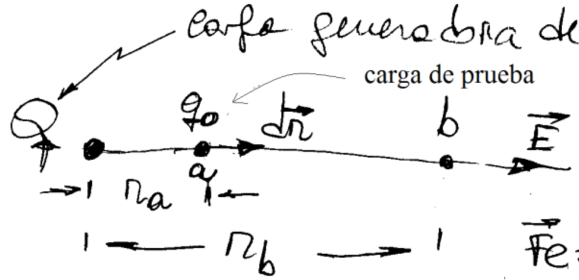
Campo electrostático E, Fuerza electrostática F,
Energía potencial electrostática U y potencial electrostático V

Campos conservativos

Son aquéllos capaces de devolver el W realizado.

El campo grav. es conservativo ⇒ cuando se hace un W contra este campo: $W = mgh$, el cuerpo adquiere una propiedad: tiene ahora una $U_{POT.\,GRAV}$ almacenada y ella es la encargada de devolvernos el W que hemos hecho.

Veamos el Campo Electrostático:



$$\vec{F_e} = q_0 \vec{E}$$

$$W_{a \to b}^{\vec{F_e}} = \int_a^b \vec{F_e} \cdot d\vec{r} = q_0 \cdot \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$= q_0 \int_a^b \left(k \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r} \right) \cdot dr\, \hat{r}$$

$$= kq \cdot q_0 \int_a^b \frac{dr}{r^2} = kq_0 \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_a}^{r_b}$$

$$\boxed{W_{a \to b}^{\vec{F_e}} = kqq_0 \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)}$$

$$W_{a\to b}^{\vec{F}e} = \underbrace{kQq_0\frac{1}{r_a}}_{U_{pea}} - \underbrace{kQq_0\frac{1}{r_b}}_{U_{peb}} \quad \therefore$$

$$W_{a\to b}^{\vec{F}e} = U_{pea} - U_{peb}$$

$\underline{\Delta U_{pe}}$ (Variación o cambio de energía pot. eléctrica)

$$\Delta U = U_{final} - U_{inicial} \Rightarrow \Delta U_{pe} = U_{peb} - U_{pea}$$

$$\boxed{W_{a\to b}^{Fe} = -\Delta U_{pe}}$$

Retomando: $W_{a\to b}^{\vec{F}e} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dr} \quad \therefore$

$$\boxed{\Delta U_{pe} = -q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dr}}$$

$$\boxed{U_{peb} - U_{pea} = -q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dr}}$$

Regla nemotécnica:

$$U_{peb} - U_{pea} = -q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dr}$$

$$\Downarrow$$

$$U_{peb} - U_{pea} = q_0 \int_b^a \vec{E} \cdot \vec{dr}$$

Notar que la fuerza eléctrica hace un W y desplaza la carga de **a** hasta **b**, a costa de disminuir su energía potencial Up, pero como lo hace a costa de un campo conserva → aumenta su velocidad v → Uc aumenta ➔ la U total permanece constante.

Obsérvese que la última no depende del camino, sólo de la posición inicial y final ⇒ campo conservo.
Se cumple:

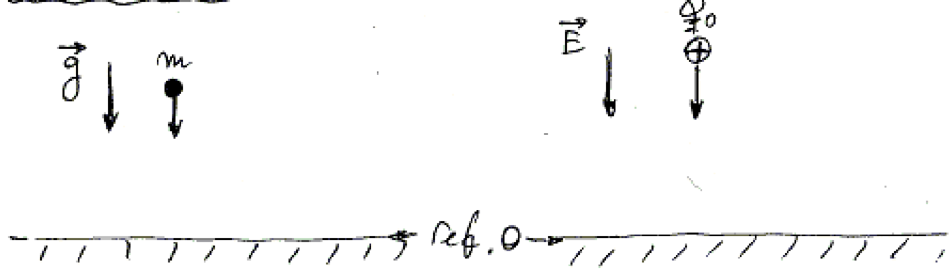
- Si q_0 se desplaza sobre una esfera con $r = cte$, como $\vec{E} \perp d\vec{r}$ ⇒ $\boxed{W_{a \to b}^{Fe} = 0}$

- Si q_0 se desplaza en un camino cerrado (integral lineal de circulación) ⇒ $\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0}$

