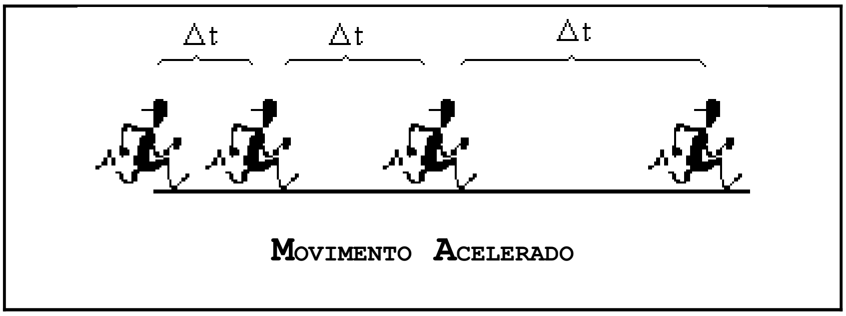
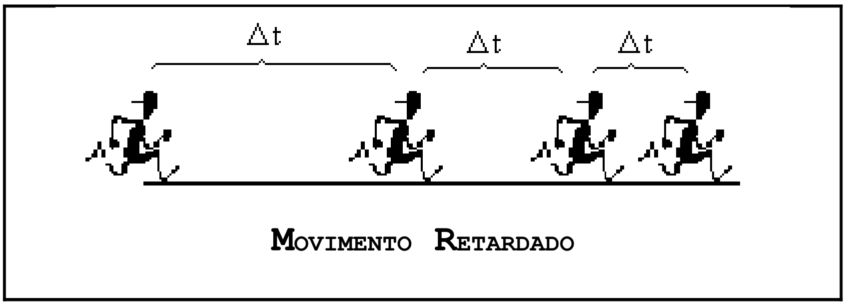
MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

3.1 - Introdução

A partir de agora, passaremos a estudar um tipo de movimento em que a velocidade não é mais constante. No MRUV passa a existir a aceleração constante, isso significa que a velocidade varia de uma forma uniforme. Poderíamos citar como exemplo desse tipo de movimento uma pedra caindo de uma certa altura ou um carro freando ao ver os sinal vermelho.

Então, o MRUV é aquele em que o móvel sofre variações de velocidades iguais em intervalos de tempo iguais.





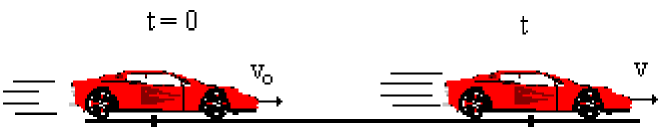
No MRUV, como a aceleração é constante, a aceleração média será igual a instantânea, logo:

$$\mathbf{a = a_m}$$

3.2 - Função da Velocidade

Determinaremos, agora, a expressão que relaciona velocidade e tempo no MRUV. Para isso faremos algumas considerações iniciais.

Observe o esquema abaixo:



☞ móvel parte com velocidade inicial v_o no instante t = 0;
☞ Num instante t qualquer ele estará com velocidade v.

Demonstração

Partindo da definição da aceleração:	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$
Aplicando as observações descritas acima, temos:	$a = \frac{v - v_o}{t - 0}$
Simplificando a expressão, temos que:	$a.t = v - v_o$
Isolando a velocidade v, fica:	$v_o + a.t = v$
Portanto a Função da velocidade no MRUV é dada por:	$\boxed{v = v_o + a.t}$

Exercícios

34> Um móvel realiza um MRUV e sua velocidade varia com o tempo de acordo com a função:

$$v = -20 + 4t \quad \text{(SI)}$$

Determine:
(a) a velocidade inicial e a aceleração escalar;
(b) sua velocidade no instante t = 4 s;
(c) o instante em que atingirá a velocidade de 20 m/s;
(d) o instante em que ocorrerá a inversão no sentido do movimento.

