

Nombres		Códigos	
---------	--	---------	--

**17-20** ■ Efectúe las operaciones indicadas.

17. (a)  $\frac{4}{13} + \frac{3}{13}$       (b)  $\frac{3}{10} \cdot \frac{25}{27}$

18. (a)  $\frac{7}{45} \cdot \frac{9}{10}$       (b)  $\frac{5}{14} - \frac{1}{21} + 1$

19. (a)  $\frac{2}{5} \div \frac{9}{10}$       (b)  $(4 \div \frac{1}{2}) - \frac{1}{2}$

20. (a)  $(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}) \div \frac{1}{72}$       (b)  $(2 \div \frac{2}{3}) - (\frac{2}{3} \div 2)$

**1–8** ■ Escriba cada una de las expresiones con radicales usando exponentes y cada expresión exponencial usando radicales.

Expresión con radicales

Expresión con exponentes

1.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2.  $\sqrt[3]{7^2}$

3.   $4^{2/3}$

4.   $11^{-3/2}$

5.  $\sqrt[5]{5^3}$

6.   $2^{-1.5}$

7.   $a^{2/5}$

8.  $\frac{1}{\sqrt{x^5}}$



**9–18 ■** Evalúe cada expresión

9. a)  $-3^2$       b)  $(-3)^2$       c)  $(-3)^0$

10. a)  $5^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3$       b)  $\frac{10^7}{10^4}$       c)  $\frac{3}{3^{-2}}$

11. a)  $\frac{4^{-3}}{2^{-8}}$       b)  $\frac{3^{-2}}{9}$       c)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

12. a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$       b)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \frac{9}{16}$       c)  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$

13. a)  $\sqrt{16}$       b)  $\sqrt[4]{16}$       c)  $\sqrt[4]{1/16}$

14. a)  $\sqrt{64}$       b)  $\sqrt[3]{-64}$       c)  $\sqrt[5]{-32}$

15. a)  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$       b)  $\sqrt[3]{\frac{-1}{64}}$       c)  $\frac{\sqrt[5]{-3}}{\sqrt[5]{96}}$

16. a)  $\sqrt{7}\sqrt{28}$       b)  $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$       c)  $\sqrt[4]{24}\sqrt[4]{54}$

17. a)  $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1/2}$       b)  $(-32)^{2/5}$       c)  $-32^{2/5}$

18. a)  $1024^{-0.1}$       b)  $\left(-\frac{27}{8}\right)^{2/3}$       c)  $\left(\frac{25}{64}\right)^{-3/2}$

**19–22 ■** Evalúe la expresión usando  $x = 3$ ,  $y = 4$  y  $z = -1$ .

19.  $\sqrt{x^2 + y^2}$       20.  $\sqrt[4]{x^3 + 14y + 2z}$

21.  $(9x)^{2/3} + (2y)^{2/3} + z^{2/3}$       22.  $(xy)^{2z}$

**27–44 ■** Simplifique la expresión y elimine todos los exponentes negativos.

27.  $a^9a^{-5}$       28.  $(3y^2)(4y^5)$

29.  $(12x^2y^4)\left(\frac{1}{2}x^5y\right)$       30.  $(6y)^3$

31.  $\frac{x^9(2x)^4}{x^3}$       32.  $\frac{a^{-3}b^4}{a^{-5}b^5}$

33.  $b^4\left(\frac{1}{3}b^2\right)(12b^{-8})$       34.  $(2s^3t^{-1})\left(\frac{1}{4}s^6\right)(16t^4)$

35.  $(rs)^3(2s)^{-2}(4r)^4$       36.  $(2u^2v^3)^3(3u^3v)^{-2}$

37.  $\frac{(6y^3)^4}{2y^5}$       38.  $\frac{(2x^3)^2(3x^4)}{(x^3)^4}$

39.  $\frac{(x^2y^3)^4(xy^4)^{-3}}{x^2y}$       40.  $\left(\frac{c^4d^3}{cd^2}\right)\left(\frac{d^2}{c^3}\right)^3$



