

"CIRCUITO RLC SERIE EN RÉGIMEN SENOIDAL PERMANENTE"

OBJETIVO DEL TRABAJO PRÁCTICO:

El objetivo del trabajo práctico es el estudio de un circuito RLC serie conectado a un generador de tensión senoidal en régimen permanente. Dividiremos el trabajo en tres partes:

- Utilización del osciloscopio para la comprobación de la frecuencia de resonancia por tres métodos diferentes.
- Realización de mediciones para calcular y comprobar parámetros del circuito a la frecuencia de resonancia y por encima y debajo de ella.
- Con los valores obtenidos en el punto anterior, se realizarán los correspondientes diagramas fasoriales de tensión, corriente, e impedancia.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Supongamos un generador de fem alterna senoidal que entrega una tensión:

$$e(t) = E_M \cdot \sin(\omega t + \varphi_V)$$

E_M : Valor máximo de la fem
 ω : Pulsación = $2\pi f$
 φ_V : Fase inicial de la tensión

Al conectar este generador de fem senoidal a resistores, inductores o capacitores, se obtienen distintas relaciones de fase entre la fem aplicada y la corriente que circula por los elementos.

Por ejemplo:

$$i(t) = I_M \cdot \sin(\omega t + \varphi_I)$$

I_M : Valor máximo de la corriente
 ω : Pulsación = $2\pi f$
 φ_I : Fase inicial de la corriente

Ambas señales senoidales, difieren en la fase. Definimos esta diferencia de fase (φ), de la tensión respecto de la corriente y no a la inversa, tal que:

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I$$

El valor de " φ ", dependerá de los elementos del circuito y de la frecuencia del generador de tensión.

Supongamos un circuito donde $\varphi_V = 0^\circ$ y $\varphi_I = -45^\circ$

Por lo tanto será: $\varphi = 0^\circ - (-45^\circ) = 45^\circ = \pi/4$

Esto significa que la tensión "adelanta" en 45° a la corriente. En general, si " φ " es positivo, la tensión adelanta a la corriente y si " φ " es negativo, la corriente adelantará a la tensión. En la figura 1, vemos un ciclo de cada una de las señales instantáneas.

Toda señal armónica puede ser asociada a un fasor, que es un vector que gira en el plano en sentido antihorario, a una velocidad constante ω , y cuyo módulo es proporcional al valor máximo de la señal instantánea que representa. De manera tal que, una señal que varía senoidalmente con el tiempo podrá ser representada mediante la proyección del módulo del fasor sobre el eje vertical, mientras que una señal que varía cosenoidalmente quedará representada por la proyección sobre el eje horizontal.

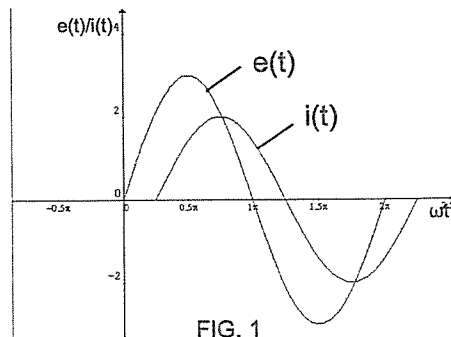


FIG. 1

En figura 2 se ve el diagrama fasorial del generador de tensión y en la figura 3, el que representa a las señales de tensión y corriente de la figura 1.

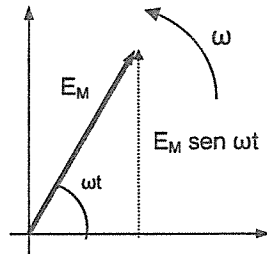


FIG. 2

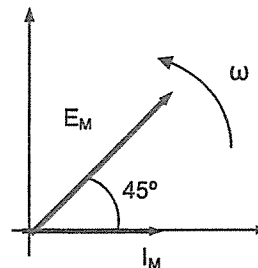
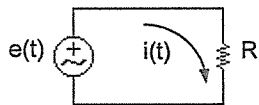


FIG. 3

Antes de realizar el estudio de un circuito RLC, como el del trabajo práctico, analizaremos circuitos de un solo tipo de elemento, comenzando por el resistivo puro.

