ENERGÍA INTERNA "U"

- Dado un GAS IDEAL compuesto por N moléculas idénticas.
- Cada molécula tiene una masa "m" (todas iguales) y una velocidad de traslación $\vec{v_i}$
- Cada molécula tiene una Energía Cinética de traslación $K_i = \frac{1}{2} m v_i^2$
- Se define ENERGÍA INTERNA DE ESA MASA DE GAS IDEAL:

$$U = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m v_i^2 = \sum_{i=1}^{N} K_i \quad \text{(JOULE)}$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + \cdots + \frac{1}{2} m v_N^2 = \frac{1}{2} m \left[v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_N^2 \right]$$

Multiplicando numerador y denominador por N. queda:

$$U = \frac{1}{2} m N \left[\frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_N^2}{N} \right]$$ siendo

- $\left[\frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_N^2}{N} \right] = \overline{v^2} \equiv$ Es el promedio ó media estadística de las velocidades elevadas al cuadrado, o la VELOCIDAD CUADRÁTICA MEDIA.
- $m.N \equiv$ masa de una molécula x el N° de Moléculas. $\Rightarrow$ la Masa del GAS IDEAL $= M_{GAS}$.

$$\therefore \quad \boxed{U = \frac{1}{2} M_{GAS} \cdot \overline{v^2}} \rightarrow (1)$$

Por ahora ACEPTEMOS LA SIGUIENTE EXPRESIÓN: $\boxed{\overline{v^2} = \frac{3p}{\delta}} \rightarrow (2)$

donde $\begin{cases} p = \text{presión del GAS} \\ \delta = \text{densidad del GAS} = \dfrac{M_{GAS}}{\text{Volumen}} = \dfrac{M_{GAS}}{V} = \delta \rightarrow (3) \end{cases}$

Remplazando en (1) queda:

$$U = \frac{1}{2} \cancel{M_{GAS}} \cdot \frac{3pV}{\cancel{M_{GAS}}} \Rightarrow \boxed{U = \frac{3}{2} pV} \rightarrow (4)$$

Pero por lo visto en GASES IDEALES: $pV = nRT$. donde

n = Nº de moles del GAS confinado

R = CONSTANTE UNIVERSAL DE LOS GASES PARA UN MOL DE GAS

$$= 0{,}082 \frac{\text{atm lt}}{(^\circ K)\text{mol}} = 8{,}317 \frac{\text{Joule}}{(^\circ K)\text{mol}} = 8317 \frac{\text{Joule}}{(^\circ K)\text{Kmol}} = 62{,}4 \frac{\text{mmHg} \times \text{ml}}{(^\circ K) \cdot \text{mol}}$$

T = Temperatura Absoluta del GAS.

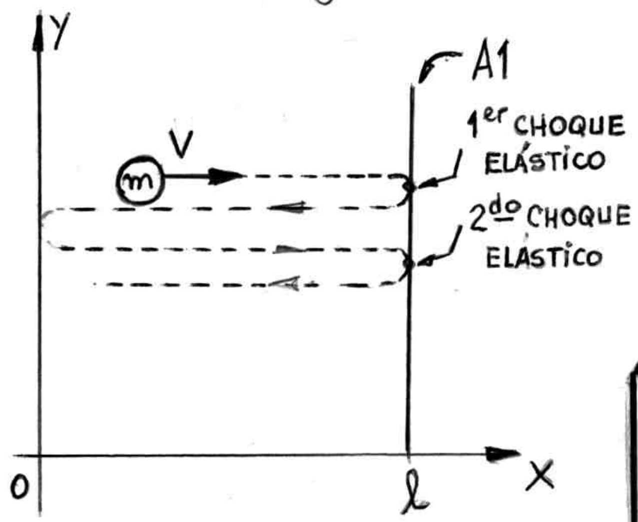
Remplazando en (4) obtenemos: $\boxed{U = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot T} \rightarrow (5)$

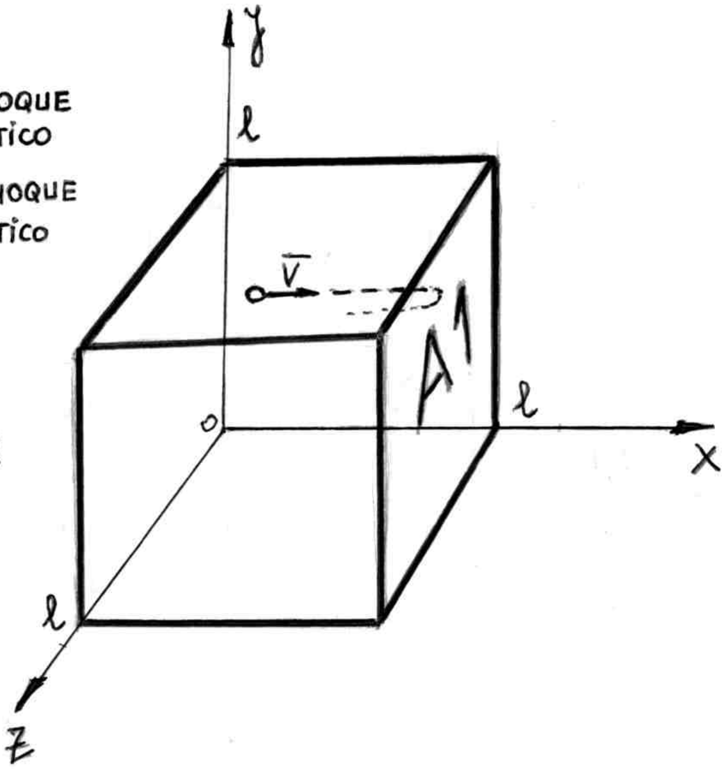
para n moles de GAS.

lo que se comprueba que la ENERGÍA INTERNA ES SÓLO FUNCIÓN DE T.