$$41. \frac{(xy^2z^3)^4}{(x^3y^2z)^3}$$

$$42. \left(\frac{xy^{-2}z^{-3}}{x^2y^3z^{-4}}\right)^{-3}$$

$$43. \left(\frac{q^{-1}rs^{-2}}{r^{-5}sq^{-8}}\right)^{-1}$$

$$44. (3ab^2c)\left(\frac{2a^2b}{c^3}\right)^{-2}$$

**45–52** ■ Simplifique la expresión. Suponga que las letras representan números reales.

$$45. \sqrt[4]{x^4}$$

$$46. \sqrt[5]{x^{10}}$$

$$47. \sqrt[4]{16x^8}$$

$$48. \sqrt[3]{x^3y^6}$$

$$49. \sqrt{a^2b^6}$$

$$50. \sqrt[3]{a^2b}\sqrt[3]{a^4b}$$

$$51. \sqrt[3]{\sqrt{64x^6}}$$

$$52. \sqrt[4]{x^4y^2z^2}$$

**53–70** ■ Simplifique la expresión y elimine los exponentes negativos. Suponga que las letras representan números positivos.

$$53. x^{2/3}x^{1/5}$$

$$54. (2x^{3/2})(4x)^{-1/2}$$

$$55. (-3a^{1/4})(9a)^{-3/2}$$

$$56. (-2a^{3/4})(5a^{3/2})$$

$$57. (4b)^{1/2}(8b^{2/5})$$

$$58. (8x^6)^{-2/3}$$

$$59. (c^2d^3)^{-1/3}$$

$$60. (4x^6y^8)^{3/2}$$

$$61. (y^{3/4})^{2/3}$$

$$62. (a^{2/5})^{-3/4}$$

$$63. (2x^4y^{-4/5})^3(8y^2)^{2/3}$$

$$64. (x^{-5}y^3z^{10})^{-3/5}$$

$$65. \left(\frac{x^6y}{y^4}\right)^{5/2}$$

$$66. \left(\frac{-2x^{1/3}}{y^{1/2}z^{1/6}}\right)^4$$

$$67. \left(\frac{3a^{-2}}{4b^{-1/3}}\right)^{-1}$$

$$68. \frac{(y^{10}z^{-5})^{1/5}}{(y^{-2}z^3)^{1/3}}$$

$$69. \frac{(9st)^{3/2}}{(27s^3t^{-4})^{2/3}}$$

$$70. \left(\frac{a^2b^{-3}}{x^{-1}y^2}\right)^3 \left(\frac{x^{-2}b^{-1}}{a^{3/2}y^{1/3}}\right)$$



**83–86 ■ Racionalice el denominador.**

- |                                |                              |                          |
|--------------------------------|------------------------------|--------------------------|
| 83. a) $\frac{1}{\sqrt{10}}$   | b) $\sqrt{\frac{2}{x}}$      | c) $\sqrt{\frac{x}{3}}$  |
| 84. a) $\sqrt{\frac{5}{12}}$   | b) $\sqrt{\frac{x}{6}}$      | c) $\sqrt{\frac{y}{2z}}$ |
| 85. a) $\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$ | b) $\frac{1}{\sqrt[4]{y^3}}$ | c) $\frac{x}{y^{2/5}}$   |
| 86. a) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$ | b) $\frac{a}{\sqrt[3]{b^2}}$ | c) $\frac{1}{c^{3/7}}$   |

Evalúe cada expresión:

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 1. $\log_3 \sqrt{27}$                   | 2. $\log_2 160 - \log_2 5$      |
| 3. $\log 4 + \log 25$                   | 4. $\log \frac{1}{\sqrt{1000}}$ |
| 5. $\log_4 192 - \log_4 3$              | 6. $\log_{12} 9 + \log_{12} 16$ |
| 7. $\log_2 6 - \log_2 15 + \log_2 20$   |                                 |
| 8. $\log_3 100 - \log_3 18 - \log_3 50$ |                                 |
| 9. $\log_4 16^{100}$                    | 10. $\log_2 8^{33}$             |
| 11. $\log(\log 10^{10,000})$            | 12. $\ln(\ln e^{e^{200}})$      |