35> Um ponto material parte do repouso com aceleração constante e 4 s depois tem velocidade de 108 km/h. Determine sua velocidade 10 s após a partida.

3.3 – Gráfico da Velocidade e Aceleração no MRUV

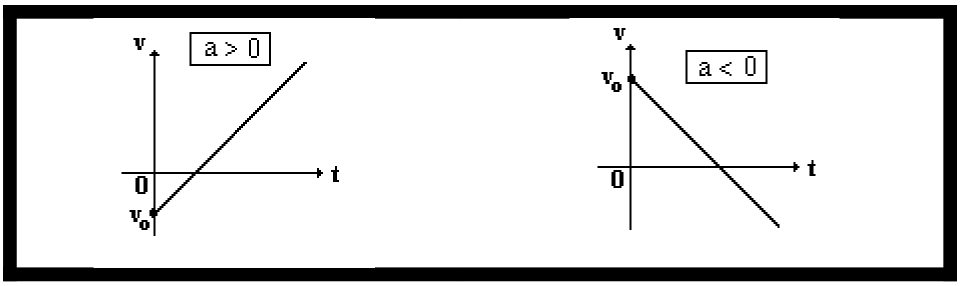
Passemos a analisar os gráficos do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado.

Gráficos da Velocidade em função do Tempo (v x t)

No caso do MRUV a função da velocidade é:

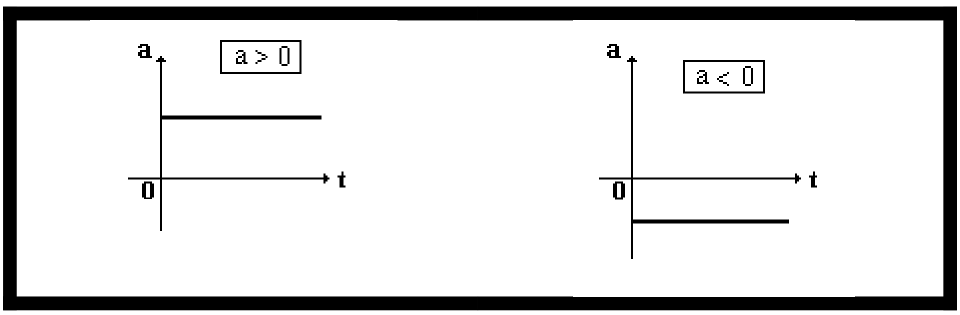
$$\boxed{v = v_o + a.t}$$

Observamos que a função é do 1º grau, portanto o gráfico será uma reta crescente ou decrescente.



Gráficos da Aceleração em função do Tempo (a x t)

No MRUV a aceleração é constante, e portanto o gráfico será uma reta paralela ao eixo t.

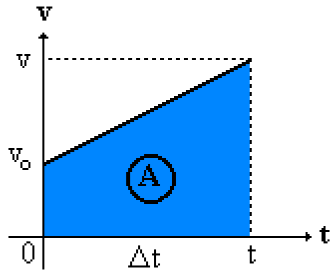
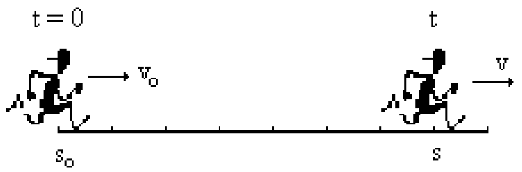


3.4 - Função Horária do MRUV

Precisamos encontrar uma função que nos forneça a posição do móvel em qualquer instante num Movimento Retilíneo Uniformemente Variado.

Considerando que o móvel realiza um MRUV e está partindo, no instante t = 0, do espaço inicial s_o com velocidade inicial v_o e aceleração a, passemos a demonstrar a função horária s = f (t).

