



Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Buenos Aires
Departamento de ciencias básicas

Física I

Resumen de la materia V.4

WWW.UTNIANOS.COM.AR

F.E.P

(Actualizada al 16-12-12)



Unidad I - Óptica.

Refracción:

$$n_1 * \text{sen } i = n_2 * \text{sen } j$$

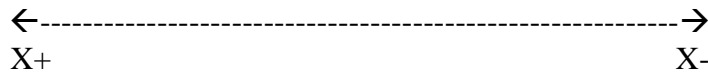
Fórmula de descarte:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{F} \quad (\text{Solo cóncavos y convexos})$$

Aumento lateral:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{-x'}{x}$$

Sistema de referencia:



Formula de Gauss:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{F} \quad (\text{Lentes cóncavos y convexos})$$

Aumento:

$$A = \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$$

Potencia:

$$P = \frac{1}{F}$$

Lamina de caras paralelas:

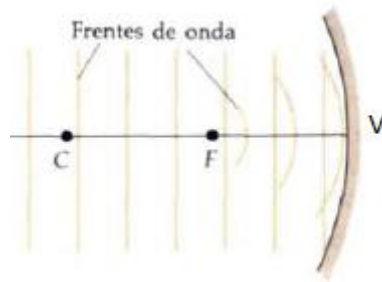
$$d = \frac{e}{\cos r} * \text{sen}(i - r)$$

Donde:

- E: Espesor de la lámina.
- D: Distancia de desfasaje. (Desplazamiento lateral)



Elementos principales de espejos esféricos.



Referencias:

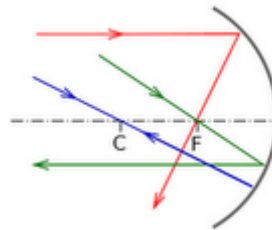
- 1: Eje principal del espejo.
- C: Centro de curvatura.
- V: Vértice del espejo.
- F: Foco del espejo.
- F: Distancia focal.

Distancia focal:

$$f = \frac{R}{2}$$

Rayos principales:

- Espejo esférico cóncavo:



- Espejo esférico convexo:

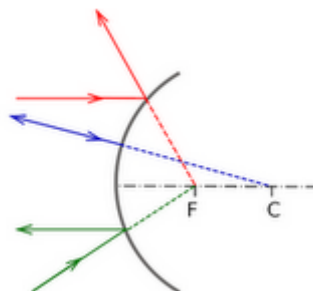


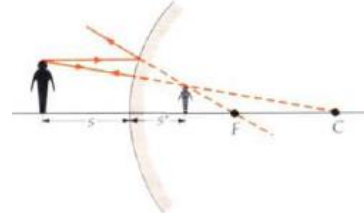


Imagen virtual: Se forma por una prolongación de rayos.

Imagen real: Se forma por intersección de rayos. En una pantalla.

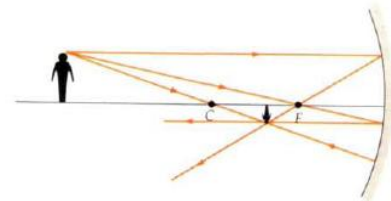
Espejos convexos:

Imagen { Virtual
Menor
Derecha

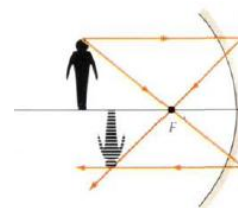


Espejos cóncavos:

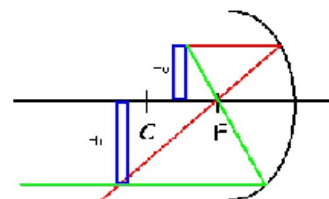
$Y > C > F > V$ Imágen { Real
Menor
Invertida



$Y = C > F$ Imágen { Real
Igual
Invertida



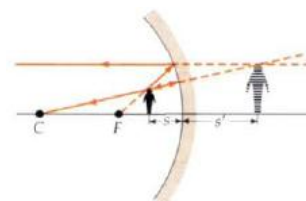
$C > Y > F$ Imágen { Real
Mayor
Invertida



$C > Y = F > 0$

(No se forma imagen. El objeto se encuentra sobre el foco)

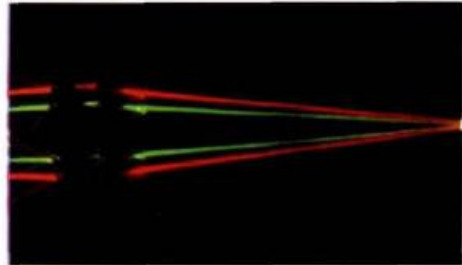
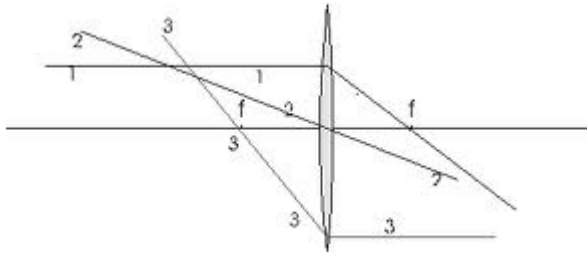
$C > F > Y$ Imágen { Virtual
Mayor
Derecho



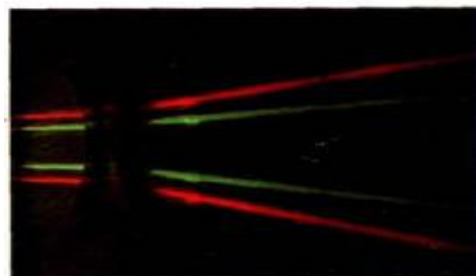
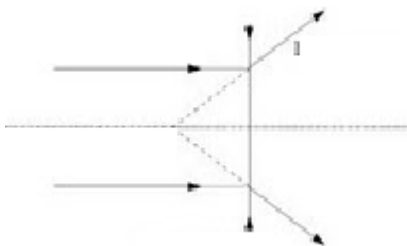


Rayos principales en lentes.

- Lentes convergentes.