Use las leyes de los Logaritmos para desarrolla las

siguientes expresiones

- |   |  |
|---|--|
| 13. $\log_2(2x)$  | 14. $\log_3(5y)$   |
| 15. $\log_2(x(x - 1))$  | 16. $\log_5 \frac{x}{2}$                                   |
| 17. $\log 6^{10}$   | 18. $\ln \sqrt{z}$   |
| 19. $\log_2(AB^2)$  | 20. $\log_6 \sqrt[4]{17}$                                  |
| 21. $\log_3(x\sqrt{y})$                                       | 22. $\log_2(xy)^{10}$                                      |
| 23. $\log_5 \sqrt[3]{x^2 + 1}$                                | 24. $\log_a \left( \frac{x^2}{yz^3} \right)$               |
| 25. $\ln \sqrt{ab}$   | 26. $\ln \sqrt[3]{3r^2s}$                                  |
| 27. $\log \left( \frac{x^3y^4}{z^6} \right)$                  | 28. $\log \left( \frac{a^2}{b^4\sqrt{c}} \right)$          |
| 29. $\log_2 \left( \frac{x(x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 - 1}} \right)$ | 30. $\log_5 \sqrt{\frac{x - 1}{x + 1}}$                    |
| 31. $\ln \left( x\sqrt{\frac{y}{z}} \right)$                  | 32. $\ln \frac{3x^2}{(x + 1)^{10}}$                        |
| 33. $\log \sqrt[4]{x^2 + y^2}$                                | 34. $\log \left( \frac{x}{\sqrt[3]{1 - x}} \right)$        |
| 35. $\log \sqrt{\frac{x^2 + 4}{(x^2 + 1)(x^3 - 7)^2}}$        | 36. $\log \sqrt{x\sqrt{y\sqrt{z}}}$                        |
| 37. $\ln \left( \frac{x^3\sqrt{x - 1}}{3x + 4} \right)$       | 38. $\log \left( \frac{10^x}{x(x^2 + 1)(x^4 + 2)} \right)$ |





1. Realizar las operaciones indicadas en los siguientes polinomios:

7.  $(12x - 7) - (5x - 12)$       8.  $(5 - 3x) + (2x - 8)$

9.  $(3x^2 + x + 1) + (2x^2 - 3x - 5)$

10.  $(3x^2 + x + 1) - (2x^2 - 3x - 5)$

11.  $(x^3 + 6x^2 - 4x + 7) - (3x^2 + 2x - 4)$

12.  $3(x - 1) + 4(x + 2)$

13.  $8(2x + 5) - 7(x - 9)$

14.  $4(x^2 - 3x + 5) - 3(x^2 - 2x + 1)$

15.  $2(2 - 5t) + t^2(t - 1) - (t^4 - 1)$

16.  $5(3t - 4) - (t^2 + 2) - 2t(t - 3)$

17.  $\sqrt{x}(x - \sqrt{x})$

18.  $x^{3/2}(\sqrt{x} - 1/\sqrt{x})$

19.  $(3t - 2)(7t - 5)$

20.  $(4x - 1)(3x + 7)$

21.  $(x + 2y)(3x - y)$

22.  $(4x - 3y)(2x + 5y)$

23.  $(1 - 2y)^2$

24.  $(3x + 4)^2$

25.  $(2x^2 + 3y^2)^2$

26.  $\left(c + \frac{1}{c}\right)^2$

27.  $(2x - 5)(x^2 - x + 1)$

28.  $(1 + 2x)(x^2 - 3x + 1)$

29.  $(x^2 - a^2)(x^2 + a^2)$

30.  $(x^{1/2} + y^{1/2})(x^{1/2} - y^{1/2})$

31.  $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{b}\right)\left(\sqrt{a} + \frac{1}{b}\right)$

32.  $(\sqrt{h^2 + 1} + 1)(\sqrt{h^2 + 1} - 1)$

33.  $(1 + a^3)^3$

34.  $(1 - 2y)^3$

35.  $(x^2 + x - 1)(2x^2 - x + 2)$

36.  $(3x^3 + x^2 - 2)(x^2 + 2x - 1)$

37.  $(1 + x^{4/3})(1 - x^{2/3})$

38.  $(1 - b)^2(1 + b)^2$

39.  $(3x^2y + 7xy^2)(x^2y^3 - 2y^2)$

40.  $(x^4y - y^5)(x^2 + xy + y^2)$

41.  $(x + y + z)(x - y - z)$

42.  $(x^2 - y + z)(x^2 + y - z)$



**1–6** ■ Se dan dos polinomios  $P$  y  $D$ . Use la división sintética o la división larga para dividir  $P(x)$  entre  $D(x)$ , y exprese  $P$  en la forma  $P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$ .

