

0.1 Случајни блок систем

0.1.1 Огледи са дводимензионалном класификацијом

Техника анализе варијансе објашњена је на случајевима где је постојао само један критеријум класификације јединице. Код таквих огледа тотална варијација се дели на две компоненте и то варијације између или унутар група:

- прва варијација произилази из примене различитих третмана;
- друга варијација је резултат случајних колебања унутар сваког узорка.

Овакви огледи су подесни зато што у њих може да се укључи велики број третмана, а број третмана није ограничен. Поред тога њихова статистичка анализа је врло једноставна. У огледима са потпуно случајним распоредом губитак података о њеној експерименталној јединици нема неког значајнијег утицаја на саму вредност огледа.

Анализа варијансе се успешно примењује и у огледима с класификацијом јединица од два или више критеријума. Овом приликом размотрићемо њену примену када је у питању класификација по две основе. Прва основа су третмани, док друга има обично за циљ повећање прецизности огледа смањењем експерименталне погрешке. Наиме ако постоји вероватноћа да јединице огледа садрже, поред третмана и неке друге системацке варијације, оправдано је издвојити такву варијацију из експерименталне погрешке. Тотална варијација се у том случају дели на три, уместо на два дела. Као пример може се узети неки пољски оглед са сортама. Познато је да се код оваквих огледа због различитог квалитета земљишта појављује већа или мања неуједначеност у приносима између појединих парцела. Планом огледа, познатим под именом случајни блок-систем, варијације услед хтерогености тла се издвајају у посебну компоненту. Исто тако, код огледа са животињама прецизност може да се повећа ако се груписање не врши само према примењеним третманима већ и према раси, полу, па чак и по различитим леглима, итд. Према томе, у оваквим случајевима постоје два критеријума за класификацију:

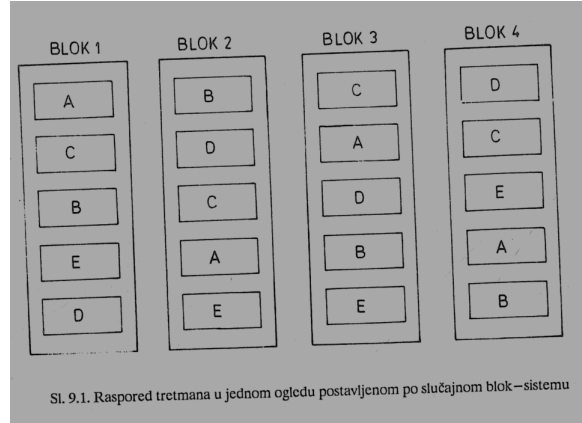
- третмани;
- контролисана систематска варијација.

Поставља се питање:

Како се остварује дводимензионална класификација огледа?

То се постиже тако што се прво издвоје хомогене групе или блокови према критеријуму класификације који не произилази из третмана. Затим се обично на сваку јединицу уз групе примењује по један третман тако да обично има онолико јединица у групи колико и третмана. Број понављања

третмана би тада одговарао броју група. Оваквим планом се не искључује могућност да се поједини третмани примењују два или више пута у једној групи, а остали третмани само једанпут. На тај начин је укупан број понављања за ове третмане већи него за остале. Важно је истаћи да се распоред третмана по појединим јединицама унутар група врши на случајан начин, што је приказано на Слици 1.



Слика 1: Распоред третмана у једном огледу постављеном по случајном блок-систему, стр. 222 у књизи Хаџивуковић, С. (1991): Статистички методи са применама у пољопривредним и биолошким истраживањима, друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.

0.1.2 Математички модел случајног блок-система

У случајном блок-систему, као и код потпуно случајног распореда наилазимо на моделе I, II и мешовити модел.

Математички модел I претпоставља да су у оглед укључени сви третмани:

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij},$$

где је

X_{ij} случајна променљива i -тог третмана и j -тог блока;

α_i дејство i -тог третмана;

β_j дејство j -тог блока;

ϵ_{ij} случајно променљива основног скупа

чија је аритметичка средина 0, а варијанса σ^2 ;

$i \in \{1, \dots, t\}; \quad j \in \{1, \dots, b\}.$

Вредности μ , α_i и β_j су константе. Линеарност и константан ефекат третмана блокова доводи до тога да је

$$\sum_{i=1}^t \alpha_i = 0 \quad \text{и} \quad \sum_{j=1}^b \beta_j = 0.$$

0.1.3 Упоредбе на основу индивидуалних степени слободе

Код случајног блок-система могу исто тако да се изведу унапред планирана ортогонална упоређења. Тада се добија $t - 1$ упоређења, свако са једним степеном слободе. Збир суме квадрата ових упоређења једнак је суми квадрата третмана.

0.1.4 Случајни блок-систем са више од једног посматрања по експерименталној јединици

Извесна испитивања у случајном блок-систему врше се тако да се из сваке јединице узимају подзорци од два или више мерења. На пример, изводи се оглед са пшеницом у случајном блок-систему са циљем да се утврди број зрна по класу различитих сорти. Уместо да се у свакој парцели изброје зрна сваког класа, што је дуготрајан посао, испитивање се обавља тако да се из парцела случајним путем узму подзорци. Модел овог огледа је

$$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij} + \delta_{ijk},$$

где је

α_i дејство i -тог третмана

β_j дејство j -тог блока

$\epsilon_{ijk} : \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ је случајно променљива

експериментална јединица i -тог третмана и j -тог блока;

$\delta_{ijk} : \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ је случајно променљива експериментална јединица

у k -том узорку ij -тог третмана и блока;

$i \in \{1, \dots, t\}; j \in \{1, \dots, b\}; k \in \{1, \dots, n\}$.