- Lentes divergentes.



| | | | | |
|----|--------------|-------------------|--------------|--------------------|
| Si | $X = 2F$ | Igual tamaño | Imágen { | Real Invertida |
| Si | $F < X < 2F$ | Mayor tamaño | | |
| Si | $X > 2F$ | Menor tamaño | | |
| Si | $X < F$ | Lente convergente | Mayor tamaño | Imágen { |
| Si | $X < F$ | Lente divergente | Menor tamaño | |
| | | | | Virtual Derecha |

Fin tema: Óptica.



Unidad II - Cinemática.

Movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U)

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} X = X_0 + v * t \\ V = \text{cte} \\ A = 0 \end{cases}$$

Movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V)

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} X(t) = X_0 + V_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \\ V = V_0 + a * t \\ a = \text{cte} \end{cases}$$

Movimiento relativo.

$$V_m - t = V_m - a + V_a - t$$

Movimiento Circular (M.C)

α : Angulo en radianes.

ω : Velocidad angular.

γ : Aceleración angular.

ω_m : Velocidad angular media y se calcula: $\omega_m = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$

γ_m : Aceleración angular media: $\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

ω_i : Velocidad instantanea: $\omega_i = \frac{d\alpha}{dt}$

γ_i : Aceleración instantanea: $\gamma_i = \frac{d\omega}{dt}$



$$\omega = 2 * \pi * f \quad \omega = 2 * \pi * \frac{1}{t} \quad T = 2 * \frac{\pi}{\omega}$$

Relación entre aceleración y movimiento escalar:

$$V = \omega * R$$

Relación entre aceleración angular y aceleración escalar:

$$\gamma = \frac{a}{R} \Leftrightarrow a = \gamma * R$$

Velocidad angular:

$$\omega = \frac{V}{R}$$

$$\begin{aligned} a &= a_t + a_n \\ a_t &= \gamma * R * (\text{tau}) \\ a_n &= \omega^2 * R * (n) \end{aligned}$$

Aceleración Centrípeta:

$$a_c = \omega^2 * r \quad \text{ó} \quad a_c = \frac{v^2}{R}$$

Fin tema: Cinemática.



Unidad III - Dinámica.

Leyes de newton.

- Si $\vec{F} = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow v = cte$
- $\vec{F} = m * a \Rightarrow \sum \vec{F} = m * \vec{a}$
- $\vec{F}_{mia-sobre\ cuerpo} = \vec{F}_{cuerpo-sobre\ mi}$

Importante para recordar:

$$\begin{aligned} P_x &= P * \sen \alpha \\ P_y &= P * \cos \alpha \end{aligned}$$

Fuerza de rozamiento estática (F_{re}):

$$F_{re} \leq F_{re\ .max} = \mu_e * n$$

Fuerza de rozamiento dinámico (F_{rd}):

$$F_{rd} \leq \mu_d * n$$

Fuerza elástica (F_e):

$$F_e = K * \Delta_x$$

Fuerza elástica en serie:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_n}$$

Fuerza elástica en paralelo:

$$K_{eq} = k_1 + k_2 + k_n$$



Ley de gravitación universal:

$$F = G * \frac{m_1 * m_2}{d^2}$$

Donde:

- F: Fuerza de atracción.
- G: Constante.
- M1: Masa de cuerpo.
- M2: Masa de cuerpo.
- D: Distancia de separación entre cuerpos. (se mide del centro del cuerpo al otro centro)



Ejemplo:

$$F_{atr} = G * \frac{m * m_p}{R_p^2}$$

$$P = m * g$$

$$F_{atraccion} = G * \frac{m * m_p}{R_p^2}$$

$$\text{Donde } G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$$

$$m * g = G * \frac{m * m_p}{R_p^2}$$

$$g = G * \frac{m_p}{R_p^2}$$

$$G * R_p^2 = G * m_p$$

Fin tema: Dinámica.



Unidad IV – Trabajo y Energía.

Impulso de una fuerza en un cierto lapso:

$$\vec{I}_{f-\Delta t} = \vec{F} * \Delta t \quad (\text{Para fuerza constante})$$

$$[I] = N * \text{seg}$$

El cual se despeja de la siguiente forma: $\frac{\text{Kg} * \text{m}}{\text{s}^2} * \text{s} \Rightarrow \frac{\text{Kg} * \text{m}}{\text{s}} \Rightarrow N * \text{seg}$

Teorema de la conservación de la energía y cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{I}_{\Delta t} = \Delta \vec{P}_{\Delta t}$$

Trabajo:

$$L = \vec{F} * D$$

Donde:

- L: Trabajo
- F: Fuerza aplicada.
- D: Distancia recorrida.

$$[L] = \text{KgF} * \text{m} \quad \text{ó} \quad [L] = N * \text{m} \Rightarrow [L] = \text{Joule}$$

Nota: En un plano inclinado la normal es perpendicular al movimiento por ende no realiza trabajo.

Cantidad de movimiento:

$$\vec{P} = m * \vec{v}$$

$$[P] = \text{Kg} * \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} * m * v^2$$

$$[E_c] = \frac{\text{kg} * \text{m}^2}{\text{s}^2} \quad \text{ó} \quad [E_c] = \text{N} * \text{m} \Rightarrow [E_c] = \text{Joule}$$

Energía potencial gravitatoria. (Energía potencial):

$$E_p = m * g * h$$

Energía potencial elástica. (Energía elástica):

$$E_e = \frac{1}{2} * k * \Delta x^2$$

Teorema del trabajo y energía cinética:

$$L_f = \Delta E_c$$

$$L_f = E_{cf} - E_{co}$$

$$F * d = \frac{1}{2} * m * v_f^2 - \frac{1}{2} * m * v_0^2$$

Energía mecánica del sistema:

$$E_m = E_c + E_p + E_e$$

Fuerzas conservativas:

- Fuerza peso.
- Fuerza del resorte.

Fuerza de roce:



$$-|Fr| * \text{long}_{a-b}$$

Teorema del trabajo y la energía mecánica.

(1) Si sobre el sistema dado actúan solo fuerzas conservatorias:

Se cumple: $\Delta E_m = 0$ es decir $E_{mf} = E_{m0}$ La energía mecánica no varía.

(2) Si sobre el sistema actúan fuerzas NO conservativas. La energía mecánica no se conserva.

