



[Cod: CM-334 Curso: Análisis Numérico I ]

[Tema: Factorizaciones matriciales.]

[Prof: Luis Roca.]

### Laboratorio N° 4

1. Programe y utilice el algoritmo de Householder para determinar la factorización  $QR$  de

$$\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 0 & 0 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

2. Demuestre que si  $Q$  es unitaria si y solo si sus filas constituyen un conjunto ortonormal.
3. Sea  $A$  una matriz de  $m \times n$ ,  $b$  un vector  $m \times 1$  y  $\alpha > 0$ . Utilizando la norma euclidiana, defina:

$$F(x) = \|Ax - b\|_2^2 + \alpha \|x\|_2^2.$$

Demuestre que  $F(x)$  alcanza un mínimo cuando  $x$  es solución de la ecuación

$$(A^T A + \alpha I)x = A^T b$$

Demuestre que cuando  $x$  se define de esa manera,

$$F(x + h) = F(x) + (Ah)^T + \alpha h^T h$$

4. Demuestre que si  $Q$  es unitaria, entonces para todo  $x$  y todo  $y$

$$\|x\|_2 = \|Qx\|_2 \quad y \quad \langle x, y \rangle = \langle Qx, Qy \rangle$$

5. Programe el algoritmo de Gram-Schmidt y el algoritmo modificado de Gram-Schmidt y pruébelos para ver cual es mejor. La primera prueba podría comprender una matriz de  $20 \times 10$  con elementos aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo  $[0, 1]$ . La segunda prueba podría comprende una matriz de  $20 \times 10$  con elementos generados por una función elemental, como por ejemplo

$$a_{ij} = \left( \frac{2i - 2j}{19} \right)^{j-1}$$

En cada caso genere a partir de  $A$  una matriz  $B$  cuyas columnas deberán ser ortonormales. Examine  $B^T B$  para ver cuan próxima es a la matriz identidad.

6. Encuentre un polinomio de grado 3 que ajuste

$x$	0	2	4	6	9	11	12	15	17	19
$y$	5	6	7	6	9	8	7	10	12	12

7. Encuentre un polinomio de grado 4 que ajuste

$x$	6	7	11	15	17	21	23	29	29	37	39
$y$	29	21	29	14	21	15	7	7	13	0	3

8. Encuentre una función potencia  $y = ax^n$  que ajuste

$x$	2.5	3.5	5	6	7.5	10	12.5	15	17.5	20
$y$	13	11	8.5	8.2	7	6.2	5.2	4.8	4.6	4.3

9. Encuentre una función exponencial  $y = ae^{bx}$  que ajuste

$x$	0.4	0.8	1.2	1.6	2	2.3
$y$	800	975	1500	1950	2900	3600

10. Encuentre una función  $y = axe^{bx}$  que ajuste

$x$	0.1	0.2	0.4	0.6	0.9	1.3	1.5	1.7	1.8
$y$	0.75	1.25	1.45	1.25	0.85	0.55	0.35	0.28	0.18

11. Encuentre una función  $k = \frac{ac^2}{b+c^2}$  que ajuste

$c$	0.5	0.8	1.5	2.5	4
$k$	1.1	2.4	5.3	7.6	8.9

12. Encuentre una función  $x = e^{\frac{y-b}{a}}$  que ajuste

$x$	1	2	3	4	5
$y$	0.5	2	2.9	3.5	4

Uni, 18 de octubre de 2018\*

---

\*Hecho en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X