Como $\vec{Fe}$ es una $\vec{F}$ conservo, se puede expresar en términos de una energía potencial U_p.
Cuando la partícula se desplaza de un punto donde la energía es U_a a otro donde la energía es U_b, el cambio de energía potencial es:
$\Delta U = U_b - U_a$ y el W realizado x la Fe es: $W_{a-b}^{Fe} = U_a - U_b \rightarrow W_{a-b}^{Fe} = -\Delta U$
Cuando $W_{a \to b} > 0$ ⇒ $U_a > U_b$ ∴ ΔU es $-$
⇒ la U_p disminuye
Pero U total debe permanecer cte. ⇒
$U = U_{ca} + U_{pa} = U_{cb} + U_{pb}$ si Upb↓ ⟹ Ucb↑

El trabajo realizado por una fuerza conserva no se disipa sino se almacena: la fuerza electrostática lo es xq el campo electrostático que la generó es conserva.

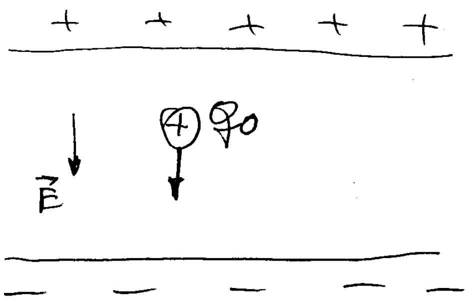
Energía en campos uniformes

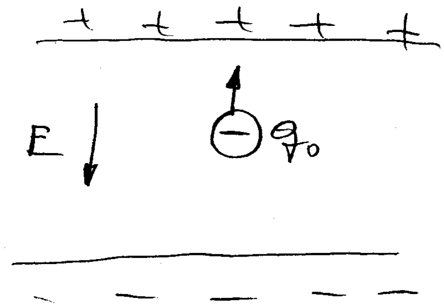


La masa m, desplazándose en la dirección del campo, aumenta su U_C y disminuye su U_P

La carga ⊕, desplazándose en la dirección del campo, aumenta su U_C y disminuye su U_P

Desplazamientos espontáneos ⇒ W + realizado x el campo

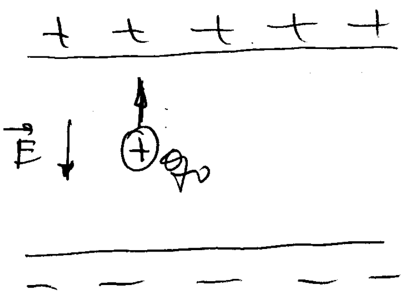


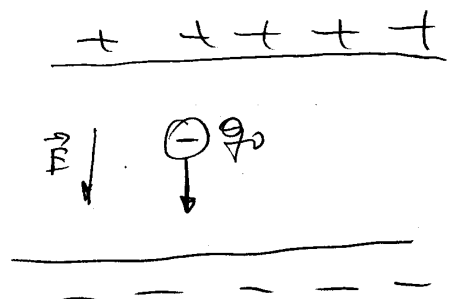


Ídem caso anterior: $U_c \uparrow$ y $U_p \downarrow$

La carga ⊖ sigue, espontáneamente la dirección opuesta de $\vec{E}$: $U_c \uparrow$ y $U_p \downarrow$

Desplazamientos No espontáneos ⇒ W + realizado x un agente externo





La carga ⊕ se mueve contra el campo: $U_p \uparrow$

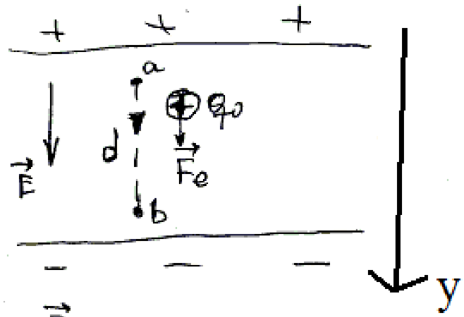
La carga ⊖ se mueve a favor del campo; $U_p \uparrow$

Cuando el <u>trabajo lo realiza el campo (F = q.E)</u>: W > 0; el signo negativo en la energía nos indica que dicho trabajo es realizado por el propio campo a costa de su energía potencial. Esta situación se da cuando se separan dos cargas del mismo signo o se acercan dos cargas de signo contrario.

