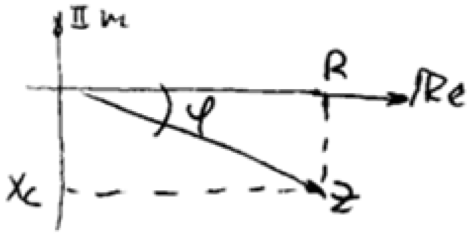
1) Un circuito se compone de una serie con un $R = 8\Omega$ y un $C = 30\mu F$. Halla la f a la cual la corriente adelanta $30°$ respecto de la tensión



$$tg\,\varphi = \frac{X_C}{R}$$

$$X_C = tg30 \cdot 8 \cong 4{,}62\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{C \cdot X_C} \therefore f = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot X_C} \Rightarrow \boxed{f \cong 1148 Hz}$$

2) Si $\begin{cases} v(t) = 50 \operatorname{sen}(2000t - 25°)\ [V] \\ i(t) = 8 \operatorname{sen}(2000t + 5°)\ [A] \end{cases}$

y el circuito está compuesto por el generador de v(t) y dos elementos pasivos, hallar:

a) Los valores de los dos elementos.

b) Trazar los diagramas de impedanci Z y el fasorial de $\dot{V}$ e $\dot{I}$

a) Observando las expresiones de $v(t)$ e $i(t)$ se puede extraer varias conclusiones

- La tensión tiene un valor máximo $V_0 = 50V$
- " corriente " " " $I_0 = 8A$
- La frecuencia angular es = para la $v(t)$ y la $i(t)$: $\omega = 2000 rad/s$
- La diferencia de fase entre $v(t)$ e $i(t)$ es $\varphi = 30°$
- La $i(t)$ adelanta a la $v(t)$ ∴ es RC

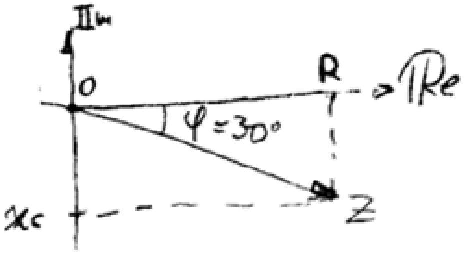
Es utilizada la representación fasorial indicando el <u>valor eficaz</u> (RMS en inglés) de la tensión o corriente en lugar de su <u>valor máximo</u>. Es más usado el fasor con el valor máximo (como yo lo hago).

Tener en **cuenta que si escribimos las expresiones como <u>variables en el tiempo</u>, allí se utiliza sólo el <u>valor máximo:</u>**

$$v(t) = V_o.sen(\omega t)$$

$$i(t) = I_o.sen(\omega t)$$

$$Z = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{V_0}{I_0} = \frac{V_e}{I_e} = \frac{25}{4} \angle -30° \ \Omega$$ (módulo y fase)



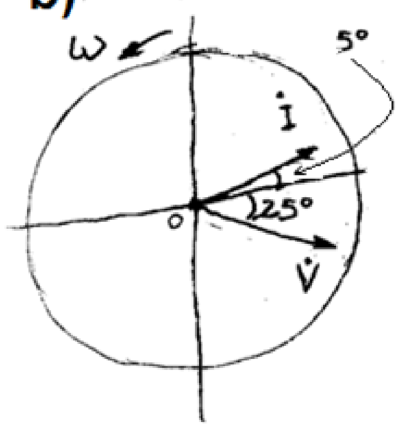
$$R = \frac{25}{4} \cos(-30°) \cong 5{,}41\ \Omega$$

$$X_c = \frac{25}{4} \operatorname{sen}(-30°) \cong -3{,}12\ \Omega$$

$$Z = (5{,}41 - j\,3{,}12)\ \Omega$$ (binomial)

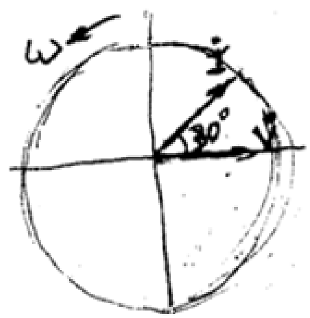
$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2000 \cdot 3{,}12} \qquad \boxed{C \cong 160\,\mu F} \qquad \boxed{R \cong 5{,}41\ \Omega}$$

b)



