

1. Найдите длины векторов  $a = (1, 1, 1)$  и  $b = (1, 4, 6)$  и косинус угла между ними. Найдите длину проекции вектора  $b$  на вектор  $a$ .
2. Сформулируйте теорему Фалеса. Сформулируйте и докажите теорему Пифагора.
3. Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- а) Найдите собственные числа и собственные векторы матрицы
  - б) Найдите  $\det(A)$ ,  $\text{tr}(A)$
  - в) Найдите собственные числа матрицы  $A^{2017}$ ,  $\det(A^{2017})$  и  $\text{tr}(A^{2017})$
4. Занудная халява: известно, что  $\text{Cov}(X, Y) = 5$ ,  $\text{Var}(X) = 16$ ,  $\text{Var}(Y) = 25$ ,  $\mathbb{E}(X) = 10$ ,  $\mathbb{E}(Y) = -5$ . Найдите  $\text{Cov}(X + 2Y, Y - X)$ ,  $\text{Var}(X + 2Y)$ ,  $\mathbb{E}(X + 2Y)$ .
  5. Блондинка Маша 100 раз выходила на улицу и при этом 40 раз встретила динозавра. Постройте 95% доверительный интервал для вероятности встретить динозавра. На уровне 5% проверьте гипотезу о том, что данная вероятность равна 0.5 против альтернативной гипотезы об отличии данной вероятности от 0.5.
  6. В кошельке 5 монеток, три золотых и две серебряных. Маша берёт наугад две монетки по очереди. Маше достались одинаковые монетки. Какова условная вероятность того, что обе золотые?

1. Найдите длины векторов  $a = (1, 1, 1)$  и  $b = (1, 4, 6)$  и косинус угла между ними. Найдите длину проекции вектора  $b$  на вектор  $a$ .
2. Сформулируйте теорему Фалеса. Сформулируйте и докажите теорему Пифагора.
3. Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- а) Найдите собственные числа и собственные векторы матрицы
  - б) Найдите  $\det(A)$ ,  $\text{tr}(A)$
  - в) Найдите собственные числа матрицы  $A^{2017}$ ,  $\det(A^{2017})$  и  $\text{tr}(A^{2017})$
4. Занудная халява: известно, что  $\text{Cov}(X, Y) = 5$ ,  $\text{Var}(X) = 16$ ,  $\text{Var}(Y) = 25$ ,  $\mathbb{E}(X) = 10$ ,  $\mathbb{E}(Y) = -5$ . Найдите  $\text{Cov}(X + 2Y, Y - X)$ ,  $\text{Var}(X + 2Y)$ ,  $\mathbb{E}(X + 2Y)$ .
  5. Блондинка Маша 100 раз выходила на улицу и при этом 40 раз встретила динозавра. Постройте 95% доверительный интервал для вероятности встретить динозавра. На уровне 5% проверьте гипотезу о том, что данная вероятность равна 0.5 против альтернативной гипотезы об отличии данной вероятности от 0.5.
  6. В кошельке 5 монеток, три золотых и две серебряных. Маша берёт наугад две монетки по очереди. Маше достались одинаковые монетки. Какова условная вероятность того, что обе золотые?