

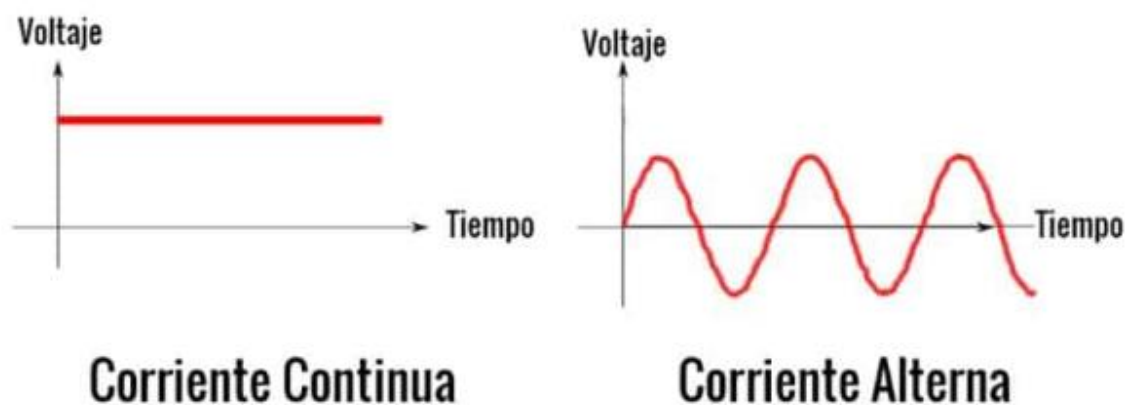
## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El trabajo práctico tiene tres objetivos principales:

- 1- Buscar la frecuencia de resonancia a través de tres métodos distintos, a partir de la utilización del osciloscopio.
- 2- Llevar a cabo mediciones de tensión y resistencia para calcular los parámetros característicos de un circuito RLC sobre tres frecuencias distintas.
- 3- A partir de los parámetros calculados, hacer los gráficos fasoriales de tensión, corriente e impedancia.

## MARCO TEÓRICO

A diferencia de la corriente continua, donde la tensión en función del tiempo es una constante, la corriente alterna (CA) es una onda senoidal donde la tensión tiene un semiciclo positivo y uno negativo.



Por lo tanto, la tensión en función del tiempo se puede expresar como:

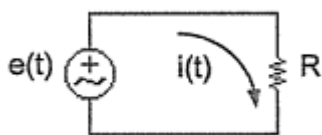
$$v(t) = v_0 * \text{sen}(\omega t + \varphi_v)$$

Donde dentro del seno, el segundo término es la fase inicial (en este caso 0) y el segundo término es la fase instantánea, es decir, la posición de la onda senoidal en determinado momento  $t$ .

A su vez, la corriente en función del tiempo está dada por la expresión:

$$i(t) = i_0 * \text{sen}(\omega t + \varphi_i)$$

Si se conecta la fuente de CA a un resistor, inductor o capacitor, la expresión de la corriente será distinta. Entonces, si se conecta un resistor:



Por lo tanto, la caída de potencial en la resistencia es:

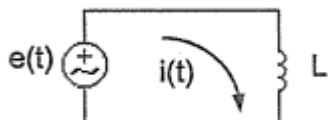
$$v(t) = R * i(t),$$

y la expresión de la corriente es la siguiente:

$$i(t) = \frac{v_0}{R} * \text{sen}(\omega t + \varphi_i)$$

Entonces, podemos decir que en un circuito resistivo puro, la tensión y la corriente están en fase, es decir, coinciden en el tiempo sus valores máximos y mínimos.

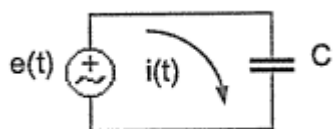
En cambio, en un circuito inductivo puro, la corriente se expresa de la siguiente manera:



$$i(t) = \frac{v_0}{\omega L} * \text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

En esta expresión, la corriente está atrasada  $90^\circ$  respecto de la tensión. Por lo tanto, cuando la tensión está en 0, la corriente está en alguno de sus picos, ya sea el mínimo o máximo.

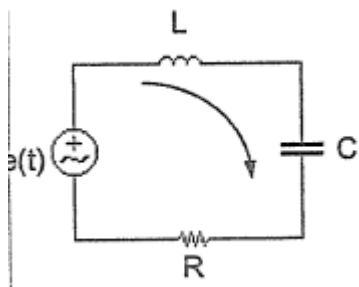
Por último, para un circuito capacitivo puro:



$$i(t) = \omega C v_0 \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

A diferencia del circuito inductivo, en este la corriente adelanta por  $90^\circ$  a la tensión.