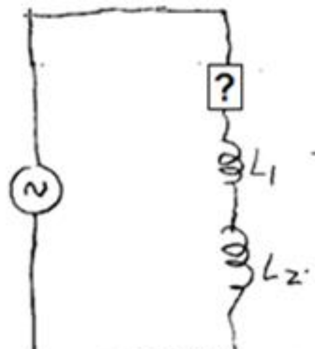
Como el fasor $\dot{V}$ y el fasor $\dot{I}$ son giratorios con velocidad ang. ω ∴ se pueden dibujar en cualquier lugar de la circunferencia:

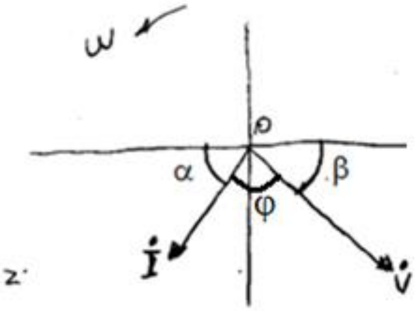
x ejemplo



3) Si L1 = 20 mH, ω = 500 rad/s
I_0 = 7,91 A, Vo = 250 V α = 63,5° β = 45°

hallar La identidad del elemento incógnita, su valor y el valor de L2



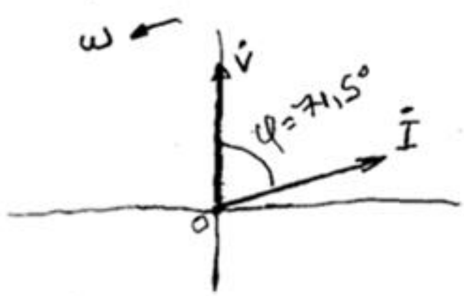


observar que los valores de los fasores que utilicé aquí son los máximos: Vo e Io.

Se observa que $\dot{V}$ adelanta a $\dot{I}$ ∴ el circuito es reactivo inductivo (CIVIL)

La diferencia de fase entre $\dot{I}$ y $\dot{V}$ es $\varphi = 71,5°$, esto indica que, al ser $\varphi \neq 90°$ **es una R**

Los fasores están dibujados en el 3er y 4º cuadrante, esto no indica nada, ya que al ser una foto de un proceso que gira a velocidad ω, se pueden trazar a elección donde se plazca, en la circunferencia, siempre que $\varphi = 71,5°$, x ejemplo:



Las longitudes del fasor $\dot{V}$ e $\dot{I}$ no indican nada, ya que $\dot{V}[V]$ e $\dot{I}[A]$.
SIEMPRE ω ES ANTIHORARIO

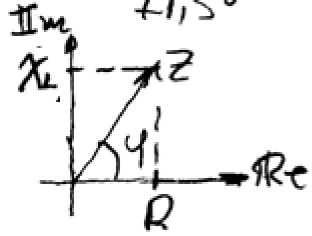
Para hallar los valores de R y L_2, debemos calcular la impedancia total del circuito Z, que va a estar compuesta de la R, L_1 y L_2

$Z = \dfrac{\dot{V}}{\dot{I}}$ la Z compleja $(Z = R + j\underbrace{X_L}_{X_{L1}+X_{L2}})$

$Z = \dfrac{250\angle 71{,}5^\circ}{7{,}91}$

Nótese que le adjudiqué los 71,5° a $\dot{V}$ y 0° a $\dot{I}$ ∴ da lo mismo, siempre que la suma de 71,5°

$Z = 31{,}61\angle 71{,}5^\circ \ \Omega$



$R = Z\cos\varphi$

$\boxed{R \cong 10\Omega}$

$X_L = Z \operatorname{sen}\varphi \cong 30\Omega$

pero $X_L = X_{L1} + X_{L2}$

$X_{L1} = \omega L_1 = 500\frac{rad}{s} \cdot 20\,mH \cong 10\Omega$

$X_{L2} = X - X_{L1} = 30 - 10 = 20\Omega$

$L_2 = \dfrac{X_{L1}}{\omega} = \dfrac{20}{500} \Rightarrow \boxed{L_2 = 40\,mH}$

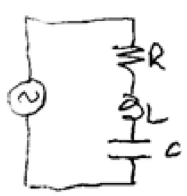
8.-Cuando se conecta un circuito serie LCR a una línea de 50 Hz y 220 volt eficaces, la corriente es I_{ef} = 11 A y la corriente adelanta a la tensión del generador en 45º. Determinar: a) Hallar la potencia media suministrada al circuito. b) La resistencia. c) Si la L = 0,5 H, calcular la capacidad C.