Demonstração

Observando o gráfico v x t do MRUV, temos:	
Calculando a área do Trapézio fica:	$A = \frac{B+b}{2}h = \frac{v+v_o}{2}t$
mas, sabemos que:	$v = v_o + a.t$
Logo, podemos rescrever a área da seguinte maneira:	$A = \frac{v_o + a.t + v_o}{2}.t = \frac{2v_o t}{2} + \frac{a.t^2}{2}$
Finalmente a área fica:	$A = v_o.t + \frac{a.t^2}{2}$
Como vimos na 2ª propriedade de gráficos do MRU, o deslocamento Δs é numericamente igual a área, logo:	$\Delta s \equiv A$ ou ainda, $s - s_o = A$
Finalmente temos, então que:	$s - s_o = v_o.t + \frac{a.t^2}{2}$
ou seja: 	$\boxed{s = s_o + v_o.t + \frac{a.t^2}{2}}$

Sabemos que essa função é do 2º grau e nos fornecerá a posição do móvel num instante qualquer.

EXERCÍCIOS

36> Um móvel realiza um MRUV regido pela função horária:

$$s = 3 + 2t - t^2 \text{ (SI)}$$

Determine:
(a) o espaço inicial, a velocidade inicial e a aceleração;
(b) a função velocidade;
(c) o espaço e a velocidade do móvel no instante 2 s;
(d) o instante em que o móvel inverte o sentido do movimento;
(e) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

(FUVEST-SP) 37> Um veículo parte do repouso em movimento retilíneo e acelera a 2 m/s^2. Pode-se dizer que sua velocidade e a distância percorrida, após 3 segundos, valem, respectivamente:

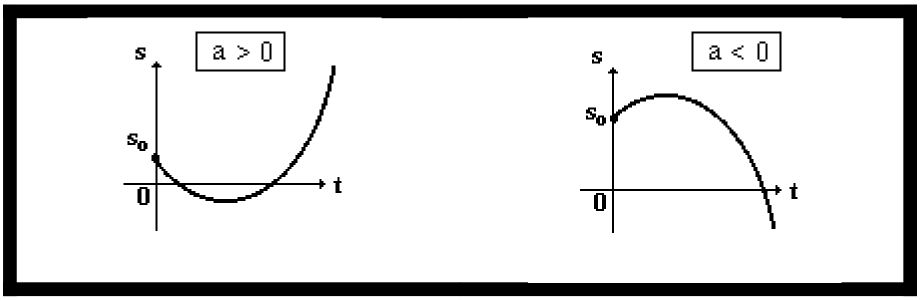
(a) 6 m/s e 9 m; (b) 6 m/s e 18 m; (c) 3 m/s e 12 m;
(d)12m/s e 36m; (e) 2 m/s e 12 m.

GRÁFICOS DO ESPAÇO EM FUNÇÃO DO TEMPO (s x t)

No caso do MRUV a função horária é:

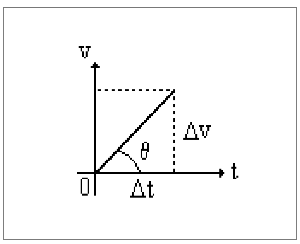
$$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

Como a função horária é do 2º grau podemos ter os seguintes gráficos para o MRUV:



3.5 - PROPRIEDADES NOS GRÁFICOS DO MRUV

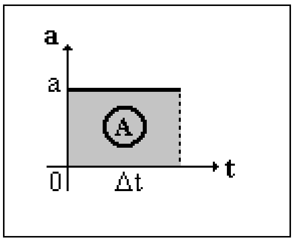
No gráfico v x t, no MRUV temos:



Demonstração

A definição de tangente:	$\text{tg}\,\theta = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$
Aplicando a definição de tangente no nosso caso, temos:	$\text{tg}\,\theta = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$
Sabendo que $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$**, temos então:**	$\boxed{a \equiv \text{tg}\,\theta}$

No gráfico a x t, no MRUV temos:



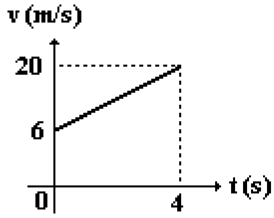
Demonstração

A área de um retângulo:	$A = B.h$
Aplicando em nosso caso, temos:	$A = \Delta t.a$
Sabendo que $a.\Delta t = \Delta v$**, teremos então:**	$\boxed{\Delta v \equiv A}$

Portanto, se tivermos um gráfico a x t no MRUV, a área abaixo da curva, nos fornecerá o valor do deslocamento.

