

Unidad I - Óptica.

Refracción:

$$n_1 * \sin i = n_2 * \sin j$$

Fórmula de descarte:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{F} \quad (\text{Solo cóncavos y convexos})$$

Aumento lateral:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{-x'}{x}$$

Formula de Gauss:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{F} \quad (\text{Lentes cóncavos y convexos})$$

Aumento:

$$A = \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$$

Potencia:

$$P = \frac{1}{F}$$

Lamina de caras paralelas:

$$d = \frac{e}{\cos r} * \sin(i - r)$$

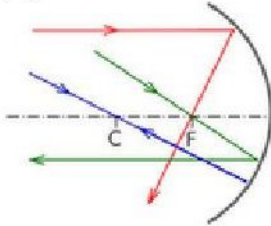
E: Espesor de la lámina.

D: Distancia de desfasaje.
(Desplazamiento lateral)

Distancia focal:

$$f = \frac{R}{2}$$

Espejo esférico cóncavo:



Espejo esférico convexo:

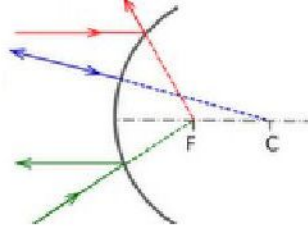


Imagen virtual: Se forma por una prolongación de rayos.

Imagen real: Se forma por intersección de rayos. En una pantalla.

Espejos cóncavos:

$$Y > C > F > V$$

Imagen {
Real
Menor
Invertida

Espejos convexos:

Imagen {
Virtual
Menor
Derecha

$$C > Y > F$$

Imagen {
Real
Mayor
Invertida

$$Y = C > F$$

Imagen {
Real
Igual
Invertida

$$C > F > Y$$

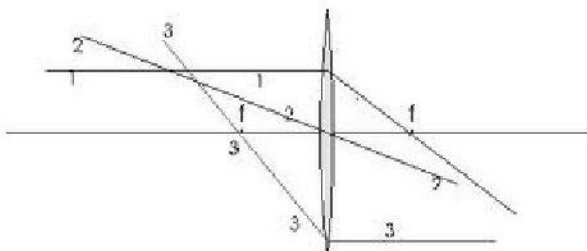
Imagen {
Virtual
Mayor
Derecho

$$C > Y = F > 0$$

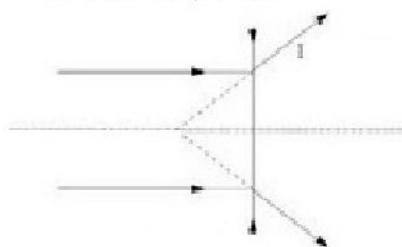
(No se forma imagen. El objeto se encuentra sobre el foco)

Rayos principales en lentes.

Lentes convergentes.



Lentes divergentes.



$$X = 2F \quad \text{Igual tamaño}$$

$$F < X < 2F \quad \text{Mayor tamaño} \quad \text{Imagen} \left\{ \begin{array}{l} \text{Real} \\ \text{Invertida} \end{array} \right.$$

$$X > 2F \quad \text{Menor tamaño}$$

$$X < F \quad \text{Lente convergente} \quad \text{Mayor tamaño}$$

$$X < F \quad \text{Lente divergente} \quad \text{Menor tamaño} \quad \text{Imagen} \left\{ \begin{array}{l} \text{Virtual} \\ \text{Derecha} \end{array} \right.$$

Unidad II - Cinemática.

M.R.U

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} X = X_0 + v * t \\ V = \text{cte} \\ A = 0 \end{cases}$$

M.R.U.V

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} X(t) = X_0 + V_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \\ V = V_0 + a * t \\ a = \text{cte} \end{cases}$$

Movimiento relativo.

$$V_m - t = V_m - a + V_a - t$$

Movimiento Circular (M.C)

α : Angulo en radianes.

ω : Velocidad angular.