La frase "la i(t) adelanta a la v(t)" tiene fundamental importancia:

$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ aquí $X_C > X_L$!

Nótese que $|Z|$ no cambia si $X_L - X_C = 10 \Rightarrow X_L > X_C \Rightarrow$ reactivo inductivo ó $X_L - X_C = -10 \Rightarrow X_C > X_C \Rightarrow$ reactivo capacitivo

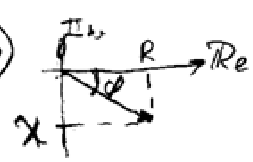
En este ejercicio $X_C > X_L$! recordar $\Rightarrow$ circ. RC' (*)



a) P

$P = V_e I_e \cos\varphi = 220 \cdot 11 \cdot \cos 45° \Rightarrow \boxed{P = 1711\,W}$

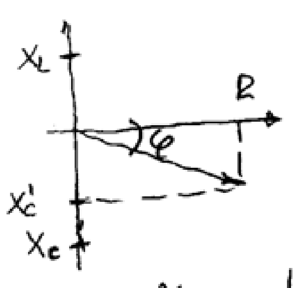
b)



$|Z| = \frac{V_e}{I_e} = \frac{220}{11} = 20\Omega$

$R = |Z|\cos\varphi = 20\cos 45 \Rightarrow \boxed{R = 14,14\Omega}$

c) Aquí prestemos atención (*) !



$X_L = \omega L = 100\pi \cdot 0,5 \cong 157\Omega$

$X'_C = X_C - X_L \therefore X_C = X'_C + X_L$

$X'_C = |Z| \, \text{sen}\, \varphi = 20 \, \text{sen}\, 45° = 14,14\Omega$

$X_C = 14,14 + 157 \cong 171,14\Omega$

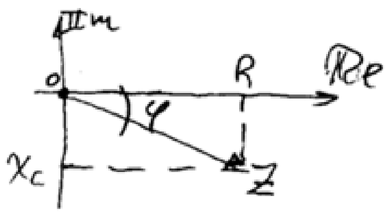
$X_C = \frac{1}{\omega C} \therefore C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 171,14} \Rightarrow \boxed{C \cong 18,6\,\mu F}$

Ejercicio 1 - Un generador de corriente alterna que entrega 100 V de tensión pico a 50 Hz se halla conectado a un circuito RC serie. Por el circuito circula una corriente instantánea $i(t) = 0,2 \text{ sen } (2\pi 50\ t + \pi/3)$ A.

a) calcule el valor de la impedancia del circuito RC serie;
b) calcule el valor de R y el valor de C;
c) calcule el valor de la tensión eficaz **sobre** el resistor;
d) calcule el valor de la tensión eficaz sobre el capacitor;
e) calcule el valor de inductancia que debe conectarse en serie al circuito RC serie para que entre en resonancia a frecuencia doble de la de trabajo;
f) calcule la potencia activa en el circuito RC serie;
g) indique y justifique cuál sería el valor de la caída en la resistencia si el circuito RC estuviera en paralelo;
h) realice el diagrama de fasores correspondientes a los circuitos RC y RLC serie.

a) $|Z| = \frac{V_e}{I_e} = \frac{V_0}{I_0} = \frac{100V}{0,2A} \Rightarrow \boxed{|Z| = 500\Omega}$

Pide "el valor de la impedancia" es decir $|Z|$



El circuito es RC

$|Z| = 500\Omega$, $\varphi = -60°$

b) $R = |Z| \cos\alpha = 500 \cos(-60°) \Rightarrow \boxed{R = 250\Omega}$

$|X_C| = |Z| \operatorname{sen}\varphi = 500 \cdot \operatorname{sen}(-60°) = 433\Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} \therefore C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 433} \Rightarrow \boxed{C = 7,35\mu F}$

c) $V_{eR} = I_e R = \frac{I_0}{\sqrt{2}} R = \frac{0,2}{\sqrt{2}} 250 \Rightarrow \boxed{V_{eR} \cong 35,3V}$

d) $V_{eC} = I_e X_C = \frac{I_0}{\sqrt{2}} 433 \Rightarrow \boxed{V_{eC} \cong 61,24V}$

e) En reso, se cumple: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ o sea, el valor de ω_0 sólo depende de L y C, como $\omega = 2\pi f$ $\therefore$

