Práctica 1

March 10, 2025

1 Práctica 1

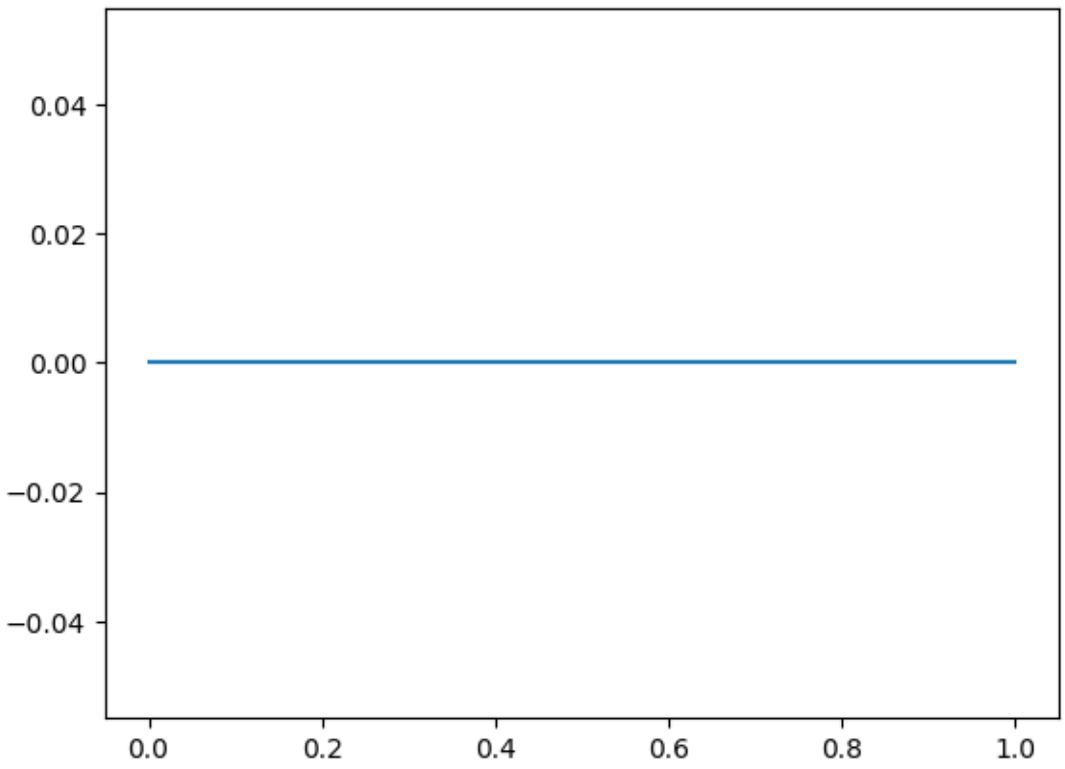
1.1 1. Conjunto de Cantor

1.1.1 Ejercicios previos

Dibuja un segmento de longitud 1.

[72]:
```
import matplotlib.pyplot as plt

x = [0, 1]
y = [0, 0]

plt.figure()
plt.plot(x, y)
```

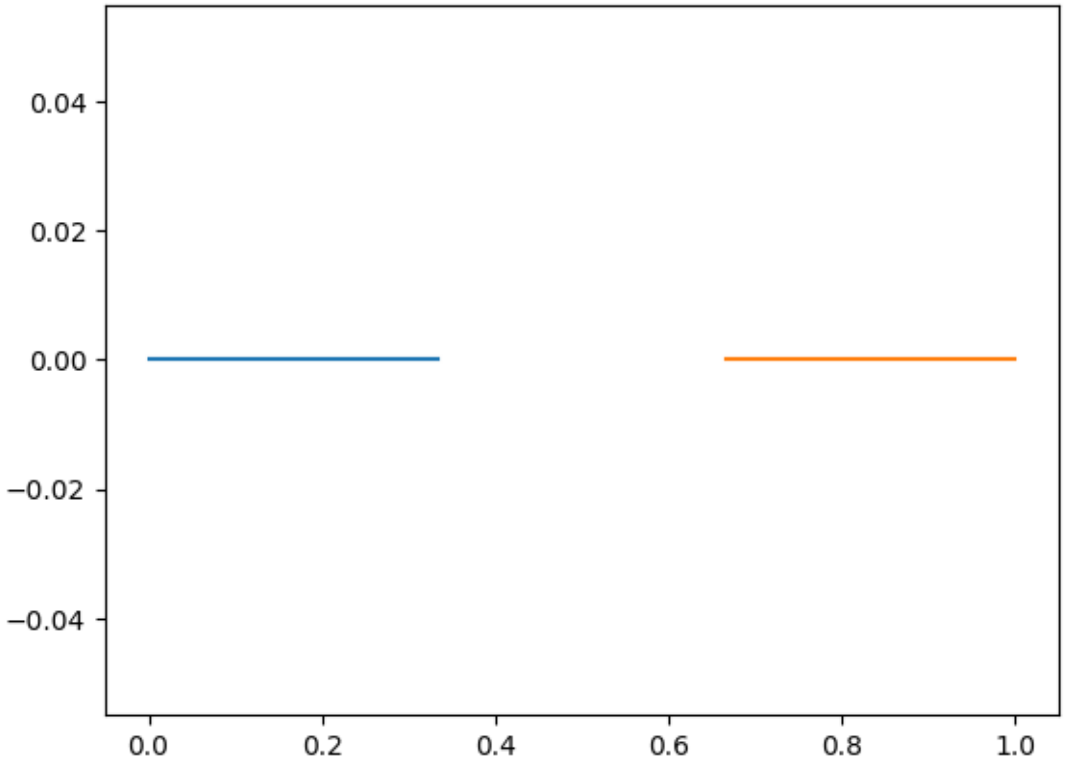
[72]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x157837af610>]
```



Dibuja dos segmentos: [0,1/3] y [2/3,1].

[73]:
```
x1 = [0, 1/3]
y1 = [0, 0]