γ : Aceleración angular.

$$\omega_m: \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

Velocidad angular media

$$\gamma_m: \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Aceleración angular media

$$\omega_i: \frac{d\alpha}{dt}$$

Velocidad instantanea

$$\gamma_i: \frac{d\omega}{dt}$$

Aceleración instantanea

$$\omega = 2 * \pi * f \quad \omega = 2 * \pi * \frac{1}{T} \quad T = 2 * \frac{\pi}{\omega}$$

Relación entre aceleración y movimiento escalar:

$$V = \omega * R$$

Velocidad angular:

$$\omega = \frac{V}{R}$$

Relación entre aceleración angular y aceleración escalar:

$$\gamma = \frac{a}{R} \Leftrightarrow a = \gamma * R$$

Aceleración Centrípeta:

$$\begin{aligned} a &= a_t + a_n \\ a_t &= \gamma * R * (\text{tau}) \\ a_n &= \omega^2 * R * (n) \end{aligned}$$

$$a_c = \omega^2 * r \quad \text{ó} \quad a_c = \frac{v^2}{R}$$

Unidad III - Dinámica.

Leyes de newton.

- Si $\vec{F} = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$
- $\vec{F} = m * a \Rightarrow \sum \vec{F} = m * \vec{a}$
- $\vec{F}_{\text{mia sobre cuerpo}} = \vec{F}_{\text{cuerpo sobre mi}}$

Importante para recordar:

$$\begin{aligned} P_x &= P * \sin \alpha \\ P_y &= P * \cos \alpha \end{aligned}$$

Fuerza de rozamiento estática (F_{re}):

$$F_{re} \leq F_{re \text{ .max}} = \mu_e * n$$

Fuerza de rozamiento dinámico (F_{rd}):

$$F_{rd} \leq \mu_d * n$$

Fuerza elástica en paralelo:

$$K_{eq} = k_1 + k_2 + k_n$$

Fuerza elástica (F_e):

$$F_e = K * \Delta_x$$

Fuerza elástica en serie:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_n}$$

Ley de gravitación universal:

$$F = G * \frac{m_1 * m_2}{d^2}$$

F: Fuerza de atracción.

G: Constante.

M1: Masa de cuerpo.

M2: Masa de cuerpo.

D: Distancia de separación entre cuerpos.

Unidad IV – Trabajo y Energía.

Impulso de una fuerza en un cierto lapso:

$$\vec{I}_{f-\Delta t} = \vec{F} * \Delta t \quad (\text{Para fuerza constante})$$

unidad de I: N.s

Teorema de la conservación de la energía y cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{I}_{\Delta t} = \Delta \vec{P}_{\Delta t}$$

Trabajo:

$$L = \vec{F} * D$$

Unidad: Joule

L: Trabajo
F: Fuerza aplicada.
D: Distancia recorrida

Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} * m * v^2$$

Cantidad de movimiento:

$$\vec{P} = m * \vec{v} \quad [P] = Kg * \frac{m}{s}$$

Energía potencial gravitatoria.

$$E_p = m * g * h$$

Energía potencial elástica.

$$E_e = \frac{1}{2} * k * \Delta x^2$$

Teorema del trabajo y energía cinética:

$$L_f = \Delta E_c$$
$$L_f = E_{cf} - E_{co}$$
$$F * d = \frac{1}{2} * m * v_f^2 - \frac{1}{2} * m * v_o^2$$

Fuerzas conservativas:

- Fuerza peso.
- Fuerza del resorte.

Energía mecánica del sistema:

$$E_m = E_c + E_p + E_e$$

Fuerza de roce:

$$-|F_r| * long_{a-b}$$

Teorema del trabajo y la energía mecánica.

(1) Si sobre el sistema dado actúan solo fuerzas conservatorias: $\Delta E_m = 0$ es decir $E_{mf} = E_{mo}$

(2) Si sobre el sistema actúan fuerzas NO conservativas. $\Delta E_m \neq 0$ es decir $E_{mf} \neq E_{mo}$

$$\text{Trabajo fuerza no conservativa} = E_{mf} - E_{mo}$$

Resolución de problemas:

Tipo de problema	Conclusión	Se plantea que:
Solo actúan fuerzas conservativas.	La energía mecánica del sistema se conserva.	$E_{mf} = E_{mo}$
Actúan fuerzas NO conservativas.	La energía mecánica del sistema NO se conserva	$L_{fnoconv} = E_{mf} - E_{mo}$

Unidad V – Fluidos.

