

10. Obične diferencijalne jednačine, problem graničnih uslova

1. Naći i nacrtati rešenje problema graničnog uslova:

$$f''(x) = -\sin x$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2\pi) = 0$$

rešenje: $f(x) = \sin x$

2. Naći i nacrtati rešenje problema graničnog uslova:

$$f''(x) + 2f'(x) + f(x) = x^2$$

$$f(0) = 0.2$$

$$f(1) = 0.8$$

3. Naći i nacrtati rešenje problema graničnog uslova:

$$2x^2 f''(x) - 4f'(x) + \sin x f(x) = \sqrt{x}$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 1$$

4. Naći rešenje problema:

$$-2f''(x) + f'(x) + \frac{f(x)}{2} = \frac{\sin x}{x+1}$$

$$f(0) = 0$$

$$f(10) = 3.5$$

$$f(5) = ?$$

rešenje: $f(5) = 0.0398$

5. Naći rešenje problema:

$$-2f''(x) + x^3 - 2 = 0$$

$$f(2) = 2$$

$$f(4) = -2$$

$$f(3) = ?$$

rešenje: $f(3) = -6.6248$

6. Naći rešenje problema:

$$(\cos x)^2 f''(x) - f'(x) = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$f(\pi) = 1$$

Za koje vrednosti x na intervalu $[0,3]$ funkcija $f(x)$ ima vrednost $f(x) = 1$

rešenje:

$$x_1 = 0.9203$$

$$x_2 = 1.8216$$

$$x_3 = 2.3822$$

$$x_4 = 2.8234$$

7. Ako se kretanje tela odvija po jednačini:

$$-4v''(t) + \frac{v'(t)}{2} = \sin(t) + e^1$$

gde je v brzina tela, a t proteklo vreme i ako je poznato da je u trenutku $t_1 = 3s$ brzina tela iznosila $v(t_1) = 20 \frac{m}{s}$, a u trenutku $t_2 = 10s$ brzina tela iznosila $v(t_2) = 90 \frac{m}{s}$:

- a) izračunati brzinu tela u trenutku $t = 7.5s$
- b) naći trenutak t_0 u kome je telo započelo kretanje

rešenje:

- a) $v(7.5) = 61.9415 \frac{m}{s}$
- b) $t_0 = 1.4 s$