

Un algoritmo aleatorizado para calcular la mediana

Jesús Jáuregui Miller Silva Erwin Carlos Aznarán

Resumen

En este trabajo,

Palabras clave

Cuantil, Percentil, Mediana, Quick Sort, Heap Sort.

I. INTRODUCCIÓN

I-A. Definiciones

Definición I-A.1 (Percentil). Es un valor

Definición I-A.2 (Mediana de una distribución). Es un valor x_m de \mathbb{X} tal que el 50% de los posibles valores de X están por debajo de x_m y el 50% de los posibles valores de \mathbb{X} están por arriba de x_m .

II. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

En este proyecto, para obtener un algoritmo eficiente para obtener de manera aleatoria la mediana de un conjunto de datos desordenados, se debe tener algunos conceptos previos para poder entender y posteriormente desarrollar un código. Los conceptos a desarrollar son: Algoritmos de búsqueda, Algoritmos de ordenamiento, Algoritmos aleatorios.

II-A. Algoritmos de búsqueda

Un algoritmo de búsqueda se encarga de, a partir de una serie de criterios, encontrar un determinado elemento dentro de un conjunto de datos. Dentro de los más conocidos y más utilizados están:

Búsqueda secuencial Para encontrar un elemento en un conjunto estructurado, se analiza elemento por elemento hasta encontrar con aquel elemento solicitado. Tiene un tiempo, en el peor caso, de $O(n)$.

Búsqueda binaria En este caso, el conjunto de elementos debe estar ordenado de modo que se compara con el elemento medio si es menor(izquierda), mayor(derecha) e igual (devuelve el valor), y se repite el proceso reduciendo la cantidad de datos. Tiene un tiempo, en el peor caso, de $O(\log 2n)$.

II-B. Algoritmo de ordenamiento

Un algoritmo de ordenamiento se encarga de comparar todos los elementos y colocarlos en un orden, mediante algún método (intercambio, mezcla, partición, etc.). Los algoritmos más utilizados son:

Ordenamiento de burbuja Este algoritmo funciona comparando cada elemento de la lista con el siguiente e intercambiando si es que el elemento comparado es menor. Tiene como complejidad $O(n^2)$.

Ordenamiento por mezcla Este algoritmo funciona dividiendo en la mitad recursivamente en una cantidad de elementos, cuando son pequeñas cantidades se procede a ordenarlos y agruparlos, de manera progresiva hasta su totalidad. Tiene complejidad $O(n \log 2n)$.

Ordenamiento rápido Este algoritmo funciona utilizando un pivote, el cual tiene la función de comparar y particionar el conjunto de datos entre menores y mayores que el pivote, este procedimiento se repite en las dos particiones y así sucesivamente. Tiene complejidad $O(n \log 2n)$. Es uno de los algoritmos más rápidos, por tal motivo se tiene pensado utilizar este algoritmo para lograr el objetivo de este proyecto.

El profesor César Lara Ávila

III. ALGORITMOS ALEATORIOS

Los algoritmos aleatorios son aquellos que utilizan en alguna parte de su estructura números aleatorios, con el fin de lograr las mismas posibilidades frente a cualquier caso. Es entonces, enfocado a nuestro proyecto, necesario utilizar la aleatoriedad para obtener una mejor probabilidad. Por lo expuesto, se procede a elaborar un pseudocódigo para hallar la mediana de manera aleatoria con la idea de poder transcribirlo a cualquier lenguaje de programación, en nuestro caso en lenguaje R. Para hallar la mediana de un conjunto de datos, se deben de utilizar un algoritmo de ordenamiento y de búsqueda, ya que no se sabe si el conjunto de datos está ordenado. Para ello se analiza primero los algoritmos de búsqueda. Aplicado a nuestro objetivo sería ineficiente buscar secuencialmente la mediana, ya que no necesitamos recorrer toda la cadena para hallarlo, aun peor cuando no está ordenado. Igualmente pasaría con un algoritmo de búsqueda binaria, ya que de estar ordenado tan solo se necesitaría devolver. Entonces, es necesario implementar algún algoritmo de ordenamiento. Como se presentó anteriormente, existen diferentes tipos de algoritmos de ordenamiento. Para escoger el más indicado se debe tomar en cuenta el tiempo de ejecución, es decir cuánto tiempo demora en ordenar todo el conjunto de datos. Para ello se utiliza la gran O como determinante para el análisis de los tiempos. Se tiene algoritmos de ordenamiento en $O(n^2)$, $O(n \log n)$ y hasta $O(n)$. Sin embargo, no es necesario ordenarlo todo para hallarlo. Para ello se podría ordenar hasta $n/2$ de forma secuencial sin problema alguno y el resto dejarlo tal como estaba. Podría ser una solución buena, pero se puede mejorar aún más. Si analizamos la estructura del Quicksort, nos puede ayudar en la búsqueda de la mediana, el cual cuenta con dos funciones: *La función 'PARTICION' tiene como entrada A, p y r. A es una cadena de elementos de tamaño n, p es la posición inicial relativa y r es una posición final relativa. La función se encarga de seleccionar un pivote, el cual es el último elemento en la cadena, en donde se hace una separación de los números en comparación con el pivote, donde los menores irán a la izquierda y los mayores a la derecha. Por último, el pivote intercambia de posición con el primer mayor encontrado, y devuelve esa posición.

Algoritmo 1 Épsilon de la máquina

```

1: for k do 100
2:    $s \leftarrow 0,5 * s$ 
3:    $t \leftarrow s + 1,0$ 
4:   if  $t \leq 1,0$  then
5:      $s \leftarrow 2,0 * s$ 
6:     Escribir  $k - 1, s$ 
7:     Salir
8:   end if
9: end for

```

IV. AGRADECIMIENTOS