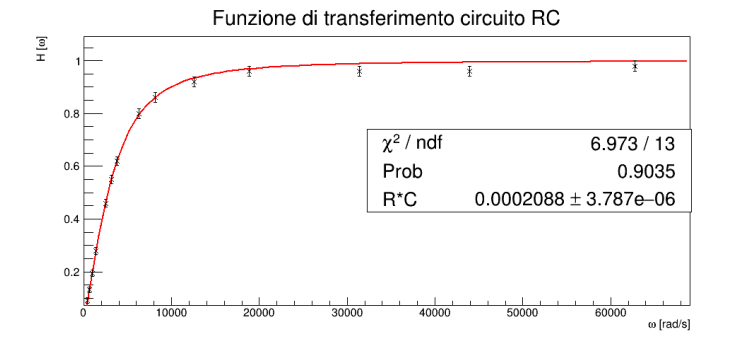


Figura 4:  $|H(\omega)_R|$

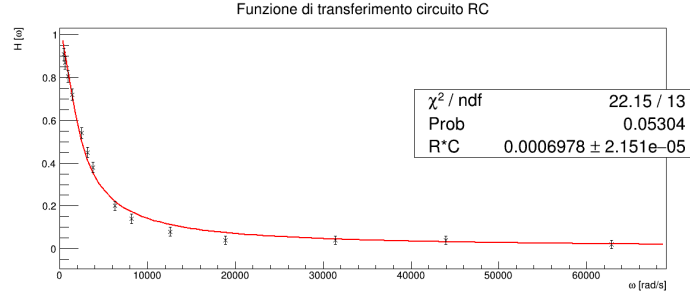


Figura 5:  $|H(\omega)_C|$

Essendo entrambi maggiori della soglia del 5%, possiamo affermare che i dati sono compatibili con il modello atteso. Inoltre, dall'interpolazione si ricavano i valori della capacità pari a  $44.5 \pm 1.8 \text{ nF}$  ed a  $148 \pm 8 \text{ nF}$ . Ricordando che la capacità ha un valore conosciuto di  $47 \pm 1 \text{ nF}$ , è stato effettuato il t-test. Esso permette di ottenere la probabilità che la discrepanza tra una misura sperimentale e quella attesa sia di origine statistica. Fissando la soglia all'1%, si è ottenuto che il primo valore risulta essere in accordo con quanto atteso (con probabilità del 22.63 %), mentre il secondo no. Questo può essere giustificato dalle numerose fonti di errore dell'esperimento: innanzitutto un'ampiezza d'onda nell'ordine dei 200 mV, che non ha permesso all'oscilloscopio di valutare con precisione adeguata le ampiezze dei segnali. Inoltre, nel caso dell'ampiezza del segnale di  $V_C$ , si ha un'incertezza maggiore rispetto al caso di  $V_R$  poiché per poterla misurare è necessario fare la differenza dei segnali in entrata, ovvero  $V_G$  e  $V_R$  stesso. Per quanto riguarda la fase, l'interpolazione viene eseguita secondo le formule:

$$\arg[H(\omega)_R] = \Delta\phi_R = \text{atan}\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$$