Se cumple: $\Delta E_m \neq 0$ es decir $E_{mf} \neq E_{m0}$

Trabajo fuerza no conservativa = $E_{mf} - E_{m0}$

Resolución de problemas:

| Tipo de problema | Conclusión | Se plantea que: |
|------------------------------------|--|---------------------------------|
| Solo actúan fuerzas conservativas. | La energía mecánica del sistema se conserva. | $E_{mf} = E_{m0}$ |
| Actúan fuerzas NO conservativas. | La energía mecánica del sistema NO se conserva | $L_{fnoconv} = E_{mf} - E_{m0}$ |

Fin tema: Trabajo y energía.

Unidad V – Fluidos.

Presión:

$$P = \frac{F}{S}$$

Donde:

- P: Presión.
- F: Fuerza.
- S: Superficie.



Densidad:

$$\delta = \frac{m}{v}$$

Donde:

- δ : Densidad.
- m : Masa.
- v : Volumen.

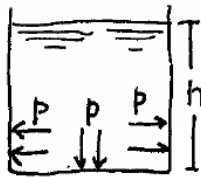
Peso específico:

$$\rho = \frac{p}{v}$$

$$\rho = \delta * g$$

Donde:

- ρ : Peso específico.
- P : Peso
- v : Volumen



$$P_h = \delta * g * h \quad \text{ó} \quad P_2 = P_1 + \delta * g * h$$

Donde:

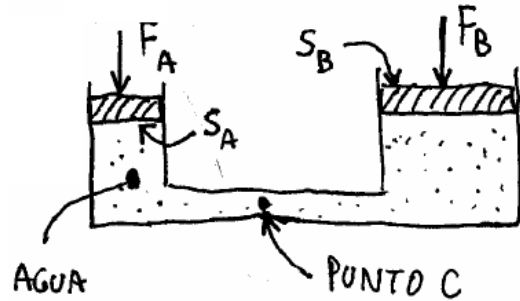
- P_h : Presión a una altura.
- δ : Densidad.
- g : Gravedad.
- h : profundidad.

Tener en cuenta:

$$P_{\text{absoluta}} = P_{\text{monometra}} + 1 \text{ atmósfera.}$$

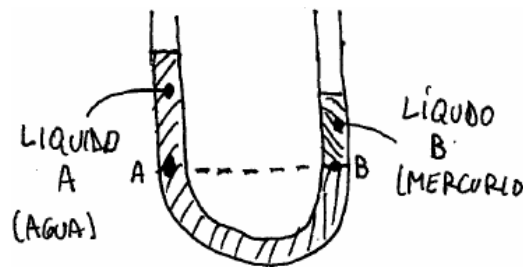


Prensa Hidráulica:



$$\frac{F_a}{S_{p_a}} = \frac{F_b}{S_{p_b}}$$

Tubos con forma de U:

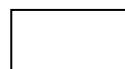


$$\rho_a * h_a = \rho_b * h_b$$

Flotación: Peso y Empuje.

Existen tres casos, se enumeran a continuación:

- (1) Cuerpo parcialmente sumergido.





En este caso el peso se compensa con el empuje: $P = E$

(2) Cuerpo sumergido.

En este caso el estudio es del mismo modo que hundido, el empuje es igual que el peso nuevamente.

(3) Cuerpo hundido.



$$P = N + E$$

Donde: $P = \delta_{\text{cuerpo}} * Vol_{\text{cuerpo}} * g$

Todo cuerpo sumergido en un líquido recibe una fuerza (empuje) de abajo hacia arriba igual al peso del volumen del líquido desalojado.

Ecuación para calcular el empuje:

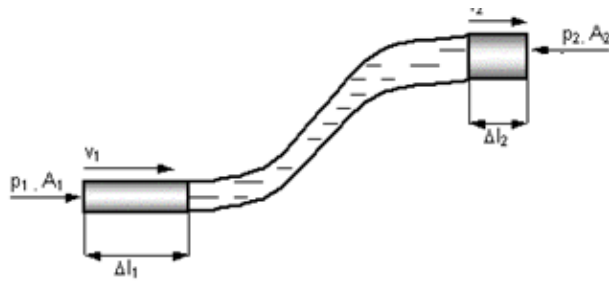
$$E = \rho_{\text{liq}} * Vol$$

$$E = \delta * g * Vs$$

Donde: $E = \delta_{\text{liquido}} * Vol_{\text{sumergido}} * g$

Hidrodinámica:

Teorema fundamental de continuidad:



Calculo del Caudal:

$$(1) \quad Q = \frac{V}{t} \quad \text{ó} \quad (2) \quad Q = \text{sup} * v$$

Donde:

- Q: Caudal.
- V: Velocidad.
- T: Tiempo.

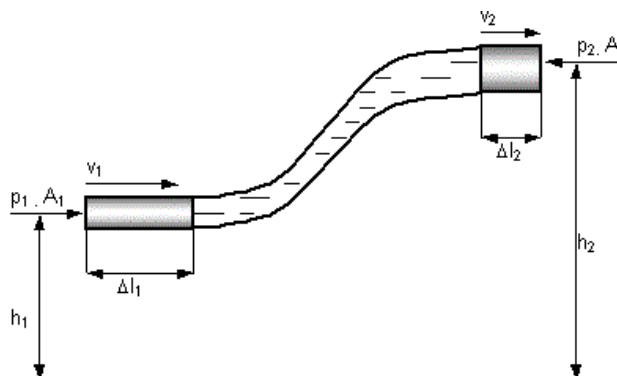
$$[Q] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Ecuación de continuidad:

$$Q_{\text{que entra}} = Q_{\text{que sale}}$$

$$V_e * S_e = V_s * S_s$$

Teorema de Bernoulli:



$$p_1 + \delta * g * h_1 + \frac{1}{2} * \delta * v_1^2 = p_2 + \delta * g * h_2 + \frac{1}{2} * \delta * v_2^2$$



Donde:

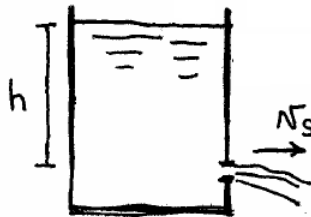
- P1: Presión de entrada.
- P2: Presión de salida.
- δ : Densidad del líquido.
- V1: Velocidad del líquido en la entrada.
- V2: Velocidad del líquido en la salida.
- G: Aceleración de la gravedad.
- H1: Altura del líquido en la entrada.
- H2: Altura del líquido en la salida.