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ pero $f_0 = 2f \Rightarrow f_0 = 100Hz$

$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 C f_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 7,35 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2}$

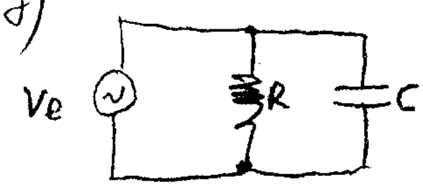
$\boxed{L = 344,6\ mH}$

f) $P = V_e I_e \cos\varphi = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0,2}{\sqrt{2}} \cos 60° \Rightarrow \boxed{P \simeq 5\,W}$

o también ; $P = \frac{V_{eR}^2}{R} = \frac{35,3^2}{250} \Rightarrow \boxed{P \simeq 5\,W}$

" " ; $P = I_e^2 R = \left(\frac{0,2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 250 \Rightarrow \boxed{P \simeq 5\,W}$

g)



Al estar ambos elementos en // ⇒ la ddp de ambos es = y es la del generador

$$\boxed{V_e = V_{eR} = V_{eC} = 70,7\,V}$$

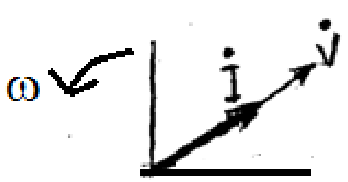
h) Diagrama faso RC

$\dot{I} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{0,2}{\sqrt{2}} \simeq 0,141\,A$

$\dot{V} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \simeq 70,71$

$\varphi = 60°$

Diagrama faso RLC (en reso)



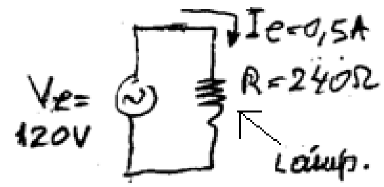
$\dot{I} \simeq 0,141\,A$

$\dot{V} \simeq 70,7\,V$

$\varphi = 0$

Ejercicio 3 - En las especificaciones de una lámpara incandescente se lee: 120 V, 60 W. Se desea conectar la lámpara a la red domiciliaria en Argentina (220 V de tensión eficaz, 50 Hz) de manera tal que provea la misma potencia lumínica. Calcule el valor de la inductancia **L** que debe conectarse en serie con la lámpara para lograr el objetivo.

Para una $V_e = 120\,V$, la lámpara (que es un dispositivo R puro), genera una $P = 60\,W$ ∴

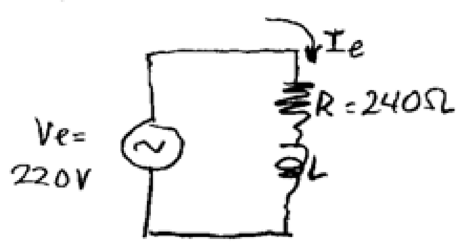


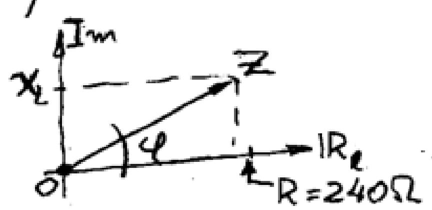
$$P = \frac{V_e^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_e^2}{P} = \frac{120^2}{60} = 240\,\Omega$$

$$P = I_e^2 R \Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{60}{240}} = 0{,}5\,A$$

O sea, una $I_e = 0{,}5\,A$ sobre una $R = 240\,\Omega$ genera una $P = 60\,W$

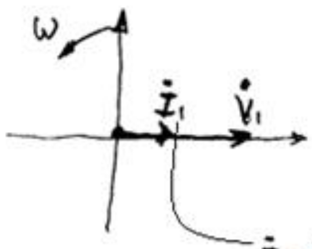
Ahora, hay una $V_e = 220\,V$ y hay que conectar a la lámp. en serie con **L** para que se pueda usar la lámp (que soporta una $V = 120\,V$)



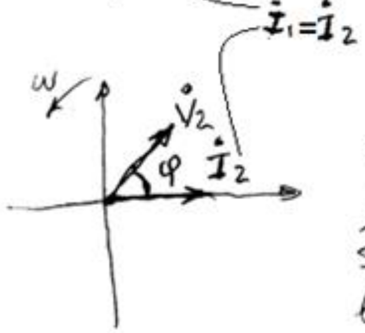


Si queremos = luminosidad → hay que afirmar que

$$\underset{?}{Z} \cdot \cos \underset{?}{\varphi} = R = 240\,\Omega$$ 1 ec. con 2 incóg!