$$\arg[H(\omega)_C] = \Delta\phi_C = \text{atan}(RC\omega)$$

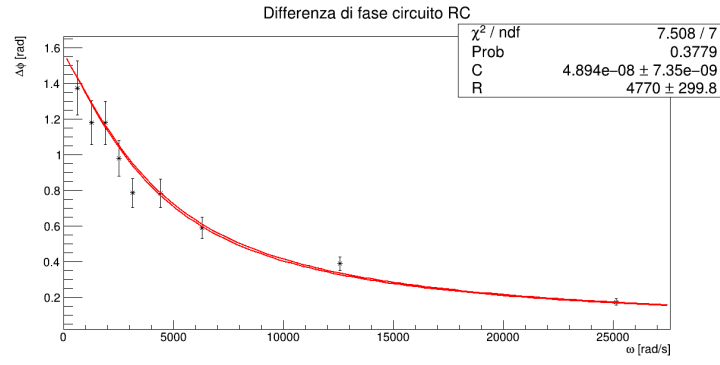


Figura 6: Differenza di fase tra  $V_G$  e  $V_R$

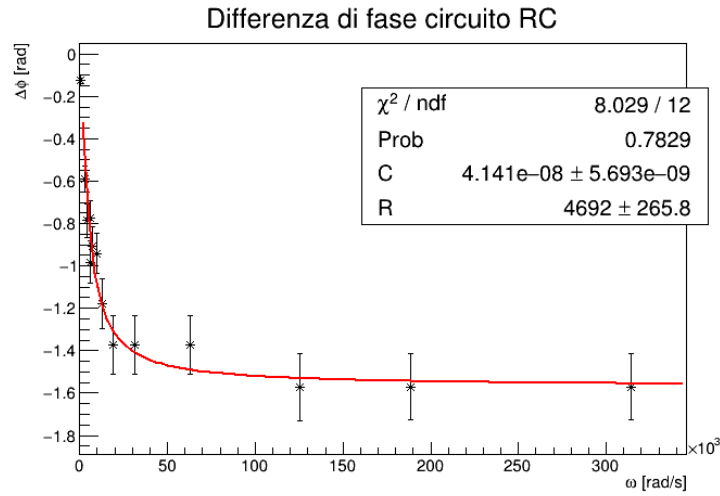


Figura 7: Differenza di fase tra  $V_G$  e  $V_C$

Resistenza e capacità corrispondono ai parametri liberi, di seguito i valori ottenuti.

Valori ottenuti			
	Valori attesi	Figura 6	Figura 7
Resistenza	$4.7 \pm 0.1 \text{ K}\Omega$	$4.8 \pm 0.3 \text{ K}\Omega$ 76.4%	$4.69 \pm 0.26 \text{ K}\Omega$ 68.2%
Capacità	$47 \pm 1 \text{ nF}$	$48.9 \pm 0.7 \text{ nF}$ 12.11%	$41.4 \pm 0.6 \text{ nF}$ 0%

Le probabilità restituite dal metodo del  $\chi^2$  sono rispettivamente di 37.8% e di 78.3%, quindi possiamo affermare che i dati si adattano al modello ipotizzato. Inoltre, i valori ricavati dai t-test (riportati nella tabella) confermano che i dati sono in accordo con le misure attese, eccetto per la seconda capacità.

## 5.2 Circuito RL

In questo caso, la funzione di trasferimento viene studiata su R e L. I dati del modulo sono stati interpolati tramite le leggi:

$$|H(\omega)_R| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$|H(\omega)_L| = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

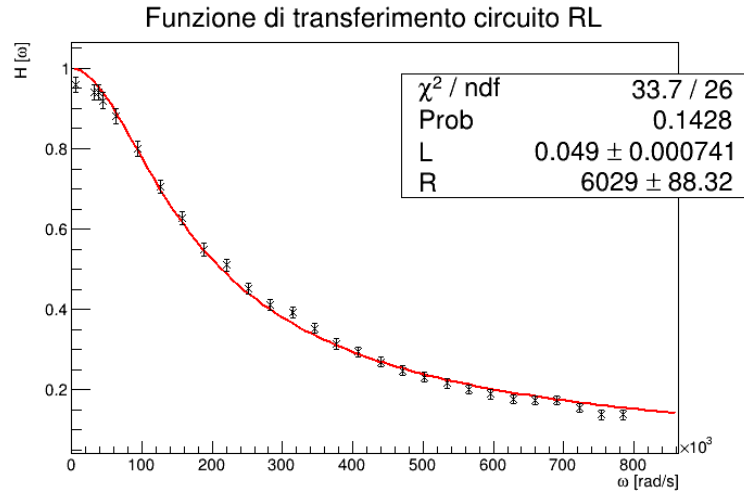


Figura 8:  $|H(\omega)_R|$

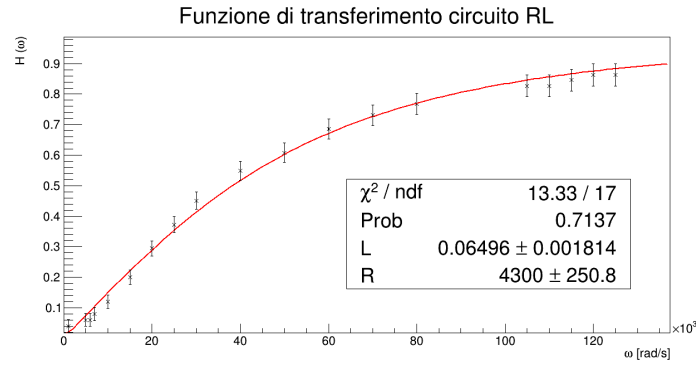


Figura 9:  $|H(\omega)_L|$

I parametri liberi corrispondono alla resistenza R e l'induttanza L, i cui valori sono riportati di seguito.

