- Física 1. Principios de la Mecánica - **Práctica**

Cuerpo rígido ***Parte 2.***

Energía: Trabajo, Potencia, Impulso y Choque

33 – Encuentre la energía de rotación de la Tierra (como esfera uniforme) en torno de su eje. La masa de la Tierra es de $5{,}98.10^{24}$ kg y su radio aproximadamente $6{,}4.10^{6}$ m.

Sabemos que la Tierra gira en 24 Horas:

$$1\,Día \to 24\,Horas$$
$$1\,Hora \to 60\,Min \Rightarrow Segundos_{Dia} = 86400s$$
$$1Min \to 60s$$

La velocidad Angular se consigue como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{43200\,s}$$

La energía rotatoria será:

$$E_R = \frac{1}{2}I_{EsfMaciza}\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\omega^2 = \frac{1}{5}5.98 * (6.4)^2\,10^{24} * 10^{12} * \frac{\pi^2}{43200^2} = \mathbf{2.59\,10^{29}\,J}$$

34 – Un aro rueda sin deslizar cuesta abajo por la ladera de una colina partiendo del reposo. Cuando alcanza la base, el módulo de su velocidad es de 8 m/s. ¿Desde qué altura de la base fue soltado? ¿Con qué velocidad llegaría una partícula que desciende sin rozamiento desde la altura calculada? $I_{CM}=MR^2$

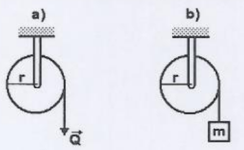
Al bajar rodando y sin deslizar la Energía mecánica se conserva:

$$EM_I = EM_F$$
$$E_{PI} = E_{CF} + E_{RF}$$
$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_f^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv_f^2 + \frac{1}{2}Mv_f^2 = Mv_f^2 \Rightarrow h = \frac{v_f^2}{g} = \mathbf{6.4m}$$

Al bajar sin rozamiento, desliza comportándose como un Punto Material, la Energía mecánica se conserva de igual manera, pero no gira:

$$E_{PI} = E_{CF}$$
$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{gh2} = \mathbf{11.3\frac{m}{s}}$$

35 – a) ¿Qué trabajo realizará la fuerza que ejerce la cuerda enroscada sobre el volante de masa 4 kg y radio 10 cm de la figura a), si se tira con una fuerza Q de módulo 2 N haciendo describir al volante una vuelta completa?.
b) Calcular el trabajo realizado por la fuerza que ejerce la cuerda si el extremo de la misma se encuentra un cuerpo de peso 2 N, (figura b) al girar una vuelta completa.
c) Hallar en ambos casos la velocidad angular final del volante.



YO encontré 2 MANERAS DE HACERLO, voy por la más larga y que está más relacionada a la Energía:

a)

$$QR = I_{Volante}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2Q}{MR} = 10\,s^{-2} \Rightarrow \begin{cases}\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t \\ \omega(t) = \alpha t\end{cases} \Rightarrow 2\pi = \frac{1}{2}at_f^2 \Rightarrow t_f = \sqrt{\frac{2}{5}\pi}s \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\omega_f = 10\sqrt{\frac{2}{5}\pi}ss^{-1}}$$

$$W = E_R = \frac{1}{2}I_{Volante}\omega_f^2 = \mathbf{1.256J}$$

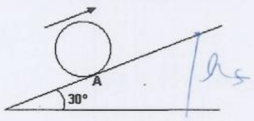
b)

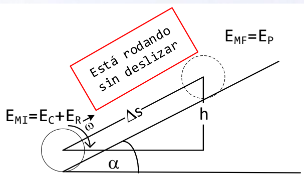
$$\begin{cases}Q - T = ma_t \\ TR = I_{Volante}\alpha \\ a_t = \alpha R\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}QR - TR = R^2m\alpha \\ TR = I_{Volante}\alpha\end{cases} \Rightarrow QR = R^2\left(m + \frac{1}{2}M\right)\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{Q}{R\left(\frac{1}{2}M + m\right)} = 9.09\,s^{-2}$$

$$2\pi = \frac{1}{2}at_f^2 \Rightarrow t_f = 1.176s \Rightarrow \omega_f = \alpha t_f = \mathbf{10.69\,s^{-1}}$$

$$W = E_R = \frac{1}{2}I_{Volante}\omega_f^2 = \mathbf{1.14J}$$

36 – Una esfera homogénea sube rodando sin resbalar por un plano inclinado 30º con la horizontal. En un punto de su trayectoria el centro de masa de la esfera tiene una velocidad de módulo 10 m/s. Hallar :
a) la distancia recorrida por el centro de masa hasta el punto en que se detiene.
b) el tiempo que tarda en regresar desde este último punto hasta el de partida.





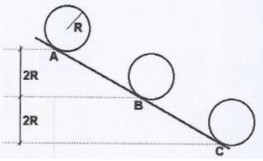
a)

$$\begin{cases}\frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I_{esf}\omega_f^2 = mgh \\ v_f = \omega_f R \\ Sin(\alpha) = \frac{h}{\Delta S}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v_f}{R}\right)^2 = mgh \\ Sin(\alpha) = \frac{h}{\Delta S}\end{cases} \Rightarrow \Delta S = \frac{7v_f^2}{10gSin(\alpha)} = \mathbf{14m}$$

b)

$$\begin{cases}p_x - F_R = ma_{Cm} \\ F_R R = I_{Esfera}\alpha \\ a_{Cm} = \alpha R\end{cases} \Rightarrow a_{cm} = \frac{5gSin(\alpha)}{7} = \frac{25}{7} \Rightarrow x(t_f) = -\frac{1}{2}a_{cm}t_f^2 + 14 \Rightarrow t_f = \mathbf{2.8s}$$

37 – Un cilindro de radio R parte de la posición A y rueda sin resbalar hacia abajo de un plano inclinado hasta B. De B hasta C la superficie es lisa.
Los desniveles entre A y B y entre B y C son ambos iguales a 2 R.
Hallar:
a) la velocidad del centro de masa del cilindro en B.
b) la velocidad angular del cilindro en B.
c) la velocidad del centro de masa y la velocidad angular del cilindro en C.



a)

$$\begin{cases}\frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I_{esf}\omega_B^2 + mgh_B = mgh_A \\ v_B = \omega_B R\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cancel{m}R^2\right)\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 + \cancel{m}g2R = \boldsymbol{v_B = \sqrt{\frac{4}{3}g2R}}$$

b)

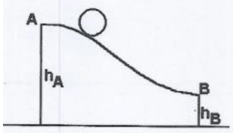
$$\omega_B = \frac{v_B}{R} = \boldsymbol{\sqrt{\frac{8g}{R3}}}$$

c)

Como desliza se comporta como un Punto Material que rueda como en B:

$$\begin{cases}\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh_B + \frac{1}{2}m\omega_B^2 \\ v_B = \omega_B R\end{cases} \Rightarrow v_C m = 2mg2R + \frac{m8gR}{3} \Rightarrow \boldsymbol{v_C = \sqrt{\frac{20gR}{3}}}$$