Presión:

$$P = \frac{F}{S}$$

P: Presión.
F: Fuerza.
S: Superficie.

Densidad:

$$\delta = \frac{m}{v}$$

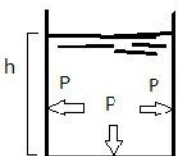
δ : Densidad.
m: Masa.
v: Volumen.

Peso específico:

$$\rho = \frac{p}{v}$$

$$\rho = \delta * g$$

ρ : Peso específico.
P: Peso
v: Volumen



$$P_h = \delta * g * h \quad \text{ó} \quad P_2 = P_1 + \delta * g * h$$

P_h : Presión a una altura.

δ : Densidad.

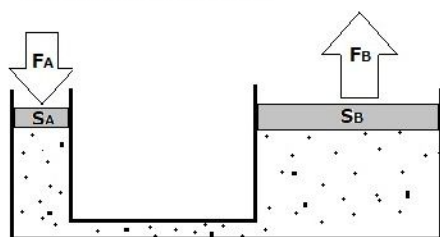
g: Gravedad.

h: profundidad.

Presión Absoluta y Manométrica

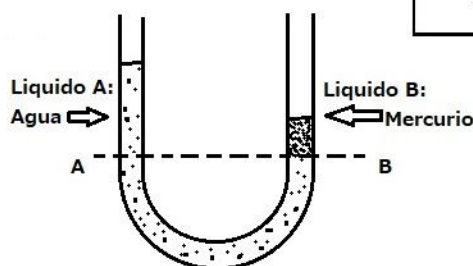
$$P_{\text{absoluta}} = P_{\text{monometra}} + 1 \text{ atm}$$

Prensa Hidráulica:



$$\frac{F_a}{\text{Sup}_a} = \frac{F_b}{\text{Sup}_b}$$

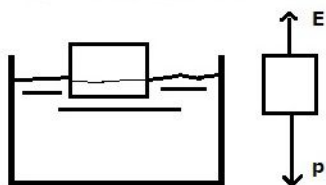
Tubos con forma de U:



$$\rho_a * h_a = \rho_b * h_b$$

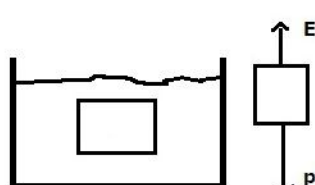
Casos de Flotación: Peso y Empuje.

(1) Cuerpo parcialmente sumergido.



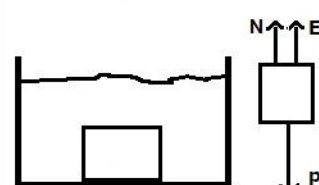
$$P = E$$

(2) Cuerpo sumergido.



$$P = E$$

(3) Cuerpo hundido.



$$P = N + E$$

Ecuación para calcular el empuje:

$$E = \rho_{\text{liq}} * Vol$$

$$E = \delta_{\text{liquido}} * Vol_{\text{sumergido}} * g$$

$$P = \delta_{\text{cuerpo}} * Vol_{\text{cuerpo}} * g$$

donde:

Todo cuerpo recibe una fuerza de empuje de abajo hacia arriba igual al peso del volumen del liquido desalojado.

Hidrodinámica:

Calculo del Caudal:

$$Q = \frac{V}{t} \quad \text{ó} \quad Q = \text{sup} * v$$

Unidad de caudal: m³/s

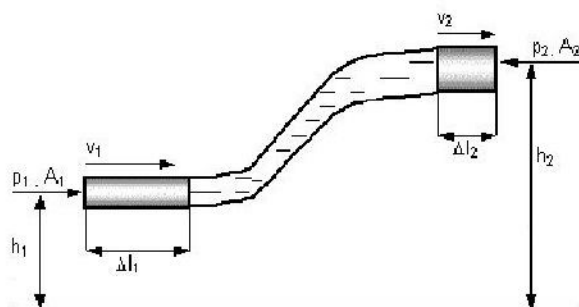
Q: Caudal.
V: Velocidad.
T: Tiempo.