0.1.5 Случајни блок-систем са неједнаким бројем понављања третмана

Понекад се већи значај придаје у поређењу разних третмана са контролним него њиховом међусобном у поређењу и тада је погодно да оглед има више јединица, односно понављања у контролном него у осталим третманима. Случајан блок-систем може да се примени и у овом случају тако да је број јединица контролног третмана у сваком блоку исти. На пример, ако оглед има четири третмана од којих је један стандардни и фигурира као

контролни, тај третман би могао да се понавља два или три пута у сваком блоку, док би се остали понављали само једанпут.

Анализа варијансе оваквог огледа није компликована и за разлику од израчунавања сума квадрата третмана код случајног блок-система са једнаким бројем понављања, овде се сума квадрата третмана добија када се квадрирана тотална вредност сваког третман подели са његовим бројем понављања у целом огледу. Логично да је тај број код контролног третмана већи. Од збира ових вредности на уобичајан начин одузима се корективни фактор сума квадрата блокова дели се са бројем јединица у блоку који је и у оваквој ситуацији за сваки блок исти.

0.1.6 Ефикасност случајног блок-система

Као што смо већ истакли, путем случајног блок система смањује се експериментална подршка и на тај начин повећава прецизност огледа. То повећање може у поређењу са потпуно случајним распоредом да се израчуна и показатељ представља његову ефикасност.

За сагледавање ефикасности најпогодније је да се пође од утврђивања експерименталне погрешке у условима потпуне случајности (Kempthorne, 1952). Поћићемо од постојања такозваног фиктивног третмана заједничког за све јединице. Према томе, ако имамо t јединица у једном блоку и b блокова може да постоји k група од $t \cdot b$ јединица. Блокови су груписани по разним критеријумима, уз истоветност третмана у свим групама са $b \cdot t$ јединица. На пример, ако је јединица крава, блокови се могу формирати од група према старости, тежини, раси итд.

0.1.7 Одређивање потребног броја понављања

Код извођења огледа често се поставља питање колики треба да буде број понављања. Један од начина за добијање одговора је да се пође од разлике између парова средина уз употребу Табеле 2 или Табеле 3.

Оглед у случајном блок-систему се, рецимо, састоји од b блокова и q понављања, што практично значи да су b и q изједначени. Затим се на неки начин утврди варијанса погрешке s_q^2 са m степени слободе. Поред тога, потребан је број степени слободе погрешке у планираном огледу, n . Да би се разлика између аритметичких средина основних скупова два третмана испојила са вероватноћом $\beta = 0,80$ и $\beta = 0,95$ на прагу значајности $\alpha = 0,05$ у једном правцу или $\alpha = 0,10$ у оба правца, треба да је

$$a = ks_1 \sqrt{\frac{2(n+1)}{q}},$$

где се вредност k узима из Табеле 2 или Табеле 3.

Пример 0.1.1. На основу датих параметара $s_1^2 = 16$, $m = 12$, $b = 4$, $t = 5$, у случајном блок-систему и вероватноће $\beta = 0,8$, упоредити било које две аритметичке средине третмана.

n	m											
	1	2	3	4	5	6	8	12	16	24	32	∞
1	13,8	8,52	7,39	6,93	6,68	6,51	6,31	6,13	6,04	5,96	5,92	5,79
2	5,88	3,51	3,02	2,81	2,70	2,62	2,53	2,45	2,41	2,37	2,35	2,30
3	4,30	2,55	2,20	2,03	1,96	1,91	1,85	1,78	1,75	1,72	1,70	1,65
4	3,55	2,10	1,80	1,67	1,60	1,56	1,50	1,45	1,43	1,40	1,39	1,36
5	3,12	1,85	1,58	1,47	1,41	1,37	1,32	1,28	1,25	1,23	1,22	1,18
6	2,81	1,66	1,43	1,32	1,27	1,23	1,19	1,15	1,13	1,11	1,10	1,07
7	2,56	1,52	1,30	1,21	1,16	1,12	1,08	1,05	1,03	1,02	1,01	0,979
8	2,37	1,41	1,21	1,12	1,07	1,04	1,00	0,972	0,956	0,940	0,932	0,910
9	2,23	1,32	1,14	1,05	1,01	0,978	0,944	0,913	0,898	0,883	0,875	0,854
10	2,11	1,25	1,07	0,993	0,952	0,925	0,893	0,863	0,849	0,835	0,828	0,805
12	1,92	1,14	0,975	0,902	0,865	0,840	0,811	0,784	0,771	0,758	0,752	0,732
14	1,77	1,05	0,899	0,831	0,797	0,775	0,748	0,723	0,710	0,699	0,693	0,676
16	1,65	0,976	0,838	0,775	0,743	0,722	0,697	0,673	0,662	0,651	0,646	0,631
18	1,56	0,921	0,790	0,731	0,701	0,681	0,658	0,635	0,624	0,614	0,609	0,594
20	1,48	0,873	0,750	0,693	0,665	0,646	0,624	0,602	0,592	0,583	0,578	0,563
25	1,32	0,779	0,669	0,619	0,593	0,577	0,557	0,538	0,529	0,520	0,515	0,502
30	1,20	0,708	0,606	0,563	0,540	0,525	0,507	0,489	0,481	0,473	0,469	0,456
40	1,04	0,613	0,526	0,486	0,467	0,454	0,438	0,423	0,416	0,409	0,405	0,395
50	0,925	0,548	0,471	0,435	0,417	0,405	0,391	0,378	0,371	0,365	0,362	0,353
60	0,844	0,499	0,429	0,396	0,380	0,369	0,356	0,344	0,338	0,333	0,330	0,322
80	0,730	0,432	0,371	0,342	0,328	0,319	0,308	0,298	0,292	0,288	0,285	0,278
100	0,652	0,385	0,331	0,306	0,293	0,285	0,275	0,266	0,261	0,257	0,255	0,249

