

Priprema za 2. kolokvijum

Računarski zadaci

1) Date su funkcije:

$$f(x) = 2x^2 + 2$$

$$g(x) = 20 \cos(x)$$

- a) Izračunati površinu između krivih $f(x)$ i $g(x)$ nad intervalom $x \in [0, 2.5]$.
- b) Izračunati zapreminu tela dobijenog rotacijom površine ograničene funkcijom $f(x)$ i x -ose nad intervalom $x \in [0, 2]$ oko y -ose.

Rešenje:

a) $P = 33.8607$

b) $V = 75.3982$

2) Data je diferencijalna jednačina:

$$f''(x) + f(x) = \cos(3x) + 1$$

- a) Nacrtati grafik funkcije $f(x)$ nad intervalom $x \in [0, 4\pi]$ ako su $f(0) = 1$ i $f'(0) = 0$.
- b) Izračunati za koje x funkcija $f(x)$ ima vrednost $f(x) = 1.5$ na intervalu $x \in [0, 2\pi]$, ako su $f(0) = 0$ i $f'(0) = 1$. Dobijene vrednosti nacrtati na grafiku.
- c) Izračunati vrednost funkcije $f(x)$ za $x = 2.6$ za uslove pod b). Dobijenu vrednost nacrtati na grafiku.

Rešenje:

a)

b) $x_1 = 1.0705$

$x_2 = 3.4811$

c) $f(2.6) = 2.2647$

3) Data je diferencijalna jednačina:

$$(\sin(2x))^3 f''(x) + f'(x) + 2x^2 = 3$$

- a) Ako je poznato da važi $f(1) = 0$ i $f(4) = \frac{\pi}{2}$, nacrtati grafik funkcije $f(x)$.
- b) Izračunati za koje x funkcija $f(x)$ ima vrednost $f(x) = 13$, ako važi $f(\frac{\pi}{4}) = 0$ i $f(\pi) = 1$. Dobijene vrednosti nacrtati na grafiku.
- c) Koliko iznosi $f(2.3)$ za uslove pod b)? Dobijenu vrednost nacrtati na grafiku.

Rešenje:

a) d

b) $x_1 = 1.1525$

$x_2 = 2.8825$

c) $f(2.3) = 14.6236$

Teorijski zadaci

- 1) Nacrtajte i objasnite geometrijsku interpretaciju Trapezne metode.
- 2) Funkcija je zadata skupom tačaka (0,1), (0.25, 0.2), (0.5, 1.3), (0.75, 2.1) i (1, 3.6). Primenite kompozitnu Simpsonovu 1/3 metodu sa korakom 0.25 i odrediti vrednost integrala funkcije na intervalu [0,1].
- 3) Navedite formulu, geometrijsku interpretaciju i objasnite Ojlerovu metodu.
- 4) Objasnite ideju Runge-Kutta metoda.
- 5) Dat je sledeći problem. Rešite ga primenom bar dve iteracije metoda drugog reda zasnovanom na Tejlorovom razvoju. (Napomena: drugi izvod treba da odredite analitički).

$$\frac{dx}{dt} + 3x^3 - t = 1 \quad x(0) = 1 \quad h = 0.3$$

- 6) Izvštiti konverziju date diferencijalne jednačine drugog reda u sistem jednačina prvog reda:

$$y'' - 4y + 4x = 0$$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 2$$

- 7) Objasnite metod pogađanja (shooting) za rešavanje PGU