Valori ottenuti			
	Valori attesi	Figura 8	Figura 9
Resistenza	$4.7 \pm 0.1 \text{ K}\Omega$	$6.0 \pm 0.9 \text{ K}\Omega$ 14.99%	$4.30 \pm 0.25 \text{ K}\Omega$ 13.83%
Induttanza	$30 \pm 1 \text{ mH}$	$49.0 \pm 0.7 \text{ mH}$	$64.9 \pm 1.8 \text{ mH}$

Nel caso dei valori delle induttanze, i valori non sono compatibili con quanto atteso.

Per quanto riguarda invece la compatibilità dei grafici con il modello, sono stati ottenuti chi quadri di 14.3% e di 71.4%, relativi rispettivamente alla Figura 8 e alla Figura 9, ci permettono di affermare che i dati sono in accordo con l'andamento atteso.

Nel caso della fase, invece, le leggi usate sono:

$$\arg[H(\omega)_R] = \Delta\phi_R = \text{atan}\left(-\frac{L\omega}{R}\right)$$

$$\arg[H(\omega)_L] = \Delta\phi_L = \text{atan}\left(\frac{R}{L\omega}\right)$$

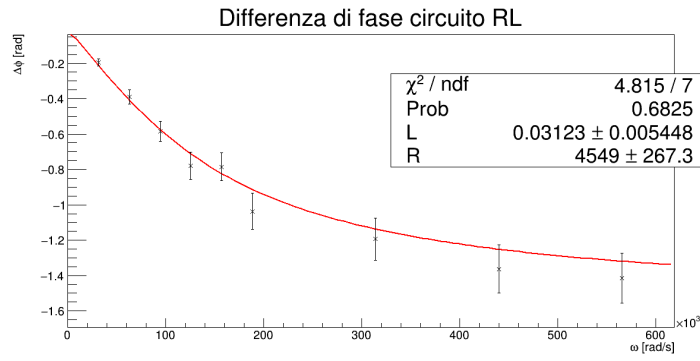


Figura 10: Differenza di fase tra  $V_G$  e  $V_R$

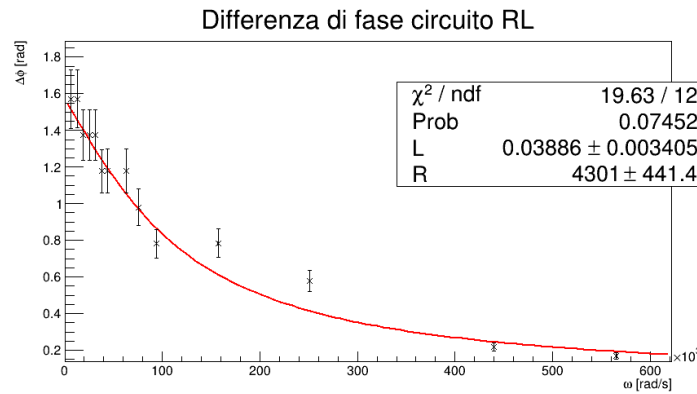


Figura 11: Differenza di fase tra  $V_G$  e  $V_L$

Avendo posto resistenza e induttanza come parametri liberi, i dati ottenuti sono riportati di seguito.

Valori ottenuti			
	Valori attesi	Figura 10	Figura 11
Resistenza	$4.7 \pm 0.1 \text{ K}\Omega$	$4.55 \pm 0.27 \text{ K}\Omega$ 61.01%	$4.3 \pm 0.4 \text{ K}\Omega$ 33.2%
Induttanza	$30 \pm 1 \text{ mH}$	$31 \pm 5 \text{ mH}$ 84.93%	$39 \pm 3 \text{ mH}$ 0.45%

I dati sono compatibili con quelli attesi (eccetto per l'induttanza della Figura 11) e i grafici riportano un chi quadro del 68% e 7% rispettivamente, ovvero sono in accordo con la legge studiata.