x2 = [2/3, 1]
y2 = [0, 0]

plt.figure()
plt.plot(x1, y1)
plt.plot(x2, y2)
```

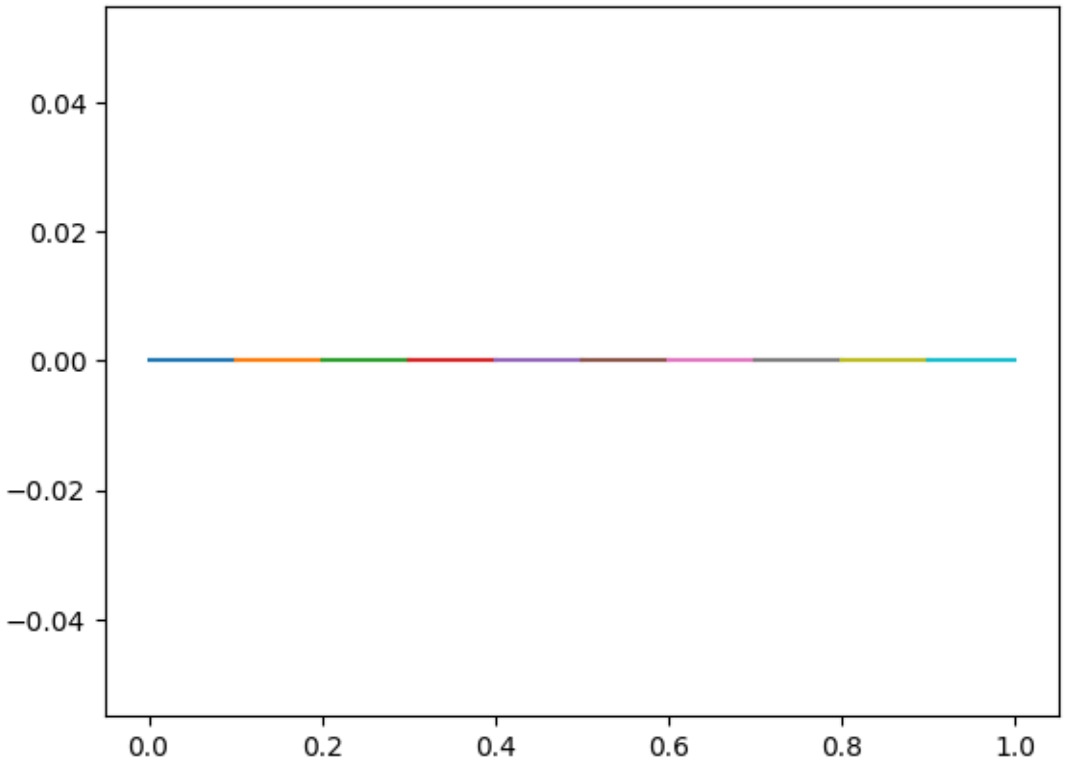
[73]:
```
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1578500a210>]
```



Dibuja una secuencia de 10 intervalos en [0,1] separados regularmente

[74]:
```
import numpy as np

# Puntos de división
x_points = np.linspace(0, 1, 10 + 1)
```

```
plt.figure()

