

# Prognozowanie cen mieszkań w wybranych miastach wojewódzkich w Polsce

*Autorzy: Karolina \*, Miłosz Lauda, Grzegorz \*, Kacper \**

## 1. Wprowadzenie

Na polskim rynku nieruchomości od kilku lat możemy zaobserwować trend wzrostowy cen mieszkań, obejmujący zarówno nieruchomości przeznaczone do wynajmu, jak i do zakupu, zarówno z rynku pierwotnego, jak i wtórnego. To istotne zjawisko, będące kluczowym elementem życia codziennego, przyciąga powszechne zainteresowanie i znajduje odzwierciedlenie w mediach społecznościowych, telewizji oraz kampaniach wyborczych. Warto zauważyć, że wyzwania makroekonomiczne, takie jak pandemia COVID-19 oraz sytuacja geopolityczna, na przykład wojna na Ukrainie, przyczyniły się do utrzymania trendu wzrostowego. Naszym celem w ramach projektu jest porównanie różnych metod prognozowania cen mieszkań w czterech miastach wojewódzkich Polski: Poznaniu, Warszawie, Gdańsku i Łodzi oraz zestawienie otrzymanych prognoz z danymi rzeczywistymi, aby określić, która metoda najlepiej sprawdziła się w przypadku danego miasta.

## 2. Dane i uzasadnienie wyboru zmiennych

Dane wykorzystane w projekcie zostały pobrane z baz danych prowadzonych przez Główny Urząd Statystyczny oraz Narodowy Bank Polski. Zestawienie obejmuje lata 2010-2021 i odnosi się do Poznania, Warszawy, Gdańska oraz Łodzi. W ramach projektu skoncentrowano się na analizie cen mieszkań za metr kwadratowy (zł) nieruchomości przeznaczonych do zakupu, pochodzących z rynku pierwotnego.

Do danych pierwotnych dobrano następujące zmienne:

- Cena mieszkań za m<sup>2</sup> (zł) - zmienna objaśniana  
Oraz następujące zmienne objaśniające:
- Liczba mieszkań na rynku pierwotnym (szt.) - Wzrost liczby mieszkań na rynku pierwotnym może prowadzić do zwiększonej konkurencji między sprzedawcami, co może wpłynąć na obniżenie cen. Z drugiej strony, ograniczona liczba dostępnych mieszkań może podnosić ceny. Analiza tego wskaźnika pozwala zrozumieć podaż i popyt na rynku, co jest kluczowe dla prognozowania cen.
- L. ludności na 1km<sup>2</sup> - Gęstość zaludnienia jest istotnym czynnikiem wpływającym na popyt i podaż nieruchomości. W obszarach o wysokiej gęstości zaludnienia popyt na mieszkania może być większy niż w obszarach o niskiej gęstości. To z kolei może wpływać na ceny nieruchomości. Dodatkowo, wysoka gęstość zaludnienia może skłaniać do budowania większej ilości mieszkań, co wpływa na podaż.

- Średnie wynagrodzenie brutto (zł) - Wynagrodzenie ludności ma bezpośredni wpływ na ich zdolność finansową do zakupu nieruchomości. Wzrost średniego wynagrodzenia może zwiększyć popyt na mieszkania, co może podnosić ceny. Z drugiej strony, spadek wynagrodzeń może prowadzić do obniżenia popytu i stabilizacji cen.
- Poziom inflacji - Inflacja ma wpływ na siłę nabywczą pieniądza. Wzrost inflacji może powodować wzrost cen nieruchomości. Jednakże, jeśli inflacja jest zbyt wysoka, może to prowadzić do spadku siły nabywczej i obniżenia popytu, co może wpływać na obniżenie cen.
- Zagregowana cena materiałów budowlanych (zł) - Cena materiałów budowlanych jest jednym z kluczowych kosztów związanych z budową mieszkań. Jeśli ceny materiałów rosną, deweloperzy mogą przenosić te koszty na ceny nieruchomości. Analiza tej zmiennej pozwala uwzględnić wpływ kosztów budowy na ceny nieruchomości na rynku pierwotnym.