Ecuación de continuidad:

$$Q_{\text{que entra}} = Q_{\text{que sale}}$$

$$V_e * S_e = V_s * S_s$$

Teorema de Bernoulli:



$$p_1 + \delta * g * h_1 + \frac{1}{2} * \delta * v_1^2 = p_2 + \delta * g * h_2 + \frac{1}{2} * \delta * v_2^2$$

P1: Presión de entrada.

P2: Presión de salida.

δ : Densidad del líquido.

V1: Velocidad del liquido en la entrada.

V2: Velocidad del liquido en la salida.

G: Aceleración de la gravedad.

H1: Altura del liquido en la entrada.

H2: Altura del liquido en la salida.

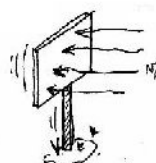
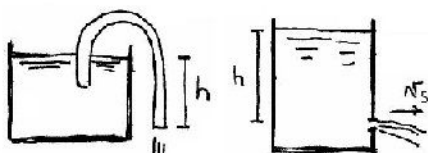
Teorema de torriceli:

$$v_s = \sqrt{2 * G * H}$$

G: Aceleración de la gravedad.

Vs: Velocidad con la que sale el agua de la perforación.

H: profundidad del agujero.



$$F = \frac{1}{2} * \delta_{\text{aire}} * v_a^2 * S_{\text{cartel}}$$

Unidad VI – Cinemática del sistema de partículas.

Posición del centro de masa:

$$R_{CM} = \frac{\sum m_i * r_i}{m_t} \quad X_{CM} = \frac{\sum m_i * X_i}{m_t} \quad Y_{CM} = \frac{\sum m_i * r_y}{m_t} \quad Z_{CM} = \frac{\sum m_i * r_z}{m_t}$$

Velocidad del centro de masa:

$$V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_i}{m_t} \quad V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_i}{m_t} \quad V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_y}{m_t} \quad V_{CM} = \frac{\sum m_i * V_z}{m_t}$$

Aceleración del centro de masa:

$$A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_i}{m_t} \quad A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_i}{m_t} \quad A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_y}{m_t} \quad A_{CM} = \frac{\sum m_i * A_z}{m_t}$$

Energía cinética del centro de masa.

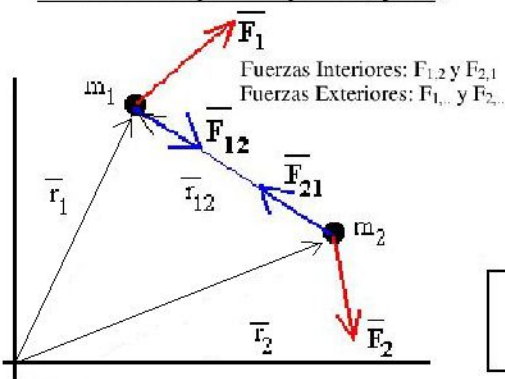
$$E_c = \frac{1}{2} * m_t * V_{CM}^2$$

Energía cinética del sistema de partículas.

$$\sum E_{ci} = \frac{1}{2} * m_1 * v_1^2 + \frac{1}{2} * m_2 * v_2^2 + \frac{1}{2} * m_i * v_i^2$$

Unidad VII – Dinámica del sistema de partículas.

Sistema compuesto por m_1 y m_2



$$\sum F_{ext} = m_{total} * a_{CM}$$

Las Fuerzas interiores se anulan unas con otras

Momento de una fuerza.

$$\overline{M}_F^{eje} = \vec{r} * \vec{F} = |R| * |F| * \text{sen}(\alpha)$$

$$\sum I_{m1} = \Delta_{PM1} \rightarrow I_{F1,2} = \Delta_{PM1}$$

$$\sum I_{m2} = \Delta_{PM2} \rightarrow I_{F2,1} = \Delta_{PM2}$$

Sumando ambas ecuaciones

$$I_{F1,2} + I_{F2,1} = \sum I_{Fext} = \Delta_{P_{SIST}} = \Delta P_{CM}$$

$$\sum I_{EXT \Delta T} = \Delta P_{CM}$$

Teoremas de conservación.