Cuando el <u>trabajo es efectuado contra el campo por un agente externo</u>: W < 0; significa, que hay un aumento de energía potencial. La carga q_0 se desplaza por acción de una fuerza exterior al campo eléctrico. La carga q_0 aumenta su energía potencial eléctrica. Esta situación se da cuando se acercan dos cargas del mismo signo o se separan dos cargas de sentido contrario.

U_{pe} en un campo uniforme

Supongamos dos placas cargadas y q_0 $\oplus$:



Veremos que si las placas son $\infty \Rightarrow E$ = uniforme y cte.

$$\vec{F}_e = q_0 \cdot \vec{E}$$

$$W_{a\to b}^{\vec{F}_e} = \vec{F} \cdot \vec{d} = q_0 E d$$

$W_{a\to b}^{\vec{F}_e} > 0$ xq' $\vec{F}_e$ tiene la dirección del desplazam.

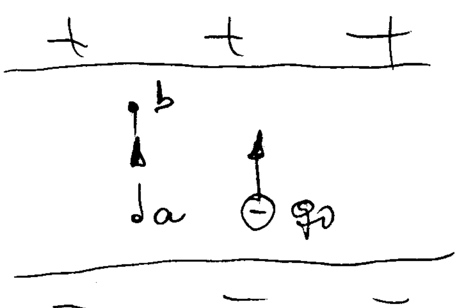
En términos de U:

$$W_{a\to b}^{\vec{F}_e} = -\Delta U = -(U_{pb} - U_{pa}) = -(q_0 E y_b - q_0 E y_a)$$

$$= q_0 E \cdot (y_a - y_b) = q_0 E d$$

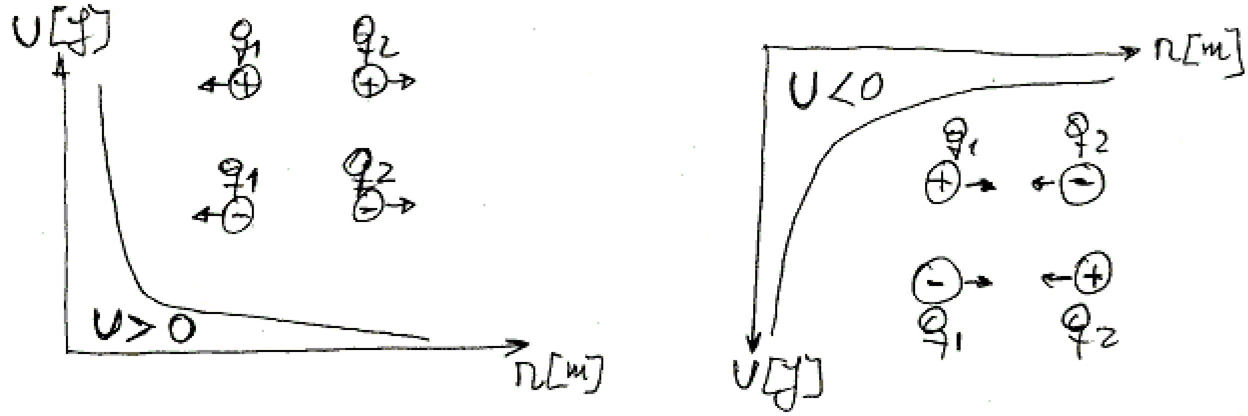
Como $y_a > y_b \Rightarrow W_{a\to b}^{\vec{F}_e} > 0$ y $\Delta U < 0$

Ahora dos placas cargadas y q_0 $\ominus$:



La carga $-q_0$ se desplaza en dirección opuesta a $\vec{E}$: el campo realiza un $W > 0$ sobre la carga y U disminuye

Signos de la U_p para dos cargas puntuales



La $U_p = 0$ en el ∞: este nivel de referencia se toma para distribuciones de cargas finitas

Para distribuciones de cargas ∞, la referencia se elegirá en algún punto a conveniencia.