Para la realización del trabajo práctico, se analizará un circuito RLC, en el mismo se plantea la segunda Ley de Kirchoff y se llega a la siguiente expresión:



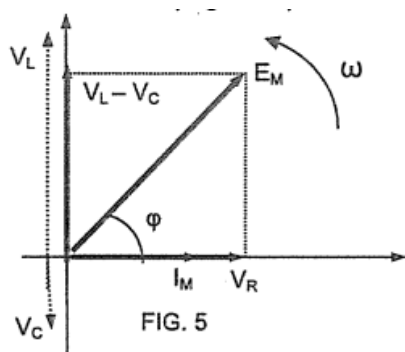
$$v_G(t) = v_R(t) + v_C(t) + v_L(t)$$

$$v_G(t) = R * i(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

La solución de esta ecuación diferencial es la corriente del circuito:

$$i(t) = i_0 \text{sen}(\omega t + \varphi_i)$$

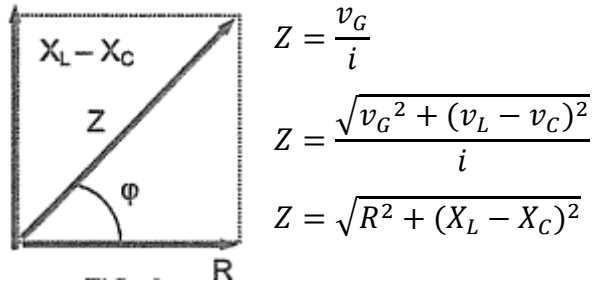
Todas las caídas de tensión en las partes del circuito son señales armónicas que pueden ser



graficadas a través de fasores. Por lo tanto, el valor máximo de la tensión aplicada ( $E_m = V_g$ ) será igual a la suma vectorial de los fasores representativos de cada caída.

$$E_M = v_G = \sqrt{v_G^2 + (v_L - v_C)^2}$$

Otro concepto a introducir es la impedancia (Z).



Y el ángulo  $\varphi$ :

$$\varphi = \arctg \frac{(X_L - X_C)}{R}$$

En este punto también se introduce la reactancia (X), tanto inductiva como capacitiva.

Entonces, se define:

$$X_L = \omega L \quad \text{Reactancia inductiva}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{Reactancia capacitiva}$$

Ambas tienen como unidad el ohm ( $\Omega$ ).

Analizando, se puede observar que si  $X_L > X_C$ , el circuito es de carácter inductivo, y la tensión adelanta a la corriente ( $\varphi > 0$ ). En cambio, si  $X_L < X_C$ , la corriente adelanta a la tensión ( $\varphi < 0$ ).

En caso de que ambas reactancias sean iguales:

$$Z = \sqrt{R^2} \rightarrow Z = R$$

Es decir, el circuito se comporta como resistivo puro, por lo tanto la tensión y la corriente estarán en fase, sus picos y ceros se darán en el mismo momento. La frecuencia para que esto se dé, se conoce como **frecuencia de resonancia**. Para buscar una expresión de esta frecuencia:

$$X_L = X_C \rightarrow \omega_o L = \frac{1}{\omega_o C} \rightarrow \omega_o^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{frecuencia de resonancia}$$

Por último, hay un parámetro denominado factor de mérito del circuito (Q), e indica la calidad de un componente o sistema, el mismo se define como la relación entre la tensión medida en el inductor o capacitor (en resonancia son iguales) y la tensión del generador.

$$Q = \frac{V_L}{V_G} = \frac{V_C}{V_G} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_o L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_o CR}$$