Conservación de la cantidad de movimiento.

$$P_{CM} = m_t * V_{CM}$$

$$* P_{sist} = \sum m_i * V_i \quad P_{CM} = P_{SIST}$$

$$* P_{CM} = V_{CM} * m_t$$

Conservación de la energía.

$$\begin{cases} E_{CM} = \frac{1}{2} * m_t * V_{CM}^2 \\ E_{CM} = \sum E_{ci} = \frac{1}{2} * m_1 * v_1^2 + \frac{1}{2} * m_2 * v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} * m_n * v_n^2 \end{cases}$$

Conservación del momento cinético.

$$\sum \overline{M}_{ext} = \Delta L_{sist}$$

$$\sum \overline{M}_{ext} = 0 \Rightarrow L_{sist} = cte$$

Teorema de conservación de la cantidad de movimiento del sistema.

Si $\sum I_{EXT \Delta T} = 0 \Rightarrow P_{sist} = cte$

$$P_{SIST INICIAL} = P_{SIST FINAL}$$

Unidad VIII – Choque.

se conserva la cantidad de movimiento.

$$P_{SIST\ ANTES} = P_{SIST\ DESPUÉS}$$

Coefficiente de restitución.

$$-\frac{V'_2 - V'_1}{V_2 - V_1} \begin{cases} e = 1 & \text{Choque elástico} \\ e = 0 & \text{Choque plástico} \\ 1 > e > 0 & \text{Inelástico} \\ e > 1 & \text{Explosivo} \end{cases}$$

Choque elástico

$$\Delta E_{cinética\ sistema} = 0$$

$$Ec_{sistema\ antes} = Ec_{sistema\ después}$$

Choque inelástico

$$\Delta E_{cinética\ sistema} \neq 0$$

Choque explosivo.

$$\Delta E_{cinética\ sistema} > 0$$

Choque plástico.

$$\Delta E_{cinética\ sistema} < 0$$

$$v'_1 = v'_2$$

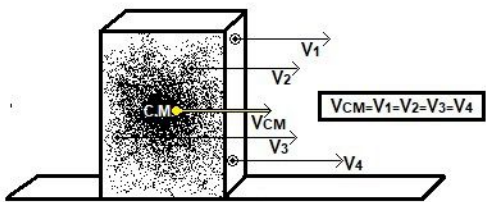
(Los cuerpos quedan unidos)

Unidad IX – Cinemática del cuerpo rígido.

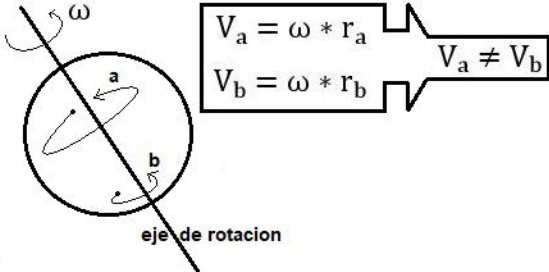
Movimientos posibles de un cuerpo rígido.

Traslación pura.

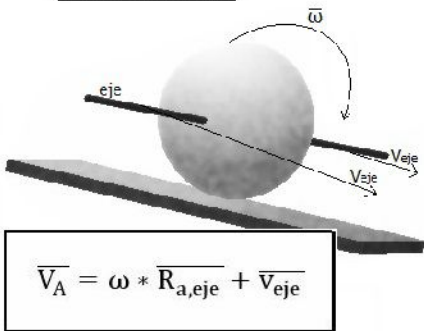
Se estudia como una única partícula.



Rotación pura alrededor de un eje.