1.  $P(x) = 3x^2 + 5x - 4$ ,  $D(x) = x + 3$
2.  $P(x) = x^3 + 4x^2 - 6x + 1$ ,  $D(x) = x - 1$
3.  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x$ ,  $D(x) = 2x - 3$
4.  $P(x) = 4x^3 + 7x + 9$ ,  $D(x) = 2x + 1$
5.  $P(x) = x^4 - x^3 + 4x + 2$ ,  $D(x) = x^2 + 3$
6.  $P(x) = 2x^5 + 4x^4 - 4x^3 - x - 3$ ,  $D(x) = x^2 - 2$

**7–12** ■ Se dan dos polinomios  $P$  y  $D$ . Use la división sintética o la división larga para dividir  $P(x)$  entre  $D(x)$ , y exprese el cociente  $P(x)/D(x)$  en la forma

$$\frac{P(x)}{D(x)} = Q(x) + \frac{R(x)}{D(x)}$$

7.  $P(x) = x^2 + 4x - 8$ ,  $D(x) = x + 3$
8.  $P(x) = x^3 + 6x + 5$ ,  $D(x) = x - 4$
9.  $P(x) = 4x^2 - 3x - 7$ ,  $D(x) = 2x - 1$
10.  $P(x) = 6x^3 + x^2 - 12x + 5$ ,  $D(x) = 3x - 4$
11.  $P(x) = 2x^4 - x^3 + 9x^2$ ,  $D(x) = x^2 + 4$
12.  $P(x) = x^5 + x^4 - 2x^3 + x + 1$ ,  $D(x) = x^2 + x - 1$

## CASOS DE FACTORIZACIÓN

Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como un producto. Cuando realizamos las multiplicaciones:

1.  $2x(x^2 - 3x + 2) = 2x^3 - 6x^2 + 4x$
2.  $(x + 7)(x + 5) = x^2 + 12x + 35$

Entonces vemos que las expresiones de la izquierda son los factores y las de la derecha son las expresiones a factorizar, es decir, la factorización es el proceso inverso de la multiplicación.

La factorización es de extrema importancia en la Matemática, así es que debes tratar de entender lo más que puedas sobre lo que vamos a trabajar.

Existen varios casos de factorización:

### **1. FACTOR COMUN MONOMIO:**

**Factor común monomio:** es el factor que está presente en cada término del polinomio :



## Ejemplo N° 1: ¿Cuál es el factor común monomio en $12x + 18y - 24z$ ?

Entre los coeficientes es el 6, o sea,  $6 \cdot 2x + 6 \cdot 3y - 6 \cdot 4z = 6(2x + 3y - 4z)$

## Ejemplo N° 2: ¿ Cuál es el factor común monomio en : $5a^2 - 15ab - 10ac$

El factor común entre los coeficientes es 5 y entre los factores literales es a, por lo tanto

$$5a^2 - 15ab - 10ac = 5a \cdot a - 5a \cdot 3b - 5a \cdot 2c = 5a(a - 3b - 2c)$$

## Ejemplo N° 3: ¿Cuál es el factor común en $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2$

El factor común es “ $6xy$ ” porque

$$6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = 6xy(x - 5y + 2xy)$$

Realiza tú los siguientes ejercicios:

**EJERCICIOS.** Halla el factor común de los siguientes ejercicios:

1. $6x - 12 =$	2. $4x - 8y =$
3. $24a - 12ab =$	4. $10x - 15x^2 =$
5. $14m^2n + 7mn =$	6. $4m^2 - 20am =$
7. $8a^3 - 6a^2 =$	8. $ax + bx + cx =$
9. $b^4 - b^3 =$	10. $4a^3bx - 4bx =$
11. $14a - 21b + 35 =$	12. $3ab + 6ac - 9ad =$
13. $20x - 12xy + 4xz =$	14. $6x^4 - 30x^3 + 2x^2 =$
15. $10x^2y - 15xy^2 + 25xy =$	16. $12m^2n + 24m^3n^2 - 36m^4n^3 =$
17. $2x^2 + 6x + 8x^3 - 12x^4 =$	18. $10p^2q^3 + 14p^3q^2 - 18p^4q^3 - 16p^5q^4 =$
19. $m^3n^2p^4 + m^4n^3p^5 - m^6n^4p^4 + m^2n^4p^3 =$	
20. $\frac{3}{4}x^2y - \frac{8}{9}xy^2 =$	
21. $\frac{1}{2}a^2b^3 + \frac{1}{4}a^3b^4 - \frac{1}{8}a^2b^5 + \frac{1}{16}a^4b^2 =$	
22. $\frac{4}{35}a^2b - \frac{12}{5}ab + \frac{8}{15}a^2b^3 - \frac{16}{25}a^3b =$	