38 – Una esfera maciza parte del reposo desde el punto A de la figura y rueda sin resbalar hasta que sale disparada horizontalmente en el extremo B. Calcular a que distancia horizontal de B la esfera llega a la base horizontal.
h_A = 54 m
h_B = 14 m



$$\begin{cases}mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2 + mgh_B \\ v_B = \omega_B R\end{cases} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{10gh_A - 10gh_B}{7}} = 23.9\frac{m}{s}$$

Luego llega a B con la velocidad hallada de forma Horizontal, pero como en el aire DESLIZA, la partícula cae como si fuera en caída libre conservándose la energía hasta llegar al piso:

$$\frac{1}{2}mv_F^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh_B + v_B^2} = 29.17\frac{m}{s}$$

Por la independencia de los caminos:

$$\vec{v}_f = \left(23{,}9\frac{m}{s}, v_y(t_f)\right) \Rightarrow v_y(t_f) = \sqrt{v_f^2 - \left(23{,}9\frac{m}{s}\right)^2} = 16.7\frac{m}{s}$$

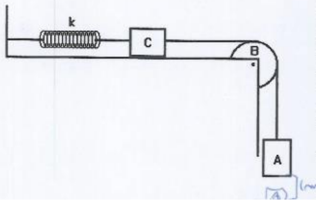
Pero en y (VERTICALMENTE) cae como si lo hiciera en CAIDA LIBRE:

$$v_y(t_f) = gt_f \Rightarrow t_f = \frac{v_y(t_f)}{g} = 1.67\,s \Rightarrow x_x(t_f) = 23.9t_f = \mathbf{39.91m}$$

39 – En el instante inicial el bloque A desciende con una velocidad 5 m/s. El cilindro B es homogéneo y gira sin rozamiento y el cuerpo C presenta rozamiento sobre el plano horizontal. El resorte está estirado 0,5 m y su constante elástica es de 50 N/m.
¿Cuál es la velocidad de A después de descender 1 m?.

m_A = 3 kg $m_B = m_C$ = 2 kg

μ = 0,35



Como vemos en este caso, la fuerza de roce en C disipa energía, entonces:

$$W_{F_{RC}} = \Delta E_M = E_{MF} - E_{MI} \Rightarrow \begin{cases}E_{MI} = E_{EI} + E_{CCI} + E_{CAI} + E_{RBI} + E_{PAI} \\ E_{MF} = E_{EF}(x_i + \Delta x) + E_{CCF} + E_{CAF} + E_{RBF}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}E_{MI} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv_{CI}^2 + \frac{1}{2}mv_{CA}^2 + \frac{1}{2}I_{Polea}\omega_i^2 + m_a g\Delta h = 111{,}25J \\ I_{Polea} = \frac{1}{2}m_c R^2 \\ \omega_i = Rv_i \\ E_{MF} = \frac{1}{2}k(0{,}5 + 1)^2 + \frac{1}{2}m_c v_f^2 + \frac{1}{2}m_a v_f^2 + \frac{1}{4}m_B v_f^2\end{cases} \Rightarrow$$

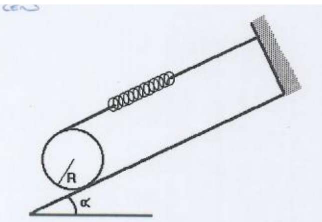
$$-F_R\Delta x = -\mu P_C = -7 = \frac{1}{2}k2.25 + 3v_f^2 - 111{,}25J \Rightarrow$$

$$v_f = \sqrt{\frac{-7 - 56.26 + 111.25}{3}} = \mathbf{4\frac{m}{s}}$$

40 – El aro de radio R de la figura pesa 20 N. Puede rodar sin resbalar sobre el plano inclinado. En el instante inicial la velocidad del centro de masa de la rueda es 1 m/s hacia abajo y el resorte está extendido 0,2 m.
Si la constante elástica del resorte es 100 N/m, hallar el alargamiento máximo del resorte.

α = 37º R = 0,5 m

I_r = m.R^2



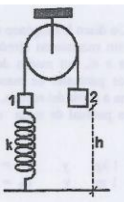
Usaremos como base la conservación de la Energía en rodadura con respecto al Centro de masa, y además usaremos que en la periferia del aro la velocidad es doble, por composición de velocidades, por lo tanto, el recorrido también es doble:

$$\Delta E_{MI} = E_{MF} \Rightarrow \begin{cases}E_{MI} = E_{EI} + E_{CI} + E_{RI} + E_P = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh = 4 + 20h \\ E_{MF} = E_{EF}(0.2 + 2\Delta x) = 50(0.2 + 2\Delta x)^2 = 2 + 40\Delta x + 200\Delta x^2 \\ Sen(\alpha) = \frac{h}{\Delta x}\end{cases} \Rightarrow$$

$$4 + 20Sin(\alpha)\Delta x = 2 + 20\Delta x + 50\Delta x^2$$
$$4 + 12.03\Delta x - 2 - 40\Delta x - 200\Delta x^2 = 200\Delta x^2 + 27.97\Delta x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta x = 0.0521 \Rightarrow$$
$$\Delta x_{Max} = x + 2\Delta x = \mathbf{0.304\,m}$$

41 - En el sistema de la figura el resorte de constante elástica k y de masa despreciable se encuentra en un extremo fijo al piso y en el otro a la masa 1. La polea es cilíndrica y su masa es M. Los bloques suspendidos inicialmente se encuentran a la misma altura. Cuando el sistema se deja en libertad el resorte está estirado 1 m,
a) calcular el módulo de la velocidad del bloque 2 cuando llega al piso.
b) ¿cuál sería el trabajo realizado por el rozamiento en el eje de la polea si se detiene justo al llegar al piso?.

Datos: m_1 = 8 kg ; m_2 = 15 kg ; k = 20 N/m
M = 2 kg ; h = 4 m



$$\Delta E_{MI} = E_{MF} \Rightarrow \begin{cases}E_{MI} = E_{EI} + E_{P1} + E_{P2} = \frac{1}{2}kx^2 + m_1gh + m_2gh = 930J \\ E_{MF} = E_E(1 + 4) + E_{C1} + E_{C2} + E_R + m_1g(4 + 4)\end{cases} \Rightarrow$$

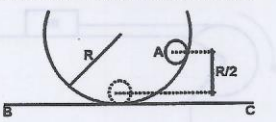
$$\frac{1}{2}20\,5^2 + \frac{1}{2}m_1v_f^2 + \frac{1}{2}m_2v_f^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}Mv_f^2 + m_1g8 = 930J$$

$$250J + v_f^2\left(4 + \frac{15}{2} + \frac{1}{2}\right) + 640J = 930J$$

$$v_f = \sqrt{\frac{40J}{12}} = \mathbf{1.82\frac{m}{s}}$$

$$W_{Fr} = \Delta E_M = \frac{1}{2}k\,5^2 + m_1g8 - 930J = \mathbf{-40J}$$

42 - Un cilindro homogéneo de radio 5 cm puede moverse en el interior de una superficie cilíndrica de radio 60 cm.
La superficie de la mitad derecha presenta rozamiento de modo que el cilindro rueda sin resbalar. La mitad izquierda está exenta de rozamiento.
Inicialmente el centro de masa del cilindro se encuentra en reposo en el punto A. Hallar la altura respecto del plano BC que alcanza el cilindro cuando asciende sobre la mitad izquierda.