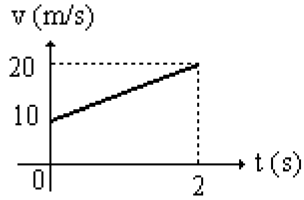
EXERCÍCIOS

38> O gráfico ao lado fornece a velocidade de um corpo no decorrer do tempo.

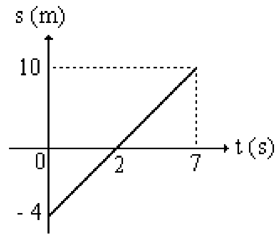


(a) Qual a aceleração do corpo ?
(b) Qual a função horária da velocidade ?
(c) Qual a velocidade do corpo no instante 20 s ?

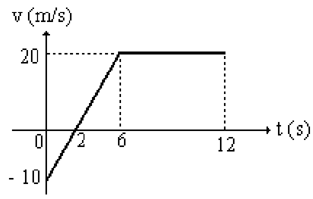
39> A posição inicial para o móvel que descreve o movimento retilíneo, cujo gráfico v x t é o representado ao lado, vale 5 m. Quais são as equações horárias para o movimento considerado ?



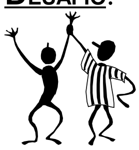
40> O gráfico s x t do movimento de um móvel é mostrado ao lado. Calcule a velocidade desse móvel no instante t = 6 s.



41> Um móvel descreve um movimento em que sua velocidade escalar varia com o tempo de acordo com o gráfico ao lado.
Calcule:
(a) a aceleração escalar desse móvel no instante t = 3 s;
(b) seu deslocamento entre os instantes t = 2 s e t = 12 s.



DESAFIO:



(FUVEST-SP) 3> Um trem de metrô parte de uma estação com aceleração uniforme até atingir, após 10 s, a velocidade 90 km/h, que é mantida durante 30 s, para então desacelerar uniformemente durante 10 s até parar na estação seguinte.
(a) Represente graficamente a velocidade em função do tempo.
(b) Calcule a distância entre as duas estações.
(c) Calcule a velocidade média do trem nesse percurso.

DESAFIO:

(FUVEST-SP) 4> Um ciclista A inicia uma corrida a partir do repouso, acelerando 0,50 m/s^2. Nesse instante passa por ele um outro ciclista B, com velocidade constante de 5,0 m/s e no mesmo sentido de A.
(a) Depois de quanto tempo, após a largada, o ciclista A alcança o ciclista B ?
(b) Qual a velocidade do ciclista A ao alcançar o ciclista B ?

3.6 - Equação de Torricelli

Até agora estudamos sempre equações que relacionavam grandezas físicas com o tempo. A equação de Torricelli é uma relação de extrema importância pois ela independe do tempo e será fundamental em problemas que não trabalhem com o mesmo.

Para obtermos a Equação de Torricelli teremos que eliminar a grandeza tempo e faremos isso combinando a função da velocidade com a função horária.