Teorema de torriceli:

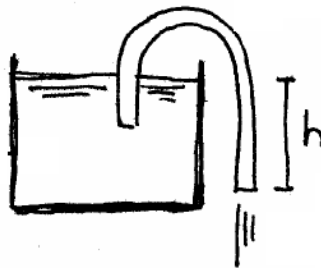
$$v_s = \sqrt{2 * G * H}$$

Donde:

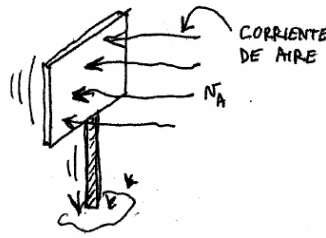
- G: Aceleración de la gravedad.
- Vs: Velocidad con la que sale el agua de la perforación.
- H: profundidad del agujero.



Sifón:



Importante: *Se resuelve aplicando Torriceli.*



$$F = \frac{1}{2} * \delta_{\text{aire}} * v_a^2 * S_{\text{cartel}}$$

Fin tema: Fluidos.

Agregado – Tablas de conversión.

| | | |
|------|-------------------|------|
| 1 l | 1 dm ³ | 1 kg |
| 1 kl | 1 m ³ | 1 |
| 1 ml | 1 cm ³ | 1 g |

| | | |
|-------------------|------------|-----------------------------|
| Fuerza | Newton (N) | 1N = 1Kg * m/s ² |
| Trabajo y energía | Joule (J) | 1J = 1 N * m |
| Frecuencia | Hertz (Hz) | 1Hz = s ⁽⁻¹⁾ |

| | | | |
|-----------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|
| 1m ² | 100000cm ² | 1g/cm ³ | 1000kg/m ³ |
| 1l | 1000 cm ³ | 1g/cm ³ | 1kg/l |
| 1kg | 1000g | | |

Fin de los temas pertenecientes al primer parcial.



Unidad VI – Cinemática del sistema de partículas.

Posición del centro de masa:

$$R_{CM} = \frac{\sum m_i * r_i}{m_t}$$

La misma en los distintos ejes:

$$X_{CM} = \frac{\sum m_i * X_i}{m_t} \quad Y_{CM} = \frac{\sum m_i * r_y}{m_t} \quad Z_{CM} = \frac{\sum m_i * r_z}{m_t}$$

Velocidad del centro de masa:

$$V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_i}{m_t}$$

La misma en los distintos ejes:

$$V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_i}{m_t} \quad V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_y}{m_t} \quad V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_z}{m_t}$$

Aceleración del centro de masa:



$$A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_i}{m_t}$$

La misma en los distintos ejes:

$$A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_i}{m_t} \quad A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_y}{m_t} \quad A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_z}{m_t}$$

Energía cinética del centro de masa.

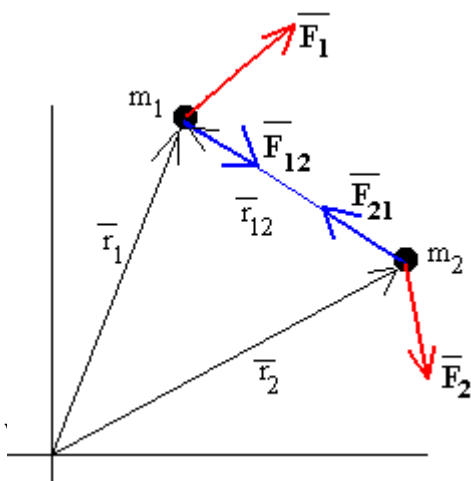
$$E_c = \frac{1}{2} * m_t * V_{CM}^2$$

Energía cinética del sistema de partículas.

$$\sum E_{ci} = \frac{1}{2} * m_1 * v_1^2 + \frac{1}{2} * m_2 * v_2^2 + \frac{1}{2} * m_i * v_i^2$$

Fin tema: Cinemática del sistema de partículas.

Unidad VII – Dinámica del sistema de partículas.



Sistema compuesto por m_1 y m_2

Fuerzas Interiores: $F_{1,2}$ y $F_{2,1}$

Fuerzas Exteriores: $F_{1,...}$ y $F_{2,...}$



$$\sum F_{ext} = m_t * a_{CM}$$

Momento de una fuerza.

$$\overline{M}_F^{ej} = \vec{r} * \vec{F} = |\vec{r}| * |\vec{F}| * \text{sen}(\alpha)$$

Teoremas de conservación.

- Conservación de la cantidad de movimiento.

$$P_{CM} = m_t * V_{CM}$$

$$* P_{sist} = \sum m_i * V_i$$

$$P_{CM} = P_{SIST}$$

$$* P_{CM} = V_{CM} * m_t$$

- Conservación de la energía.

$$\left\{ \begin{array}{l} Ec_{CM} = \frac{1}{2} * m_t * V_{CM}^2 \\ Ec_{CM} = \sum Ec_i = \frac{1}{2} * m_1 * v_1^2 + \frac{1}{2} * m_2 * v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} * m_n * v_n^2 \end{array} \right.$$

- Conservación del momento cinético.

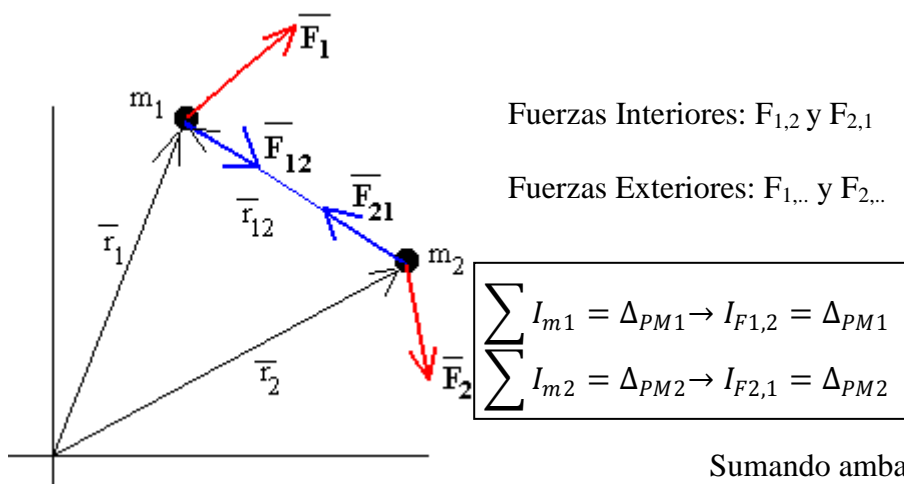




$$\sum \overline{M}_{\text{ext}} = \Delta L_{\text{sist}}$$

$$\sum \overline{M}_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow L_{\text{sist}} = \text{cte}$$

- Teorema de impulso y la cantidad de movimiento para un sistema de partículas.