# Dibujar cada intervalo
for i in range(10):
    x_segment = [x_points[i], x_points[i+1]]
    y_segment = [0, 0]
    plt.plot(x_segment, y_segment)
```



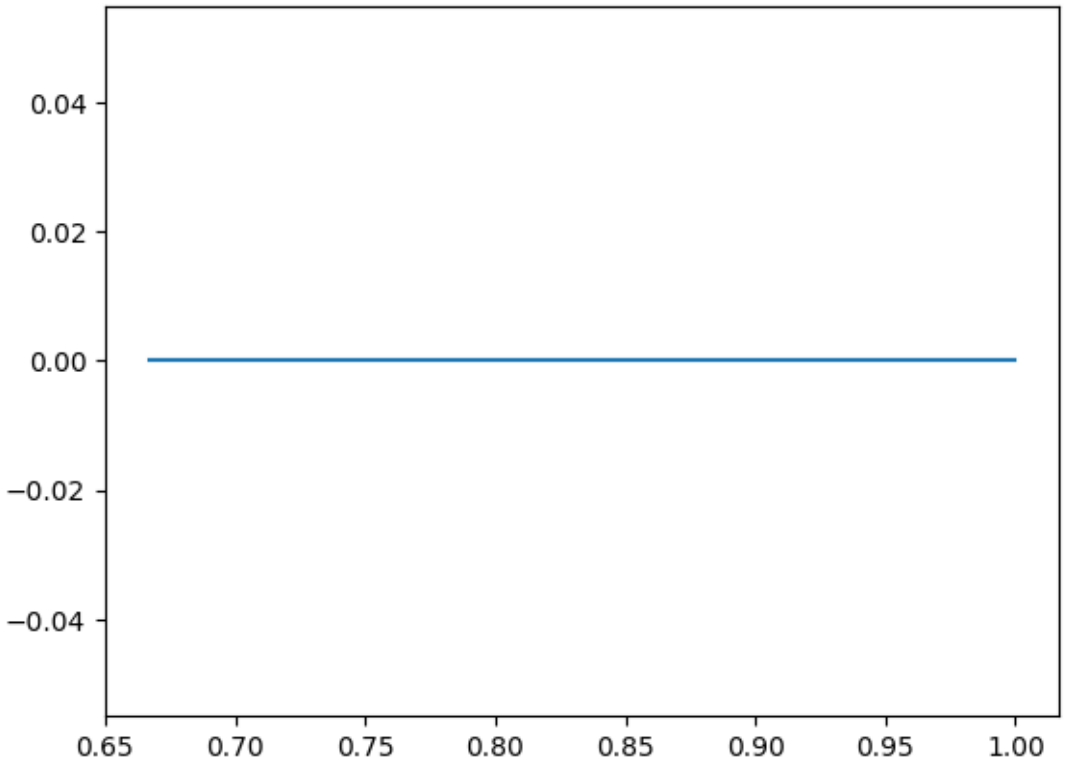
1.1.2 Procedimientos para las funciones:

Hacer un procedimiento que tenga como entrada (n,p), donde n puede tomar los valores 1 ó 2, según se aplique la función f_1 o f_2 en la construcción del conjunto de Cantor de razón 1/3. El parámetro p es un vector de puntos a los que se aplica la función correspondiente.

[75]:
```
def f1(n, p):
    if n == 1:
        return [[coord / 3 for coord in point] for point in p]
    elif n == 2:
        return [[2/3 + point[0] / 3, point[1] / 3] for point in p]

puntos = [[0, 0], [1, 0]]
```

```
resultados = f1(2, puntos)
x_vals = [pt[0] for pt in resultados]
y_vals = [pt[1] for pt in resultados]

plt.plot(x_vals, y_vals)
```

[75]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x15785a65950>]



1.1.3 Paso n-ésimo. Hacer un procedimiento para dibujar el paso n-ésimo del conjunto de cantor

[76]:
```
def cantorn(n):
    segments = [[[0, 0], [1, 0]]]
    for i in range(n):
        new_segments = []
        for j in [1, 2]:
            for seg in segments:
                new_segments.append(f1(j, seg))
        segments = new_segments
    plt.figure()
    for seg in segments:
        plt.plot([seg[0][0], seg[1][0]], [seg[0][1], seg[1][1]])
```

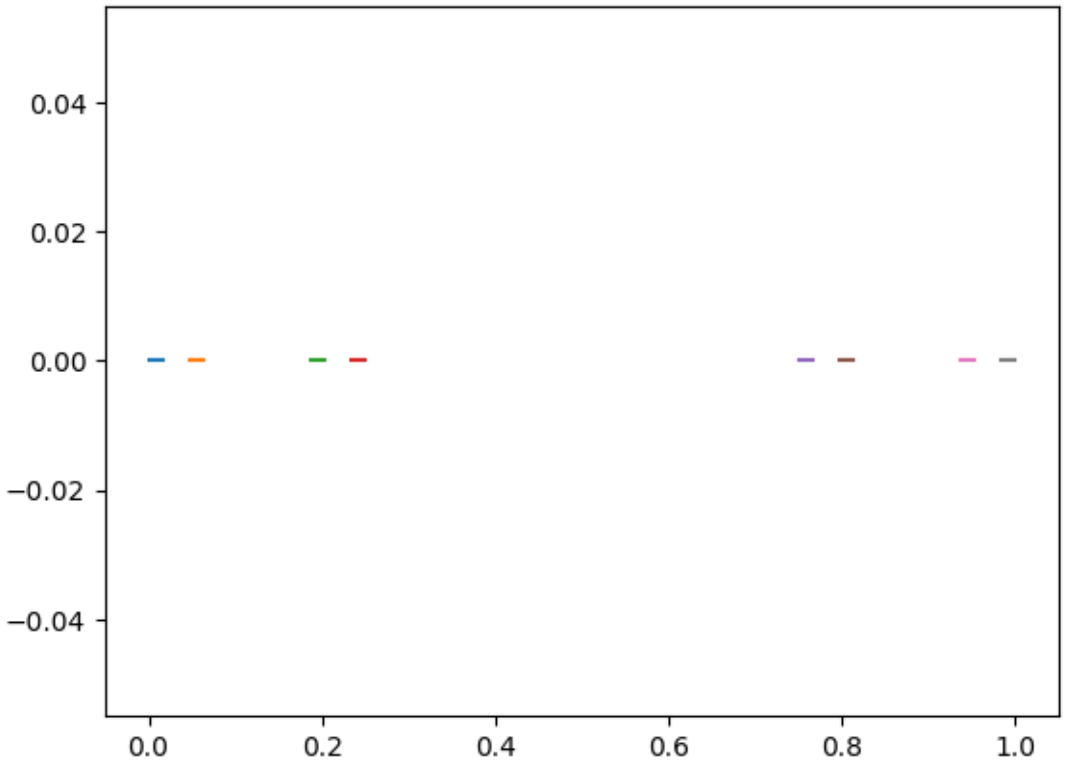
```
    plt.axis('off')
    plt.show()