¹⁾ Harris, M., Horvitz, D.G. and Mood, A.M., On the determination of sample sizes in designing experiments, Journal of American Statistical Association 43, 1948, str. 394-5 (Po odobrenju autora i izdavača).

Слика 2: Вредности за утврђивање обима узорака, табела XXIIА, стр. 545 у књизи Хаџивуковић, С. (1991): Статистички методи са применама у пољопривредним и биолошким истраживањима, друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.

n	m											
	1	2	3	4	5	6	8	12	16	24	32	∞
1	57,1	19,5	14,4	12,6	11,6	11,0	10,4	9,85	9,58	9,33	9,21	8,86
2	24,2	7,74	5,60	4,77	4,39	4,15	3,86	3,61	3,49	3,38	3,33	3,19
3	17,6	5,58	4,03	3,39	3,13	2,94	2,74	2,55	2,46	2,39	2,35	2,23
4	14,5	4,58	3,28	2,79	2,56	2,40	2,23	2,08	2,01	1,94	1,91	1,82
5	12,6	3,97	2,88	2,41	2,23	2,09	1,93	1,82	1,76	1,69	1,66	1,58
6	11,2	3,55	2,57	2,17	2,00	1,88	1,73	1,62	1,57	1,52	1,49	1,42
7	10,3	3,26	2,36	1,99	1,83	1,72	1,58	1,48	1,43	1,38	1,36	1,30
8	9,70	3,05	2,19	1,86	1,70	1,60	1,46	1,39	1,34	1,29	1,27	1,21
9	9,12	2,87	2,06	1,75	1,60	1,50	1,39	1,30	1,26	1,21	1,19	1,13
10	8,62	2,72	1,95	1,65	1,51	1,42	1,32	1,23	1,19	1,15	1,13	1,07
12	7,83	2,47	1,77	1,50	1,37	1,29	1,20	1,12	1,08	1,04	1,02	0,971
14	7,22	2,28	1,63	1,38	1,26	1,19	1,11	1,03	0,993	0,959	0,942	0,891
16	6,73	2,13	1,52	1,29	1,18	1,11	1,03	0,959	0,924	0,893	0,878	0,834
18	6,35	2,01	1,44	1,22	1,11	1,04	0,972	0,904	0,872	0,842	0,828	0,785
20	6,02	1,90	1,36	1,15	1,05	0,991	0,921	0,858	0,827	0,798	0,785	0,744
25	5,37	1,70	1,22	1,03	0,940	0,884	0,822	0,765	0,738	0,712	0,700	0,663
30	4,89	1,54	1,11	0,935	0,855	0,804	0,748	0,695	0,671	0,647	0,636	0,605
40	4,23	1,33	0,962	0,809	0,739	0,696	0,646	0,601	0,580	0,560	0,550	0,525
50	3,78	1,19	0,854	0,722	0,661	0,622	0,577	0,537	0,518	0,500	0,492	0,469
60	3,45	1,09	0,778	0,658	0,602	0,567	0,525	0,490	0,472	0,456	0,448	0,428
80	2,98	0,940	0,672	0,569	0,520	0,490	0,454	0,423	0,408	0,395	0,388	0,369
100	2,67	0,840	0,600	0,508	0,465	0,438	0,405	0,378	0,365	0,353	0,347	0,329

Слика 3: Вредности за утврђивање обима узорака, табела XXIIВ, стр. 545 у књизи Хаџивуковић, С. (1991): Статистички методи са применама у пољопривредним и биолошким истраживањима, друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.

Рад: Имамо да је $n = (4 - 1)(5 - 1)$ и $q = 4$. Затим, на основу $m = 12$ и $n = 12$ одредимо $k = 1, 12$ из Табеле 2 и применимо формулу

$$a = ks_1 \sqrt{\frac{2(n+1)}{q}} = 1, 12 \cdot \sqrt{\frac{2(12+1)}{4}} = 11, 422.$$

Уколико желимо да смањимо разлику између аритметичких средина повећаћемо b , односно q и на тај начин добити мању вредност за a .

Да би се дошло до потребног броја понављања за добијање значајног резултата у једном огледу (Cohran, Cox, 1957 препоручују таблице Нејмана

и сарадника приказану на Слици 4.

Tabela XIX. Potreban broj ponavljanja za dobijanje značajnog rezultata pri datoj verovatnoći¹⁾

Brojevi u prvom redu: značajnost na pragu 5%, verovatnoća 80%.
 Brojevi u srednjem redu: značajnost na pragu 5%, verovatnoća 90%.
 Brojevi u donjem redu: značajnost na pragu 1%, verovatnoća 95%.