## 2. FACTOR COMUN POLINOMIO:

Es el polinomio que aparece en cada término de la expresión:

### EJEMPLO N° 1.

Factoriza  $x(a + b) + y(a + b) =$

$$\begin{aligned} \text{Existe un factor común que es } (a + b) &= x(a + b) + y(a + b) = \\ &= (a + b)(x + y) \end{aligned}$$

### EJEMPLO N° 2.

$$\begin{aligned} \text{Factoriza } 2a(m - 2n) - b(m - 2n) &= \\ &= 2a(m - 2n) - b(m - 2n) \\ &= (m - 2n)(2a - b) \end{aligned}$$

## EJERCICIOS



23. $a(x + 1) + b(x + 1) =$	24. $m(2a + b) + p(2a + b) =$
25. $x^2(p + q) + y^2(p + q) =$	26. $(a^2 + 1) - b(a^2 + 1) =$
27. $(1 - x) + 5c(1 - x) =$	28. $a(2 + x) - (2 + x) =$
29. $(x + y)(n + 1) - 3(n + 1) =$	30. $(a + 1)(a - 1) - 2(a - 1) =$
31. $(a(a + b) - b(a + b)) =$	32. $(2x + 3)(3 - r) - (2x - 5)(3 - r) =$

### 3. FACTOR COMUN POR AGRUPAMIENTO

Se trata de extraer un doble factor común.

#### EJEMPLO N°1.

Factoriza  $ap + bp + aq + bq$

Se extrae factor común “p” de los dos primeros términos y “q” de los dos últimos  
 $p(a + b) + q(a + b)$

Se saca factor común polinomio

$$(a + b)(p + q)$$

#### EJERCICIOS :

33. $a^2 + ab + ax + bx =$	34. $ab + 3a + 2b + 6 =$
35. $ab - 2a - 5b + 10 =$	36. $2ab + 2a - b - 1 =$
37. $am - bm + an - bn =$	38. $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a =$
39. $3x^2 - 3bx + xy - by =$	40. $6ab + 4a - 15b - 10 =$
41. $3a - b^2 + 2b^2x - 6ax =$	42. $a^3 + a^2 + a + 1 =$
43. $ac - a - bc + b + c^2 - c =$	
44. $6ac - 4ad - 9bc + 6bd + 15c^2 - 10cd =$	
45. $ax - ay - bx + by - cx + cy =$	
46. $3am - 8bp - 2bm + 12ap =$	
47. $18x - 12 - 3xy + 2y + 15xz - 10z =$	
48. $\frac{15}{4}x^2 - \frac{21}{4}xz - \frac{10}{3}xy + \frac{143}{3}yz + 5x - 7z =$	
49. $\frac{2}{3}am - \frac{8}{3}am - \frac{4}{5}bm + \frac{16}{5}bn =$	

### 4. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

El trinomio de la forma  $x^2 + bx + c$  se puede descomponer en dos factores binomiales mediante el siguiente proceso :

EJEMPLO N° 1. Descomponer  $x^2 + 6x + 5$

1º Hallar dos factores que den el primer término  $x \cdot x$

2º Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea “6”

$$1 \cdot 5 \quad 6 \quad -1 \cdot -5$$



pero la suma debe ser +6 luego serán

$$(x + 1)(x + 5)$$

#### EJEMPLO N° 2:

Factorizar  $x^2 + 4xy - 12y^2$

1º Hallar dos factores del primer término, o sea  $x^2$ :  $x \cdot x$

2º Hallar los divisores de  $12y^2$ , éstos pueden ser :  $6y \cdot -2y$  ó  $-6y \cdot 2y$

$$\begin{array}{ll} \text{ó } 4y \cdot -3y & \text{ó } -4y \cdot 3y \\ \text{ó } 12y \cdot -y & \text{ó } -12y \cdot y \end{array}$$

pero la suma debe ser +4 , luego servirán  $6y$  y  $-2y$ , es decir

$$x^2 + 4xy - 12y^2 = (x + 6y)(x - 2y)$$

#### EJERCICIOS:

Factoriza los siguientes trinomios en dos binomios :