### 5.3 Circuito RLC

Nel terzo e ultimo caso vengono analizzate tre diverse funzioni di trasferimento: su resistenza, induttanza e capacità. I dati sono stati interpolati con le seguenti funzioni:

$$|H(\omega)_R| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$|H(\omega)_C| = \frac{1}{\omega C} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$|H(\omega)_L| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

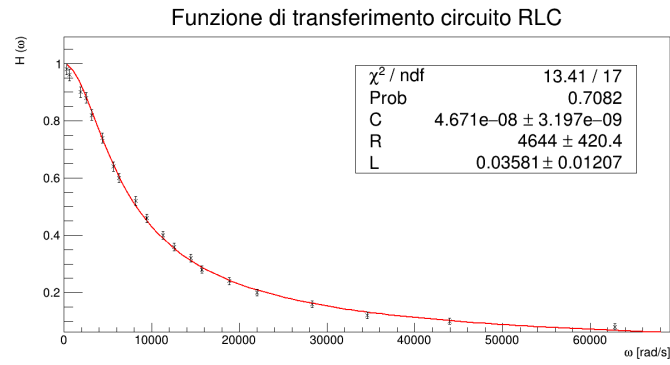


Figura 12:  $|H(\omega)_C|$

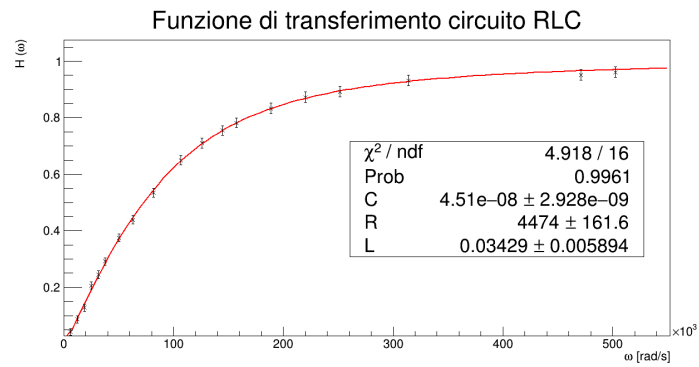


Figura 13:  $|H(\omega)_L|$

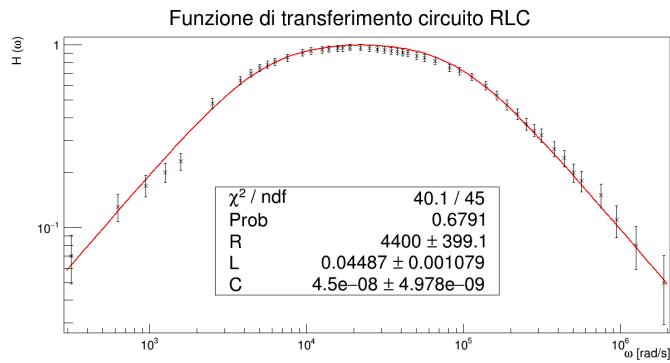


Figura 14:  $|H(\omega)_R|$

In tutti i casi, la capacità C, l'induttanza L e la resistenza R rappresentano i parametri liberi dell'interpolazione. Di seguito riportiamo i valori ottenuti tramite la funzione fit di ROOT.

Valori ottenuti				
	Valori attesi	Figura 12	Figura 13	Figura 14
Resistenza	$4.7 \pm 0.1 \text{ K}\Omega$	$4.6 \pm 0.4 \text{ K}\Omega$ 81.43%	$4.5 \pm 0.2 \text{ K}\Omega$ 37.35%	$4.4 \pm 0.4 \text{ K}\Omega$ 47.15%
Induttanza	$30 \pm 1 \text{ mH}$	$36 \pm 10 \text{ mH}$ 55.52%	$34 \pm 6 \text{ mH}$ 51.57%	$45 \pm 1 \text{ mH}$ 0%
Capacità	$47 \pm 1 \text{ nF}$	$47 \pm 3 \text{ nF}$ 100%	$45 \pm 3 \text{ nF}$ 52.87%	$45 \pm 5 \text{ nF}$ 69.65%



I dati sono compatibili con quelli attesi (eccetto per l'induttanza della [Figura 14](#)), i valori dei test del chi quadro effettuati sono rispettivamente 71%, 99% e 68%.