Svorna razlika (δ) u % aritmetičke sredine.	Svorna standardna greška po jedinici (δ) u % aritmetičke sredine														
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	18	20
Ponavljanje u slučaju kada se zna da će novo ispitivanje biti isto tako dobro kao standardno:															
5	3	6	9	13	19	25	33	41	50						
10	2	2	3	4	6	7	9	11	13	16	19	25	33	41	50
15	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	19	23	28
20	2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	18	22
25	2	2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	18
30	2	2	2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
Ponavljanje u slučaju kada se ne zna koje će ispitivanje biti bolje:															
5	4	7	11	17	24	32	41								
10	2	3	4	5	7	9	11	14	17	20	24	32	41		
15	2	2	3	4	5	6	7	8	10	11	15	19	24	29	39
20	2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	18	22
25	2	2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	18
30	2	2	2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15

1) Po Neymanu i sar. — Cochran W.G., Cox G.M., *Experimental Designs*, Wiley, New York, 1957, str. 20—21 (Po odobrenju autora i izdavača).

Слика 4: Потребан број понављања за добијање значајног резултата при да-тој вероватноћи, стр. 558 у књизи Хаџивуковић, С. (1991): Статистички ме-тоди са применама у пољопривредним и биолошким истраживањима, друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.

Табела 4 је сачињена тако да вероватноћа за добијање значајног резултата зависи од три фактора

- стандардне грешке σ по јединици;
- броја понављања q ;
- броја степени слободе које оглед пружа за оцену варијансе погрешке.

Табела приказује најмањи број понављања за стварну разлику између третмана δ и за стварну стандардну грешку по јединици σ . Ове две величине изражене су у процентима од аритметичке средине. Табела 4 даје број понављања за праг значајности од 5% и вероватноћама од 0,8 и 0,9, као и за тест на прагу од 1% и вероватноћом од 95%. Први проценат је тест уз $\alpha = 0,05$, односно $\alpha = 0,01$ ризик и он омогућује да се сагледа колика је разлика потребна између два третмана да би била значајна на датом прагу, а други је вероватноћа да се то оствари.

Приликом састављања Табела 4 пошло се од тога да је број степени слободе за погрешку $3(q - 1)$, што је случај код случајног блок-система са 4 третмана. Ако оглед има више од 4 третмана, подаци табеле се незнатно мењају. Међутим, ако оглед има само 2 до 3 третмана, тада се радије

препоручује употреба раније дате формуле за утврђивање потребног броја понављања.

Кад не бисмо користили формулу или табеле за утврђивање броја понављања, тај број не би требало да буде мањи од 4, а препоручује се и нешто већи број, чак 10.

0.1.8 Случајан распоред код огледа по блок-систему

Случајан распоред код огледа са потпуно случајним распоредом може да се обезбеди помоћу таблица случајних пермутација до 16, Табела 2 и Табела 3, таблице случајних бројева, извлачење из шпила добро измешаних карата и слично. Битно је да поступак избора обезбеђује строго објективну процедуру. Опширније о проблемима случајних распореда говори *Cox, 1958*.

Табела XI. Случајни бројеви ¹⁾ Десет хиљада случајних распоређених бројева од 0 до 9															
00-04	05-09	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79
00 14463	22662	40995	79639	47362	20985	40931	47658	60186							
01 15349	82591	18559	79229	42489	96669	96152	32846	60933	20627						
02 85941	40756	62414	63013	13858	78639	16269	65970	61385	15365						
03 41449	49469	11296	96210	59925	63636	52662	42755	33451	75651						
04 05519	81619	10651	67979	92511	59808	64502	72095	83643	75577						
05 41417	98356	87719	92294	46614	50968	64886	20002	97365	80976						
06 26537	94079	26622	30774	16499	70819	21145	61217	47286	76306						
07 17763	08015	10806	83901	91130	36666	39961	62461	49177	75779						
08 40959	64620	29861	67966	62089	70356	84740	62669	77379	96279						
09 82995	64157	66164	41189	10809	41757	78238	96688	88629	77231						
10 96754	17676	55459	44805	47361	34835	86679	22919	53249	27663						
11 34837	80469	53364	71726	45089	66356	46532	22516	96609	71113						
12 96018	37403	49927	37713	58423	67372	63116	48889	21160	86162						
13 62111	52829	07243	77951	89262	84767	85693	73917	22278	11551						
14 47534	09263	67979	80544	23618	12789	62140	54489	52049	13491						
15 98614	71991	84668	63966	78861	14922	49730	75643	40167	36789						
16 24856	05646	44986	09571	90795	18644	39765	71038	90508	44184						
17 96087	12679	80621	46223	86065	76295	62432	53862	42666	96771						
18 96081	21472	42615	77686	27786	76786	52615	52141	36268	18896						
19 55165	77312	83661	36028	28420	70219	81369	41945	47366	47967						
20 75066	12952	64118	95186	72367	64620	91130	08072	43755	65636						
21 16777	37116	58558	42958	21460	43910	01175	87894	81378	19620						
22 46230	43877	80207	88077	97990	52992	91300	07664	98656	59527						
23 42982	66952	46134	01652	94710	23674	26423	46137	60609	13119						
24 81067	00353	39053	28019	10154	95425	39220	19774	31782	49037						

¹⁾ Incidence, G. W., *Statistical Methods, pers. library, Iowa State University Press, 1956, str. 10-15* (Preloženje izdavača).

(а) страна 1

(б) страна 2

Слика 5: Таблице случајних бројева, стране 537-538 у књизи Хацивуковић, С. (1991): Статистички методи са применама у пољопривредним и биолошким истраживањима, друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.