En los próximos análisis y en el trabajo práctico consideraremos nula la resistencia del generador, es decir que la fem, será igual a la diferencia de potencial medida en los extremos del generador

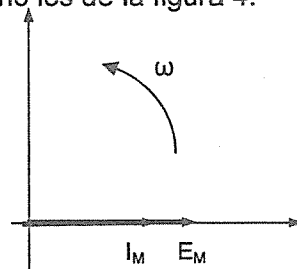
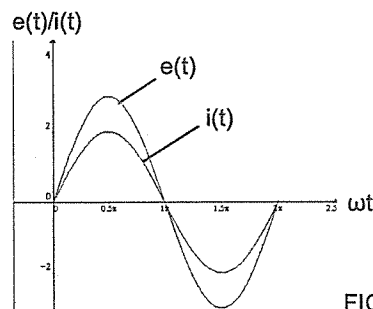


$$e(t) = E_M \text{ sen } \omega t$$

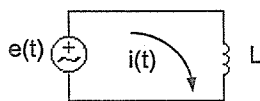
$$e(t) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = \frac{E_M}{R} \text{ sen } \omega t \Rightarrow i(t) = I_M \text{ sen } \omega t$$

Vemos que en un circuito resistivo puro, la tensión y la corriente están en fase ($\phi = 0^\circ$), es decir sus valores máximos y mínimos coinciden en el tiempo. Por lo tanto los diagramas instantáneos y fasoriales serán como los de la figura 4.



Veamos ahora que ocurre en el circuito inductivo puro



$$e(t) = E_M \text{ sen } \omega t$$

$$e(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$E_M \cdot \text{sen } \omega t = L \frac{di}{dt}$$

$$di = \frac{E_M \cdot \text{sen } \omega t dt}{L} \Rightarrow \text{integrando } i(t) = -\frac{E_M}{\omega \cdot L} \cos \omega t$$

$$i(t) = \frac{E_M}{\omega \cdot L} \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)$$

En esta última expresión vemos que ahora la corriente está atrasada 90° respecto de la tensión (figura 5).

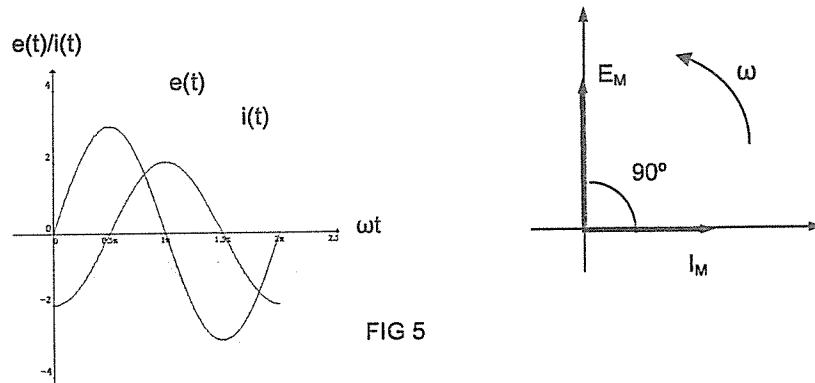
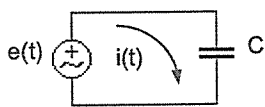


FIG 5

Procediendo igual que en los casos anteriores, se llega a demostrar que si en un circuito capacitivo puro, la tensión del generador es



$e(t) = E_M \sin \omega t$, la corriente será :

$$i(t) = \omega \cdot C \cdot E_M \cdot \cos \omega t$$

$$i(t) = \omega \cdot C \cdot E_M \cdot \sin (\omega t + 90^\circ)$$

Según la última expresión vemos que ahora la corriente adelanta 90° respecto de la tensión ($\varphi = -90$. (Figura 6)