### 3. Modele ekonometryczne

W ramach niniejszego projektu opracowano cztery modele ekonometryczne, po jednym dla każdego z wspomnianych wcześniej miast, bazując na wcześniej opisanych zmiennych. W przypadku wszystkich miast zastosowano modele potęgowe, ponieważ są one przydatne do opisu zjawisk, w których kształtowanie się wartości zmiennej objaśnianej zależy od cen i dochodów. Do obliczeń przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

Konstrukcja każdego opracowanego modelu ekonometrycznego składała się z następujących etapów:

- Określenie istotności statystycznej zmiennych badanych na podstawie wartości p-value.
- Usunięcie z modelu zmiennych, które nie są istotne statystycznie.
- Powtórzenie powyższych kroków aż do momentu, w którym wszystkie zmienne uwzględnione w badaniu są istotne statystycznie.
- Ustalenie postaci modelu ekonometrycznego.
- Wyznaczenie wartości zmiennych objaśniających uwzględnionych w modelu za pomocą wybranych metod prognozowania.
- Prognozowanie wartości na rok 2022 z wykorzystaniem modelu.
- Interpretacja wyników i sprawdzenie dopuszczalności prognozy.

#### ***Model ekonometryczny dla Poznania***

W modelu ekonometrycznym skonstruowanym dla Poznania, jedyną istotną ze statystycznego punktu widzenia zmienną jest przeciętne wynagrodzenie brutto. Wartość podanej zmiennej na rok 2022 została zaprognozowana II wariantem metody naiwnej. Model ekonometryczny po oszacowaniu współczynników przyjął postać  $\hat{Y} = 6,26 * X^{10,8}$ .

#### ***Model ekonometryczny dla Warszawy***

W modelu ekonometrycznym skonstruowanym dla Warszawy, zmiennymi, które okazały się być istotne ze statystycznego punktu widzenia są liczba ludności na 1km<sup>2</sup> (oznaczona w modelu jako x1) oraz poziom inflacji (wskaźnik cen przy podstawie rok poprzedni = 100, oznaczony w modelu jako x2). Wartości zmiennej x1 na rok 2022 zostały zaprognozowane za pomocą II wariantu metody naiwnej, natomiast wartości dla zmiennej x2 przy wykorzystaniu modelu ekonometrycznego. Model ekonometryczny po oszacowaniu współczynników przyjął postać  $\hat{Y} = 3,84E-12 * X^{12,63} * X^{22,99}$ .

#### **Model ekonometryczny dla Gdańska**

W modelu ekonometrycznym skonstruowanym dla Gdańska, zmienne, które okazały się być istotne statystycznie to liczba mieszkań dostępnych na rynku (szt.) oznaczona jako x1, przeciętne wynagrodzenie brutto (zł) oznaczone jako x2 oraz poziom inflacji oznaczony jako x3. Zmienna x1 została zaprognozowana za pomocą II wariantu metody naiwnej, natomiast zmienne x2 oraz x3 za pomocą modeli ekonometrycznych. Model ekonometryczny po oszacowaniu współczynników przyjął postać  $\hat{Y} = 1,77362E-05 * X^{10,07} * X^{21,13} * X^{32}$ .

#### **Model ekonometryczny dla Łodzi**

W modelu ekonometrycznym skonstruowanym dla Łodzi, zmiennymi, które okazały się być istotne są przeciętne wynagrodzenie brutto (zł) oznaczone jako x1 oraz liczba ludności na 1km<sup>2</sup> oznaczona jako x2. Zmienna x1 została zaprognozowana za pomocą modelu ekonometrycznego, natomiast zmienna x2 za pomocą II wariantu metody naiwnej. Model ekonometryczny po oszacowaniu współczynników przyjął postać  $\hat{Y} = 6,08249E-93 * X^{14,23} * X^{223,82}$ .

Na etapie konstrukcji modeli, okazało się, że zmienna “zagregowana cena materiałów budowlanych” nie jest istotna statystycznie dla żadnego z miast, tym samym nie została ani razu wykorzystana do oszacowania parametrów modeli. Dla każdego z miast prognozy sporządzone na podstawie modeli ekonometrycznych okazały się być dopuszczalne, nie przekraczając 5%. Udział składników losowych w kształtowaniu zmiennej objaśnianej dla skonstruowanych modeli jest bardzo słaby, na co wskazują wartości współczynników zmienności, nie przekraczające 1%.