Demonstração

Partindo da função da velocidade:	$v = v_o + a.t$
Elevando a equação ao quadrado e desenvolvendo, temos:	$v^2 = (v_o + a.t)^2$ $v^2 = v_o^2 + 2.v_o.a.t + a^2.t^2$ $v^2 = v_o^2 + 2.a.\left(v_o.t + \frac{1}{2}a.t^2\right)$ **(1)**
A função horária:	$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2}a.t^2$
Rescrevendo a função horária, temos:	$s - s_o = v_o t + \frac{1}{2}a.t^2$
Ou ainda:	$\Delta s = v_o t + \frac{1}{2}a.t^2$ **(2)**
Substituindo a Eq. (2) na Eq. (1), temos a Equação de Torricelli:	$\boxed{v^2 = v_o^2 + 2.a.\Delta s}$

Exercícios

42> Um móvel em MRUV parte do repouso e atinge a velocidade de 20 m/s. Se a aceleração do móvel é 2 m/s^2, determine a distância percorrida por esse móvel.

43> Um carro em alta velocidade (120 km/h) observa o semáforo indicar vermelho. Ao mesmo tempo uma pessoa atravessa sobre a faixa de segurança. Sabendo que a distância entre o carro e faixa de segurança é de 50 m, pergunta-se qual deve ser a aceleração mínima para que o carro pare a tempo de evitar uma catástrofe.

Exercícios Complementares

(UNITAU-SP) 44> A equação horária do movimento de um ponto material P é:

$$s = 400 - 20t - 4t^2,$$

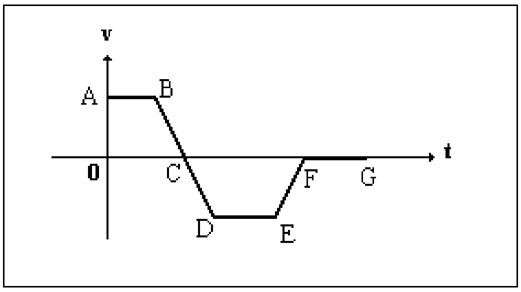
onde o espaço s é dado em metros e o tempo t em segundos. A velocidade média de P no intervalo de 0 a 5s é, em m/s:

(a) – 40; (b) – 25; (c) 120; (d) 60; (e) – 30.

(ITA-SP) 45> De uma estação parte um trem A com velocidade constante $v_A = 80$ km/h. Depois de certo tempo, parte dessa mesma estação um outro trem B, com velocidade constante $v_B = 100$ km/h. Depois de um tempo de percurso, o maquinista de B verifica que o seu trem se encontra a 3 km de A; a partir desse instante ele aciona os freios indefinidamente, comunicando ao trem uma aceleração a = - 50 km/h^2. O trem A continua no seu movimento anterior. Nessas condições:

(a) não houve encontro dos trens.
(b) depois de duas horas o trem B pára e a distância que o separa de A é de 64 km.
(c) houve encontro dos trens depois de 12 min.
(d) Houve encontro dos trens depois de 36 min.
(e) Não houve encontro dos trens; continuam caminhando e a distância que os separa agora é de 2 km.

46> É dado o gráfico da velocidade em função do tempo para um móvel que realiza um movimento em trajetória retilínea. Classifique o movimento (MRU ou MRUV, progressivo ou retrógrado, acelerado ou retardado) para cada um dos trechos da curva dada.

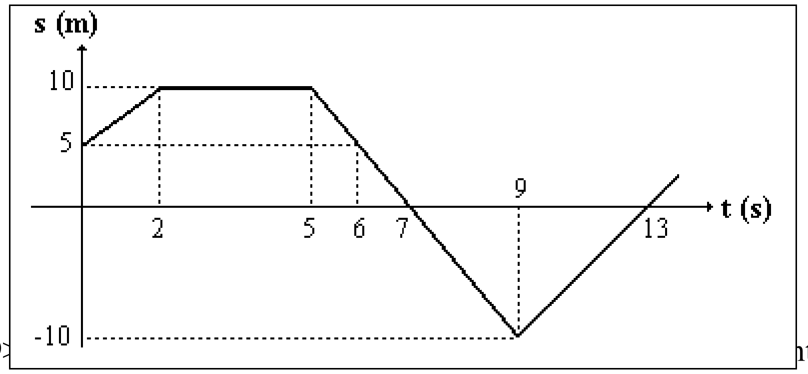


47> Um ponto material movimenta-se segundo:

$$s = 12 - 4t \quad (SI)$$

Faça os gráficos das funções: s = f(t), v = f(t) e a = f(t) desse movimento.