Analizaremos primero, la Conservación de la energía por Rodadura del cilindro Homogéneo, en el cuarto derecho desde R/2 (A) a 0, con referencia al Centro de masa:

$$\Delta E_{MI} = E_{MF} \Rightarrow \begin{cases} E_{MI} = E_P = \dfrac{mgR}{2} \\ E_{MF} = E_C + E_R = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}I_C v^2 \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gR}{3}} = 2\frac{m}{s}$$

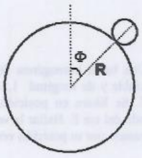
A partir de este punto desliza, comportándose como si fuera un punto material que se desplaza sin rozamiento, también conservando la energía:

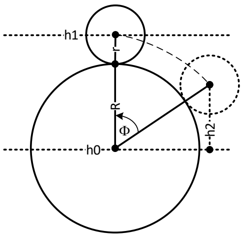
$$\Delta E'_{MI} = E'_{MF} \Rightarrow \begin{cases} E'_{MI} = E_{MF} = 3m \\ E'_{MF} = E_{PF} + E_R = mgh + \dfrac{1}{4}mv^2 \end{cases} \Rightarrow v = h = \frac{3 - \frac{1}{4}v^2}{g} = 0.2m$$

Como la referencia está tomada desde el Cm, en realidad el Cm desde la referencia BC está a un radio del Cilindro que se mueve:

$$h_{CM-BC} = 0.2m + r = \mathbf{0.25m}$$

43 - Una esfera homogénea parte del reposo desde un punto de la generatriz superior de un cilindro y desciende rodando sin resbalar sobre la superficie cilíndrica.
Hallar el ángulo ϕ que forma el radio que pasa por el punto en que la esfera abandona la superficie cilíndrica.





Teniendo en cuenta que la esfera rueda sin resbalar, podemos decir que de h1 a h2 donde se desprende del cilindro mayor se conserva la energía mecánica:

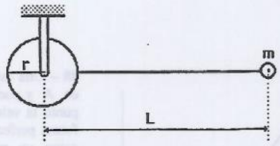
$$\begin{cases} mgh_1 = \dfrac{1}{2}mv_f^2 + \dfrac{1}{2}I_{Esfera}\omega_f^2 + mgh_2 \\ h_1 = R + r \\ h_2 = (R+r)Cos(\Phi) \\ v_f = \omega_f R \end{cases}$$

Además de esto, como el movimiento, mientras se encuentra unido al cilindro, es circular, aparece una aceleración centrípeta donde la suma de fuerzas Radiales queda:

$$P_R = PCos(\Phi) = ma_{Cm} = \frac{mv_f^2}{R+r} \Rightarrow v_f^2 = gCos(\Phi)(R+r)$$

$$g(R+r) = \frac{1}{2}gCos(\Phi)(R+r) + \frac{1}{5}gCos(\Phi)(R+r) + g(R+r)Cos(\Phi)$$
$$R + r = \frac{1}{2}Cos(\Phi)(R+r) + \frac{1}{5}Cos(\Phi)(R+r) + (R+r)Cos(\Phi)$$
$$1 = \frac{17}{10}Cos(\Phi) \Rightarrow \Phi = ArcCos\left(\frac{10}{17}\right) = \mathbf{54º}$$

44 - La masa puntual m de la figura, está fija rígidamente al disco por medio de la barra de peso despreciable. La distancia entre el centro del disco y la masa m es L. Si el momento de inercia del disco es I_0, ¿Cuál será el módulo de la velocidad lineal con que se moverá la masa m cuando el sistema se libera del reposo desde esa posición y el disco gira de manera que m esté directamente debajo del eje de rotación?

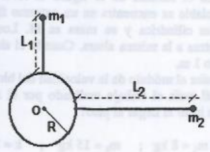


$$\begin{cases} E_{MI} = E_{PPI} + E_{PmI} \\ E_{MF} = E_{CmF} + E_{RPF} + E_{PPF} \\ E_{PPI} = E_{PPF} \\ v_{FP} = \omega r \\ v_{Fm} = \omega L \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{FP}}{r} = \frac{v_{Fm}}{L}$$

$$E_{PPI} + E_{PmI} = E_{CmF} + E_{RmF} + E_{PPF}$$
$$E_{PmI} = E_{CmF} + E_{RmF}$$
$$mgL = \frac{1}{2}mv_{Fm}^2 + \frac{1}{2}I_0\frac{v_{Fm}^2}{L^2} = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I_0}{L^2}\right)v_{Fm}^2$$
$$\sqrt{\frac{\mathbf{2mgL^3}}{\mathbf{mL^2 + I_0}}} = \mathbf{v_{Fm}}$$

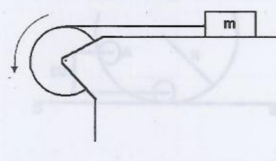
45 – Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 19 kg puede girar sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal. Lleva unidos a el, por medio de barras de masas despreciables, dos cuerpos puntuales de masas m_1 y m_2. Si se deja en libertad al sistema a partir del reposo, calcular el módulo de la velocidad del cuerpo puntual de masa m_2 cuando pasa por su posición más baja.

m_1 = 1 kg y m_2 = 2 m_1
L_1 = 1 m y L_2 = 2 m



$$\begin{cases} E_{MI} = E_{PPI} + E_{Pm1I} + E_{Pm2I} \\ E_{MF} = E_{Cm1F} + E_{Cm2F} + E_{RPF} + E_{PPF} + E_{Pm1F} \\ E_{PPI} = E_{PPF} \\ v_{FP} = \omega R \\ v_{Fm1} = \omega(L_1 + R) \\ v_{Fm2} = \omega(L_2 + R) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{v_{Fm2}}{L_2 + R} = \dfrac{v_{FP}}{R} \\ \dfrac{v_{Fm1}}{L_1 + R} = \dfrac{v_{Fm2}}{L_2 + R} \end{cases}$$