Sumando ambas ecuaciones resulta:

$$I_{F1,2} + I_{F2,1} = \sum I_{F\text{ext}} = \Delta P_{\text{SIST}} = \Delta P_{\text{CM}}$$

$$\sum I_{\text{EXT} \Delta T} = \Delta P_{\text{CM}}$$

Teorema de conservación de la cantidad de movimiento del sistema.

$$\text{Si } \sum I_{\text{EXT} \Delta T} = 0 \Rightarrow P_{\text{sist}} = \text{cte}$$

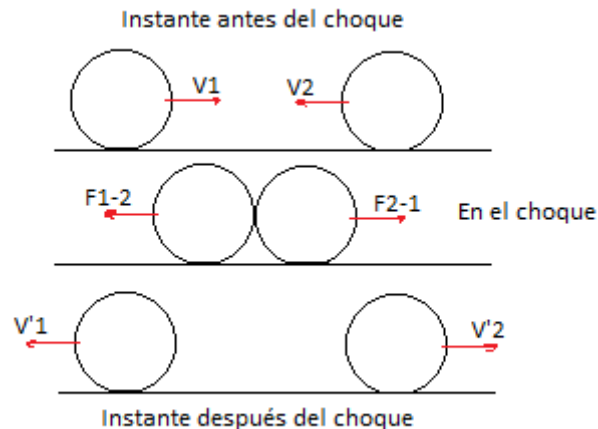


$$P_{SIST_{INICIAL}} = P_{SIST_{FINAL}}$$

Fin tema: Dinámica del sistema de partículas.

Unidad VIII – Choque.

Es toda interacción entre dos o más partículas que dura un tiempo relativamente corto donde aparecen fuerzas internas relativamente grandes.



Durante el choque $\sum F_{EXT} \ll \sum F_{INT}$ por lo tanto se considera un sistema aislado donde las fuerzas exteriores se desprecian por lo que se conserva la cantidad de movimiento.

$$P_{SIST_{ANTES}} = P_{SIST_{DESPUÉS}}$$

1) Choque elástico

$$\Delta E_{cinética\ sistema} = 0$$



$$Ec_{sistema \text{ antes}} = Ec_{sistema \text{ después}}$$

2) Choque inelástico

$$\Delta E_{cinética \text{ sistema}} \neq 0$$

- Choque explosivo.

$$\Delta E_{cinética \text{ sistema}} > 0$$

- Choque plástico.

$$\Delta E_{cinética \text{ sistema}} < 0$$

$$v'_1 = v'_2$$

(Los cuerpos quedan unidos)

Coefficiente de restitución.

$$-\frac{V'_2 - V'_1}{V_2 - V_1} \begin{cases} e = 1 & \text{Choque elástico} \\ e = 0 & \text{Choque plástico} \\ 1 > e > 0 & \text{Inelástico} \\ e > 1 & \text{Explosivo} \end{cases}$$

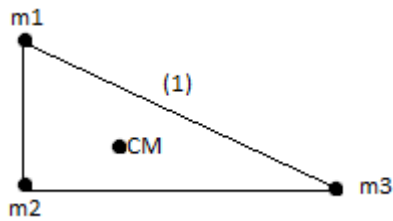
Fin tema: Choque.

Unidad IX – Cinemática del cuerpo rígido.

Condición de rigidez.

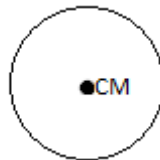
Distancia de dos partículas del cuerpo rígido es constante en el tiempo.

Cuerpo rígido discreto.



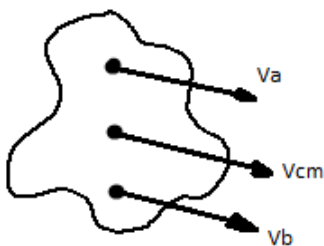
(1) Varilla de masa despreciable

Cuerpo rígido sólido.



Movimientos posibles de un cuerpo rígido.

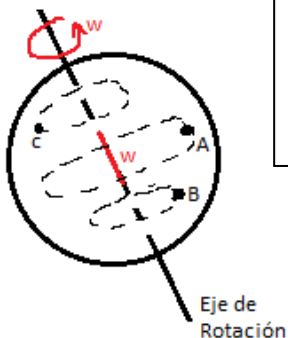
- Primer movimiento: Traslación pura.



$$V_a = V_b = V_{CM}$$

Todos los cuerpos del rígido tienen la misma velocidad.
Se estudia como una única partícula.

- Segundo movimiento: Rotación pura alrededor de un eje.



$$V_a = \omega * r_a \quad V_a \neq V_b \quad V_a = \vec{\omega} \times \vec{r}_{a,e}$$

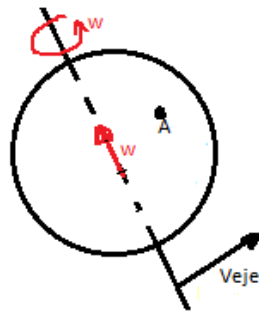
$$V_b = \omega * r_b$$

Nota: ω es el mismo para todo el rígido.



Dos puntos que están sobre una misma recta paralela al eje van a tener la misma velocidad en módulo, dirección y sentido.

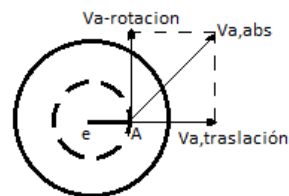
- Tercer movimiento Rototraslación.