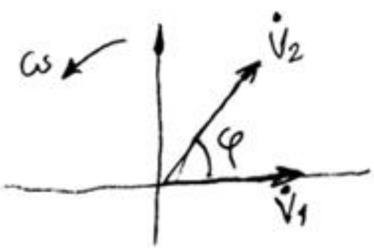


La condición inicial, con los valores
$V_e = 120V$; $I_e = 0{,}5$; $P = 60W$
y $\varphi = 0$ (Circuito R puro)



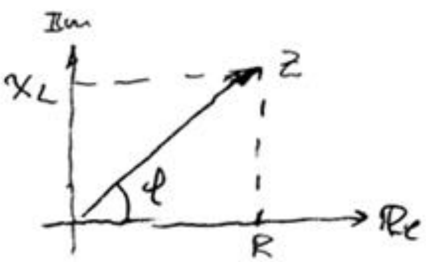
En la sig. condición: $V_e = 220V$;
misma luminosidad (esto implica
que deberá circular la misma $I_e = 0{,}5A$
la misma $R = 240\Omega$) ∴ para que esto
suceda, deberá permanecer sobre la lámpara
la misma ddp: $V_e = 120V$

Nótese que inicialmente, la $\dot{V}$ y la $\dot{I}$ están en fase: $\varphi = 0$;
en la nueva condición $\dot{V}$ adelanta a $\dot{I}$ ∴ la nueva $\dot{V}$ adelanta
a la $\dot{V}$ inicial en un ángulo φ !



$$\varphi = \arccos \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \arccos \frac{220}{120} \cong 57^0$$

obsérvese: $\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \cos\varphi \rightarrow 120 \cong 220 \cos 57^0$



$R = 240\Omega$; $\varphi = 57^\circ$ (ahora son datos)

$$R = Z\cos\varphi \therefore Z = \frac{R}{\cos\varphi} = \frac{240}{0{,}57} \cong 440\Omega$$

$$X_L = Z \text{ sen } \varphi = 440 \text{ sen } 57^\circ \cong 370\ \Omega$$

$$X_L = \omega L \therefore L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{370}{100\pi} \Rightarrow \boxed{L \cong 1{,}2\ H}$$

Con $L \cong 1{,}2H$, se asegura que la V_e en la lámp $= 120\ V$!

Ejercicio 10 - La potencia media que entrega un circuito RLC serie es de 86 W con un factor de potencia 0,86. El circuito trabaja a 50 Hz y resuena a 40 Hz. La corriente de pico es de 2 A.

a) justifique si el circuito es capacitivo o inductivo a la frecuencia de operación

b) calcule los valores de R, L y C

c) escriba la expresión de la tensión y de la corriente instantáneas en el circuito

d) Realice el gráfico fasorial de los fasores I, V_R, V_L, V_C

e) realice el diagrama complejo de impedancias

f) realice el diagrama fasorial de tensiones.

g) realice el diagrama fasorial de la tensión y la corriente

h) calcule el valor de las potencias aparente y reactiva y relaciónelas con la potencia activa y realice el diagrama fasorial para potencias.

a) $f > f_0$ ∴ $X_L > X_C \Rightarrow$ circ. reactivo inductivo ∴ $\dot{V}$ adel. $\dot{I}$

b) R, L y C

datos → $P = I_e^2 \cdot R \Rightarrow R = \dfrac{P}{I_e} = \dfrac{P}{(I_0/\sqrt{2})^2} = \dfrac{86}{(2/\sqrt{2})^2} \Rightarrow \boxed{R = 43\Omega}$

$|z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ ⊛

Hallo $|z|$: $R = Z\cos\varphi$ ∴ $Z = \dfrac{R}{\cos\varphi} = \dfrac{43}{0{,}86} = 50\Omega$

en ⊛ : $50 = \sqrt{43^2 + (X_L - X_C)^2}$ ∴ $X_L - X_C \cong 25{,}5\Omega = X$

Pero es una ec. con 2 incógnitas

Del enunciado, en reso $f_0 = 40\,Hz$ o $\frac{\text{ciclos}}{s} \Rightarrow X_L = X_C$