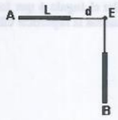
$$E_{Pm1I} + E_{Pm2I} = E_{Cm1F} + E_{Cm2F} + E_{RPF} + E_{PPF} + E_{Pm1F}$$
$$m_1 g(L_1 + 2R + L_2) + m_2 g(L_2 + R) = \frac{1}{2}m_1 v_{Fm1^2} + \frac{1}{2}m_2 v_{Fm2}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\omega^2 + m_1 g(L_1 + R)$$
$$90J = \frac{1}{2}m_1\frac{v_{Fm2^2}(L_1 + R)^2}{(L_2 + R)^2} + \frac{1}{2}m_2 v_{Fm2}^2 + \frac{1}{4}MR^2\frac{v_{Fm2}^2}{(L_2 + R)^2} + m_1 g(L_2 + R)$$
$$90J = \frac{1}{2}m_1\frac{v_{Fm2^2}(L_1 + R)^2}{(L_2 + R)^2} + \frac{1}{2}m_2 v_{Fm2}^2 + \frac{1}{4}MR^2\frac{v_{Fm2}^2}{(L_2 + R)^2} + m_1 g(L_1 + R)$$
$$90J = (0.18 + 1 + 0.19)v_{Fm2}^2 + 25J$$
$$65J = (0.18 + 1 + 0.19)v_{Fm2}^2 \Rightarrow \mathbf{v_{Fm2} = 6.88\frac{m}{s}}$$



46 – La polea mostrada en la figura tiene un momento de inercia de 2 kgm[2]. Inicialmente se hace girar la polea de radio 0,5 m en el sentido indicado de manera tal que el bloque de masa 5 kg es empujado a lo largo de la mesa a una velocidad de 3 m/s.
Si se deja libre al sistema, este llega al reposo después que el bloque se desplaza 50 cm. Hallar la intensidad de la fuerza de rozamiento sobre el bloque.

$$W_{Fr} = \Delta E_M = E_{MF} - E_{MI} = -E_{MI}$$
$$-F_R 0.5 = -\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}\frac{I_0 v_f^2}{R^2} \Rightarrow \mathbf{F_R = 117N}$$

47 – Una barra homogénea de longitud 3 m está vinculada a otra de masa despreciable y de longitud 1,5 m y puede girar sin rozamiento alrededor del eje fijo E. Se libera en posición horizontal y al llegar a la posición vertical se desprende del eje E. Hallar la velocidad angular de la barra un segundo después de haber pasado por su posición vertical.



Como la barra gira respecto de un eje desplazado del baricéntrico, podemos decir que finalmente solo tenemos ROTACION PURA:

$$\Delta E_{MI} = E_{MF} \Rightarrow \begin{cases} E_{MI} = E_P = mg\left(\dfrac{L}{2} + d\right) \\ E_{MF} = E_R = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{12}mL^2 + m\left(\dfrac{L}{2} + d\right)^2\right)\omega^2 \end{cases}$$
$$g\left(\frac{L}{2} + d\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{12} + 9\right)\omega^2$$
$$30J = \frac{39}{8}\omega^2 \Rightarrow \omega = 2.48\ s^{-1}$$

Como la única fuerza actuante es el Peso, que pasa por el Cm que se transforma, en el centro de rotación de la Barra, no genera momento Angular, una vez desprendida de la varilla de masa despreciable en la vertical:

$$\alpha = 0 \Rightarrow \mathbf{\omega_f = 2.48\ s^{-1}}$$

48 – Una esfera homogénea de radio cualquiera, parte del reposo en A y puede rodar sin resbalar sobre la superficie AB. En este punto la velocidad de su centro de masa es 10 m/s y choca en forma perfectamente elástica con una esfera idéntica suspendida como un péndulo sostenido por una barra rígida con masa despreciable y que se halla en reposo. Calcular
a) la altura inicial de la primera esfera
b) la altura alcanzada por la segunda esfera.

a)

$$\Delta E_{MI} = E_{MF} \Rightarrow \begin{cases} E_{MI} = E_P = mgh \\ E_{MF} = E_R = E_{CF} + E_{RF} = \dfrac{1}{2}v_f^2 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{5}m\right)v_f^2 \end{cases} \Rightarrow h = \frac{v_f^2}{5g} + \frac{v_f^2}{2g} = \mathbf{7\ m}$$

b)

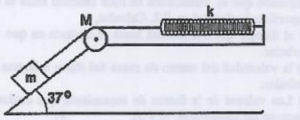
En el choque ELASTICO se conserva LA ENERGIA CINETICA TOTAL Y EL MOMENTO LINEAL TOTAL inmediatamente después del choque:

$$\begin{cases} m\vec{v}_{1i} + m\vec{v}_{2i} = m\vec{v}_{1f} + m\vec{v}_{2f} \\ \dfrac{1}{2}mv_{1i}^2 + \dfrac{1}{2}mv_{2i}^2 = \dfrac{1}{2}mv_{1f}^2 + \dfrac{1}{2}mv_{2f}^2 \\ v_{2i} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v}_{1i} = \vec{v}_{1f} + \vec{v}_{2f} \\ v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 \\ v_{1i} = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_{2f} = \vec{v}_{1i} - \vec{v}_{2f} \Rightarrow$$
$$100 = (10 - v_{2f})^2 + v_{2f}^2 \Rightarrow 2v_{2f}^2 - 20v_{2f} = 0 \Rightarrow v_{2f} = 10\frac{m}{s}$$

En el péndulo se conserva la ENERGIA TOTAL en todo el recorrido:

$$\Delta E_{MI} = E_{MF} \Rightarrow \begin{cases} E_{MI} = E_{CI} = \dfrac{1}{2}mv^2 \\ E_{MF} = E_{PF} = mgh \end{cases} \Rightarrow h = \frac{1}{2g}v^2 = \mathbf{5m}$$

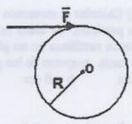
49 - En el sistema de la figura, el bloque de masa m_1 = 1 kg está inicialmente en reposo sobre un plano inclinado 37° respecto de la horizontal. Entre el bloque y el plano no existe rozamiento. Dicho bloque está unido al extremo de un resorte no deformado mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable. El hilo pasa por una polea cilíndrica de masa M = 2 kg. Se deja el sistema en libertad, y el bloque desciende sobre el plano inclinado. Hallar la velocidad del mismo cuando ha recorrido 0,5m sobre dicho plano.



k = 16 N / m

$$\Delta E_{MI} = E_{MF} \Rightarrow \begin{cases} E_{MI} = E_{Pm} = mgh = mg\Delta sSin(\alpha) = 3J \\ E_{MF} = E_{CmF} + E_{RPF} + E_E = \dfrac{1}{2}mv_f^2 + \dfrac{1}{4}Mv_f^2 + \dfrac{1}{2}k\Delta s^2 = v_f^2 + 2 \end{cases} \Rightarrow \mathbf{v_f = 1\frac{m}{s}}$$

50 - Un disco de radio 20 cm puede girar alrededor de O apoyado sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Inicialmente está girando en sentido de las agujas del reloj con una velocidad angular de 20 s[-1]. Se le aplica una fuerza de 30 N tangente al borde del disco como indica la figura durante 1 segundo. Como resultado se observa que el disco continúa girando con una velocidad angular de 100 s[-1]. Hallar:
a) el impulso del momento de la fuerza
b) el momento de inercia del disco.



a)