Per quanto riguarda il calcolo della fase, sono state usate le seguenti formule:

$$\arg[H(\omega)_R] = \Delta\phi_R = -\operatorname{atan}\left(\left(\omega L - \frac{1}{L\omega}\right) \frac{1}{R}\right)$$

$$\arg[H(\omega)_L] = \Delta\phi_L = \frac{\pi}{2} - \operatorname{atan}\left(\left(\omega L - \frac{1}{L\omega}\right) \frac{1}{R}\right)$$

$$\arg[H(\omega)_C] = \Delta\phi_C = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{atan}\left(\left(\omega L - \frac{1}{L\omega}\right) \frac{1}{R}\right)$$

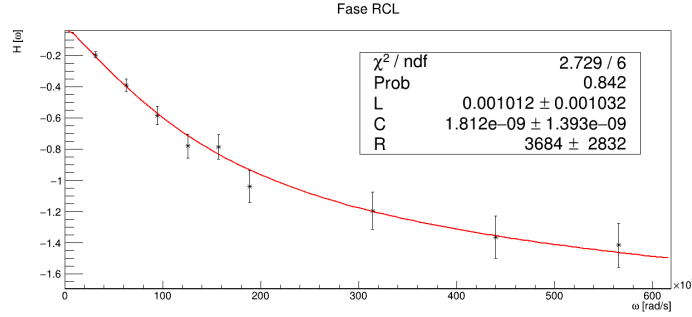


Figura 15: Differenza di fase tra  $V_G$  e  $V_C$

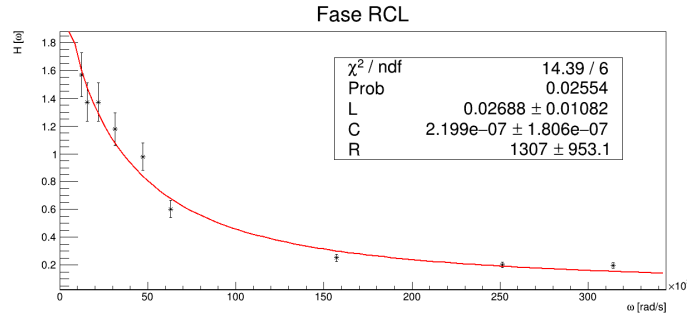


Figura 16: Differenza di fase tra  $V_G$  e  $V_L$

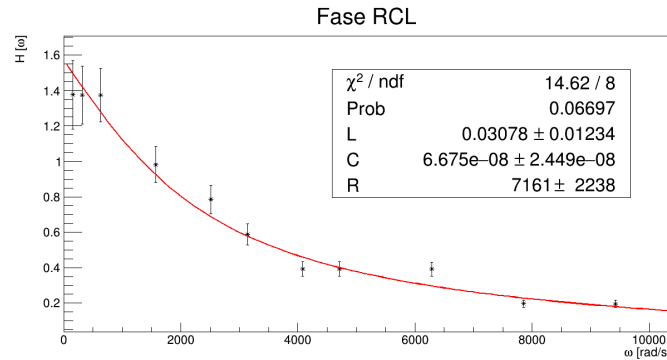


Figura 17: Differenza di fase tra  $V_G$  e  $V_R$

I valori ottenuti con l'interpolazione sono riportati di seguito:

Valori ottenuti				
	Valori attesi	Figura 15	Figura 16	Figura 17
Resistenza	$4.7 \pm 0.1 \text{ K}\Omega$	$3.7 \pm 2.8 \text{ K}\Omega$ 72.63%	$1.307 \pm 0.9 \text{ K}\Omega$ 0%	$7.2 \pm 2.2 \text{ K}\Omega$ 25.85%
Induttanza	$30 \pm 1 \text{ mH}$	$1 \pm 1 \text{ mH}$ 0%	$27 \pm 10 \text{ mH}$ 77.18%	$31 \pm 12 \text{ mH}$ 93.62%
Capacità	$47 \pm 1 \text{ nF}$	$1.8 \pm 1.4 \text{ nF}$ 0%	$220 \pm 180 \text{ nF}$ 33.71%	$67 \pm 24 \text{ nF}$ 40.65%

Non tutti i valori ottenuti sono in accordo con quelli attesi, come è possibile vedere dalla tabella. I valori del chi quadro ottenuti sono 84%, 3% e 7%. Il secondo valore è minore del 5%, il che ci porta a rigettare i dati e il modello ottenuto dal fit.

## 6 Conclusione

Nel caso dei circuiti RC ed RL, siamo stati in grado di calcolare la funzione di trasferimento tramite i valori di  $V_A$  e  $V_B$  e a ricavarne la differenza di fase. I risultati ottenuti dai test effettuati, in particolare quelli del chi quadro, dimostrano un buon accordo con i modelli e ci portano ad affermare che l'esperimento sia stato svolto in maniera corretta. Per quanto riguarda invece il circuito RLC, sono state riscontrate delle difficoltà nel calcolo della fase, e i risultati ottenuti non sono compatibili con quelli attesi.