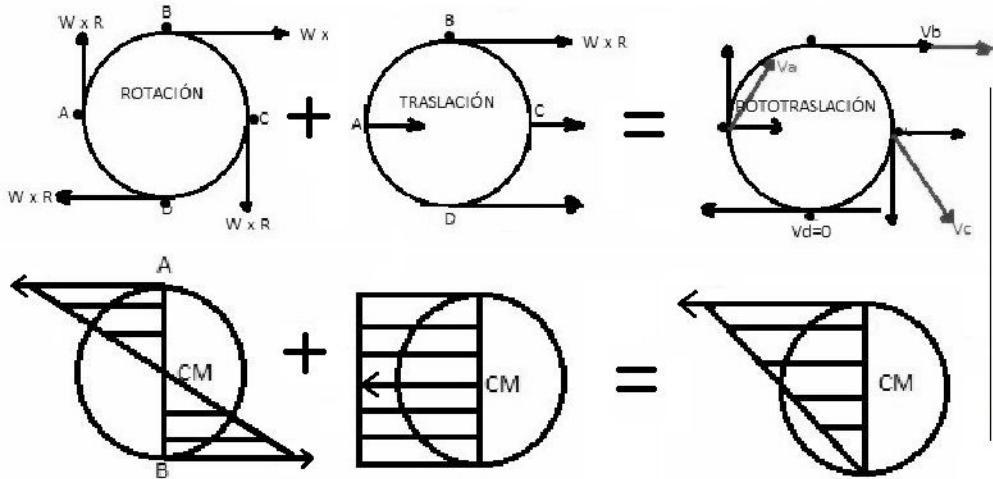
Rototraslación.



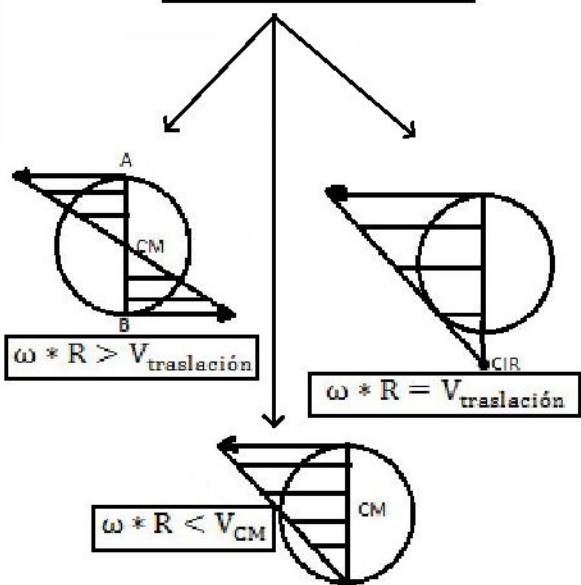
Rotación + Traslación.

Movimiento Rodadura.

Nota: Es un movimiento rototraslatorio.



$$|V_B| = |V_A| = \omega * R$$



Movimiento Plano.

En todos los movimientos planos existe un eje instantáneo de rotación, que es un eje respecto al cual el cuerpo rígido solo rota (no se traslada).

Ejes más usados.

- Eje Baricentrico (pasa por el centro de masa)
- Eje instantáneo de rotación (CIR)

Eje Instantáneo de rotación. CIR.

Es el punto de contacto entre el plano y el cuerpo que gira sin resbalar. Punto que tiene velocidad instantánea nula.

Para calcular la posición del centro instantáneo de rotación respecto del CM:

$$V_{CM} = \omega * d$$

Unidad IX – Dinámica del cuerpo rígido.

Calculo de Inercia.

Masa puntual:

$$I_{CR}^{eje} = \int d^2 * dm$$

kg.m²

d= distancia al eje.

Cuerpo rígido discreto:

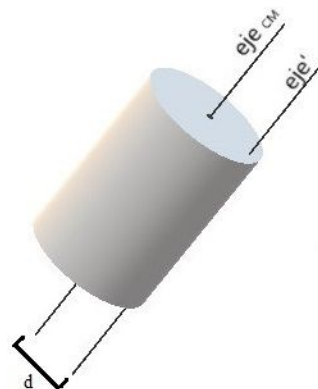
$$I_{CR}^{eje} = \sum m_i * d_i^2$$

kg.m²

d= distancia al eje.