Momento de Inercia Puntual:

$$M_F = \tau = F_T R = a_T mR = \frac{dv_T}{dt}mR = \frac{d\omega}{dt}mR^2 = \alpha I_{Puntual}$$

Momento de Inercia del Sólido respecto del Impulso (Tiempo):

$$\sum \tau = \alpha I_{Solido} = \frac{d\omega}{dt}I_{Solido} \Rightarrow \int M_{Neto}dt = \Delta\omega I_{Solido} = Impulso$$
$$\int_0^t M_{Neto}\mathrm{dt} = M_{Neto}\int_0^t \mathrm{dt} = FR\Delta t = \mathbf{6Nms}$$

b)

$$Impulso = \Delta L = \Delta\omega I_{Solido} \Rightarrow I_{Solido} = \frac{\Delta L}{\Delta\omega} = \mathbf{0.075\ Kgm^2}$$

51 - Un hombre está parado verticalmente sobre el eje de una plataforma que gira sin rozamiento alrededor de un eje vertical con frecuencia de 1 r.p.m. Sus brazos están estirados y sostiene una pesa en cada mano. En esa posición el momento de inercia total del conjunto con respecto al eje es 6 kgm². Al acercar las pesas al cuerpo el momento de inercia disminuye hasta 4 kgm².
a) Cuál es el módulo de la velocidad angular de la plataforma en la última posición?
b) Calcule el trabajo de todas las fuerzas involucradas en este proceso.

a)

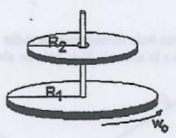
Como podemos observar la sumatorias de torques al no haber momentos externos en el Sistema propuesto, se mantiene constante, como lo hace en el momento lineal, pero acá tengamos en cuenta que el momento de inercia se modifica:

$$\sum \tau = 0 = \frac{dL}{dt} \Rightarrow L_I = L_F \Rightarrow \omega_F = \frac{\omega_I I_I}{I_F} = \frac{6*2\pi*f}{4*60} = \boldsymbol{\frac{\pi}{20} s^{-1}}$$
$$6kgm^2 = I_{Conjunto}\Delta\omega$$

b)

$$W_F = \Delta E_M = \frac{1}{2}\left(I_f\omega_f^2 - I_I\omega_I^2\right) = \boldsymbol{0.0164J}$$

52 - Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 10 kg, está girando en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por su centro a razón de 300 revoluciones por minuto. Un segundo disco de radio 30 cm y masa 8 kg, inicialmente en reposo, está situado por encima del primero y montado en el mismo eje, se deja caer sobre el primer disco de modo que quedan unidos. Hallar:
a) La velocidad angular del conjunto formado por los discos.
b) La pérdida de energía cinética como consecuencia del choque entre los dos discos.



a)

Como podemos observar la sumatorias de torques al no haber momentos externos en el Sistema propuesto, se mantiene constante, como lo hace en el momento lineal, pero acá tengamos en cuenta que el momento de inercia se modifica:

$$\sum \tau = 0 = \frac{dL}{dt} \Rightarrow L_i = L_F \Rightarrow \begin{cases} L_i = I_{1i}\omega_i = \left(\frac{1}{2}M_1R_1^2\right)\frac{2\pi f}{60} = 12.5\pi Nms \\ I_f = I_{CompF}\omega_f = \left(\frac{1}{2}M_1R_1^2 + \frac{1}{2}M_2R_2^2\right)\omega_f = 1.61\ Kgm^2\omega_f \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{\omega_f = 24.4\ s^{-1}}$$

b)

$$W_F = \Delta E_C = E_{RI} - E_{RF} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}M_1R_1^2 + \frac{1}{2}M_2R_2^2\right)\omega_f^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{2}M_1R_1^2\omega_i^2 = \boldsymbol{-137J}$$

53 - Un disco homogéneo de radio 30 cm está girando alrededor de su eje vertical con velocidad angular de 4 1/s. En determinado momento se pone en contacto con una superficie horizontal. El coeficiente de roce cinético entre el disco y la superficie horizontal es 0,1. Calcular
a) el tiempo que debe transcurrir hasta el instante en que se detiene.
b) el número de vueltas que efectúa el disco en el tiempo calculado en a).

a)

Si bien el tiempo pareciera no salir de ninguna variable específica, podemos pensar en un fenómeno que surge en relación al tiempo, el Impulso Lineal y Rotacional que no se mantiene constante durante el Choque porque la F de Roce le aporta momento:

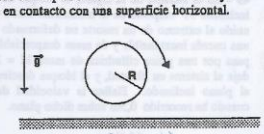
REVISAR Y AVISAR SI ESTA MAL RESUELTO NO COINCIDE CON RESULTADO DE LA GUIA

$$\begin{cases} I_R = \int_{t_i}^{t_f} M_{Neto}dt = -F_RR\Delta t = \Delta L = I(\omega_F - \omega_I) = \frac{1}{2}mR^2\omega_F - \frac{1}{2}mR^2\omega_I \\ I_L = \int_{t_i}^{t_f} F_{Neta}dt = \Delta P = F_R\Delta t = m(v_{CmF} - v_{CmI}) = mv_{CmF} \end{cases} \Rightarrow$$
$$v_{Cmi} = \omega R$$
$$-F_R\cancel{R}\Delta t = \frac{1}{2}mR^{\cancel{2}}\omega_f - \frac{1}{2}mR^{\cancel{2}}\omega_I$$
$$-F_R\Delta t = \frac{1}{2}m\cancel{R}\frac{v_{CmF}}{\cancel{R}} - \frac{3}{5}m \Rightarrow$$
$$\frac{3}{2}\cancel{m}v_{CmF} = \frac{3}{5}\cancel{m} \Rightarrow v_{CmF} = \frac{2}{5}\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta t = 0.4s$$
$$\sum \tau = F_RR = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\mu g}{\frac{1}{2}R} = \frac{20}{3}s^{-2} \Rightarrow \omega(t_{RSD}) = -\frac{20}{3}t_{RSD} + \frac{2}{5} : 0.3 \Rightarrow t_{RSD} = 0.2s$$
$$\Delta t_{Total} = \Delta t + t_{RDS} = \boldsymbol{0.6s}$$

b)

$$\begin{cases} \Delta\theta_1 = 4\Delta t = 1.6 \\ \Delta\theta_2 = -\frac{1}{2}\frac{20}{3}t_{RSD}^2 + \frac{4}{3}t_{RSD} = 0.13 \end{cases} \Rightarrow n = \frac{\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2}{2\pi} = \boldsymbol{0.28}$$

54 - Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 5 kg está girando en un plano vertical alrededor de su eje con velocidad angular de 6 s⁻¹. En determinado momento se pone en contacto con una superficie horizontal. Sabiendo que el coeficiente de roce cinético entre el disco y la superficie horizontal es 0,2. Calcular,
a) el tiempo que transcurrirá hasta el instante en que ruede sin resbalar.
b) la velocidad del centro de masa del disco mientras rueda sin resbalar.
c) Los valores de la fuerza de rozamiento que actúan sobre el disco en las situaciones a) y b).



