$$S_1 \in \Sigma^* \qquad s_2 \in \Sigma^*$$

$$\overline{\Delta \vdash const(s_1, s_2) : (s_1, enll)} \Leftrightarrow (s_2, enll)$$

$$IDENTITY LENS BASE$$

$$\overline{\Delta \cup \{(r, U)\} \vdash identity : (U, [], [])} \Leftrightarrow (U, [], [])}$$

$$IDENTITY LENS ADDEXAMPLE$$

$$\Delta \cup \{(r, U)\} \vdash identity : (U, sl_1, enll_1) \Leftrightarrow (U, sl_2, enll_2) \qquad \Delta \vdash s : r$$

$$\overline{\Delta \cup \{(r, U)\} \vdash identity : (U, s :: sl_1, enl :: enll_1)} \Leftrightarrow (U, s :: sl_2, enl :: enll_2)$$

$$ITERATE LENS$$

$$\underline{\Delta \vdash l : (r_1, enll_1) \Leftrightarrow (r_2, enll_2)} \qquad validcombine(combine, enll_1) \qquad validcombine(combine, enll_2) \qquad r_1^{!*}$$

$$\underline{\Delta \vdash iterate(l) : ((r_1, enll_1)^*, combine_{enll}(enll_1)) \Leftrightarrow ((r_2, enll_2)^*, combine_{enll}(enll_2))}$$

$$Concat \ Lens$$

$$\underline{\Delta \vdash l_1 : (r_{1,1}, enll_1) \Leftrightarrow (r_{1,2}, enll_2)} \qquad \underline{\Delta \vdash l_2 : (r_{2,1}, enll_1) \Leftrightarrow (r_{2,2}, enll_2)} \qquad r_{1,1} .! r_{2,1} \qquad r_{1,2} .! r_{2,2}$$

$$\underline{\Delta \vdash concat(l_1, l_2) : ((r_{1,1}, enll_1)(r_{2,1}, enll_1), enll_1) \Leftrightarrow ((r_{1,2}, enll_2)(r_{2,2}, enll_2), enll_2)}}$$

$$Swap \ Lens$$

$$\underline{\Delta \vdash l_1 : (r_{1,1}, enll_1) \Leftrightarrow (r_{1,2}, enll_2)} \qquad \underline{\Delta \vdash l_2 : (r_{2,1}, enll_1) \Leftrightarrow (r_{2,2}, enll_2)} \qquad r_{1,1} .! r_{2,1} \qquad r_{2,2} .! r_{1,2}$$

$$\underline{\Delta \vdash swap(l_1, l_2) : ((r_{1,1}, enll_1)(r_{2,1}, enll_1), enll_1) \Leftrightarrow ((r_{2,2}, enll_2)(r_{1,2}, enll_2), enll_2)}}$$

$$Or \ Lens$$

$$\underline{\Delta \vdash l_1 : (r_{1,1}, enll_{1,1})} \Leftrightarrow (r_{1,2}, enll_{1,2}) \qquad \underline{\Delta \vdash l_2 : (r_{2,1}, enll_{2,1}) \Leftrightarrow (r_{2,2}, enll_{2,2})} \qquad r_{1,1} \cap r_{2,1} = \emptyset$$

$$\underline{\Delta \vdash or(l_1, l_2) : ((r_{1,1}, enll_{1,1})} \Leftrightarrow (r_{1,2}, enll_{2,1}), interleave(enl_{1,1}, enll_{2,1})) \Leftrightarrow ((r_{1,2}, enll_{2,2}), interleave(enl_{1,1}, enll_{2,1}) \Leftrightarrow ((r_{1,2}, enll_{2,2}), interleave(enl_{1,1}, enll_{2,1})) \Leftrightarrow ((r_{1,2}, enll_{2,2}), interleave(enll_{1,1}, enll_{2,1}) \Leftrightarrow ((r_{1,2}, enll_{2,2}), interleave(enll_{1,1}, enll_{2,1})) \Leftrightarrow ((r_{1,2}, enll_{2,2}), interleave(enll_{1,1}, enll_{2,1}) \Leftrightarrow ((r_{1,2}, enll_{2,2}), interleave(enll_{1,1}, enll_{2,1}) \Leftrightarrow ((r_{1,2$$

 $\frac{\Delta \vdash l_1 : er_1 \Leftrightarrow er_2 \qquad \Delta \vdash l_2 : er_2 \Leftrightarrow er_3}{\Delta \vdash l_2 \circ l_1 : er_1 \Leftrightarrow er_3}$

Compose Lens