# Ejemplo:
cantorn(3)
```


1.2 2. Conjunto de Cantor generalizado

1.2.1 Hacer un procedimiento que tenga como entrada (n,r), donde r es la razón de las semejanzas y n es la iteración.

[77]:
```
def razon(n, r, seg):
    if n == 1:
        return [[coord / r for coord in punto] for punto in seg]
    elif n == 2:
        return [[(punto[0] / r) + (1 - 1/r), punto[1] / r] for punto in seg]

def cantor(n, r):
    segmentos = [[[0, 0], [1, 0]]]
    for i in range(n):
        nuevos = []
        for j in [1, 2]:
            for seg in segmentos:
```

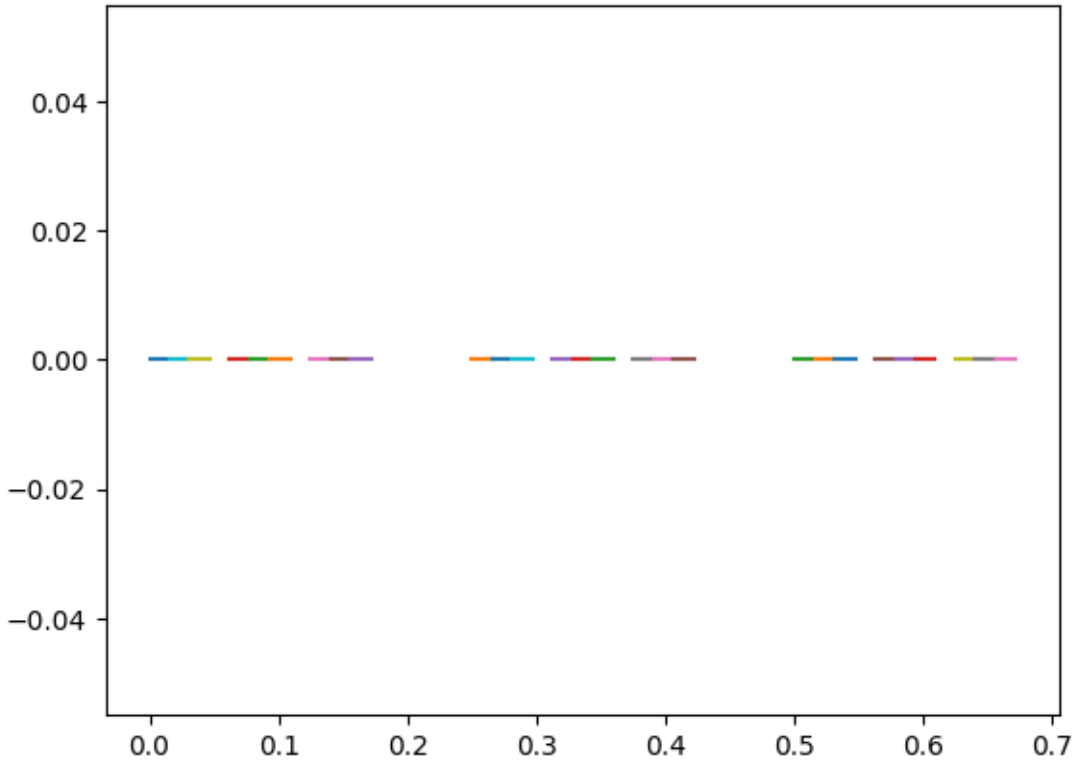
```
                nuevos.append(razon(j, r, seg))
        segmentos = nuevos
    plt.figure()
    for seg in segmentos:
        plt.plot([seg[0][0], seg[1][0]], [seg[0][1], seg[1][1]])