b) ESTATICA (CUANDO YA NO PATINA)

a)

Si bien el tiempo pareciera no salir de ninguna variable específica, podemos pensar en un fenómeno que surge en relación al tiempo, el Impulso Lineal y Rotacional:

$$\begin{cases} I_R = \int_{t_i}^{t_f} M_{Neto}dt = -F_RR\Delta t = \Delta L = I(\omega_F - \omega_I) = I\omega_F - 3.75Nms \\ I_L = \int_{t_i}^{t_f} F_{Neta}dt = \Delta P = F_R\Delta t = m(v_{CmF} - v_{CmI}) = mv_{CmF} \end{cases} \Rightarrow$$
$$v_{Cmi} = \omega R$$
$$-\mu PR\Delta t = I\omega_F - 3.75Nms = \frac{1}{2}\cancel{m}R^2\frac{F\Delta t}{\cancel{m}R} \Rightarrow \Delta t = \frac{2*3.75}{3\mu PR} = \boldsymbol{0.5s}$$

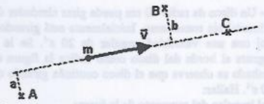
b)

$$v_{CmF} = \frac{F\Delta t}{m} = \frac{\mu P\Delta t}{m} = \boldsymbol{1\frac{m}{s}}$$

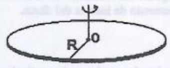
c)

$$F_{RC} = \mu P = \boldsymbol{10N}$$
$$F_{RDeslizando} = \boldsymbol{0N\ (Se\ anula\ la\ F_R\ sino\ giraría\ y\ rodaria\ sin\ resbalar)}$$

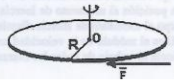
55 – a) Calcular el momento de la cantidad de movimiento de una partícula de masa m = 200 g que se desplaza en trayectoria rectilínea en un plano horizontal con velocidad v = 40 cm/s, respecto de los puntos A , B y C de la figura.
a = 6 cm b = 8 cm m = 200 g v = 4 m/s



b) Un disco de masa 2 kg y radio 20 cm gira alrededor de la vertical que pasa por O, dando 50 vueltas por segundo en el sentido indicado en la figura. Hallar el momento de la cantidad de movimiento del disco respecto de O.



c) Hallar el valor de la fuerza F perpendicular a R, en el mismo plano y de módulo constante, necesaria a aplicar en el borde del disco de la parte b) para frenarlo en 10 segundos.



a)

MOMENTO o TORQUE DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO:

$$\Delta\vec{P}x\vec{r}$$

Como vemos el ángulo entre la velocidad de m y A y B es 90, pero de signos contrarios debido al sentido del torque, el primero entra a la HOJA, y el segundo es saliente:

$$M_{PA} = mva = \boldsymbol{0.048\ Kg\frac{m^2}{s}}$$
$$M_{PB} = -mvb = \boldsymbol{-0.064\ Kg\frac{m^2}{s}}$$

Como vemos el ángulo entre la velocidad de m y C es CERO:

$$M_{PB} = \boldsymbol{0\ Kg\frac{m^2}{s}}$$

b)

MOMENTO o TORQUE DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ROTACIONAL:

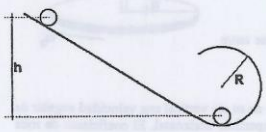
$$\vec{L} = I_0\omega$$
$$L = I_0 2\pi f = \boldsymbol{12.56\ Kg\frac{m^2}{s}}$$

c)

Lo que relaciona Momento con Tiempo, es el IMPULSO ROTACIONAL, o MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ROTACIONAL:

$$\int_{t_1}^{t_2} M_R dt = FR\Delta t = \Delta L = I\omega_f - I\omega_I = -I\omega_I \Rightarrow F = -\frac{I\omega_f}{R\Delta t} = \boldsymbol{6.28N}$$

56 - Una bola homogénea de radio r rueda sin deslizar a lo largo de una vía que forma un bucle. Parte del reposo a la altura h. Si la bola no abandona la vía en la parte superior del bucle y R es el radio del bucle.
a)Cuál debe ser el valor mínimo de h.
b)Cuál es la altura mínima si la bola se desliza a lo largo de la vía sin rozamiento.



a)

Como baja por la pendiente Rodando sin Deslizar se conserva la Energía mecánica de h a la base de la pendiente, desde el Cm:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{v_B^2}{r^2} \Rightarrow v_B^2 = \frac{10}{7}gh$$

En el rulo, ocurre lo mismo, la Energía mecánica se conserva, pero, debemos saber con qué velocidad debería alcanzar la altura máxima y determinar cuál es la altura máxima:

$$\begin{cases} h_{MaxCm} = 2R - 2r \\ R = R - r \\ F_{h_{MaxCm}} = P = mg = ma_c = m\frac{v_{MaxCm}^2}{R - r} \end{cases} \Rightarrow v_{MaxCm}^2 = g(R - r)$$

Ahora si estamos en condiciones de usar la Conservación de la energía mecánica en el Rulo para determinar la altura de la que debió ser lanzada la Bola;

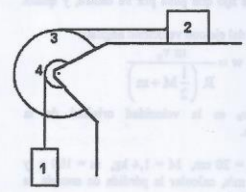
$$\frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2 = \frac{1}{2}mv_{MaxCm}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mv_{MaxCm}^2 + 2mg(R - r)$$
$$\frac{1}{2}\frac{10}{7}gh + \frac{1}{5}\frac{10}{7}gh = \frac{1}{2}g(R - r) + \frac{1}{5}g(R - r) + g2(R - r)$$
$$h = \frac{27}{10}(R - r) = \boldsymbol{2.7(R - r)}$$

b)

Si desliza lo hace como un Punto Material, y la altura máxima y Velocidad máxima es idéntica a a):

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2gh$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_{MaxCm}^2 + 2mg(R - r)$$
$$h = \frac{1}{2}(R - r) + 2(R - r) = \frac{5}{2}(R - r) = \boldsymbol{2.5(R - r)}$$

57 - Resolver el problema 16 usando consideraciones energéticas: Al descender el cuerpo de masa m_1, hace girar la polea cilíndrica y desplaza hacia la izquierda el cuerpo de masa m_2. El coeficiente de roce cinético entre éste último cuerpo y el plano horizontal es 0,1. Aceptando que las cuerdas son inextensibles, de masas y espesores despreciables, calcular la altura que descendió el cuerpo 1 hasta quedar detenido a partir de la posición para la cual la polea tenía una velocidad angular de 3 s⁻¹.