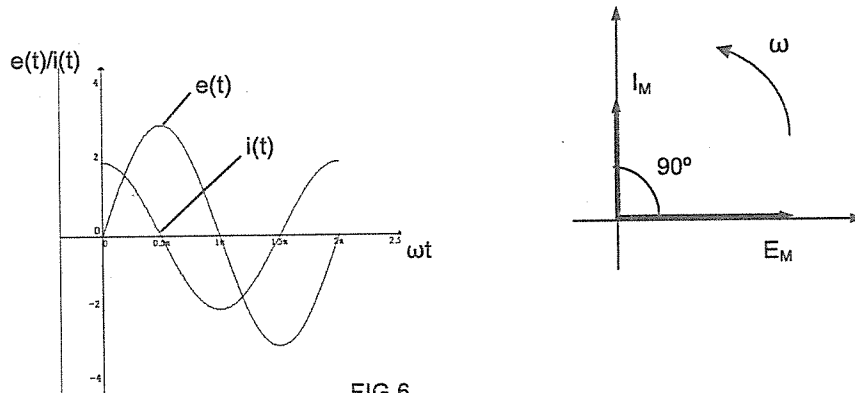
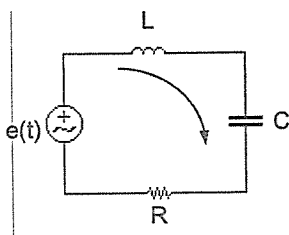


FIG 6

Ahora enfocaremos el análisis de un circuito RLC, como el que estudiaremos en el trabajo práctico.

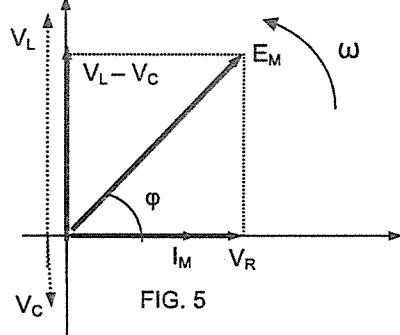
Planteamos para el circuito de la figura la segunda regla de Kirchhoff



$$e(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t)$$

$$e(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt$$

Dado que la solución de esta ecuación diferencial es la corriente del circuito, $i(t) = I_M \cdot (\sin \omega t + \phi_1)$, cada una de las caídas de tensión en los elementos también son señales armónicas que pueden ser representadas mediante fasores. Por lo tanto, el valor máximo de la tensión aplicada será igual a la **suma vectorial** de los fasores representativos de las caídas de tensión en cada uno de los elementos del circuito. (Figura 5)



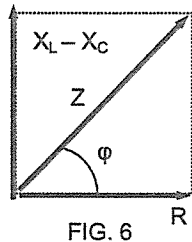
$$E_M = V_R + V_L + V_C$$

$$E_M = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad [1]$$

Ley de Ohm para régimen senoidal permanente:

$$Z = \frac{E_M}{I_M} = \frac{E_{ef}}{I_{ef}}$$

Donde Z , es la **impedancia del circuito**. Si dividimos por I_M , la expresión [1], obtenemos el diagrama de impedancias



Del gráfico: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

y: $\varphi = \arctg \frac{(X_L - X_C)}{R} \quad [2]$

Definimos:

$$X_L = \omega \cdot L \quad \text{Reactancia Inductiva} \quad X_L = \left[\frac{1}{s} \right] \cdot [H] = [\Omega]$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{Reactancia Capacitiva} \quad X_C = \left[\frac{1}{\frac{1}{s} \cdot F} \right] = \left[\frac{s}{F} \right] = [\Omega]$$

De la expresión [2], vemos que si $X_L > X_C$, el circuito es de carácter inductivo, ya que la tensión adelanta a la corriente (φ positivo), en caso contrario, $X_L < X_C$, la corriente adelanta a la tensión (φ negativo).

FRECUENCIA DE RESONANCIA:

Retomando ahora el circuito RLC, analizamos la expresión de la impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{en el caso en que } X_L = X_C$$

$$Z = \sqrt{R^2} \Rightarrow Z = R$$

Es decir, si $X_L = X_C$, el circuito se comporta como si fuera resistivo puro, por lo tanto la tensión y la corriente estarán en fase. Esta frecuencia particular, recibe el nombre de **frecuencia de resonancia**. Veremos como se la puede determinar.