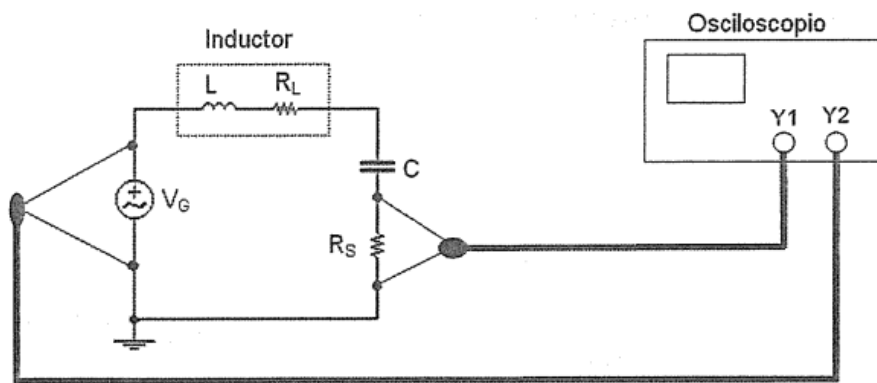
## DESARROLLO

### 01. Materiales empleados

- Generador de funciones.
- Inductor.
- Resistor.
- Capacitor.
- Osciloscopio.
- Multímetro digital.

### 02. Armado de circuito

El circuito se armó de la siguiente manera:



El circuito RLC está constituido por un inductor  $L$ , el cual tiene una resistencia interna  $R_L$ , un capacitor  $C$  y una resistencia física  $R_S$ , donde podemos medir la diferencia de potencial en sus extremos para poder visualizar la fase de la corriente del circuito serie que será la misma que la de tensión en la resistencia.

El circuito está alimentado por un generador de funciones variable en tensión y frecuencia.

### 03. Mediciones y cálculos

El desarrollo del trabajo se divide en dos partes. En primera instancia, se midió la frecuencia de resonancia con el osciloscopio a través de 3 métodos, y luego, haciendo que el generador de funciones entregue esa frecuencia, se midieron y calcularon los parámetros característicos.

#### **PARTE A: FRECUENCIA DE RESONANCIA**

##### **A1) Modo dual, igual fase I-V**

Para este método se midió con el osciloscopio la tensión del generador con un canal, y con el otro la tensión en los bornes de  $R_S$ , que tendrá la misma fase que la corriente. Entonces, si

las tensiones están en la frecuencia de resonancia, deben encontrarse en fase. La frecuencia que cumplió con estas condiciones fue de:

$$f_{o_2} = 1100 \text{ Hz} = 1,1\text{kHz}$$

#### A2) Máxima corriente del circuito

Cuando el circuito está en resonancia, la corriente es máxima ya que:

$$Z = R \rightarrow Z \text{ mínima} \rightarrow i = \frac{v_L}{Z} \rightarrow i \text{ máxima}$$

Para encontrar la frecuencia de resonancia, se mueve la frecuencia en el generador de funciones hasta que el pico de corriente sea máximo. En este punto se mide con el multímetro la frecuencia en el circuito ya que puede variar un poco de lo que muestra el generador.

La frecuencia de resonancia medida por este método fue:

$$f_{o_2} = 1130 \text{ Hz} = 1,13\text{kHz}$$

#### A3) Figuras de Lissajous

Para este método se usó una función especial del osciloscopio. El método está basado en la composición de movimientos armónicos ortogonales, de la misma frecuencia o múltiplos enteros. Entonces, los ejes muestran:

$$x = X \sin(\omega t)$$

$$y = Y \sin(\omega t + \varphi)$$

En estas condiciones, la pantalla muestra una figura cerrada, llamada figura de Lissajous y cuya forma depende de  $\varphi$ . Si  $\varphi = 0$ , las tensiones se encuentran en fase y la figura que se describe es una línea recta con una inclinación de  $45^\circ$ . En el caso del circuito RLC, las tensiones estarán en fase solo en la frecuencia de resonancia. Entonces se midió la frecuencia con el multímetro cuando la figura es una línea recta, la misma era:

$$f_{o_2} = 1110 \text{ Hz} = 1,11\text{kHz}$$

### **PARTE B: MEDICIÓN Y CÁLCULO DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO**

Se colocó la frecuencia del generador de funciones de modo tal que sea la misma que la frecuencia de resonancia medida por el método de figuras. En este punto se midieron las tensiones de la salida del generador, y las tensiones sobre el inductor, el capacitor y la resistencia física. También se midieron las resistencias, tanto la propia del inductor, como la física.

Un punto importante a tener en cuenta es que el voltímetro responde a valores eficaces de corriente alterna.

Las mediciones se toman para la frecuencia de resonancia y, para una frecuencia tal que sea la mitad de la de resonancia y otra que sea 1,5 veces la frecuencia de resonancia.

