№1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Навигация

<Все конспекты>
Прошлая: №10.
Следующая:

Оглавление

$$y = \sin x$$

$$\Delta y = \sin(x_0 + \Delta x) - \sin(x_0) = 2\sin\left(\frac{x_0 + \Delta x - x_0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x_0 + \Delta x + x_0}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \text{co}$$

$$\sim 2\frac{\Delta x}{2}, \text{т.к } \frac{\Delta x}{2} \to 0 \text{ при } \Delta x \to_0$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x \cdot \cos\left(\frac{2x_0 + \Delta x}{2}\right)}{\Delta x} = \cos x_0$$

Правила дифференцирования

1. $(C)' = 0$ т.к. приращение $= 0$
2. Постоянный множитель можно (в типовом нужно) вынести за знак производной: $(C \cdot U)' = C \cdot U'$
3. Производная от суммы равна сумме производных т.к. приращение от суммы равна сумме приращение: $(U \pm V)' = U' \pm V'$
4. $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
   Доказательство
   $y = U \cdot V$
   $\Delta y = (U_0 + \Delta U)(V_0 + \Delta V) - U_0V_0 = U_0V_0 + V_0\Delta U + U_0\Delta V + \Delta U\Delta V - V_0U_0$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \left(V_0 \frac{\Delta U}{\Delta x} + U_0 \frac{\Delta V}{\Delta x} + \Delta U \frac{\Delta V}{\Delta x} \right) =$$
$$= V_0 U_0' + U_0 V_0' + \lim_{\Delta x \to 0} \Delta U \cdot V_0 = VU' + UV'$$

5. $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
6. Производная обратной функции: $\boxed{y_x' = \dfrac{1}{x_y'}}$

   Доказательство
   $y_x' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\frac{\Delta x}{\Delta y}} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1}{x_y'}$

Пример

$$(e^x)' = \left(\frac{1}{\ln y}\right)' = \frac{1}{\frac{1}{y}} = y = e^x$$