50.	$x^2 + 4x + 3 =$	51.	$a^2 + 7a + 10 =$
52.	$b^2 + 8b + 15 =$	53.	$x^2 - x - 2 =$
54.	$r^2 - 12r + 27 =$	55.	$s^2 - 14s + 33 =$
56.	$h^2 - 27h + 50 =$	57.	$y^2 - 3y - 4 =$
58.	$x^2 + 14xy + 24y^2 =$	59.	$m^2 + 19m + 48 =$
60.	$x^2 + 5x + 4 =$	61.	$x^2 - 12x + 35 =$

## 5. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$

Ejemplo 1: Factorizar  $2x^2 + 5x - 3$

Solución: En este caso,  $a = 2$  ;  $b = +5$  y  $c = -3$  .

Se buscan dos números que sumados den +5 y que multiplicados den lo que resulte de  $ac$  , es decir  $(2)(-3) = -6$  . Son +6 y -1 .

El término lineal (el 2º término), que es  $5x$  , se parte en la suma de esos números obtenidos, o sea en  $6x - x$  , por lo que resulta que

$$2x^2 + 5x - 3 = 2x^2 + 6x - x - 3$$

Se factoriza por agrupación:

$$2x^2 + 6x - x - 3 = 2x(x + 3) - 1(x + 3) = (2x - 1)(x + 3)$$

Ejemplo 4: Factorizar  $6x^2 - 43x + 72$

Solución: En este caso,  $a = 6$  ;  $b = -43$  y  $c = 72$  .

Se buscan dos números que sumados den -43 y que multiplicados den lo que resulte de  $ac$  , es decir de  $(6)(72) = 432$  . Son -27 y -16 .

El 2º término se parte en -27x - 16x , por lo que resulta que

$$6x^2 - 43x + 72 = 6x^2 - 27x - 16x + 72$$

Se factoriza por agrupación:

$$\begin{aligned} 6x^2 - 27x - 16x + 72 &= 3x(2x - 9) - 8(2x - 9) = (2x - 9)(3x - 8) \\ 6x^2 - 43x + 72 &= (2x - 9)(3x - 8) \end{aligned}$$

#### EJERCICIOS :

62.	$5x^2 + 11x + 2 =$	63.	$3a^2 + 10ab + 7b^2 =$
64.	$4x^2 + 7x + 3 =$	65.	$4h^2 + 5h + 1 =$
66.	$5 + 7b + 2b^2 =$	67.	$7x^2 - 15x + 2 =$



68.	$5c^2 + 11cd + 2d^2 =$	69.	$2x^2 + 5x - 12 =$
70.	$6x^2 + 7x - 5 =$	71.	$6a^2 + 23ab - 4b^2 =$
72.	$3m^2 - 7m - 20 =$	73.	$8x^2 - 14x + 3 =$
74.	$5x^2 + 3xy - 2y^2 =$	75.	$7p^2 + 13p - 2 =$
76.	$6a^2 - 5a - 21 =$	77.	$2x^2 - 17xy + 15y^2 =$
78.	$2a^2 - 13a + 15 =$		

## 6. FACTORIZACION DE LA DIFERENCIA DE DOS CUADRADOS:

EJEMPLO:

Factorizar  $9x^2 - 16y^2 =$

Para el primer término  $9x^2$  se factoriza en  $3x \cdot 3x$   
 y el segundo término  $-16y^2$  se factoriza en  $+4y \cdot -4y$   
 luego la factorización de  $9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$

### EJERCICIOS:

79.	$9a^2 - 25b^2 =$	80.	$16x^2 - 100 =$
81.	$4x^2 - 1 =$	82.	$9p^2 - 40q^2 =$
83.	$36m^2n^2 - 25 =$	84.	$49x^2 - 64t^2 =$
85.	$169m^2 - 196n^2 =$	86.	$121x^2 - 144k^2 =$
87.	$\frac{9}{25}a^2 - \frac{49}{36}b^2 =$	88.	$\frac{1}{25}x^4 - \frac{9}{16}y^4 =$
89.	$3x^2 - 12 =$	90.	$5 - 180f^2 =$
91.	$8y^2 - 18 =$	92.	$3x^2 - 75y^2 =$
93.	$45m^3n - 20mn =$	94.	$2a^5 - 162a^3 =$