## **4. Metoda naiwna**

Drugą metodą zastosowaną w ramach niniejszego projektu jest II wariant metody naiwnej, w którym uwzględniono zmiany Y zarówno w sposób względny, jak i bezwzględny. Wybór tej metody wynikał z obserwowanego trendu w przypadku zmiennej objaśnianej. Dla każdego z miast zastosowana metoda okazała się być dopuszczalna. W poniższej tabeli zawarte zostały dopuszczalności poszczególnych prognoz:

Miasto	Wariant IIa	Wariant IIb
Poznań	4,11%	4,06%
Warszawa	3,24%	3,09%
Gdańsk	2,72%	2,84%

Łódź	1,74%	1,54%
------	-------	-------

\*Wariant IIa – wariant, w którym zmiany wyrażone są w sposób bezwzględny

\*Wariant IIb – wariant, w którym zmiany wyrażone są w sposób względny

Na podstawie prognoz na rok 2022 udało się uzyskać następujące wyniki:

Miasto	Wartość rzeczywista	Prognoza - Wariant IIa	$ \Delta $	Prognoza - Wariant IIb	$ \Delta $
Poznań	8 254	8 306	52	8 389	135
Warszawa	12 323	12 253	70	12 393	70
Gdańsk	9 929	10 291	362	10 397	468
Łódź	6 741	6 520	221	6 604	137

\*Wszystkie wartości podane w PLN

Na podstawie danych zawartych w przedstawionej tabeli można zauważyć, że prognozy dotyczące Poznania i Warszawy przyniosły bardzo dobre rezultaty. Dla Poznania  $\Delta$  wartości empirycznej i teoretycznej w wariacie IIa wyniosły 52 zł, co stanowi 0,63% wartości rzeczywistej. Natomiast dla Warszawy  $\Delta$  wartości empirycznej i teoretycznej wyniosły 70 zł, co stanowi 0,59% wartości rzeczywistej. Wynika to z faktu, że zmiana cen mieszkań w latach 2020 - 2022 dla obu miast była bardzo zbliżona. W przypadku Gdańska i Łodzi, gdzie odnotowano wyższy wzrost rok do roku w tym samym okresie, prognozy charakteryzowały się wyższym odchyleniem od wartości empirycznych.

## 5. Model Holta

W modelu Holta użyto szeregu od 2010 roku i postawiono prognozę na rok 2022. Zdecydowano się na metodę podwójnego wygładzania wykładniczego Holta, ponieważ średnia cena za m<sup>2</sup> (zł) mieszkania na rynku pierwotnym, wykazuje tendencję wzrostową. Minimalizując pierwiastek średniego kwadratowego błędu, uzyskano stałe wygładzania dla 4 miast:

	Alfa	Beta
Poznań	1	0,603671
Warszawa	0,690301	1
Gdańsk	1	0
Łódź	1	1

Prognozy dla każdego z miast okazały się dopuszczalne. Dla Poznania dopuszczalność wyniosła 3%, Warszawy 3%, dla Gdańska 3% oraz dla Łodzi wyniosła 2%. Prognoza w modelu Holta na rok 2022 wyniosła:

Poznań	8 437 zł
Warszawa	11 981 zł
Gdańsk	9 862 zł

<b>Łódź</b>	6 520 zł
-------------	----------

## 6. Trend pełzający

Ostatnią zastosowaną metodą prognozowania w projekcie był model trendu pełzającego Hellwiga. Metoda ta została wybrana z powodu nieregularnych zmian cen polskich mieszkań na przestrzeni lat. Po wygładzeniu wartości funkcji powstał trend pełzający, który dla każdego z miast wykazywał dopasowanie powyżej 90%, co oznacza bardzo silną korelację.

Miasto	Poznań	Warszawa	Gdańsk	Łódź
Dopasowanie	0,98	0,93	0,98	0,97

Po ekstrapolacji modelu ukazały się wartości prognoz na rok 2022, które prezentują się następująco:

	Prognoza na rok 2022	Wartości rzeczywiste	$ \Delta $	Dopuszczalność prognozy
<b>Poznań</b>	7 765,41	8 254	488,59	6,29%
<b>Warszawa</b>	11 309,63	12 323	1 013,37	8,96%
<b>Gdańsk</b>	9 790,38	9 929	138,62	1,42%
<b>Łódź</b>	6 118,12	6 741	622,89	10,18%

Powyższa metoda sprawdziła się bardzo dobrze w przypadku prognozowania cen dla Gdańska, ustępując jedynie wygładzaniu wykładniczemu. W przypadku Poznania błąd był największy ze wszystkich wykorzystanych metod, a dla Warszawy oraz Łodzi gorzej wypadł jedynie model ekonometryczny.