0.1.9 Трансформације

Код анализе варијансе полази се од извесних претпоставки – основе за одговарајући модел. Те претпоставке су засноване на случајном карактеру варијације погрешке која има нормалан распоред $\mathcal{N}(0, 1)$, затим истим варијансама, као и да нема интеракције између третмана, што је предуслов за постојање ортогоналности. Међутим, ове претпоставке нису задовољене у свим случајевима, па се и вредност анализе варијансе доводи у питање. Када се ово установи, понекад је могуће путем трансформација резултата огледа доћи до услова за примену анализе варијансе (Детаљније о проблемима трансформације говоре *Barlett, 1947, Cochran, 1947*).

Има различитих трансформација и њихово извођење зависи од природе података. На пример, може да се претпостави на основу ранијег искуства,

Табела XI. Случајни бројеви (наставак)										Табела XI. Случајни бројеви (наставка)											
50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99		
00	59391	58208	52098	82718	87824	62848	84190	96574	90664	29045	25	83266	32883	42451	15379	38125	29793	49914	60990	14251	17777
01	95947	76364	77284	04615	27862	94625	47918	81096	83991	51141	26	70795	84876	16237	28515	78552	74788	39457	09054	73579	82039
02	18563	97518	51480	25670	90342	43891	27181	37855	98235	33514	27	37874	62198	44785	48824	98356	84481	97610	78735	46783	98245
03	66829	19358	44432	16706	99612	89796	52885	87798	12387	28612	28	83712	86314	91881	78295	54656	85417	43189	46888	72781	72806
04	11228	24979	34663	52568	31721	94325	34936	82566	80972	88188	29	28247	56862	69727	94443	44956	88366	27227	05158	58256	59966
05	95048	88628	35911	14530	33820	88428	39936	31855	34334	64805	30	74261	32592	86538	27941	45172	85352	07571	86699	39285	61580
06	54463	47257	73886	91817	36239	71624	83871	38952	60138	75952	31	44881	49863	86678	94803	18888	14618	70645	89755	19844	67218
07	14874	62677	75112	15215	31380	42238	88827	73917	62862	84429	32	05617	75818	47750	47814	28575	18756	46192	44464	27816	48667
08	95294	63277	76393	91316	85505	72289	96363	52887	01887	64991	33	28793	78951	95466	73887	11388	42664	85515	28832	85497	38267
09	15469	56689	35682	48841	53256	61872	35213	09840	34671	74441	34	47988	72850	48737	54719	32856	01596	03845	35867	83134	78022
10	99136	75486	84889	23476	52967	67184	39495	39189	17217	74875	35	27366	42271	44380	78199	21185	03289	73457	43983	85192	48657
11	15896	87851	45176	96457	63139	17622	51988	71887	84148	11678	36	96760	10989	86147	34786	33863	95236	12731	64878	10871	81865
12	97720	17389	51269	09620	03388	13699	35623	67453	43269	56720	37	72889	43338	95643	58984	35643	23943	11251	83248	49398	81391
13	11666	13841	71881	98889	39779	29719	81899	07489	47985	60957	38	77888	30180	03862	58183	47961	83861	28978	21746	55983	44115
14	79428	78138	78183	75991	41632	09847	41547	18787	85189	89944	39	28440	07819	21580	51498	47971	29882	13990	29226	23608	15873
15	48981	51889	99843	91843	41995	88931	73631	09361	05375	13117	40	43322	94441	73833	12147	51884	49915	58121	78923	96871	88813
16	22516	55756	98217	82045	10798	86211	36584	47666	49373	48854	41	47886	93418	16319	89033	89886	47231	64498	31776	03383	38982
17	75112	28485	62173	82132	14878	92879	22281	14783	86352	80077	42	12669	45808	96279	14789	52572	87832	82735	59883	72744	88208
18	88227	62671	96191	61642	98113	49288	95461	15496	28168	89271	43	16738	49159	07425	42388	07515	82721	37875	71151	21161	68152
19	48251	45548	82146	05597	49228	81366	34588	72856	66762	17802	44	39348	11695	45751	13865	78739	05772	32688	28271	65128	14551
20	51539	82279	10463	05849	45848	78888	46849	21511	47676	33444	45	12980	71775	28845	46874	94824	21818	38636	33177	47598	82521
21	73238	38559	34689	88956	54086	71693	43132	14414	59989	85193	46	78886	23237	49929	32095	13484	97588	28417	17979	78189	31254
22	27991	48859	78789	64721	84613	33475	42748	86175	82735	66288	47	94495	51434	29181	09993	38288	42533	48922	52125	91877	48977
23	78285	86638	09134	59880	62886	46872	78818	35434	24877	74739	48	24875	31671	43586	34853	85459	46599	23822	41338	68651	91321
24	12877	09962	96697	57994	59439	76330	24596	77515	09577	91871	49	13636	93596	23577	51133	95126	41496	42474	45141	46660	42838

(а) страна 3

(б) страна 4

Слика 6: Таблице случајних бројева, стране 539-540 у књизи Хаџивуковић, С. (1991): Статистички методи са применама у пољопривредним и биолошким истраживањима, друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.