cantor(3, 4)
```



1.2.2 Hacer un conjunto tipo Cantor con más de dos semejanzas.

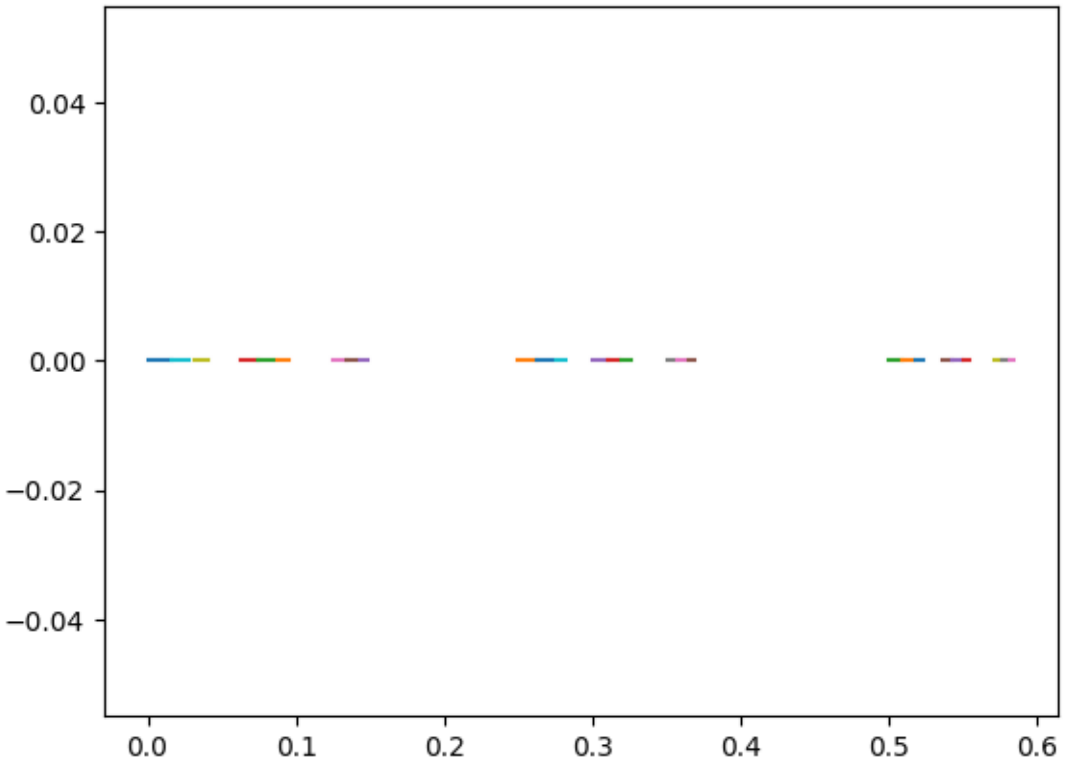
[78]:
```
def func_semejanzas(segmento, escala, traslacion):
    return [
        [escala * segmento[0][0] + traslacion, escala * segmento[0][1]],
        [escala * segmento[1][0] + traslacion, escala * segmento[1][1]]
    ]

def cantor_general(n, semejanzas):
    segmentos = [[[0, 0], [1, 0]]]

    for _ in range(n):
        nuevos_segmentos = []
        for seg in segmentos:
```

```
            for esc, tras in semejanzas:
                nuevos_segmentos.append(func_semejanzas(seg, esc, tras))
        segmentos = nuevos_segmentos