$\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 \cdot C} \Rightarrow L = \dfrac{1}{\omega_0^2 \cdot C}$

$X = \omega L - \dfrac{1}{\omega C}$ ∴ $X = \dfrac{\omega}{\omega_0^2 C} - \dfrac{1}{\omega \cdot C} = \dfrac{1}{C}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0^2} - \dfrac{1}{\omega}\right)$

$C = \dfrac{1}{X}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0^2} - \dfrac{1}{\omega}\right)$; $\omega = 2\pi 50$ y $\omega_0 = 2\pi 40$

$$\boxed{C \cong 70{,}2\ \mu F}$$

$L = \dfrac{1}{\omega_0^2 \cdot C} \Rightarrow \boxed{L = 225\,mH}$

c) $v(t)$ e $i(t)$

$v(t) = V_0 \operatorname{sen} \omega t$; $V_0 = 2 . I_0 = 50 . 2 = 100\,V$

$v(t) = 100 \operatorname{sen}(2\pi 50 . t)\,V \Rightarrow \boxed{v(t) = 100 \operatorname{sen}(314 . t)\,V}$

$i(t) = I_0 \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$ — $i(t)$ atrasa a $v(t)$

$\varphi \rightarrow ?$

$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{Im}{Re} = \operatorname{arc\,tg} \frac{X}{R} = \operatorname{arc\,tg} \frac{25{,}5}{43}$

$\varphi \cong 30{,}6° \Rightarrow \boxed{i(t) = 2 \operatorname{sen}(314 t - 30{,}6°)\,A}$

d) y f) $\dot{I}$, $\dot{V}_R$, $\dot{V}_L$ y $\dot{V}_C$

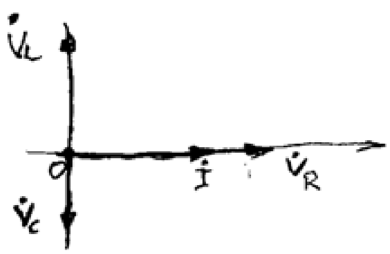
Recordar: La corriente, en todo circuito serie, es única y está con diferencia de fase con respecto a la tensión:

en la R → φ es nula

en la C → φ es 90° ($\dot{I}$ adelanta a $\dot{V}$)

en el L → φ es 90 ($\dot{V}$ " " $\dot{I}$)

Veamos esto en un diagrama fasorial de $\dot{V}$:



Nótense los 3 casos:

$\dot{V}_L$ = 90° adelanto de $\dot{I}$

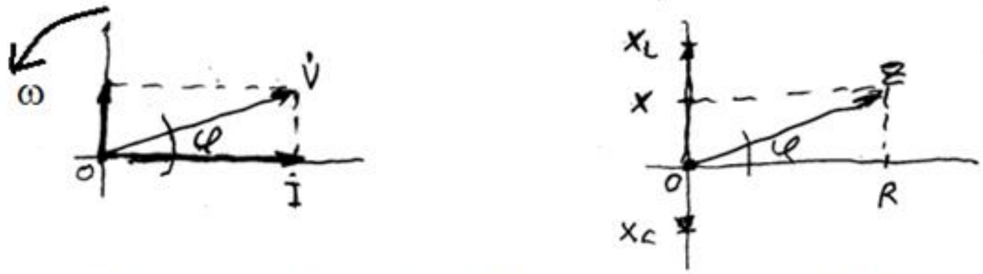
$\dot{V}_R$ = 0° respecto de $\dot{I}$

$\dot{V}_C$ = 90° atraso de $\dot{I}$

Pero, como la I_e es única: $V_{eR} = I_e . R$; $V_{eL} = I_e . X_L$; $V_{eC} = I_e . X_C$ el "peso" de la R y las reactancias en sus respectivas ddp hace que $V_{eR} \neq V_{eL} \neq V_{eC}$ ∴ la síntesis se observa en diagrama (c)

Nótese: el ángulo entre los fasores V_L y V_R es 90°; ídem para V_R y V_C ➔ entre los fasores V_L y V_C hay 180°

Teniendo en cuenta la última consideración; podemos dibujar el diagrama fasorial de tensiones y el de reactancias / impedancia