Así las cosas, recordando:

$$W_{a\to b}^{\vec{F}e} = k\,q\,q_0\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

Si hacemos $r_b \to \infty \Rightarrow$ $\boxed{W_a^{Fe} = k\,\frac{q\,q_0}{r_a}}$

Expresion que llamamos W de la Fe en un punto a del espacio

¿Qué representa este W? ⇒ Representa el W que tiene que hacer el campo (generado por q) para llevar a q_0 desde la distancia r_a al ∞

Pero también significa el W que tendrá que hacer un agente externo contra el campo, para traer a q_0 desde el ∞ hasta r_a

$$[U] = \left[\frac{Q^2}{\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}\right] = \frac{C^2}{\frac{C^2}{N.m^2}}\,\frac{1}{m} = N.m = J$$

Escalar potencial eléctrico o Potencial eléctrico

Vimos: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$

obsérvese: El campo $\vec{E}$ depende de la distribución de cargas ($\vec{F}$ es la acción de ellas), pero No de q_0.

Si dividimos U/q_0, resulta una cantidad independiente de q_0: a esta cantidad la llamamos Potencial eléctrico V x definición

$$\boxed{V = \frac{U}{q_0} \left[\frac{J}{C} = V\right]} \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}}$$

Al = que $\vec{E}$, V es un campo xq posee un valor para c/punto del espacio, pero V es un campo escalar.

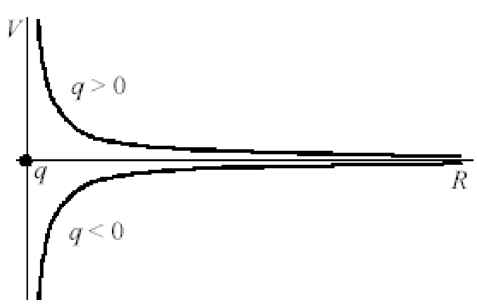
Para una distribución de Q

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}}$$

Si la carga que crea el campo está distribuida sobre una línea, superficie o volumen, podemos dividirlas en elementos infinitesimales de carga dq e integrar:

$$\boxed{V = k \int \frac{dq}{r}}$$

<u>Dependencia de V con el signo de la **carga fuente** y de la distancia</u>:



Si la carga fuente **q** > **0** ➔ el potencial es + xq el potencial V no depende de la carga de prueba q_0 (si la hubiera): recordar que **V = kq/r** siendo **q** aquí la **carga fuente** o la **carga generadora de campo E**.

El potencial se hace nulo a una distancia infinita de la carga fuente, pues así se ha definido la referencia. En cuanto al signo, cargas fuente positivas originan potenciales positivos y cargas fuente negativas originan potenciales negativos.

El potencial eléctrico V en un punto, es igual a la energía potencial U_p que posee la unidad de carga positiva q_0 si estuviese colocada en ese punto.

Para analizar la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos en presencia de un campo $\vec{E}$, consideremos una carga puntual o de prueba q que se traslada de A a B: como el potencial eléctrico es el cociente entre el W requerido para mover la carga q desde A hasta B dividido la carga punto q:

$$V_B - V_A = \frac{W_{A\to B}^{\vec{F}e}}{q} \left[\frac{J}{C} = V\right]$$

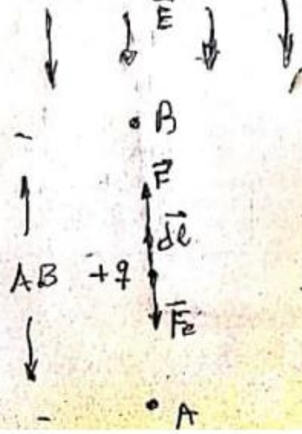
Si el W es ⊕, el potencial eléctrico en B será mayor que el potencial en A ⇒ $V_B > V_A$

Si consideramos el punto A, sumamente alejado (∞) y aceptamos que, si la distribución de cargas del problema bajo estudio no llega al ∞ ∴ $V_A \to 0 \Rightarrow V_B = \frac{W_{\infty\to B}^{Fe}}{q}$

Esta última expresión dice: $W_{\infty\to B}^{\vec{F}e}$ es el W que debe hacer un agente externo para mover una carga puntual q desde el ∞ hasta el punto B

Nótese que tanto $W_{A\to B}^{Fe}$ y $V_B - V_A$ son independientes de la trayectoria que se utilice para llevar la carga de $A \to B$ (recordar que estamos en electrostática)