## 7 Appendice

Circuito RC $V_C, V_G$		Circuito RC $\Delta \phi_C$	
$\omega \text{ [rad/s]}$	$ \mathbf{H}_C(\omega) $	$\omega \text{ [rad/s]}$	$\Delta \phi_C$
$439.6 \pm 0.00628$	$0.908 \pm 0.03$	$6283.19 \pm 6.28$	$-0.77 \pm 0.07$
$628 \pm 0.00628$	$0.868 \pm 0.03$	$62831.80 \pm 6.28$	$-1.34 \pm 0.13$
$942 \pm 0.00628$	$0.806 \pm 0.03$	$125663.70 \pm 6.28$	$-1.57 \pm 0.16$
$1381.6 \pm 0.00628$	$0.720 \pm 0.027$	$188495.60 \pm 6.28$	$-1.57 \pm 0.16$
$2512 \pm 0.00628$	$0.540 \pm 0.026$	$31415.93 \pm 6.28$	$-1.37 \pm 0.14$
$3140 \pm 0.00628$	$0.451 \pm 0.025$	$18849.56 \pm 6.28$	$-1.37 \pm 0.14$
$3768 \pm 0.00628$	$0.380 \pm 0.024$	$12566.37 \pm 6.28$	$-1.18 \pm 0.12$
$8164.00 \pm 6.28$	$0.140 \pm 0.024$	$9424.78 \pm 6.28$	$-0.94 \pm 0.094$
$6280.00 \pm 6.28$	$0.200 \pm 0.021$	$7539.82 \pm 6.28$	$-0.90 \pm 0.091$
$12560.00 \pm 6.28$	$0.080 \pm 0.022$	$314159.30 \pm 6.28$	$-1.57 \pm 0.16$
$31400.00 \pm 6.28$	$0.040 \pm 0.021$	$4398.23 \pm 6.28$	$-0.79 \pm 0.08$
$62800.00 \pm 6.28$	$0.020 \pm 0.020$	$628.32 \pm 6.28$	$-0.130 \pm 0.014$
$43960.00 \pm 6.28$	$0.040 \pm 0.020$	$3141.60 \pm 6.28$	$-0.58 \pm 0.06$
$18840.00 \pm 6.28$	$0.040 \pm 0.020$	$6283.20 \pm 6.28$	$-0.98 \pm 0.10$

Circuito RL $V_L, V_G$		Circuito RL $\Delta \phi_L$	
$\omega$ [rad/s]	$ \mathbf{H}_L(\omega) $	$\omega$ [rad/s]	$\Delta \phi_L$
6280.00 $\pm$ 6.28	0.04 $\pm$ 0.02	6283.20 $\pm$ 6.28	1.57 $\pm$ 0.16
31400.00 $\pm$ 6.28	0.060 $\pm$ 0.021	12566.40 $\pm$ 6.28	1.57 $\pm$ 0.16
37680.00 $\pm$ 6.28	0.060 $\pm$ 0.021	18849.60 $\pm$ 6.28	1.37 $\pm$ 0.14
43960.00 $\pm$ 6.28	0.080 $\pm$ 0.022	25132.74 $\pm$ 6.28	1.38 $\pm$ 0.14
62800.00 $\pm$ 6.28	0.120 $\pm$ 0.022	31415.93 $\pm$ 6.28	1.38 $\pm$ 0.14
94200.00 $\pm$ 6.28	0.200 $\pm$ 0.024	37699.11 $\pm$ 6.28	1.18 $\pm$ 0.12
125600.00 $\pm$ 6.28	0.300 $\pm$ 0.025	43982.30 $\pm$ 6.28	1.18 $\pm$ 0.12
157000.00 $\pm$ 6.28	0.370 $\pm$ 0.027	62831.85 $\pm$ 6.28	1.18 $\pm$ 0.12
188400.00 $\pm$ 6.28	0.450 $\pm$ 0.028	94247.80 $\pm$ 6.28	0.78 $\pm$ 0.08
251200.00 $\pm$ 6.28	0.550 $\pm$ 0.030	75398.22 $\pm$ 6.28	0.98 $\pm$ 0.1
314000.00 $\pm$ 6.28	0.610 $\pm$ 0.032	157079.60 $\pm$ 6.28	0.79 $\pm$ 0.08
376800.00 $\pm$ 6.28	0.690 $\pm$ 0.033	251327.40 $\pm$ 6.28	0.58 $\pm$ 0.06
439600.00 $\pm$ 6.28	0.730 $\pm$ 0.033	439823.00 $\pm$ 6.28	0.22 $\pm$ 0.022
659400.00 $\pm$ 6.28	0.830 $\pm$ 0.035	565486.70 $\pm$ 6.28	0.17 $\pm$ 0.017
690800.00 $\pm$ 6.28	0.850 $\pm$ 0.035		
722200.00 $\pm$ 6.28	0.860 $\pm$ 0.036		
753600.00 $\pm$ 6.28	0.870 $\pm$ 0.037		
785000.00 $\pm$ 6.28	0.870 $\pm$ 0.037		