Nota: los únicos diagramas fasoriales que utilizamos en CA son los de tensiones y/o corrientes, los demás son graficaciones en el plano complejo.

g) S ; P y Q + diagrama fasorial de potencias (triángulo de potencias)

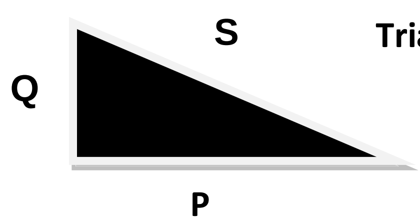
$$S = V_e I_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{P}{\cos\varphi} \Rightarrow \boxed{S = 100\,VA}$$

$$P = I_e^2 . R = V_e I_e \cos\varphi = \frac{V_{eR}^2}{R} \; ; \; V_{eR}^2 = V_e \cos\varphi$$

$$\boxed{P = 86\,W}$$

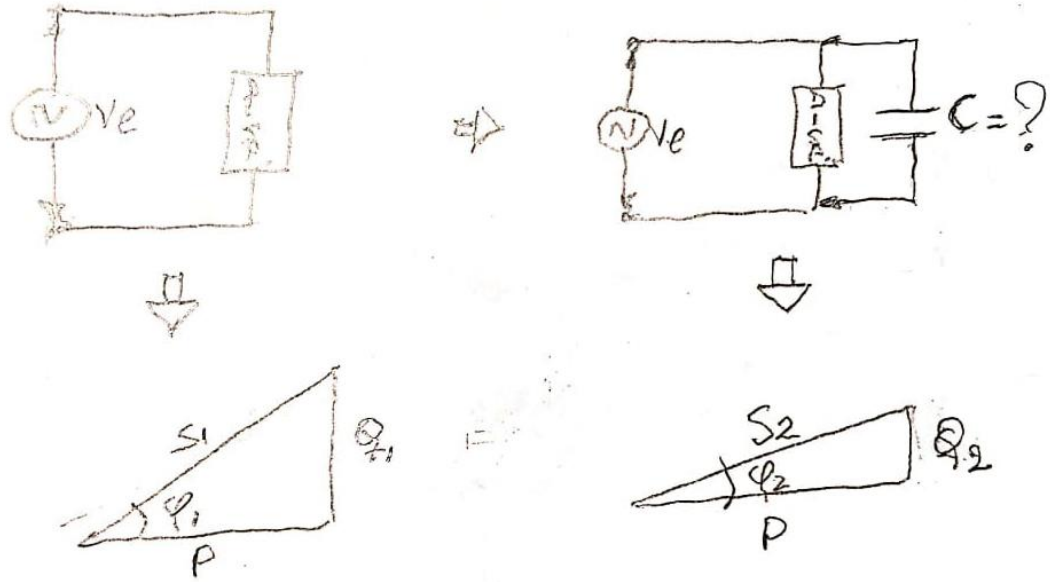
$$Q = V_e I_e \operatorname{sen}\varphi = \frac{V_{eL}^2}{X_L} = I_e^2 X_L \; ; \; V_{eL} = \overset{V_0/\sqrt{2}}{V_e} \operatorname{sen}\varphi \; ; \; X_L = 25{,}5\,\Omega$$

$$\boxed{Q \cong 51\,VAr}$$



Triángulo de potencias

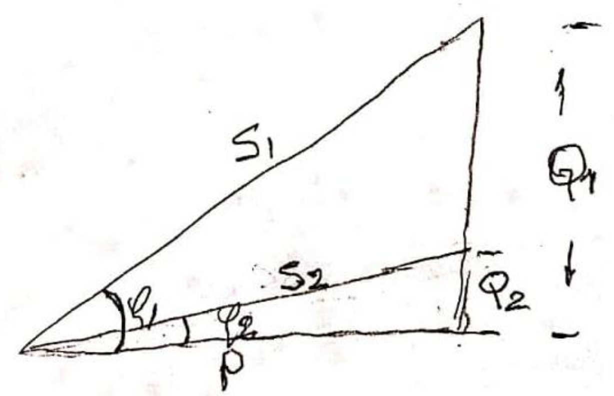
Se debe corregir el $FP = \cos\varphi$ de un dispositivo eléctrico cuya potencia activa es $P = 50W$ y está alimentado con una tensión eficaz $V_e = 220V$ y $50Hz$. El actual $FP = 0,54$ y se desea aumentarlo al valor $0,9$