m_1 = 1kg m_2 = 20 kg
m_3 = 2 m_4 = 60 kg R_3 = 2 R_4 = 0,4 m

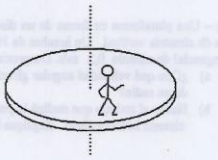
La energía POTENCIAL, de 2, 3, y 4 si bien están en las energías Mecánicas no las tendremos en cuenta porque son iguales, y se cancelan

$$W_{FR} = -m_2g\mu d = \Delta E_M \Rightarrow \begin{cases} E_{MI} = \frac{1}{2}I_3\omega^2 + \frac{1}{2}I_4\omega^2 + \frac{1}{2}m_1(\omega R_4)^2 + m_1gh + \frac{1}{2}m_2(\omega R_3)^2 \\ E_{MF} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$
$$m_2g\mu d = \frac{1}{2}I_3\omega^2 + \frac{1}{2}I_4\omega^2 + \frac{1}{2}m_1(\omega R_4)^2 + m_1gh + \frac{1}{2}m_2(\omega R_3)^2$$
$$20d = \frac{108}{5} + \frac{27}{10} + \frac{9}{50} + \frac{72}{5} + 10h = \frac{972}{25} + 10h$$

Como las poleas RUEDAN sin DESLIZAR, se cumple que:

$$v_T = \omega R \Rightarrow \begin{cases} \omega R_3 = \omega 2R_4 = v_2 \\ \omega R_4 = v_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{dv_2}{dt} = \frac{2dv_1}{dt} \Rightarrow d = 2h \Rightarrow$$
$$20h2 - 10h = \frac{972}{25} \Rightarrow \boldsymbol{h = 1.296m}$$

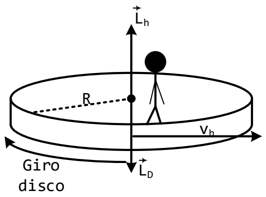
58 - Se monta una plataforma circular sobre un eje vertical sin rozamiento. Su radio es 2 m y su momento de inercia respecto del eje 280 kgm². Inicialmente está en reposo. Un hombre de 70 kg que está de pie en el borde de la plataforma empieza a pasear a lo largo del borde a una velocidad de 1 m/s respecto al suelo.
a) Cuál es la velocidad angular de la plataforma.
b) Cuando el hombre haya recorrido una vuelta alrededor de la plataforma, cuál será su desplazamiento angular respecto del suelo.



a)

SISTEMA HOMBRE-DISCO

MOMENTO FINAL DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL



En este caso, debemos analizar al SISTEMA formado por el HOMBRE-DISCO, si aislamos el sistema el MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL se mantiene constante:

$$\vec{L}_I = \vec{L}_F \Rightarrow \begin{cases} \vec{L}_I = 0\,Kg\dfrac{m^2}{s}\breve{k} \\ \vec{L}_F = \vec{L}_{Hombre} + \vec{L}_{Disco} \end{cases}$$

Sin embargo, como todos los momentos se encuentran sobre la misma dirección, sobre el eje de giro, podemos trabajar escalarmente, con las normas, teniendo en cuenta sus signos, tomando como referencia positiva para arriba o para abajo, en nuestro caso tomamos positivo MOMENTO HACIA ARRIBA:

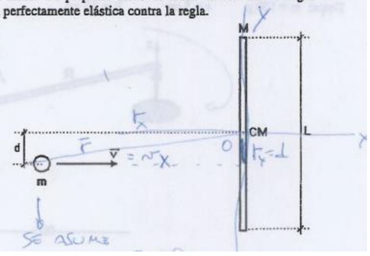
$$\begin{cases} L_I = 0\,Kg\dfrac{m^2}{s} \\ L_F = L_H + L_D = m_h v_h R - I_{Disco}\omega_{Disco} \end{cases} \Rightarrow \omega_{Disco} = \frac{m_h v_h R}{I_{Disco}} = \mathbf{0.5\ s^{-1}}$$

b)

Como lo pide el enunciado, debemos obtener inicialmente, cual es el movimiento del hombre respecto a la tierra, siendo que el hombre está sobre un disco que, rota a cierta velocidad angular, es decir existe un MOVIMIENTO RELATIVO de este respecto al disco:

$$v_{Hd} = v_{Ht} + v_{td}$$
$$\frac{v_{Hd}}{R} = \frac{v_{Ht}}{R} + \frac{v_{td}}{R}$$
$$\omega_{Hd} = \frac{v_{Ht}}{R} + \omega_{td} = 0.5\ s^{-1} + 0.5\ s^{-1} = 1\ s^{-1} \Rightarrow \begin{cases} \theta_{Hd}(t) = \omega_{Hd}t \\ \theta_{Ht}(t) = \omega_{Ht}t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{\omega_{Hd}} = 2\pi \Rightarrow$$
$$\theta_{Ht}(t) = \frac{1}{2}\ s^{-1}2\pi = \boldsymbol{\pi}$$

59 - Una varilla homogénea descansa sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Tiene masa M y puede moverse libremente de cualquier manera sobre la mesa. Un pequeño disco de masa m se mueve según indica la figura con velocidad v y choca en forma perfectamente elástica contra la regla.
a) Qué magnitudes se conservan en el choque?
b) Cuál debe ser el valor de la masa m del disco para que quede en reposo inmediatamente después del choque?
c) Resuelva el punto anterior para los siguientes datos:
M = 1 kg L = 1 m d = 0,2 m y
v = 20 m/s
d) Calcule cuál será la velocidad del centro de masa de la regla, su velocidad angular y la velocidad de la masa incidente después del choque para el caso en que m = 1 kg.



a)

Durante el choque se conserva EL MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL L, por no existir otro torque que los internos de interacción entre la m y la Varilla y por ser CHOQUE ELÁSTICO EL MOMENTO LINEAL P Y LA ENERGIA CINÉTICA, tener en cuenta los signos según la dirección.

b)

$$\begin{cases} mv_{mi} = Mv_{vf} + mv_{mf} = Mv_{vf} \\ mv_{mi}d = I_0\omega \cancel{+ mv_{mf}d + Mv_{vf}r} \\ \dfrac{1}{2}mv_{mi}^2 = \dfrac{1}{2}mv_{mf}^2 + \dfrac{1}{2}I_0\omega^2 + \dfrac{1}{2}Mv_{vf} \\ v_{mf} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{vf} = \dfrac{mv_{mi}}{M} \\ \omega = \dfrac{mv_{mi}d}{\frac{1}{12}ML^2} \end{cases} (INM.DESP.CHOQUE) \Rightarrow$$

$$mv_{mi}^2 = I_0\omega^2 + Mv_{vf}^2$$
$$mv_{mi}^2 = \frac{1}{12}ML^2\left(\frac{12mv_{mi}d}{ML^2}\right)^2 + M\left(\frac{mv_{mi}}{M}\right)^2$$
$$mv_{mi}^2 = \frac{12m^2v_{mi}^2d^2}{ML^2} + \frac{m^2v_{mi}^2}{M}$$
$$1 = \frac{12md^2}{ML^2} + \frac{m}{M} \Rightarrow \boldsymbol{m = \frac{ML^2}{12d^2 + L^2}}$$

c)

$$m = \frac{ML^2}{12d^2 + L^2} = \mathbf{0.675\ Kg}$$

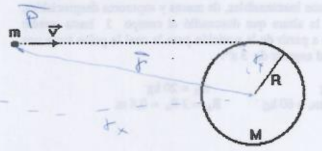
d)