$$X_L = X_C$$

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} =$$

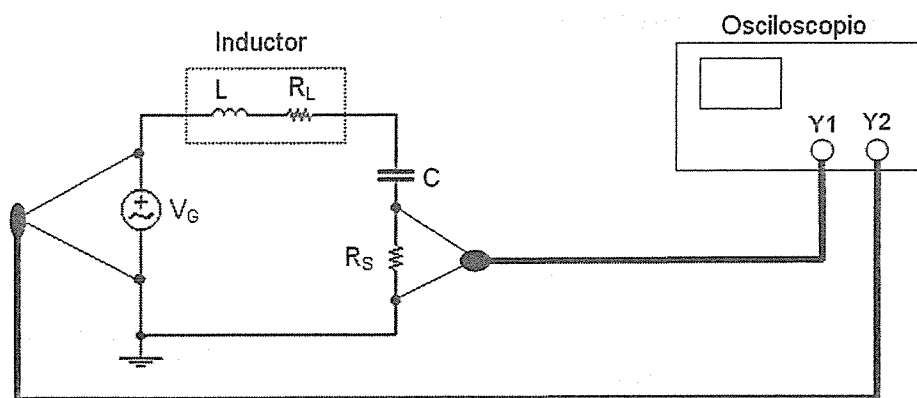
Hay un parámetro, denominado factor de mérito del circuito (Q) que resulta muy importante en algunas aplicaciones de los circuitos resonantes. El Q del circuito, se define como la relación entre la tensión medida en el inductor o capacitor (a la frecuencia de resonancia son iguales) y la tensión del generador.

$$Q = \frac{V_L}{V_G} = \frac{V_C}{V_G} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 \cdot C \cdot R}$$

Observando las dos primeras relaciones, y despejando V_L y V_C , vemos que éstas resultan Q veces mayores que la tensión del generador, por eso se las denomina sobretensiones.

DESARROLLO DEL TRABAJO PRÁCTICO

CIRCUITO UTILIZADO



DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO

El circuito RLC bajo estudio, está constituido por el inductor (L), el capacitor (C), y la parte resistiva esta formada por R_L , que es la resistencia propia del inductor, debida al arrollamiento de cobre con el que se construyó y R_S , que es la única resistencia física, sobre la que podemos medir la diferencia de potencial en sus extremos para visualizar de esta manera en el osciloscopio la fase de la corriente del circuito serie que será la misma que la de la tensión en la resistencia.

El circuito está alimentado por un generador de fuerza electromotriz variable en tensión y frecuencia.

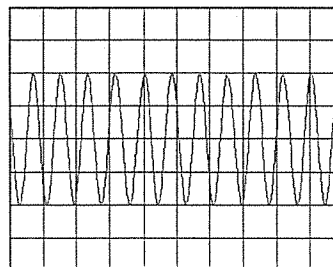
MATERIALES UTILIZADOS

- Osciloscopio
- Multímetro digital
- Generador de funciones
- Capacitor
- Resistor
- Inductor

PARTE a): COMPROBACIÓN DE LA FRECUENCIA DE RESONANCIA CON OSCILOSCOPIO POR TRES METODOS DIFERENTES

a1): DETECCIÓN DE LA MÁXIMA CORRIENTE DEL CIRCUITO

En la resonancia serie la corriente que circula por el circuito es máxima, en consecuencia la tensión sobre R_S , también pasará por un máximo. Esta verificación la realizamos modificando la frecuencia del generador en valores próximos a los de la frecuencia de resonancia y observando en el osciloscopio la tensión sobre R_S . Conviene operar con un tiempo de barrido mayor para poder observar mejor el máximo, tal como se indica en la figura.



El valor de la frecuencia de resonancia, lo determinamos midiendo en cualquier

punto del circuito utilizando el multímetro digital operando como medidor de frecuencia. Llamamos a este valor f_{01}

$f_{01} =$

Obtener también la frecuencia de resonancia, midiendo el periodo en la escala horizontal del osciloscopio. (ver apéndice) y comparar ambos resultados).

a2): COMPARACIÓN DE LAS FASES USANDO FIGURAS DE LISSAJOUS

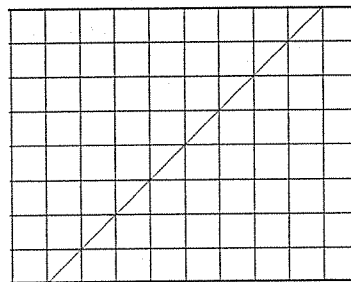
Para esta medición deberá colocar el control Time/ div. en la posición (X -Y).