Movimiento rototraslación = Rotación + Traslación.

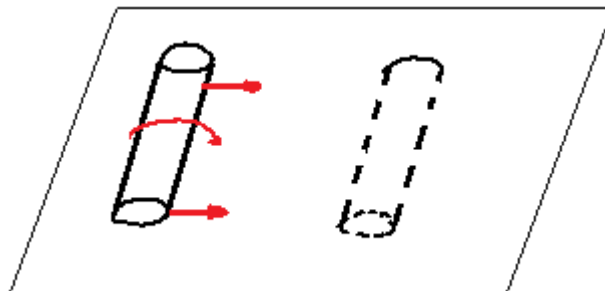
$$\overline{V_A} = \omega * \overline{R_{a,eje}} + \overline{v_{eje}}$$

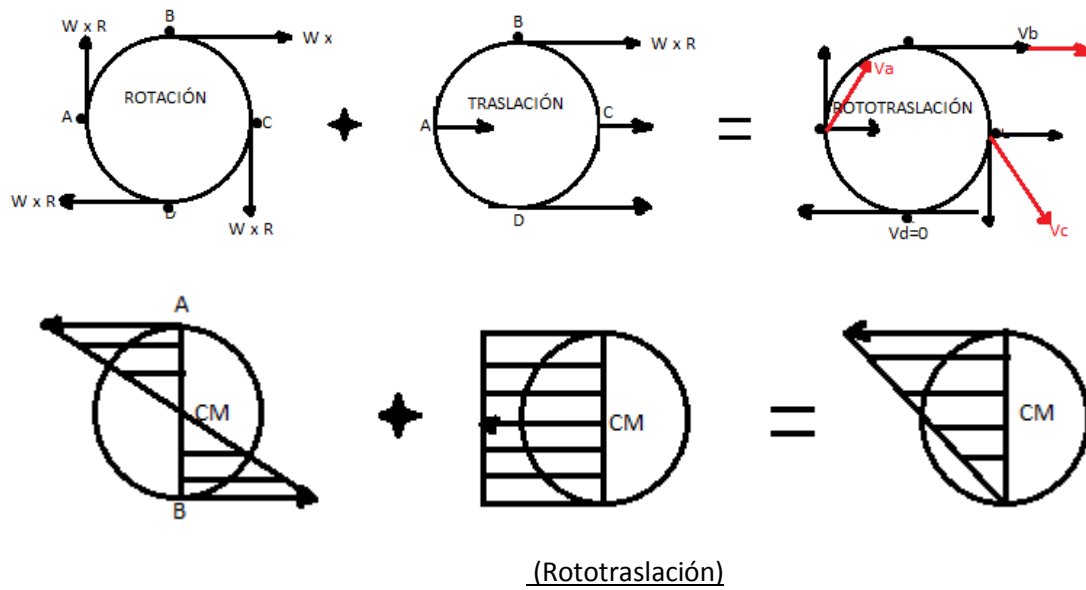
~ Vista superior ~



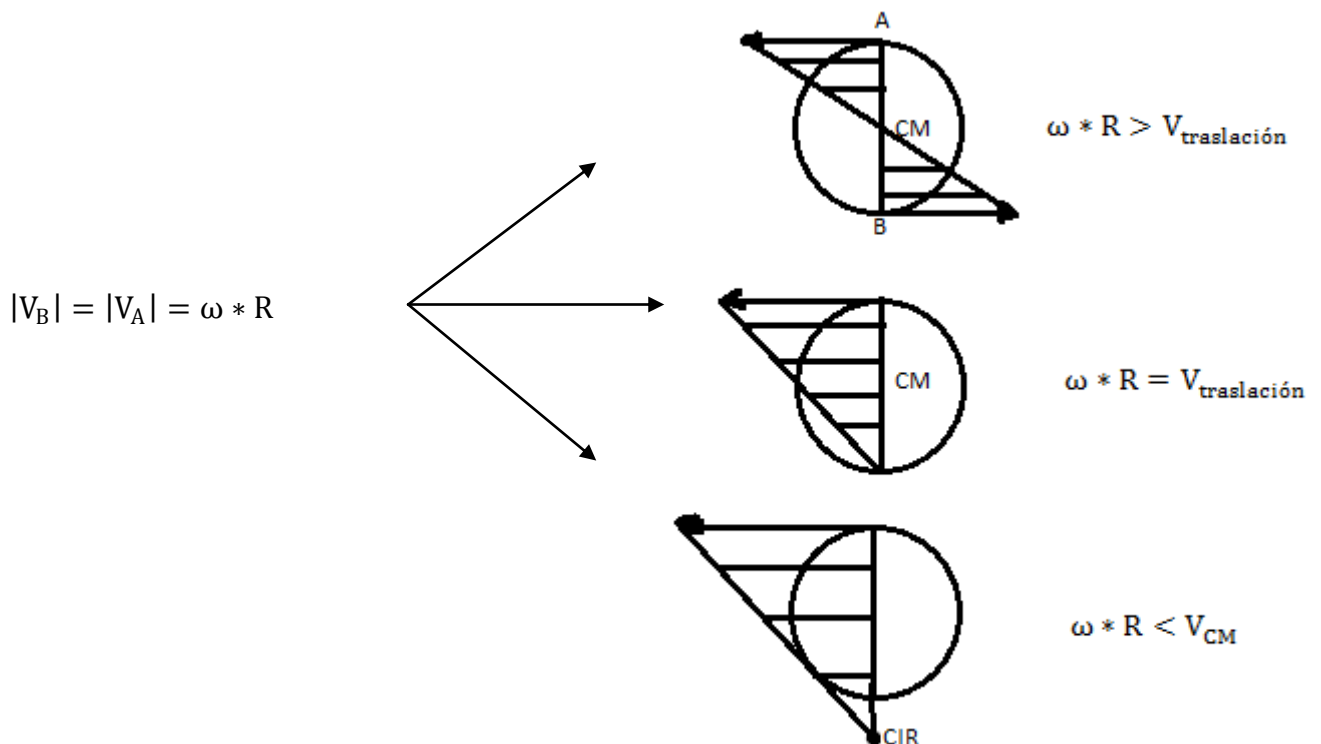
Movimiento Rodadura.