$$\begin{cases} mv_{mi} = Mv_{vf} + mv_{mf} \\ mv_{mi}d = I_0\omega + mv_{mf}d \cancel{+ Mv_{vf}r} \\ \dfrac{1}{2}mv_{mi}^2 = \dfrac{1}{2}mv_{mf}^2 + \dfrac{1}{2}I_0\omega^2 + \dfrac{1}{2}Mv_{vf} \\ v_{mf} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20Ns = v_{vf}\,Kg + v_{mf}\,Kg \\ 4Nsm = \dfrac{1}{12}\omega + v_{mf}d\,Kg \\ mv_{mi}^2 = mv_{mf}^2 + I_0\omega^2 + Mv_{vf} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{vf} = 20\dfrac{Ns}{kg} - v_{mf}\,Kg \\ \omega\,Kgm^2 = 48Nsm - v_{mf}2.4mKg \\ mv_{mi}^2 = mv_{mf}^2 + I_0\omega^2 + Mv_{vf} \end{cases}$$

$$400J = Kg\,v_{mf}^2 + \frac{Kg\,m^2\left(48Nsm + v_{mf}2.4mKg\right)^2}{12\qquad Kg^2m^4} + Kg\left(20\frac{Ns}{kg} + v_{mf}\right)^2$$
$$400J = Kg\,v_{mf}^2 + 192J - 19.2v_{mf}Ns + 0.48v_{mf}^2Kg + 400J - 40v_{mf}Ns + Kgv_{mf}^2$$
$$0 = 2.48v_{mf}^2Kg - 59.2v_{mf}Ns + 192j \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{v_{mf} = 3.871\dfrac{m}{s}} \\ \boldsymbol{v_{vf} = 16.129\dfrac{m}{s}} \\ \boldsymbol{\omega = 38.7\ s^{-1}} \end{cases}$$

60 – Una pequeña partícula de masa m que posee una velocidad v_0, choca contra el borde del disco de masa M y radio R de la figura que puede girar libremente alrededor de un eje fijo que pasa por su centro, y queda unido a ella;
a) demostrar que después de la colisión el disco queda girando en torno del eje con velocidad angular:



$$w = \frac{m\,v_0}{R\left(\frac{1}{2}M + m\right)}$$

donde v_0 es la velocidad original de la partícula.

b) si R = 20 cm, M = 1,4 kg, m = 100 g y v_0 = 40 m/s, calcular la pérdida de energía a causa del choque.

Es suficiente con saber que, al no haber torques externos, el MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL se mantiene inalterado:

$$\begin{cases} mv_0R = (I_0 + I_B)\omega \\ v_f = \omega R \end{cases} \Rightarrow$$
$$mv_0R = \frac{1}{2}MR^2\omega + mR^2\omega$$
$$\omega = \frac{mv_0}{R\left(\frac{1}{2}M + m\right)}$$

$$W_F = \Delta E_M = \frac{1}{2}(I_0 + I_B)\omega^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0.016\omega^2 - 80J = \boldsymbol{-70J}$$

61 – Una plataforma en forma de un disco sólido uniforme de radio 6 m y masa 200 kg gira alrededor de su eje de simetría vertical. Un hombre de 100 kg está parado en el borde exterior y moviéndose a una velocidad tangencial de módulo 0,2 m/s. Despreciando el rozamiento sobre el eje.
a) ¿Con qué velocidad angular girará el disco si el hombre camina 3 m hacia el centro del disco a lo largo de un radio?
b) Hallar el trabajo que realizó la persona sobre el disco y la variación de energía cinética del sistema hombre disco. Explique la causa de la diferencia en los resultados.

a)

Es suficiente con saber que, al no haber torques externos, el MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL se mantiene inalterado:

$$L_I = L_F \Rightarrow \begin{cases} L_I = (I_0 + I_H)\omega_I \\ L_F = (I_0 + I_{H3m})\omega_F \\ \omega = \dfrac{v_T}{R} = \dfrac{v_{IH}}{R} = \dfrac{1}{30}\ s^{-1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\frac{1}{30}s^{-1} = \left(\frac{1}{2}MR^2 + m(R - 3m)^2\right)\omega_F$$

$$\omega_F = \frac{\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\frac{1}{30}s^{-1}}{\frac{1}{2}MR^2 + m(R - 3m)^2} = \frac{240}{4500}\ s^{-1} = \mathbf{0.053s^{-1}}$$

b)

Es suficiente con saber que, al no haber torques externos, el MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL se mantiene inalterado:

$$\Delta E_{CSistema} = \frac{1}{2}I_P\omega_f^2 + \frac{1}{2}m(R - 3m)^2\omega_f^2 - \frac{1}{2}I_P\omega^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \mathbf{2.32J}$$
$$W_{HD} = \Delta E_{MH} = \frac{1}{2}m(R - 3m)^2\omega_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \mathbf{-0.74J}$$

62 – Un disco de masa m y radio r, está situado a una distancia del eje z como muestra la figura, se encuentra girando alrededor del eje y con una velocidad angular w en un plano horizontal. Hallar la velocidad de precesión del disco alrededor del eje z.
Datos: m = 100 g r = 5 cm R = 10 cm w = 100 s⁻¹

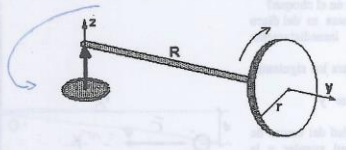
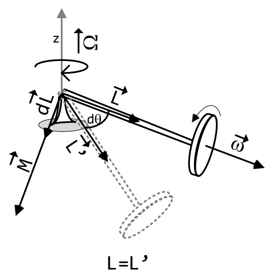
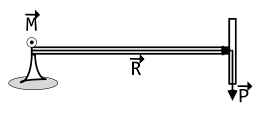


Diagrama del Brazo Giratorio con Volante



Momento fuerza respecto del Apoyo



M=mgR

Como podemos observar a medida que el Brazo gira sobre el punto de apoyo, su Momento de la cantidad de movimiento L debido al volante adosado de velocidad angular ω, colineales ambos, cuando se mueve un diferencial de ángulo, el momento cambia de dirección a L', pero no modifica su módulo. Este cambio de ángulo respecto al giro en este Apoyo, genera una VELOCIDAD ANGULAR DE PRECESIÓN paralela al eje de rotación z.

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Si observamos el $d\theta$ podemos determinar por representación en Radianes:

$$d\theta = \frac{diferencial\ de\ Distancia\ recorrida}{Radio} = \frac{diferencial\ de\ Momento\ de\ Cant\ M}{L}$$

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{dL}{Ldt} = \frac{dL}{dt} * \frac{1}{L} = \frac{M}{L} = \frac{mgR}{I_0\omega} = \frac{mR}{\frac{1}{2}Mr^2\omega} = \mathbf{7.84s^{-1}}$$

USARON $g = 9.8\frac{m}{s^2}$