Se determinará ahora la frecuencia de resonancia por el método de las figuras de Lissajous. Este método está basado en la composición de movimientos armónicos ortogonales (X-Y), de la misma frecuencia o múltiplos enteros y fase arbitraria.

Supongamos entonces que aplicamos dos tensiones armónicas, a las nuevas entradas X -Y del osciloscopio:

Horizontal: $x = X \sin \omega t$

Vertical: $y = Y \sin (\omega t + \varphi)$



Bajo estas condiciones el punto luminoso describe en la pantalla una figura cerrada, denominadas figuras de Lissajous y cuya forma solo depende de φ . Si $\varphi = 0$, las dos tensiones se encuentran en fase y el punto se desplaza sobre una recta de pendiente unitaria ($\alpha=45^\circ$) tal como indica la figura.

En nuestro circuito RLC, la tensión del generador (V_G), y la corriente en el mismo, que tendrá la misma fase que la tensión sobre R_s , (V_s), se encontraran en fase sólo en la frecuencia de resonancia, por lo tanto podremos detectarla variando la frecuencia del generador hasta obtener en la pantalla del osciloscopio una imagen como la de la figura.

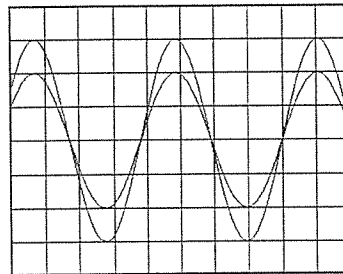
Se mide la frecuencia con el multímetro, igual que en el punto anterior

$f_{02} =$

a3): COMPARACIÓN DE LAS RELACIONES DE FASE USANDO EL MODO DUAL

Para esta medición deberá colocar el control MODE en la posición DUAL.

Un tercer método, consiste en verificar la frecuencia de resonancia utilizando el modo DUAL. Se debe disparar el barrido con el canal Y_2 , donde observamos la tensión del generador (V_G), y en el canal Y_1 observamos la tensión en los bornes de R_s , que tendrá la misma fase que la corriente. Ambas tensiones en la frecuencia de resonancia, deben encontrarse en fase, tal como se indica en la figura.



En estas condiciones volvemos a medir la frecuencia de resonancia con el multímetro.

$f_{03} =$

PARTE b): MEDICIÓN Y CÁLCULO DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO.

Utilizando el multímetro digital como voltímetro medimos las siguientes tensiones a la frecuencia de resonancia.

Tensión salida del generador	$V_G =$
Tensión sobre R_s	$V_{RS} =$
Tensión sobre el capacitor	$V_C =$
Tensión sobre el inductor	$V_L =$

Como estos valores son medidos con un voltímetro que responde a valores eficaces de tensión alterna, los valores obtenidos son eficaces.

También se mide con un ohmetro la resistencia interna del inductor ($R_L =$).

Observar como resultan los valores de V_L y V_C , respecto de la tensión del generador (V_G)

Con los valores medidos calculamos los siguientes parámetros del circuito

$$I_{ef} = \frac{V_{RS}}{R_s}$$

$$Z = \frac{V_G}{I_{ef}}$$

$$X_C = \frac{V_C}{I_{ef}}$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C}$$

$$Z_L = \frac{V_L}{I_{ef}}$$

$$X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2}$$

$$L = \frac{X_L}{\omega}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R_L + R_s}$$

$$Q = \frac{V_L}{V_G} = \frac{X_L}{R_L + R_s}$$

Observar como resultan X_L y X_C

Repetir las mediciones y cálculos para una frecuencia inferior y una superior a la de resonancia ($f < f_0$ y $f > f_0$)

Se pueden ordenar los valores anteriores en un cuadro para su comparación

Obtener conclusiones

	VALORES MEDIDOS					VALORES CALCULADOS								
	V _G [V]	V _s [V]	V _L [V]	V _C [V]	R _L [Ω]	I _{ef} [A]	Z [Ω]	X _C [Ω]	C [μF]	Z _L [Ω]	X _L [Ω]	L [H]	φ [-]	Q [-]
f ₀														
f > f ₀														
f < f ₀														

PARTE c): REALIZACIÓN DE LOS DIAGRAMAS FASORIALES

Se realizan los diagramas fasoriales de tensiones, corrientes e impedancias para los tres casos analizados en el punto anterior

Obtener conclusiones