Circuito RLC $V_L, V_G$		Circuito RLC $\Delta \phi_L$	
$\omega$ [rad/s]	$ \mathbf{H}_L(\omega) $	$\omega$ [rad/s]	$\Delta \phi_L$ [rad]
6283.10 $\pm$ 6.28	0.04 $\pm$ 0.01	31416.30 $\pm$ 6.28	-0.20 $\pm$ 0.02
31415.00 $\pm$ 6.28	0.250 $\pm$ 0.013	157079.60 $\pm$ 6.28	-0.25 $\pm$ 0.03
125663.70 $\pm$ 6.28	0.710 $\pm$ 0.01	62831.90 $\pm$ 6.28	-0.60 $\pm$ 0.06
12566.40 $\pm$ 6.28	0.090 $\pm$ 0.02	31415.90 $\pm$ 6.28	-1.18 $\pm$ 0.12
18849.60 $\pm$ 6.28	0.130 $\pm$ 0.013	15707.90 $\pm$ 6.28	-1.37 $\pm$ 0.14
25132.70 $\pm$ 6.28	0.210 $\pm$ 0.013	12566.40 $\pm$ 6.28	-1.57 $\pm$ 0.16
37699.10 $\pm$ 6.28	0.300 $\pm$ 0.013	21991.20 $\pm$ 6.28	-1.37 $\pm$ 0.14
62831.90 $\pm$ 6.28	0.440 $\pm$ 0.013	47123.90 $\pm$ 6.28	-0.98 $\pm$ 0.1
50265.50 $\pm$ 6.28	0.380 $\pm$ 0.015	94247.80 $\pm$ 6.28	-0.79 $\pm$ 0.07
81681.41 $\pm$ 6.28	0.540 $\pm$ 0.015	251327.40 $\pm$ 6.28	-0.20 $\pm$ 0.02
106814.20 $\pm$ 6.28	0.650 $\pm$ 0.016		
144513.30 $\pm$ 6.28	0.750 $\pm$ 0.017		
157079.60 $\pm$ 6.28	0.780 $\pm$ 0.017		
188495.50 $\pm$ 6.28	0.830 $\pm$ 0.017		
219911.50 $\pm$ 6.28	0.870 $\pm$ 0.018		
251327.40 $\pm$ 6.28	0.890 $\pm$ 0.018		
314159.30 $\pm$ 6.28	0.930 $\pm$ 0.019		
471238.90 $\pm$ 6.28	0.950 $\pm$ 0.019		
502654.80 $\pm$ 6.28	0.960 $\pm$ 0.019		

Circuito RLC $\Delta \phi_R$	
$\omega$ [rad/s]	$\Delta \phi_R$ [rad]
$6283.20 \pm 6.28$	$0.39 \pm 0.04$
$1570.80 \pm 6.28$	$0.98 \pm 0.10$
$628.30 \pm 6.28$	$1.37 \pm 0.15$
$314.20 \pm 6.28$	$1.37 \pm 0.16$
$157.10 \pm 6.28$	$1.38 \pm 0.19$
$2513.30 \pm 6.28$	$0.78 \pm 0.08$
$4712.40 \pm 6.28$	$0.39 \pm 0.04$
$7854.90 \pm 6.28$	$0.20 \pm 0.02$
$9424.80 \pm 6.28$	$0.20 \pm 0.02$
$3141.60 \pm 6.28$	$0.60 \pm 0.06$
$4084.10 \pm 6.28$	$0.40 \pm 0.04$