**VALORES MEDIDOS:**

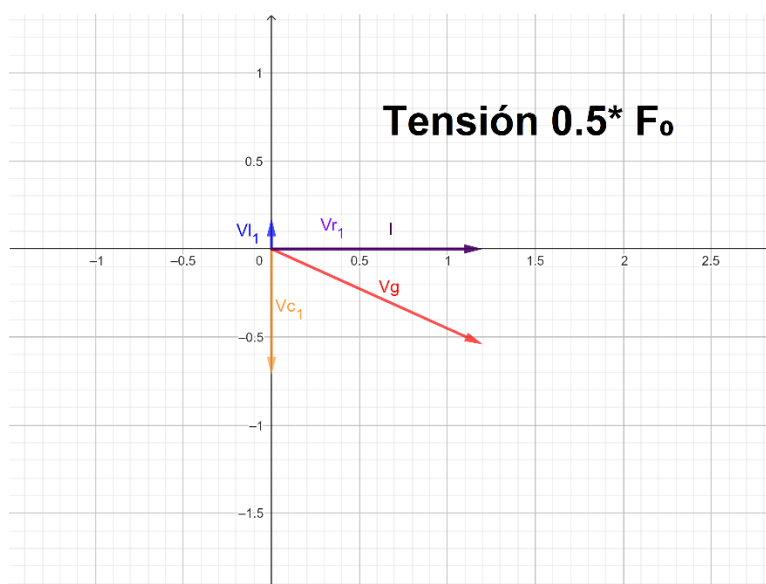
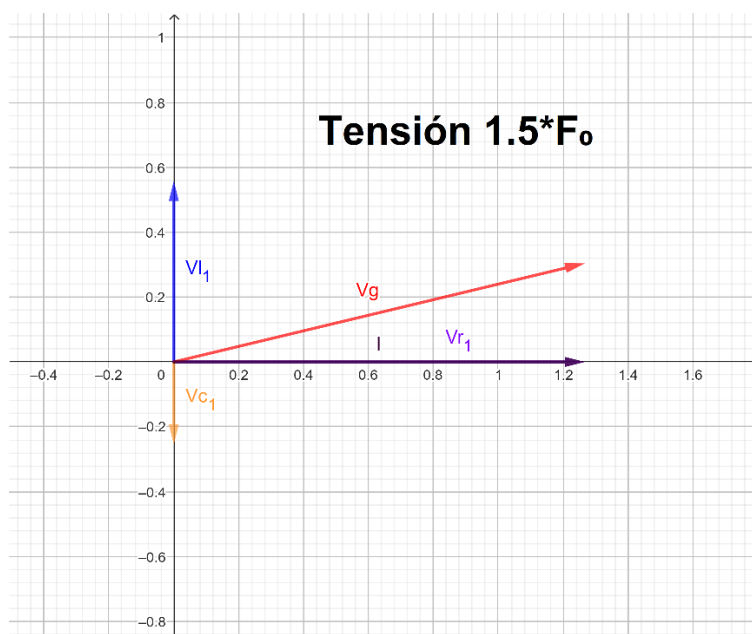
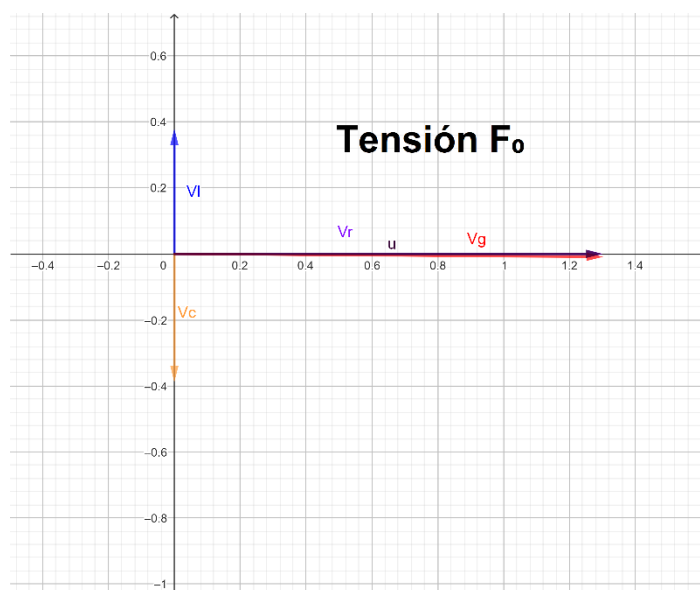
	$V_G [V]$	$V_S [V]$	$V_L [V]$	$V_C [V]$	$R_L [\Omega]$	$R_S [\Omega]$
$f_0$	1,325	1,302	0,380	0,389	22,2	1000
$1,5f_0$	1,326	1,267	0,558	0,254		
$0,5f_0$	1,339	1,201	0,174	0,716		