Табела XI. Случајни бројеви (наставка)										Табела XI. Случајни бројеви (наставка)											
80-84	85-89	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	80-84	85-89	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49		
59	64249	62664	39652	48646	97386	31761	07294	84149	60797	82487	75	98916	55889	47882	47968	49760	79422	88154	91486	19180	15188
51	24238	84249	84688	48175	62738	84872	48152	51155	11397	88212	76	64288	19843	69122	42582	48588	28820	39933	72988	99942	14515
52	05845	88122	78638	55328	18116	48286	91785	88224	25883	57871	77	84889	51564	38880	79418	48915	12888	08880	34889	79942	27848
53	74897	48373	47339	51814	33188	82846	17886	72886	82888	54888	78	99880	99566	14742	05028	38883	94889	53881	23856	73887	25223
54	28872	54789	35817	88132	25738	22826	86723	91691	13391	72112	79	92467	31899	07712	98779	91794	94868	48337	88674	53555	12871
55	31432	96156	89177	75541	81185	24888	77243	76699	42887	84562	80	88363	45162	32245	82279	79256	88834	06888	99662	56785	88138
56	66888	61585	81288	88660	05873	15588	76882	78172	57913	93488	81	64457	32242	84831	64833	39879	97982	31588	68915	22380	32246
57	48184	27788	79979	33186	88884	48119	52883	21139	73284	21627	82	87774	53662	38873	34533	57791	74718	51144	18827	18784	74881
58	11381	87118	81471	52976	88855	28828	48184	44448	64388	27827	83	38982	17646	31891	31459	33315	83444	57343	74781	98881	27427
59	64249	62664	39652	48646	97386	31761	07294	84149	60797	82487	75	98916	55889	47882	47968	49760	79422	88154	91486	19180	15188
51	24238	84249	84688	48175	62738	84872	48152	51155	11397	88212	76	64288	19843	69122	42582	48588	28820	39933	72988	99942	14515
52	05845	88122	78638	55328	18116	48286	91785	88224	25883	57871	77	84889	51564	38880	79418	48915	12888	08880	34889	79942	27848
53	74897	48373	47339	51814	33188	82846	17886	72886	82888	54888	78	99880	99566	14742	05028	38883	94889	53881	23856	73887	25223
54	28872	54789	35817	88132	25738	22826	86723	91691	13391	72112	79	92467	31899	07712	98779	91794	94868	48337	88674	53555	12871
55	31432	96156	89177	75541	81185	24888	77243	76699	42887	84562	80	88363	45162	32245	82279	79256	88834	06888	99662	56785	88138
56	66888	61585	81288	88660	05873	15588	76882	78172	57913	93488	81	64457	32242	84831	64833	39879	97982	31588	68915	22380	32246
57	48184	27788	79979	33186	88884	48119	52883	21139	73284	21627	82	87774	53662	38873	34533	57791	74718	51144	18827	18784	74881
58	11381	87118	81471	52976	88855	28828	48184	44448	64388	27827	83	38982	17646	31891	31459	33315	83444	57343	74781	98881	27427
59	64249	62664	39652	48646	97386	31761	07294	84149	60797	82487	75	98916	55889	47882	47968	49760	79422	88154	91486	19180	15188
51	24238	84249	84688	48175	62738	84872	48152	51155	11397	88212	76	64288	19843	69122	42582	48588	28820	39933	72988	99942	14515
52	05845	88122	78638	55328	18116	48286	91785	88224	25883	57871	77	84889	51564	38880	79418	48915	12888	08880	34889	79942	27848
53	74897	48373	47339	51814	33188	82846	17886	72886	82888	54888	78	99880	99566	14742	05028	38883	94889	53881	23856	73887	25223
54	28872	54789	35817	88132	25738	22826	86723	91691	13391	72112	79	92467	31899	07712	98779	91794	94868	48337	88674	53555	12871
55	31432	96156	89177	75541	81185	24888	77243	76699	42887	84562	80	88363	45162	32245	82279	79256	88834	06888	99662	56785	88138
56	66888	61585	81288	88660	05873	15588	76882	78172	57913	93488	81	64457	32242	84831	64833	39879	97982	31588	68915	22380	32246
57	48184	27788	79979	33186	88884	48119	52883	21139	73284	21627	82	87774	53662	38873	34533	57791	74718	51144	18827	18784	74881
58	11381	87118	81471	52976	88855	28828	48184	44448	64388	27827	83	38982	17646	31891	31459	33315	83444	57343	74781	98881	27427
59	64249	62664	39652	48646	97386	31761	07294	84149	60797	82487	75	98916	55889	47882	47968	49760	79422	88154	91486	19180	15188
51	24238	84249	84688	48175	62738	84872	48152	51155	11397	88212	76	64288	19843	69122	42582	48588	28820	39933	72988	99942	14515
52	05845	88122	78638	55328	18116	48286	91785	88224	25883	57871	77	84889	51564	38880	79418	48915	12888	08880	34889	79942	27848
53	74897	48373	47339	51814	33188	82846	17886	72886	82888	54888	78	99880	99566	14742	05028	38883	94889	53881	23856	73887	25223
54	28872	54789	35817	88132	25738	22826	86723	91691	13391	72112	79	92467	31899	07712	98779	91794	94868	48337	88674	53555	12871
55	31432	96156	89177	75541	81185	24888	77243	76699	42887	84562	80	88363	45162	32245	82279	79256	88834	06888	99662	56785	88138
56	66888	61585	81288	88660	05873	15588	76882	78172	57913	93488	81	64457	32242	84831	64833	39879	97982	31588	68915	22380	32246
57	48184	27788	79979	33186	88884	48119	52883	21139	73284	21627	82	87774	53662	38873	34533	57791	74718	51144	18827	18784	74881
58	11381	87118	81471	52976	88855	28828	48184	44448	64388	27827	83	38982	17646	31891	31459	33315	83444	57343	74781	98881	27427
59	64249	62664	39652	48646	97386	31761	07294	84149	60797	82487	75	98916	55889	47882	47968	49760	79422	88154	91486	19180	15188
51	24238	84249	84688	48175	62738	84872	48152	51155	11397	88212	76	64288	19843	69122	42582	48588	28820	39933	72988	99942	14515
52	05845	88122	78638	55328	18116	48286	91785	88224	25883	57871	77	84889	51564	38880	79418	48915	12888	08880	34889	79942	27848
53	74897	48373	47339	51814	33188	82846	17886	72886	82888	54888	78	99880	99566	14742	05028	38883	94889	53881	23856	73887	25223
54	28872	54789	35817	88132	25738	22826	86723	91691	13391	72112	79	92467	31899	07712	98779	91794	94868	48337	88674	53555	12871
55	31432	96156	89177	75541	81185	24888	77243	76699	42887	84562	80	88363	45162	32245	82279	79256	88834	06888	99662	56785	88138
56	66888	61585	81288	88660	05873	15588	76882	78172	57913	93488	81	64457	32242	84831	64833	39879	97982	31588	68915	22380	32246
57	48184	27788	79979	33186	88884	48119	52883	21139	73284	21627	82	87774	53662	38873	34533	57791	74718	51144	18827	18784	74881
58	11381	87118	81471	52976	88855	28828	48184	44448	64388	27827	83	38982	17646	31891	31459	33315	83444	57343	74781	98881	27427
59	64249	62664	39652	48646	97386	31761	07294	84149	60797	82487	75	98916	55889	47882	47968	49760	79422	88154	91486	19180	15188
51	24238	84249	84688	48175	62738	84872	48152	51155	11397	88212	76	64288	19843	69122	42582	48588	28820	39933	72988	99942	14515
52	05845	88122	78638	55328	18116	48286	91785	88224	25883	57871	77	84889	51564	38880	79418	48915	12888	08880	34889	79942	27848
53	74897	48373	47339	51814	33188	82846	17886	72886	82888	54888	78	99880	99566	14742	05028	38883	94889	53881	23856	73887	25223
54	28872	54789	35817	88132	25738	22826	86723	91691	13391	72112	79	92467	31899	07712	98779	91794	94868	48337	88674	53555	12871
55	31432	96156	89177	75541	81185	24888	77243	76699	42887	84562	80	88363	45162	32245	82279	79256	88834	06888	99662	56785	88138
56	66888	61585	81288	88660	05873	15588	76882	78172	57913	93488	81	64457	32242	84831	64833	39879	97982	31588	68915	22380	32246
57	48184	27788	79979	33186	88884	48119	52883	21139	73284	21627	82	87774	53662	38873	34533	57791	74718	51144	18827	18784	74881
58	11381	87118	81471	52976	88855	28828	48184	44448	64388	27827	83	38982	17646	31891	31459	33315	83444	57343	74781	98881	27427
59	64249	62664	39652	48646	97386	31761	07294	84149	60797	82487	75	98916	55889	47882	47968	49760	79422	88154	91486	19180	15188
51	24238	84249	84688	48175	62738	84872	48152	51155	11397	88212	76	64288	19								