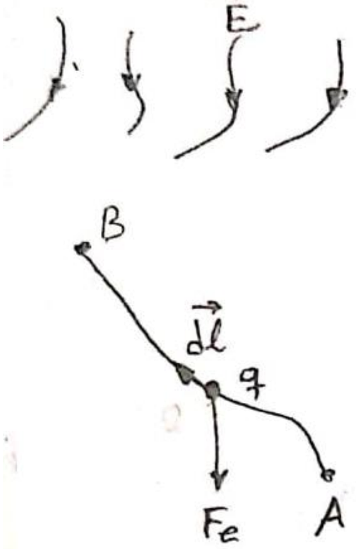
<u>Ubico A y B en un $\vec{E}$ uniforme</u>:



$\vec{F}e = q\vec{E}$; un agente externo genera la $\vec{F}$ para que desplace desde $A \to B$ (hay que contrarrestar $\vec{F}e = q\vec{E}$). El W generado x agente externo será: $W_{A\to B}^{\vec{F}} = F.AB = qE.AB$

$$V_B - V_A = \frac{W_{A\to B}^{\vec{F}}}{q} = E.AB \therefore \boxed{V_B - V_A = E.AB}$$

Ubico A y B en un $\vec{E}$ NO uniforme



La $\vec{F_e}$ tiende a acelerar la carga de prueba en la dirección de la fig.
Como $\vec{E}$ NO es uniforme $\Rightarrow$ $\vec{F_e} = q\vec{E}$ tampoco lo es, x lo tanto, la fuerza ext (agente externo) debe de tener, en cada punto del espacio, igual valor e igual dirección que $\vec{F_e}$, pero sentido OPUES

$$\Delta U_{pe} = -\int_A^B \vec{F_e} \cdot \vec{dl} = -q\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$$ y como

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_{pe}}{q} \Rightarrow \boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}}$$

Cálculo del potencial eléctrico:

2 caminos:

- conocido la distrib. de q:

$$q(r) \Rightarrow V = k\int \frac{dq}{r}$$

- conocido el campo:

$$\vec{E}(r) \Rightarrow V - V_{ref} = \int^{REFERENCIA} \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

Es necesario elegir un potencial de referencia en algún lugar conveniente

Cálculo del campo desde el potencial

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dl}$$; para un cambio infinitesimal $\Rightarrow$

$dV = -\vec{E} \cdot \vec{dl} \rightarrow$ si $\vec{E}$ está sólo en E_x:

$$dV = -E_x\, dx \Rightarrow \boxed{E_x = -\frac{dV}{dx}}$$

Vimos, desde un comienzo, 3 formas de calcular $\vec{E}$:

- Integrando, si se conoce su distribución de cargas
- Ley de Gauss, en altas cond. de simetría
- Derivando el potencial, si se lo conoce o se lo calcula

Superficies equipotenciales

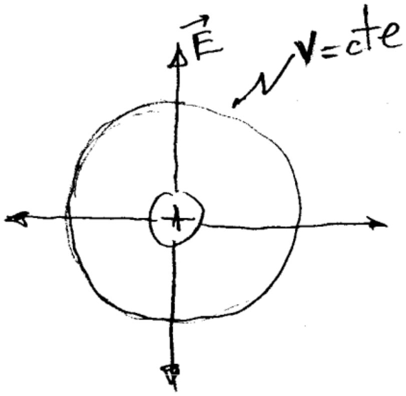
Lugar geométrico de los puntos de = potencial

$$V(x,y,z) = cte$$

Si una carga se desplaza a lo largo de una sup. equipotencial, su $U_p = q_0 \cdot V$ no cambia y el W para trasladarla de un punto a otro de la sup. equipotencial es nulo.

Las sup equipot. no se cortan ni se tocan.

Las sup equip. son $\perp$ a las líneas de campo



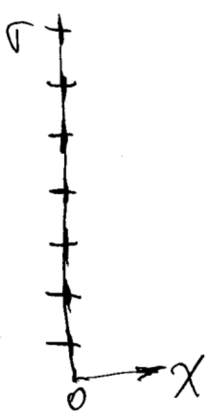
En la sup. equipot: $V = cte \Rightarrow$

$dV = -\vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$ (sobre la sup. equip.)