**VALORES CALCULADOS:**

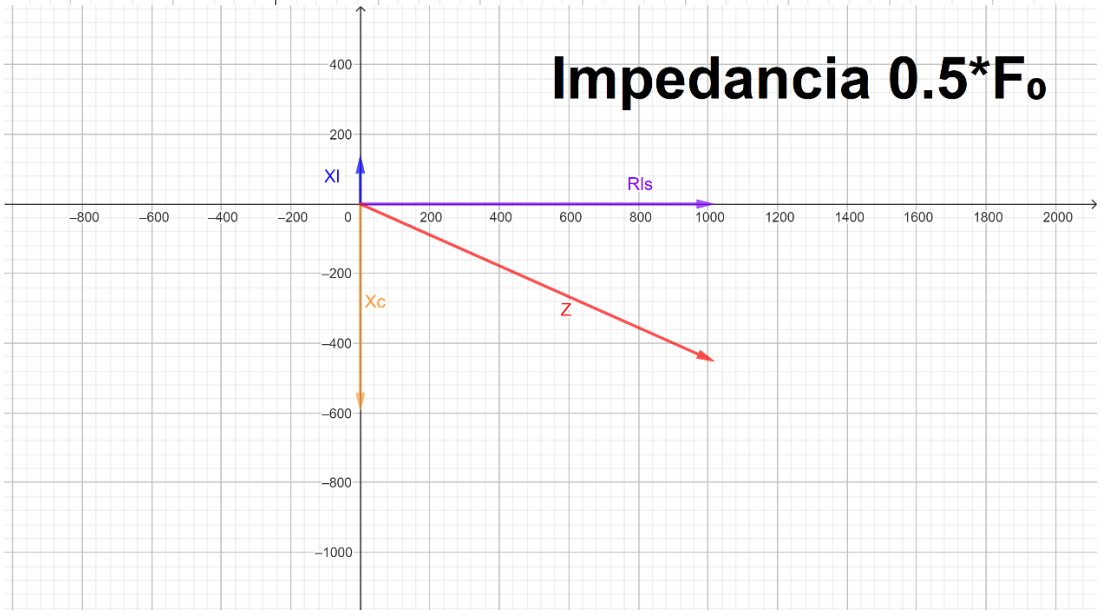
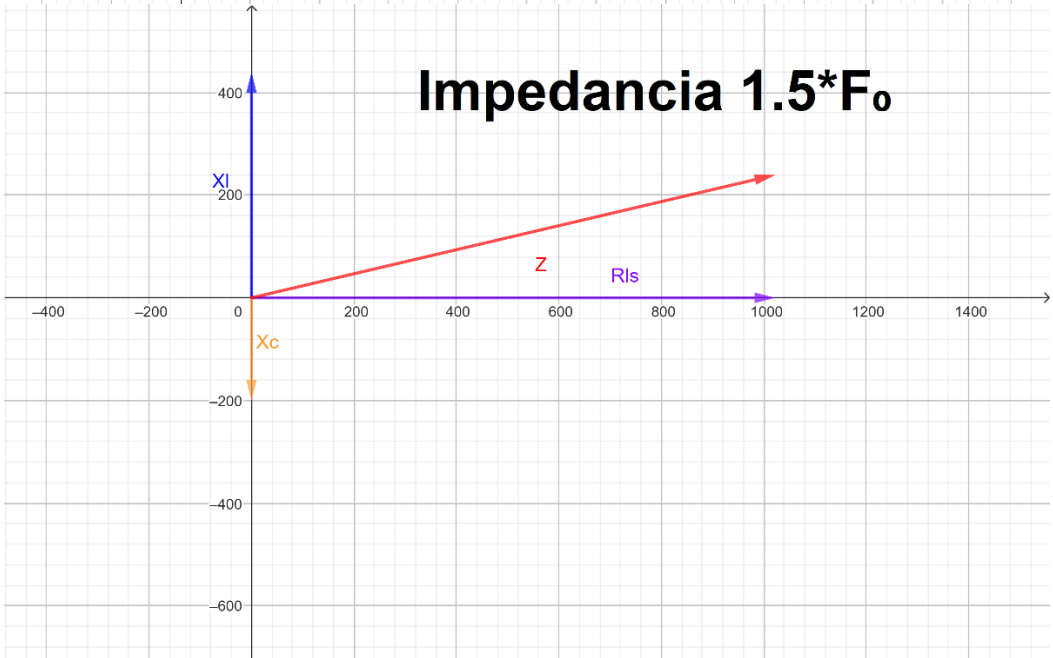
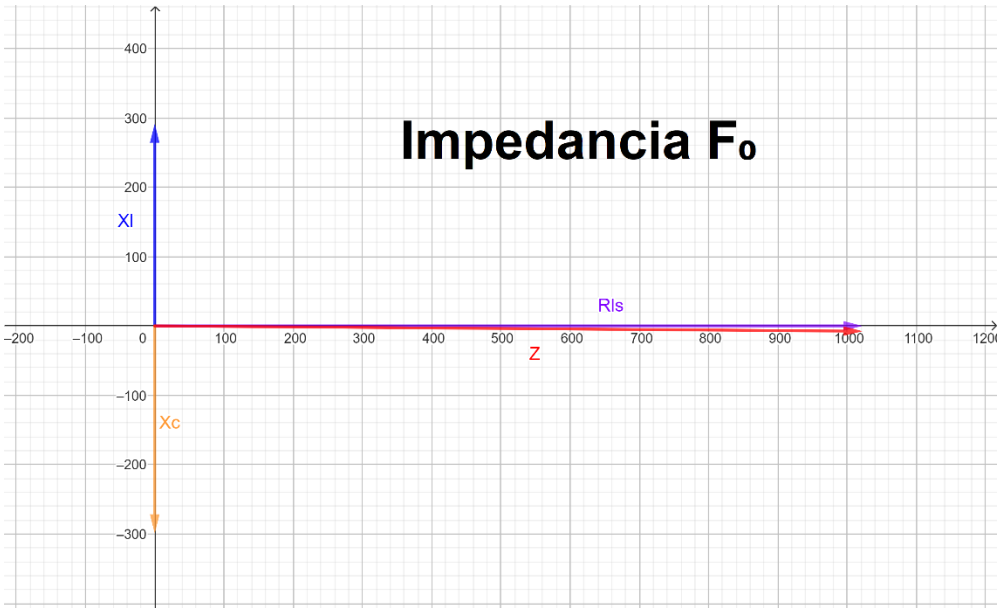
	$I_{ef} [mA]$	Z	$X_C [\Omega]$	$C [\mu F]$	$Z_L [\Omega]$	$X_L [\Omega]$	L	$\varphi$	Q
$f_0$	1,3	1019,2	299,2	0,479	292,3	291,5	0,042	-0,43	0,29
$1,5f_0$	1,267	1046,6	200,5	0,477	440,4	439,85	0,042	13,18	
$0,5f_0$	1,2	1115,8	596,7	0,480	145	143,3	0,041	-23,92	