$\cos\varphi_1 = 0,54$ $\qquad$ $\cos\varphi_2 = 0,9$

$\varphi_1 \cong 57,32°$ $\qquad$ $\varphi_2 = 25,84°$

Nótese que la pot. activa P NO CAMBIA con el cambio de FP



1) **Dos elementos de un circuito en una conexión serie reciben una intensidad de corriente eléctrica y una diferencia de potencial total dada por:**

$$i(t) = 4\cos(2000\,t + 13{,}2°)\ \text{A} \qquad v(t) = 200\ \text{sen}\,(2000\,t + 50°)\ \text{V}$$

Indicar justificando, cuáles son (R, L, C) ambos elementos.

Observese que i(t) está en cos y v(t) en sen ⇒ conviene expresar ambas en cos o en sen, teniendo en cuenta:

$\text{sen}\,\alpha = \cos(90° - \alpha)$

$\cos\alpha = \text{sen}(90° + \alpha$

Expreso v(t) en cos, es decir: $\text{sen}(\omega t \pm \alpha)$ en $\cos(\omega t \pm \alpha)$

$$\text{sen}(2000t + 50°) = \cos[90° - (2000t + 50°)]$$
$$= \cos(40° - 2000t) = \cos(-2000t + 40°)$$
$$= \cos(-[2000t - 40°])$$

El cos es una función par ∴ $\cos A = \cos(-A)$ ⇒

$$\cos(-[2000t - 40°]) = \cos(2000t - 40°)$$

Entonces:

$$\left.\begin{array}{l} i(t) = 4\cos(2000t + 13{,}2°) \\ v(t) = 200\cos(2000t - 40°) \end{array}\right\}$$ la i(t) adelanta a la v(t) en 53,2°

Como la diferencia de fase es distinta a 90° --> un elemento es el R, y la i(t) adelanta a la v(t) --> el otro elemento es el C.

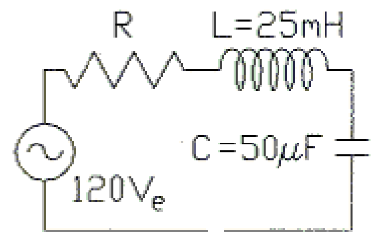
otra forma sería expresar $i(t) = 4\cos(2000t + 13{,}2°)$ en sen

$$4\cos(2000t + 13{,}2°) = 4\ \text{sen}[90° + (2000t + 13{,}2°)]$$

$$\left.\begin{array}{l} i(t) = 4\,\text{sen}(2000t + 103{,}2°) \\ v(t) = 200\,\text{sen}(2000t + 50°) \end{array}\right\}$$ i(t) adelanta 53,2° a v(t)

Ídem con cos

En el circuito de la figura la intensidad de corriente está adelantada en 63,4° respecto de la tensión a la pulsación de $\omega = 400$ rad/s. Hallar la resistencia R y la caída de tensión en cada elemento del circuito. Trazar el correspondiente diagrama fasorial de tensiones.



Solución:

$$X_L = \omega L = 400\,(25 \times 10^{-3})\ \Omega = 10\ \Omega.$$

$$X_C = 1/\omega C = (\ 1/400\,(50 \times 10^{-6})\ )\Omega = 50\ \Omega$$

$$Z = R + j\,(X_L - X_C) = (R - j\,40)\ (\Omega)$$

Por otra parte:

$$Z = Z\ /\ \underline{-63{,}4°}$$

Como: $\operatorname{tg}(-63{,}4°) = (X_L - X_C)/R$ $\qquad$ $R = -40(\Omega)/\operatorname{tg}(-63{,}4°) = 20\ \Omega$

La impedancia:

$$Z = (20 - j\,40)\ (\Omega) = 44{,}7(\Omega)\ \underline{/-63{,}4°}$$

la intensidad

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120(V)\underline{/0°}}{44{,}7(\Omega)\underline{/-63{,}4°}} = 2{,}68(A)\underline{/63{,}4°}$$

Por tanto:

$$\boxed{V_R = 53{,}6\ (V)\ /\ \underline{63{,}4°} \qquad V_L = 26{,}8\ (V)\ /\ \underline{153{,}4°} \qquad V_C = 134\ (V)\ /\ \underline{-26{,}6°}}$$