## 7. Porównanie prognoz oraz podsumowanie

Wykorzystane przez nas metody wykazały się różną skutecznością. Każda z prognoz okazała się być dopuszczalna. Poniższa tabela przedstawia informacje o wartościach rzeczywistych, wartościach prognoz oraz bezwzględnej różnicy między nimi dla poszczególnych miast:

	Poznań	Warszawa	Gdańsk	Łódź
<b>Wartość rzeczywista</b>	8 254,00	12 323,00	9 929,00	6 741,00
<b>Metoda naiwna wariant IIa</b>	8 306,00	12 253,00	10 291,00	6 520,00
$ \Delta $	52,00	70,00	362,00	221,00
<b>Metoda naiwna wariant IIb</b>	8 389,14	12 392,68	10 397,30	6 604,06
$ \Delta $	135,14	69,68	468,30	136,94
<b>Model ekonometryczny</b>	7 782,27	11 298,33	10 429,81	5 499,30
$ \Delta $	471,73	1 024,67	500,81	1 241,70

<b>Wygładzanie wykładnicze</b>	8 437,00	11 981,00	9 862,00	6 520,00
Δ	183,00	342,00	67,00	221,00
<b>Trend pełzający</b>	7 765,41	11 309,63	9 790,38	6 118,11
Δ	488,59	1 013,37	138,62	622,89

Ze względu na zróżnicowany charakter zmiennej “cena za m<sup>2</sup> (zł)” dla każdego z wybranych miast, nie można jednoznacznie wskazać metody, która pozwoliłaby na uzyskanie najlepszych wyników. W przypadku Poznania najmniejsze odchylenie wartości empirycznych w stosunku do wartości teoretycznych wykazała metoda naiwna w wariancie II wyrażonym w sposób bezwzględny. Różnica bezwzględna wyniosła 52 zł. Najgorsze wyniki uzyskano przy pomocy trendu pełzającego, dla którego różnica bezwzględna wyniosła 488,59 zł. W przypadku Warszawy najlepsze wyniki uzyskano wykorzystując metodę naiwną w wariancie II wyrażonym w sposób względny. Odchylenie bezwzględne pomiędzy wartością rzeczywistą a teoretyczną wyniosło 69,68 zł. Najgorsze wyniki uzyskano poprzez zastosowanie modelu ekonometrycznego, dla którego wartość prognozy wyniosła o 1024,67 zł mniej, niż wartość rzeczywista. W przypadku Gdańska wartość prognozowaną najbardziej zbliżoną do wartości rzeczywistej udało się uzyskać przy pomocy wygładzania wykładniczego, odchylając się o 67 zł pomiędzy wartością empiryczną a prognozowaną. Najślabsze wyniki uzyskano wykorzystując model ekonometryczny, którego różnica wartości wyniosła 500,81 zł. Warto zauważyć, iż w przypadku Gdańska metody naiwne w II wariancie, które były skuteczne dla Poznania i Warszawy, znalazły się na 3 oraz 4 miejscu pod względem wartości odchylenia od wartości rzeczywistej. W przypadku Łodzi, podobnie jak dla Warszawy najbardziej skuteczna okazała się metoda naiwna w wariancie II wyrażonym w sposób względny, natomiast najmniej skuteczny okazał się model ekonometryczny. Warto jednak zauważyć, że wartość rzeczywista ceny mieszkań na 2022 rok dla Łodzi, jest prawie dwukrotnie niższa, niż w przypadku stolicy. Tymczasem wartość, o którą odchyła się wartość prognozowana metodą naiwną w stosunku do wartości empirycznej jest prawie dwukrotnie niższa dla Warszawy, względem Łodzi. Oznacza to, że w ujęciu procentowym, różnica bezwzględna stanowi 0,56% wartości rzeczywistej w przypadku Warszawy oraz 2,03% w przypadku Łodzi.