Nota: Es un movimiento rototraslatorio.





Movimiento de cada punto debido a la superposición de movimientos.



Movimiento Plano.

En todos los movimientos planos existe un eje instantáneo de rotación, que es un eje respecto al cual el cuerpo rígido solo rota (no se traslada).

Ejes más usados.



- Eje Baricentrico (pasa por el centro de masa)
- Eje instantáneo de rotación (CIR)

Eje Instantáneo de rotación. CIR.

- Es el punto de contacto entre el plano y el cuerpo que gira sin resbalar.
- Punto que tiene velocidad instantánea nula.
- Para calcular la posición del centro instantáneo de rotación respecto del CM:

$$V_{CM} = \omega * d$$

Fin tema: Cinemática del cuerpo rígido.

Unidad IX – Dinámica del cuerpo rígido.

Movimiento rototraslatorio.

- Dinámica de traslación. (Cambio de velocidad de traslación – V_{CM})

$$\sum \overline{F}_{ext} = m * \overline{a}_{CM}$$

- Dinámica de rotación. (Cambio de velocidad de rotación – ω)

$$\sum \overline{M}_F^{eje} = I^{eje} * \overline{\gamma}$$

Donde: \overline{M} : Momento de una fuerza.

I: Momento de inercia.

Calculo de Inercia.

- Masa puntual:

$$I_{CR}^{eje} = \int d^2 * dm$$

- Cuerpo rígido discreto:



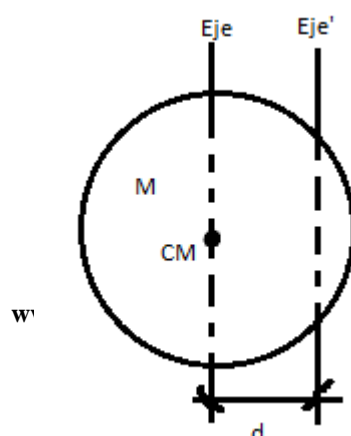
$$I_{CR}^{eje} = \sum m_i * d_i^2$$

$$[I] = \text{kg} * \text{m}^2$$

Donde “d” es la distancia al eje.

Momento de inercia para cuerpos rígidos (I).

| Momento de inercia | $I^{\text{Baricentrico}}$ |
|--------------------|---------------------------|
| Varilla | $\frac{(M * L^2)}{2}$ |
| Cilindro | $\frac{M * R^2}{2}$ |
| Aro | $M * R^2$ |
| Esfera | $\frac{2}{5} * M * R^2$ |



Teorema de Steiner.



$$I_{CR}^{eje'} = I_{CR}^{eje \text{ baricentrico}} + M * D^2$$

Rodadura.

- Condiciones de rodadura PURA.

$$\begin{aligned} V_{CM} &= \omega * R \\ A_{CM} &= \gamma * R \end{aligned}$$

- Tipos de Rodadura:
 - Rodadura pura : $V_{cm} = \omega * r$
 - Rodadura con deslizamiento hacia adelante: $V_{cm} > \omega * r$.
 - Rodadura con deslizamiento hacia atrás: $V_{cm} < \omega * r$.

Fuerza de rozamiento en rodadura (movimiento rototraslatorio)

- Si un cuerpo patina (rueda y resbala):

$$Fr = \mu * N$$

- Si un cuerpo rueda sin resbalar:

$$Fr < Fr_{MAX} < \mu * N$$

Nota: La fuerza de rozamiento no realiza trabajo, se apoya instantáneamente en puntos distintos pero no se traslada.

Fin tema: Dinámica del cuerpo rígido.



Unidad X – Teoremas de conservación del cuerpo rígido.

Impulso y cantidad de movimiento.

$$\sum \vec{I}_{\text{EXT}} = \Delta \vec{P}_{\text{CM}}$$

$$\vec{I}_{F-\Delta t} = \vec{F} * \Delta T$$

Si $\vec{I}_{F-\Delta t} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{\text{CM}} = \text{cte}$

Entonces: $\vec{P}_{\text{CM}} = m * v_{\text{CM}}$

Trabajo y energía.

$$\sum L_{\text{ext}} = \Delta E_c$$

$$\sum L_{\text{FNC}} = \Delta E_M$$

Energía mecánica del cuerpo rígido.

$$E_{\text{PE}} = \frac{1}{2} * K * \Delta X^2$$

$$E_{\text{PG}} = m * g * h_{\text{CM}}$$

$$E_{\text{Ccr}} = E_{\text{Ctraslación}} + E_{\text{Crotación}}$$

Donde:

$$E_{\text{Ctraslación}} = \frac{1}{2} * m * v_{\text{CM}}^2$$

$$E_{\text{Crotación}} = \frac{1}{2} * I^{\text{bar}} * \omega^2$$



Si conozco el centro instantáneo de rotación (C.I.R)

Le energía cinética del cuerpo rígido se puede plantear como:

$$E_c = \frac{1}{2} * I^{c.i.r} * \omega^2$$

Momento del impulso y cantidad de movimiento angular.

$$\sum I_{M_{Fext}, \Delta t}^0 = \Delta L_{CR, \Delta t}^0$$

$$\text{Si: } \sum I_{M_{Fext}, \Delta t}^0 = 0 \Rightarrow \vec{L}_{sist}^0 = \text{cte}$$

Momento cinético o cantidad de movimiento angular para una partícula (traslación pura en cuerpo rígido):

$$\vec{L}_A = \vec{r} \times m\vec{v}$$

Si $P(m * v)$ es perpendicular a r entonces el modulo de: $\vec{L}_a = r * m * v$, la dirección es la de w (velocidad angular) y el sentido lo da la regla de la mano derecha.