    plt.figure()
    for seg in segmentos:
        plt.plot([seg[0][0], seg[1][0]], [seg[0][1], seg[1][1]])

lista_semejanzas = [(1/4, 0), (1/4, 1/4), (1/4, 1/2)]
cantor_general(3, lista_semejanzas)
```



1.2.3 Hacer un conjunto tipo Cantor con dos semejanzas de razones diferentes.

[79]:
```
lista_semejanzas = [(1/4, 0), (1/5, 1/4), (1/7, 1/2)]
cantor_general(3, lista_semejanzas)
```

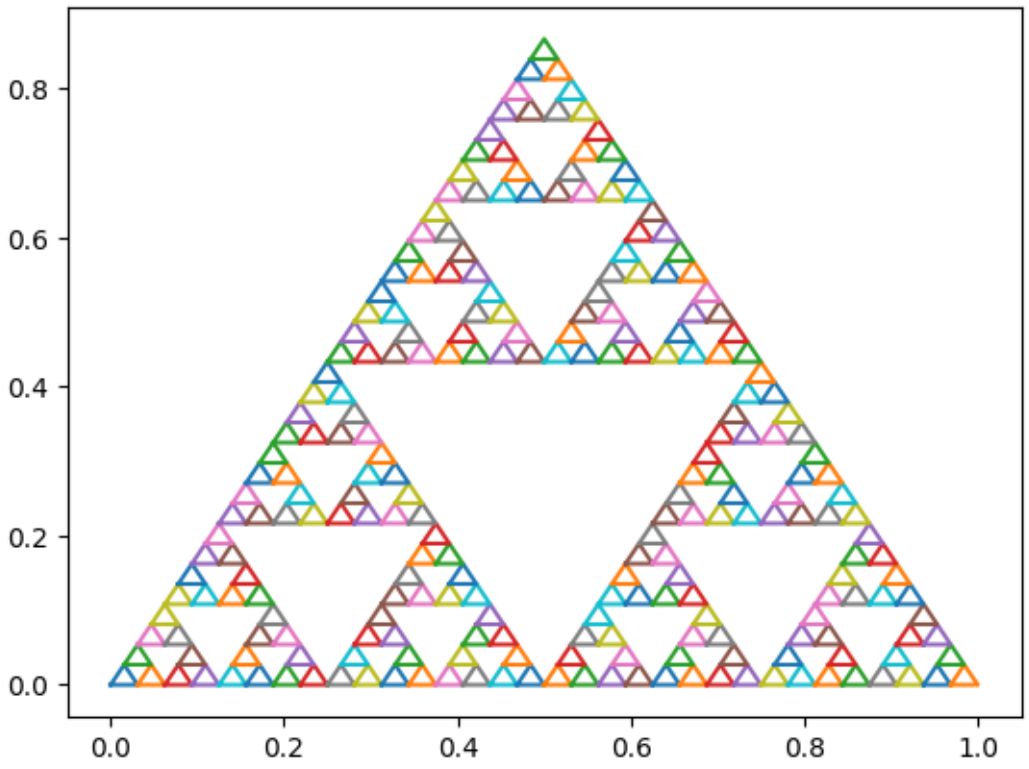


1.3 3. Sierpinski

1.3.1 Escribe un programa que dibuje el triángulo de Sierpinski de razón 1/2 sobre el triángulo equilátero unidad.

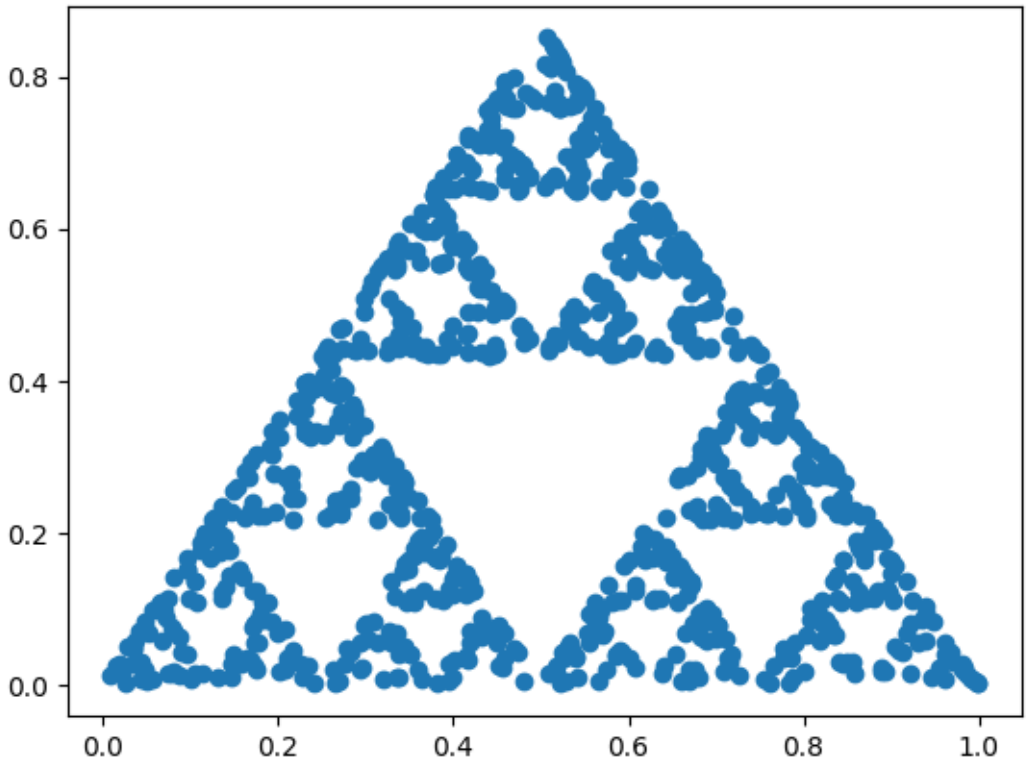
[80]:
```
import math