Табела XI. Случајни бројеви (наставак)										Табела XI. Случајни бројеви (наставак)																						
50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99													
70	32847	31262	03345	89593	49214	76361	76285	20654	91618	16742	75	81994	41670	56642	64991	31229	62595	13513	45148	76753	36164	71	14816	60611	36236	55623	14253	76702	12092	86553	93256	37615
71	14816	60611	36236	55623	14253	76702	12092	86553	93256	37615	76	29357	34662	79631	89403	65212	09975	06118	86297	56286	16162	72	64276	31617	21905	27137	03191	48979	64625	22394	39622	79685
72	64276	31617	21905	27137	03191	48979	64625	22394	39622	79685	77	31228	18937	42396	81468	47531	91403	59887	86847	14866	44869	73	46299	13335	12180	14661	38643	79261	62671	63631	37638	76197
73	46299	13335	12180	14661	38643	79261	62671	63631	37638	76197	78	31889	37995	20777	07328	62712	54916	23550	86192	99646	68864	74	23847	47836	45385	23289	47536	54996	45663	55649	51773	44689
74	23847	47836	45385	23289	47536	54996	45663	55649	51773	44689	79	36297	97938	93459	75174	79460	55436	57286	87644	21296	43935	80	41851	51460	92320	49936	34883	92479	33399	71160	64777	83578
80	41851	51460	92320	49936	34883	92479	33399	71160	64777	83578	81	89662	31142	08614	89712	61513	42353	42312	68148	42394	43671	86	28444	79997	91366	89917	48553	26439	84555	34134	11139	91994
86	28444	79997	91366	89917	48553	26439	84555	34134	11139	91994	82	23362	56134	47502	92557	89528	33452	65134	79628	27613	33738	87	47520	62776	96655	83174	13688	14561	68559	26479	66286	51254
87	47520	62776	96655	83174	13688	14561	68559	26479	66286	51254	83	88807	74530	36861	96162	11693	96257	65369	79928	42769	43252	88	34978	63271	13142	82681	05271	08222	06498	44984	49787	46717
88	34978	63271	13142	82681	05271	08222	06498	44984	49787	46717	84	63371	32579	69362	23371	09234	94592	98475	76684	37635	33608	89	37464	68166	49935	82860	49686	74578	79169	79876	70656	15478
89	37464	68166	49935	82860	49686	74578	79169	79876	70656	15478	85	69227	56492	47789	95396	77642	54913	91813	68424	81420	36239	90	32480	45842	52999	53676	74648	94148	65095	49597	52771	71551
90	32480	45842	52999	53676	74648	94148	65095	49597	52771	71551	86	56481	43186	30399	88798	31556	89235	97036	32341	33292	71557	91	89262	56332	31718	78646	11423	29524	79820	73862	84886	03591
91	89262	56332	31718	78646	11423	29524	79820	73862	84886	03591	87	24333	95603	62359	72842	46287	95382	06652	62662	97869	71775	92	80866	89127	96621	03871	27789	56644	44632	36585	49672	30380
92	80866	89127	96621	03871	27789	56644	44632	36585	49672	30380	88	17823	84202	95199	62572	86366	16157	95777	97084	41587	65666	93	98814	14833	08759	74645	05046	96856	98094	63991	52663	73680
93	98814	14833	08759	74645	05046	96856	98094	63991	52663	73680	89	02894	08253	52133	20224	48834	59865	57868	22545	55111	69697	94	19162	82756	20553	58466	55376	88914	75996	26115	63988	43636
94	19162	82756	20553	58466	55376	88914	75996	26115	63988	43636	90	08286	05879	20895	13850	73908	12191	13963	82341	76679	99123	95	77585	52593	56612	95766	19819	29531	73664	20973	55523	56136
95	77585	52593	56612	95766	19819	29531	73664	20973	55523	56136	91	01883	01705	23895	96862	03785	63488	12970	64896	38536	98309	96	22757	16364	05996	89192	42286	47389	83532	11857	57758	96439
96	22757	16364	05996	89192	42286	47389	83532	11857	57758	96439	92	46982	66682	42864	91837	74821	89694	39952	44136	79614	76255	97	47889	96257	23859	26236	23309	21536	07425	19455	20915	51
97	47889	96257	23859	26236	23309	21536	07425	19455	20915	51	93	31121	47586	47641	62051	47599	24471	69643	85066	71462	76287	98	92570	94245	07316	41467	44637	52666	22525	51553	31239	14632
98	92570	94245	07316	41467	44637	52666	22525	51553	31239	14632	94	97967	56441	43416	17577	30161	87529	37752	71276	48869	41915	99	74546	70936	49688	86176	17086	80890	28149	77753	17699	48885
99	74546	70936	49688	86176	17086	80890	28149	77753	17699	48885	95	27564	86746	08613	14601	49408	22311	11636	72491	49712	41893	70	87646	41369	27636	45153	29988	94779	07255	76988	05348	99551
70	87646	41369	27636	45153	29988	94779	07255	76988	05348	99551	96	06559	26263	49511	28664	75999	45450	13387	18915	79646	54869	71	50699	71088	45146	86146	33211	99429	43169	66279	97786	75930
71	50699	71088	45146	86146	33211	99429	43169	66279	97786	75930	97	13875	55571	88888	42661	91332	63916	54887	27968	47585	95951	72	10127	46980	64964	75368	68115	33624	48774	48913	35515	62556
72	10127	46980	64964	75368	68115	33624	48774	48913	35515	62556	98	+	35531	19162	86688	62399	77511	24311	57257	23826	77515	73	47985	81977	18884	44891	62785	27762	42529	97148	88867	44524
73	47985	81977	18884	44891	62785	27762	42529	97148	88867	44524	99	28229	88929	25695	94932	30721	16197	78742	34974	97528	65447	74	26364	90217	84914	62677	69291	35597	90714	35364	68187	48109