Como $\vec{E}$ y $\vec{dl} \neq 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E} \perp \vec{dl}}$

Hallar el potencial eléctrico debido a un plano infinito cargado con σ

Considerar que en x = 0 → V = V$_{máx}$



$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{i} \quad ; \quad dV = -\vec{E} \cdot dx\,\hat{i}$$

$$V(x) - V(x=0) = -\int_0^x \vec{E} \cdot dx\,\hat{i} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^x dx$$

$$\boxed{V(x) = V_{máx} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,x}$$

Obsérvese que el potencial decrece linealmente desde un máximo en x = 0

En gral.:

$$\boxed{V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dl} = - \int_b^a \vec{E} \cdot \vec{dl}}$$

agente externo

Es el W realizado x el campo para desplazar q_0 desde $a \longrightarrow b$

Es el W realizado contra el campo (x un agente ext.) para desplazar q_0 desde $b \longrightarrow a$

Electrón – Volt: eV

Representa la U cinética que adquiere un electrón cuando es acelerado en el vacío por una dif. de potencial de 1 V.

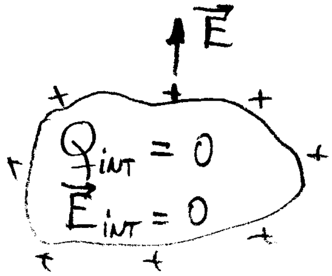
$$1\,eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 1\,V = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J$$

La energía que este electrón adquiere por estar en una diferencia de potencial (energía potencial) se traduce en una ganancia de energía cinética (movimiento del electrón) →

$$q V_{ab} = \frac{1}{2} m v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 q V_{ab}}{m}}$$

Usando la carga y masa del electrón:

Potencial de un cond. con exceso de Q



$$dV_{INT} = -\underbrace{\vec{E}_{INT}}_{0} \cdot d\vec{r}$$

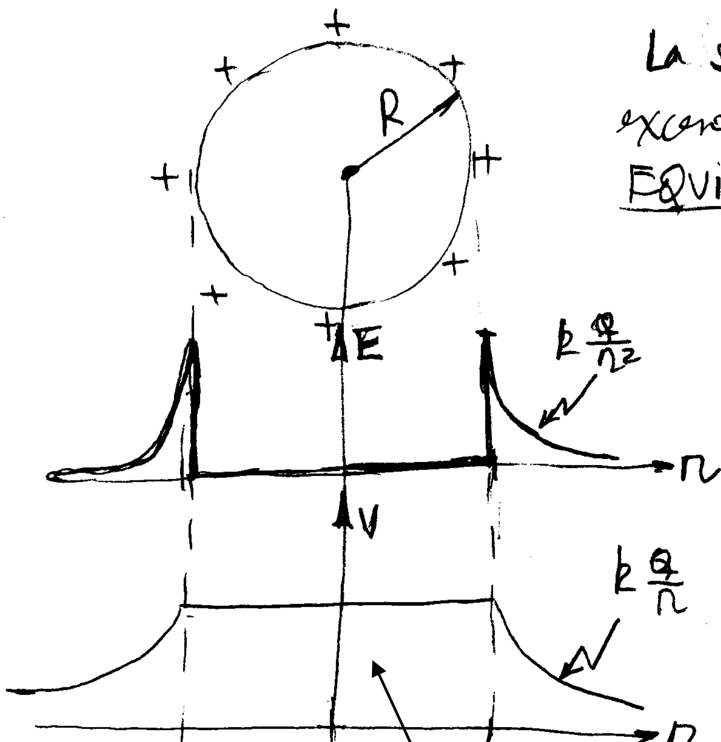
$\Rightarrow dV_{INT} = 0 \therefore \nexists$ variación de potencial en el **INT**

$\Downarrow$

$$V = cte$$

En el INT de un cond. $V = cte$ e = a su valor en la superficie

Campo $\vec{E}$ y potencial V en un conductor: gráfico



La sup. de cualq. cond. con exceso de Q es una **SUPERF. EQUIPOTENCIAL**

Si la sup. es irregular, en la zona donde el radio de curvatura es pequeño, $\vec{E}$ es elevado

Si $\vec{E}$ es sufi grande, el aire se ioniza y como resultado, los iones se aceleran, observándose el **EFECTO CORONA**: resplandor resultante de la combinación de los iones con electrones libres

Definición de conductor eléctrico: Habíamos definido al conductor como aquél material que permitía el libre movimiento de sus portadores de carga ahora podemos redefinirlo como el material equipotencial eléctrico,