def ftriangulo(n, p):
    if n == 1:
        t = (0, 0)
    elif n == 2:
        t = (1/2, 0)
    elif n == 3:
        t = (1/4, (1/4) * math.sqrt(3))
    l1 = []
    for punto in p:
        nuevo_punto = [1/2 * punto[0] + t[0],
                       1/2 * punto[1] + t[1]]
        l1.append(nuevo_punto)
    return l1

def sierpinski(n):
```

```
    triangulo_inicial = [[0, 0],
                         [0.5, 0.5 * math.sqrt(3)],
                         [1, 0]]
    poligonos = [triangulo_inicial]
    for _ in range(n):
        nuevos_poligonos = []
        for j in [1, 2, 3]:
            for pol in poligonos:
                nuevos_poligonos.append(ftriangulo(j, pol))
        poligonos = nuevos_poligonos

    plt.figure()
    for pol in poligonos:
        x = [p[0] for p in pol] + [pol[0][0]]
        y = [p[1] for p in pol] + [pol[0][1]]
        plt.plot(x, y)

sierpinski(5)
```



1.4 4. Implementar el juego del caos

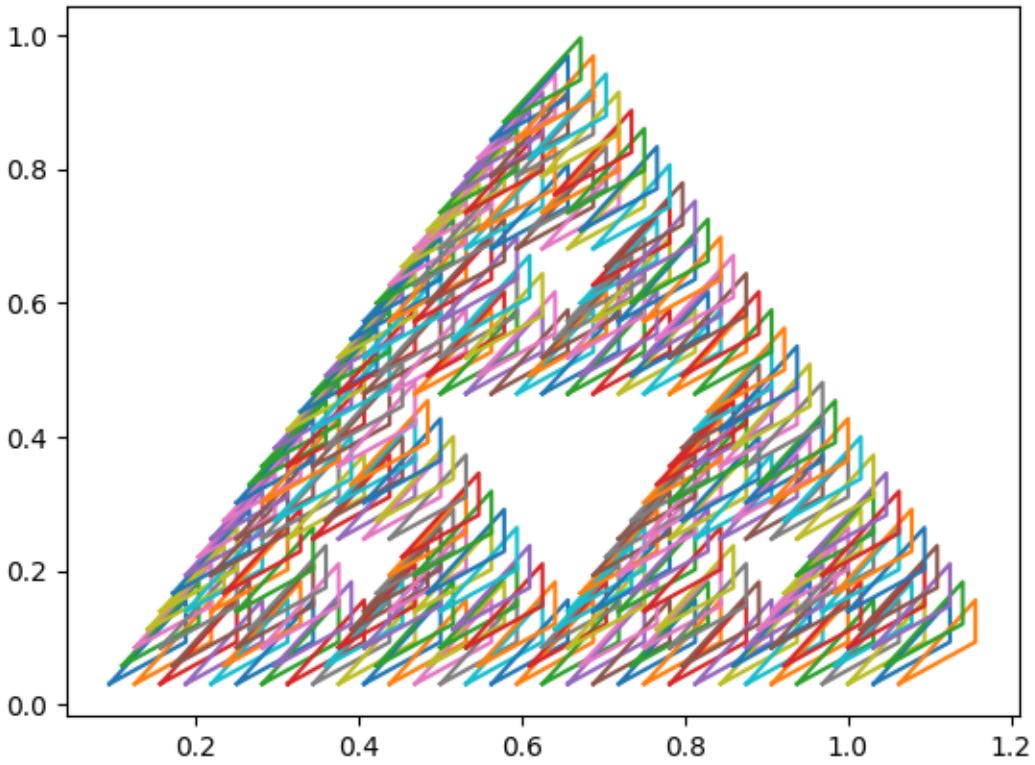
[81]:
```
import random
def medio(p):
    dado3 = random.randint(1, 3)
    if dado3 == 1:
        return [0.5 * p[0], 0.5 * p[1]]
    elif dado3 == 2:
        return [0.5 * p[0] + 0.5, 0.5 * p[1]]
    elif dado3 == 3:
        return [0.5 * p[0] + 0.25, 0.5 * p[1] + 0.25 * math.sqrt(3)]

def juego_caos(n):
    puntos = []
    m = [0, 0]
    for i in range(n):
        m = medio(m)
        puntos.append(m)
    x_vals = [pt[0] for pt in puntos]
    y_vals = [pt[1] for pt in puntos]

    plt.figure()
    plt.scatter(x_vals, y_vals)

juego_caos(1000)
```



1.5 5. Sierpinski aleatorio

1.5.1 Escribe un programa que dibuje un triángulo de Sierpinski aleatorio en el que se eligen aleatoriamente los puntos de cada lado que determinan los triángulos del paso siguiente.

[82]:
```
def rand_triangulo():
    return [
        [random.randint(0, 6), random.randint(0, 6)],
        [random.randint(0, 6), random.randint(0, 6)],
        [random.randint(0, 6), random.randint(0, 6)]
    ]

def rand_sierpinski(iteraciones):
    lista_poligonos = [rand_triangulo()]

    for _ in range(iteraciones):
        nuevos_poligonos = []
        for j in [1, 2, 3]:
            for pol in lista_poligonos:
                nuevos_poligonos.append(ftriangulo(j, pol))
        lista_poligonos = nuevos_poligonos

    plt.figure()
    for pol in lista_poligonos:
        x = [p[0] for p in pol] + [pol[0][0]]
        y = [p[1] for p in pol] + [pol[0][1]]
        plt.plot(x, y)

rand_sierpinski(5)
```

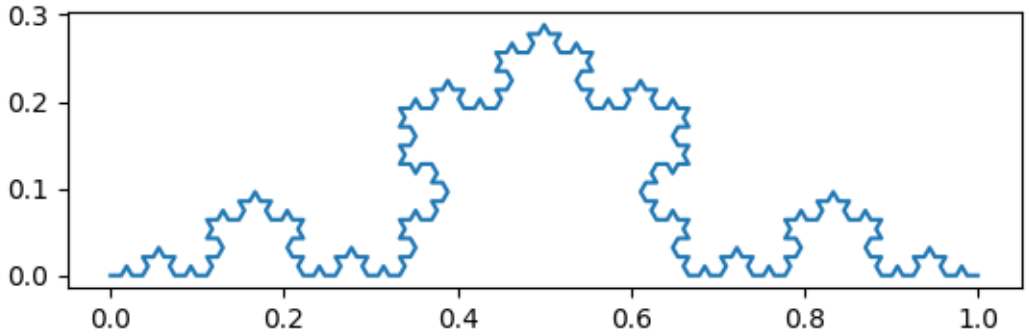


1.6 6. Curva de Koch

1.6.1 Escribe un programa que dibuje con animación la curva clásica de Koch en el paso n.

[83]:
```
def curva_koch(p):
    h = 3 ** (-p)
    j = 4 ** p - 1
    x, y = 0.0, 0.0
    puntos = [(x, y)]

    for n in range(j + 1):
        m = n
        s = 0
        for l in range(p):
            t = m % 4
            m = m // 4
            s += ((t + 1) % 3) - 1
        x += math.cos((s * math.pi) / 3) * h
        y += math.sin((s * math.pi) / 3) * h
        puntos.append((x, y))
    xs = [pt[0] for pt in puntos]
```