(Stewart, 1999) (Stewart, 1999)

## 7. FACTORIZACION DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

Ejemplo:

Factorizar  $9x^2 - 30x + 25 =$

1° Halla la raíz principal del primer término  $9x^2$ :  $3x \cdot 3x$

2° Halla la raíz principal del tercer término 25

con el signo del segundo término  $-5 \cdot -5$

luego la factorización de  $9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2$

### EJERCICIOS:

95.	$b^2 - 12b + 36 =$	96.	$25x^2 + 70xy + 49y^2 =$
97.	$m^2 - 2m + 1 =$	98.	$x^2 + 10x + 25 =$
99.	$16m^2 - 40mn + 25n^2 =$	100.	$49x^2 - 14x + 1 =$
101.	$36x^2 - 84xy + 49y^2 =$	102.	$4a^2 + 4a + 1 =$
103.	$1 + 6a + 9a^2 =$	104.	$25m^2 - 70mn + 49n^2 =$
105.	$25a^2c^2 + 20acd + 4d^2 =$	106.	$289a^2 + 68abc + 4b^2c^2 =$
107.	$16x^6y^8 - 8x^3y^4z^7 + z^{14} =$		

### EJERCICIOS DIVERSOS:

108.	$2ab + 4a^2b - 6ab^2 =$	109.	$2xy^2 - 5xy + 10x^2y - 5x^2y^2 =$
110.	$b^2 - 3b - 28 =$	111.	$a^2 + 6a + 8 =$
112.	$5a + 25ab =$	113.	$bx - ab + x^2 - ax =$



114. $6x^2 - 4ax - 9bx + 6ab =$	115. $ax + ay + x + y =$
116. $8x^2 - 128 =$	117. $4 - 12y + 9y^2 =$
118. $x^4 - y^2 =$	119. $x^2 + 2x + 1 - y^2 =$
120. $(a + b)^2 - (c + d)^2 =$	121. $a^2 + 12ab + 36b^2 =$
122. $36m^2 - 12mn + n^2 =$	123. $x^{16} - y^{16} =$

## 8. DIFERENCIA DE CUBOS : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Ejemplo :  $8 - x^3 = (2 - x)(4 + 2x + x^2)$

## 9. SUMA DE CUBOS: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Ejemplo:  $27a^3 + 1 = (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$

125. $64 - x^3 =$	126. $8a^3b^3 + 27 =$
127. $27m^3 + 6n^6 =$	128. $x^6 - y^6 =$
129. $\frac{1}{8}x^3 + \frac{8}{27} =$	130. $x^3 - \frac{1}{64} =$

## 10. Cubo Perfecto de un Binomio

Cómo Reconocer: Siempre son 4 términos, todos positivos o intercalados (+, -, +, -) y el primer y cuarto término tienen raíz cúbica.

Cómo Factorizar: Sacar raíz cúbica del primero, poner signo positivo, si todos son positivos, signo negativo, si son intercalados, sacar raíz cúbica del cuarto término, asociar entre paréntesis y elevar al cubo.

*Recordemos los productos notables:*

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

*La expresión resultante de los productos  $(a + b)^3$  y  $(a - b)^3$ , consta de cuatro términos y se le llama CUBO PERFECTO DE UN BINOMIO.*

### FACTORIZACIÓN DEL CUBO PERFECTO DE UN BINOMIO

Para factorarlo se extrae la raíz cúbica al primer y cuarto términos, con las raíces formamos un binomio; separando las raíces con (+) si todos los términos del cubo son positivos y con (-) si los términos del cubo son alternadamente positivos y negativos; el binomio formado se eleva al cubo.

*Ejemplo: factorar*

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$

$$8 - 36X + 54X^2 - 27X^3 = (2 - 3X)^3$$

- $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$
- $X^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = (x - y)^3$
- $8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6 = (2 + a^2)^3$
- $125a^3 - 150a^2b + 60ab^2 - 8b^3 = (5a - 2b)^3$

Ejercicios tomados de los libros:

- Baldor, A. J. (2011). *Álgebra Baldor*. Larousse-Grupo Editorial Patria
- Stewart, J. (1999). *Cálculo diferencial e Integral* (No. 517/S84cE)
- Swokowski, E. W. (1979). *Introducción al cálculo con geometría analítica*.