(а) страна 7

(б) страна 8

Слика 8: Таблице случајних бројева, стране 543-544 у књизи Хадивуковић, С. (1991): Статистички методи са применама у пољопривредним и биолошким истраживањима, друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.

или на основу самог узорка, да основни скуп нема облик нормалне расподеле, него рецимо облик који више одговара Пуасоновој расподели. Код које је расподела варијансе једнака средњој вредности, тако да ортогоналност не постоји. Да би варијанса била 1 или приближна јединици, трансформација оригиналних података се изводи путем \sqrt{X} или када је вредност јединица мала, онда се користи $\sqrt{X+1}$.

0.1.10 Тест адитивности

Адитивност је један од предуслова за примену анализе варијансе. Ако постоје експериментални резултати који не испуњавају овај предуслов, онда, зависно од карактера података, могу да се врше различите трансформације. Уколико ова претпоставка није испуњена, математички модел је

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij},$$

где је нова компонента модела $(\alpha\beta)_{ij}$ резултат интеракције, укључена је у погрешку анализе варијансе тако да се ова више не може употребити за упоређење третмана.

0.1.11 Питања

1. Огледи са димензионалном класификацијом.
2. Математички модел случајног блок-система.
3. Упоређења на основу индивидуалних степени слободе.
4. Случајни блок-систем са више од једног посматрања по експерименталној јединици.

5. Случајни блок-систем са неједнаким бројем понављања третмана.
6. Ефикасност случајног блок-система.
7. Одређивање потребног броја понављања.
8. Случајан распоред код огледа по блок-систему.
9. Трансформације.
10. Тест адитивности.

0.1.12 Литература

Хаџивуковић, С. (1991): Статистички методи с применом у пољопривредним и биолошким истраживањима, Друго проширено издање, Пољопривредни факултет, Нови Сад.