```
    ys = [pt[1] for pt in puntos]

    plt.figure()
    plt.plot(xs, ys)
    plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')

curva_koch(4)
```

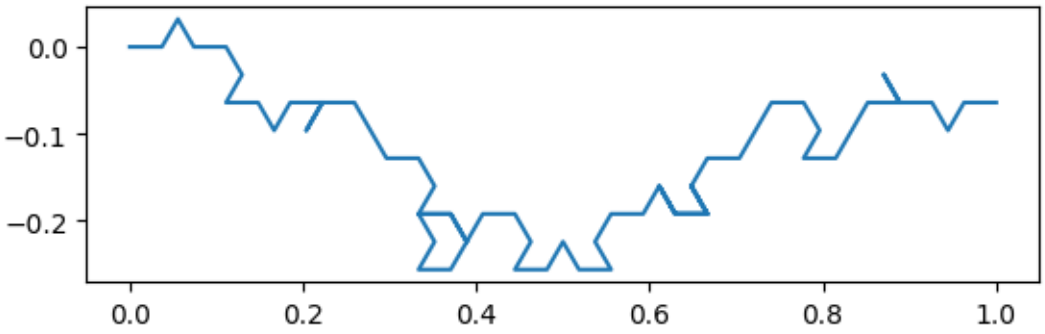


1.7 7. Curva de Koch aleatoria

1.7.1 Escribe un programa que dibuje una curva de Koch aleatoria en la que, en cada paso, se elige equiprobablemente la orientación del triángulo hacia arriba o hacia abajo.

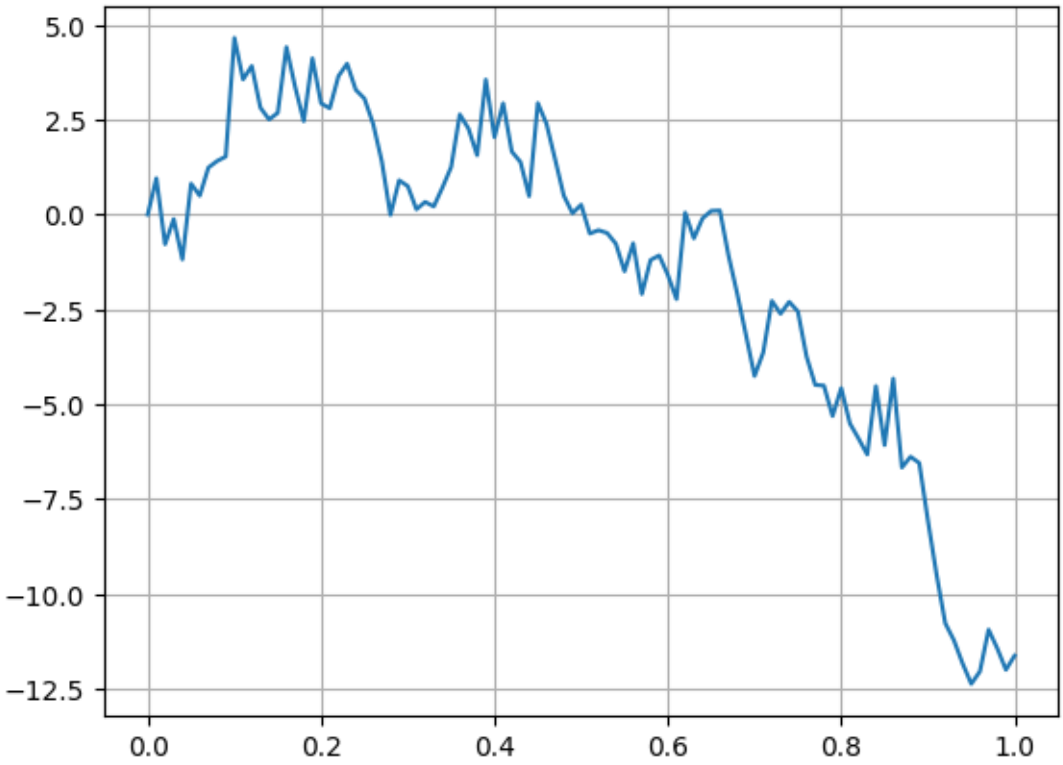
[84]:
```
def rand_koch(p):
    h = 3 ** (-p)
    j = 4 ** p - 1
    x, y = 0.0, 0.0
    puntos = [(x, y)]
    for n in range(j + 1):
        m = n
        s = 0
        for _ in range(p):
            t = m % 4
            m = m // 4
            s += ((t + 1) % 3) - 1
        a = random.choice([0, 1])
        if a == 0:
            angulo = (s * math.pi) / 3
        else:
            angulo = (5 * s * math.pi) / 3
        x += math.cos(angulo) * h
        y += math.sin(angulo) * h
        puntos.append((x, y))
```

```
    xs = [pt[0] for pt in puntos]
    ys = [pt[1] for pt in puntos]
    plt.figure()
    plt.plot(xs, ys)
    plt.gca().set_aspect('equal', adjustable='box')

rand_koch(3)
```



1.8 8. Movimiento Browniano unidimensional

[85]:
```
def browniano(n):
    pasos = np.random.normal(0, 1, n)
    trayectoria = np.concatenate(([0], np.cumsum(pasos)))
    tiempo = np.linspace(0, 1, n+1)
    promedio = np.mean(trayectoria)

    plt.figure()
    plt.plot(tiempo, trayectoria)
    plt.grid(True)

browniano(100)
```


5.0
2.5
0.0
−2.5
−5.0
−7.5
−10.0
−12.5
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0