## PARTE C: DIAGRAMAS FASORIALES

Diagramas fasoriales de tensión:



Diagramas fasoriales de impedancia:





## Conclusiones

Habiendo realizado la experiencia en cuestión y los cálculos pertinentes podemos concluir lo siguiente:

- Los tres métodos usados para calcular la resonancia nos dieron el mismo valor, lo cual denota la efectividad de dichos métodos.
- Mediante la medición de la frecuencia de resonancia, una frecuencia mayor a la de resonancia y por último una menor a la de resonancia pudimos determinar en qué casos se presenta reactancia capacitiva ( $X_L < X_C$ ), reactancia inductiva ( $X_L > X_C$ ) o hay resonancia ( $X_L = X_C$ ).
- Pudimos visualizar de forma gráfica la reactancia capacitiva, la inductiva y la resonancia, mediante los diagramas fasoriales, los cuales muestran de forma clara la interacción tanto de las tensiones de los distintos componentes en el circuito RLC como las interacciones de sus impedancias en dicho circuito.

## ANEXO

$F_0$	$I_{0F} [mA]$	$Z$	$X_C$	$C [\mu F]$	$Z_L$	$X_L$	$L$	$\phi$	$Q$
$F_0$	1.3	1019.2	299.2	0.479	292.3	291.5	0.042	-0.43	0.29
$1.5F_0$	1.267	1046.57	200.47	0.477	440.41	439.83	0.042	0.23	<del>0.29</del>
$0.5F_0$	1.2	1115.8	516.67	0.480	145	143.29	0.041	-0.41	<del>0.29</del>

Grados

OK

64  
Power  
29/6