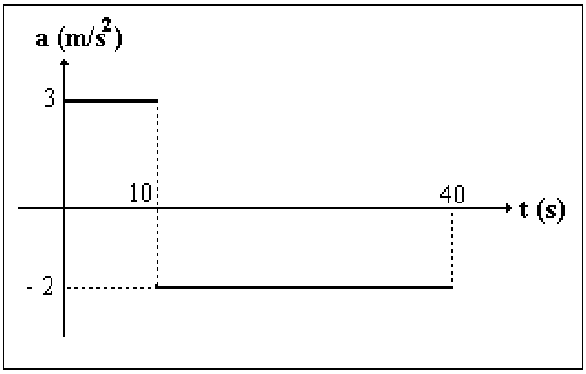
48> O espaço de um ponto material varia no decurso de tempo de acordo com o gráfico. Determine:
(a) o espaço inicial do movimento;
(b) o que acontece com o ponto material no intervalo de tempo de 2 s a 5 s;
(c) em que instantes o móvel passa pela origem;
(d) a velocidade escalar no instante 1,5 s.



(FUVEST-SP) 49> [...] ntes t de um móvel deslocando-se numa trajetória retilínea.
(a) Esboce o gráfico s x t desse movimento.
(b) Calcule a velocidade média do móvel entre os instantes t = 1 s e t = 3 s.

t (s)	0	1	2	3	4	...
s (m)	0	0,4	1,6	3,6	6,4	...

(FEI-SP) 50> O gráfico da aceleração escalar de um móvel, em movimento retilíneo, em função do tempo é dado na figura. Determine:
(a) a aceleração escalar média no intervalo de 0 a 40 s;
(b) o gráfico da velocidade escalar em função do tempo.
Sabe-se que a velocidade inicial é nula.



GABARITO Exercícios e Exercícios Complementares

34> (a) -20 m/s e 4 m/s^2
(b) - 4 m/s
(c) 10 s
(d) 5 s

35> 75 m/s

36> (a) 3 m, 2 m/s, -2m/s^2
(b) v = 2 - 2.t
(c) 3 m e - 2 m/s
(d) 1 s
(e) 3 s

37> letra a

38> (a) 3,5 m/s^2
(b) v = 6 + 3,5.t
(c) 76 m/s

39> s = 5 + 10.t + 2,5.t^2
v = 10 + 5t

40> 2 m/s

41> (a) 5 m/s^2
(b) 160 m

42> 100 m

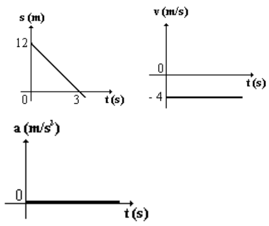
43> ≅ - 11,09 m/s^2

44> letra a

45> letra c

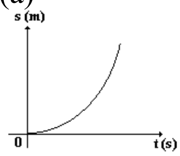
46>
AB - MRU, progressivo.
BC - MRUV, progressivo, retardado.
CD - MRUV, retrógrado, acelerado.
DE - MRU, retrógrado.
EF - MRUV, retrógrado, retardado.
FG - Parado.

47>



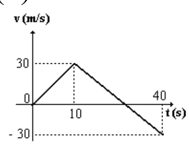
48> (a) 5 m
(b) repouso
(c) 7s; 13s
(d) 2,5 m/s

49>
(a)



(b) 1,6 m/s

50> (a) – 0,75 m/s^2
(b)



Autores:
Maurício Ruv Lemes
(Doutor em Ciência pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica)
Luiz Fernando Sbruzzi
(Mestre em Ensino de Física pela Universidade Federal de São Paulo)