DEMOSTRACIÓN DE LA EXPRESIÓN

$$\overline{v^2} = \frac{3p}{\delta} \quad ó \quad p = \frac{1}{3}\delta\overline{v^2}$$





1) Dado un GAS de masa M_{GAS}. compuesto por N partículas de masa m. ∴ ($M_{GAS} = N m$) - El GAS está confinado en un CUBO de lado ℓ. ∴ $V_{GAS} = \ell^3$. Por lo que la densidad $\delta_{GAS} = \dfrac{mN}{\ell^3}$.

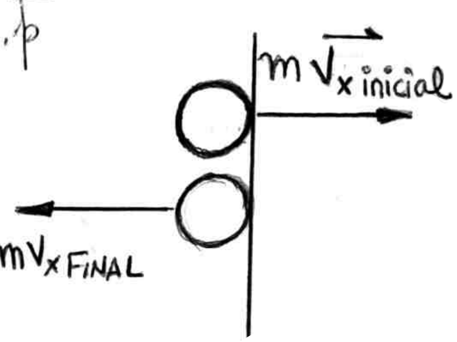
2) Observemos <u>una</u> partícula que se desplaza de un lado al otro exclusivamente en dirección X. Calcularemos la presión que ejerce <u>esta</u> partícula sobre la cara A1 de su recipiente. $p = \dfrac{F}{A_1} = \dfrac{F}{\ell^2}$

La fuerza F puede calcularse como $|\vec{F}| = \dfrac{|\Delta\vec{p}|}{\Delta t} = \dfrac{|\sum^{k}\Delta\vec{p_i}|}{\Delta t} = k\dfrac{|\Delta\vec{p_i}|}{\Delta t}$

k = N° de choques en un Δt dado de ESA ÚNICA PARTÍCULA.

Siendo $\Delta\vec{p}_i = (m\vec{v}_{x\,FINAL} - m\vec{v}_{x\,INICIAL})$ de la partícula

= Variación de cantidad de movimiento, $\vec{p}$



en un choque de una partícula. =>

=> $\boxed{2mv_x = |\Delta\vec{p}_i|}$

Llamamos FRECUENCIA DE CHOQUE a:

$$f_c = \frac{K}{\Delta t} \left(\frac{N^o \text{ de choques}}{\text{segundo}} \right)$$

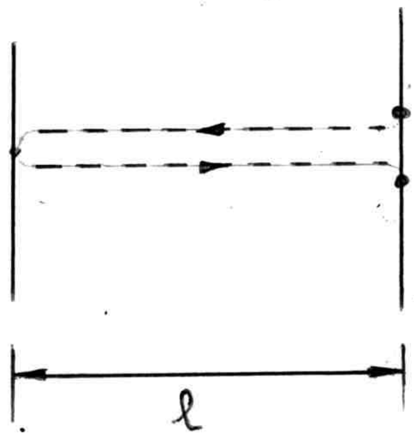
, con lo que

$$F = f_c \cdot |\Delta\vec{p}_i|$$

que produce UNA SOLA PARTÍCULA

La f_c se calcula como $\frac{1}{T_c} = \frac{1}{\text{Intervalo entre choque y choque}}$

Entre un choque y otro, la partícula debe recorrer una distancia 2ℓ a la velocidad v_x ∴



$$T_c = \frac{2\ell}{v_x} = \frac{1}{f_c} \Rightarrow$$

$$f_c \quad \frac{v_x}{2\ell} \quad \therefore \quad F = \frac{2mv_x \cdot v_x}{2\ell} = \frac{mv_x^2}{\ell}$$

La Presión resultará: $\frac{F}{\ell^2} \Rightarrow \boxed{p = \frac{mv_x^2}{\ell^3}} \rightarrow$ de una sola partícula sobre A_1

Como en el cubo hay N partículas, tendremos que sumar la contribución de presión de todas:

$$p = p_1 + p_2 + \cdots\ p_N = \frac{m}{\ell^3}\left(v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \cdots + v_{x_N}^2\right)$$

multiplico numerador y denominador por N:

$$p = \frac{mN}{\ell^3}\ \frac{\left(v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \cdots + v_{x_N}^2\right)}{N}$$

en donde
$$\begin{cases} \dfrac{v_{x_1}^2 + v_{x_2}^2 + \cdots + v_{x_N}^2}{N} = \overline{v_x^2} \\ mN = M_{gas} \\ \ell^3 = \text{Volumen} \end{cases}$$

$$\therefore\ p = \delta \cdot \overline{v_x^2}$$

Esta expresión se refiere a la componente en x de las velocidades de TODAS LAS PARTÍCULAS ya que se calculó la presión sobre A1.

Sucede que el movimiento de las partículas en un GAS es azaroso. Las partículas no tienen predilección por ningún eje en especial.

Por esto resulta que $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$.

Siendo además que $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ (donde $\overline{v^2}$ es el valor medio cuadrático de la velocidad de cualquier partícula).

Tendremos que $\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$. Remplazando arriba

queda
$$\boxed{p = \frac{\delta\,\overline{v^2}}{3}}$$