Momento cinético o cantidad de movimiento angular para un cuerpo rígido que gira alrededor del centro de masa.

$$\vec{L}_{CM} = I_{CM} * \vec{\omega}$$

Momento cinético o cantidad de movimiento angular para un cuerpo rígido que gira alrededor de otro punto que no es el centro de masa.

$$\vec{L}_A = I_A * \vec{\omega}_A$$

Momento cinético o cantidad de movimiento angular de un cuerpo rígido respecto a un punto:



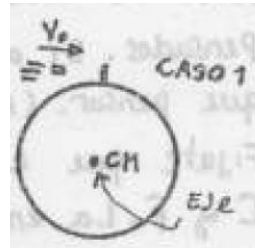
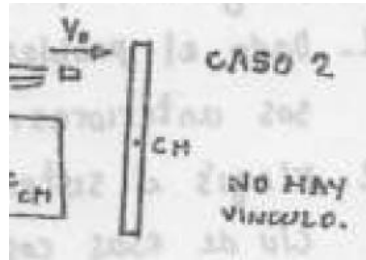
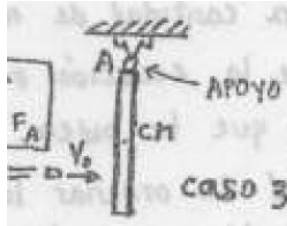
$$\vec{L}_{CR}^0 = \vec{L}_{CR}^{CM} + \vec{L}_{CM}^0$$

Impulsos que generan rotaciones.

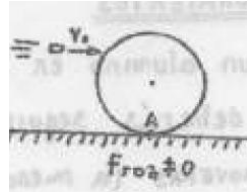
Cuerpos reciben impulsos a partir de golpes de bala, tacos de billar o martillazos.
Consecuencias del choque:

- El centro de masa se traslada.
- El cuerpo gira alrededor del centro de masa si esta libre y alrededor del vínculo si está vinculado.

Casos:

| | |
|--|--|
| <p>Cuerpo que puede rotar alrededor de un eje fijo a la tierra que pasa por el centro de masa. Para el sistema cuerpo bala: <u>No se conserva la cantidad de movimiento lineal</u> ya que hay una reacción en el apoyo que impide al cuerpo trasladarse. Solo <u>se conserva la cantidad de movimiento angular respecto al centro de masa</u>. (Por que esa fuerza de reacción pasa justo por ahí y no produce momento)</p> |  |
| <p>Cuerpo sin vínculo alguno, en una mesa sin rozamiento o flotando en el aire sin gravedad. Para el sistema cuerpo-bala: <u>se conserva la cantidad de movimiento lineal</u>. (no hay fuerzas exteriores). <u>Se conserva la cantidad de movimiento angular</u> con respecto al centro de masa o a cualquier otro punto.</p> |  |
| <p>Cuerpo vinculado pero no en el centro de masa. <u>No se conserva la cantidad de movimiento lineal</u> solo se conserva la <u>cantidad de movimiento angular respecto al punto A</u> porque la reacción no ejerce momento respecto a este punto.</p> |  |



| | |
|---|--|
| <p>Cilindros o esferas que reciben impulsos o se las tira sobre planos con rozamiento. No se conserva la cantidad de movimiento lineal (fuerza de roce exterior) solo se conserva la cantidad de movimiento angular con respecto al punto A (porque la fuerza de roce no ejerce momento respecto a este punto)</p> |  |
|---|--|

Fuente del cuadro: Apuntes Kasero.

Unidad XI – Movimiento oscilatorio armónico (M.O.A)

Posición de la masa en función del tiempo.

$$X(t) = A * \cos(\omega * t + \theta)$$

Donde:

- A: Amplitud
- θ : Fase inicial.
- T: tiempo.

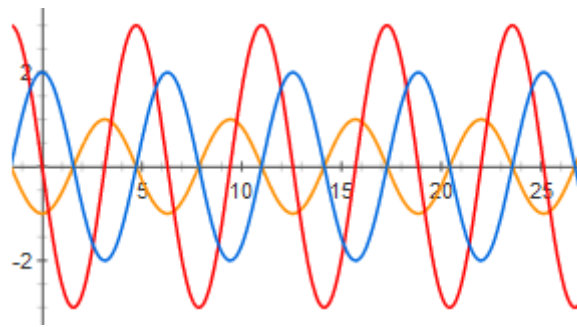
Velocidad de la partícula en función del tiempo.

$$V(t) = - A * \omega * \sin(\omega * t + \theta)$$

Aceleración de la partícula en función del tiempo.

$$A(t) = - A * \omega^2 * \cos(\omega * t + \theta)$$

Gráfica de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.



Donde:

- $X(t)$ – Posición máxima (amplitud) = A
- $V(t)$ – Velocidad máxima = $W * A$
- $A(t)$ – Aceleración máxima = $-W^2 * A$

| | Sist. Masa - Resorte | Sist. Péndulo Ideal | Sist. Péndulo Físico |
|------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--|
| Pulsación (ω) | $\sqrt{\frac{k}{m}}$ | $\sqrt{\frac{g}{l}}$ | $\sqrt{\frac{m * g * d}{I_{CR}^{C.I.R}}}$ |
| Período (T) | $2\pi * \sqrt{\frac{m}{k}}$ | $2\pi * \sqrt{\frac{l}{g}}$ | $2\pi * \sqrt{\frac{I_{CR}^{C.I.R}}{m * g * d}}$ |

Nota: En el péndulo físico:

- m = Masa total del cuerpo rígido
- d = Distancia del punto de aplicación al centro de masa.

Fin tema: Movimiento oscilatorio armónico.



Apartado – Cambio de unidades.

- 1° Paso: Escribimos la unidad de la que partimos.
- 2° Paso: Colocamos una multiplicación.
- 3° Paso: Colocamos una fracción.
- 4° Paso: Colocamos 1 de las unidades que deseamos convertir en el lugar donde corresponda.
- 5° Paso: Colocamos la unidad que debe desaparecer en la otra parte de la fracción.
- 6° Paso: Le ponemos un 1 (uno) A la mayor unidad y su equivalente a la menor.
- 7°,8°,9°: Volvemos a realizar los pasos realizados con la nueva unidad.
- Ultimo paso: Simplificamos y realizamos la cuenta!
- Tener en cuenta que siempre que se realice un cambio de unidad en volúmenes la unidad es al cubo entonces se agregan conjuntos de tres ceros.

Ejemplos.

$$\frac{1gm}{cm^3} \text{ a } \frac{kgm}{m^3}$$



$$\frac{g}{cm^3} * \frac{1kg}{1000g} * \frac{1000000cm^3}{1m^3}$$

$$\frac{1gm}{cm^3} = \frac{1000Kg}{m^3}$$