Teorema de Steiner.

$$I_{CR}^{eje'} = I_{CR}^{eje \text{ baricentrico}} + M * d^2$$



Rodadura.

Condiciones de rodadura PURA.

$$V_{CM} = \omega * R$$

$$A_{CM} = \gamma * R$$

Tipos de Rodadura

Rodadura pura $V_{cm} = \omega * r$

Rodadura con deslizamiento hacia adelante

$$V_{cm} > \omega * r$$

Rodadura con deslizamiento hacia atrás

$$V_{cm} < \omega * r$$

Movimiento rototraslatorio.

Dinámica de traslación. (Cambio de velocidad de traslación – V_{CM})

$$\sum \vec{F}_{ext} = m * \vec{a}_{CM}$$

Dinámica de rotación. (Cambio de velocidad de rotación – ω)

$$\sum \vec{M}_F^{eje} = I^{eje} * \vec{\gamma}$$

\vec{M} : Momento de una fuerza.

I: Momento de inercia.

Momento de inercia para cuerpos rígidos (I).

Momento de inercia	I ^{Baricentrico}
Varilla c/ eje centrico	$\frac{1}{12} * (M * L^2)$
Varilla c/ eje extremo	$\frac{1}{3} * (M * L^2)$
Cilindro solido	$\frac{1}{2} (M * R^2)$
Cilindro hueco	$\frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$
Aro	$M * R^2$
Esfera solida	$\frac{2}{5} * M * R^2$
Esfera hueca	$\frac{2}{3} * M * R^2$
Plancha rectangular	$\frac{1}{12} * M (a^2 + b^2)$

Fuerza de rozamiento en rodadura (movimiento rototraslatorio)

Si un cuerpo patina (rueda y resbala)

$$F_r = \mu * N$$

Si un cuerpo rueda sin resbalar

$$F_r < F_{rMAX} < \mu * N$$

Nota: La fuerza de rozamiento no realiza trabajo, no se traslada.

Unidad X – Teoremas de conservación del cuerpo rígido.

Impulso y cantidad de movimiento. Energía mecánica del cuerpo rígido.

$$\sum \vec{I}_{EXT} = \Delta \vec{P}_{CM}$$

$$\vec{I}_{F-\Delta t} = \vec{F} * \Delta t$$

Si $\vec{I}_{F-\Delta t} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{CM} = cte$

$$\vec{P}_{CM} = m * \vec{v}_{CM}$$

$$E_{Ccr} = E_{Ctraslación} + E_{Crotación}$$

$$E_{Ctraslación} = \frac{1}{2} * m * v_{CM}^2$$

$$E_{Crotación} = \frac{1}{2} * I^{bar} * \omega^2$$

$$E_{PE} = \frac{1}{2} * K * \Delta X^2$$

$$E_{PG} = m * g * h_{CM}$$

Energía Cinetica si
conozco el CIR

$$E_c = \frac{1}{2} * I^{c.i.r} * \omega^2$$

Momento del impulso y
cantidad de movimiento ang

$$\sum I_{M_{Fext}, \Delta t}^0 = \Delta L_{CR, \Delta t}^0$$

Trabajo y energía.

$$\sum L_{ext} = \Delta E_c$$

$$\sum L_{FNC} = \Delta E_M$$

Si $\sum I_{M_{Fext}, \Delta t}^0 = 0 \Rightarrow \vec{L}_{sist}^0 = cte$

Si $P(m * v)$ es perpendicular a r

modulo $\Rightarrow r * m * v$

dirección $\Rightarrow w$ (velocidad angular)

sentido \Rightarrow regla de la mano derecha.

Momento cinético o cantidad de movimiento angular

Para una partícula

$$\vec{L}_A = \vec{r} \times m\vec{v}$$

(Traslacion
pura
en CR)

Para un Cuerpo que gira
al rededor de su CM

$$\vec{L}_{CM} = I_{CM} * \vec{\omega}$$

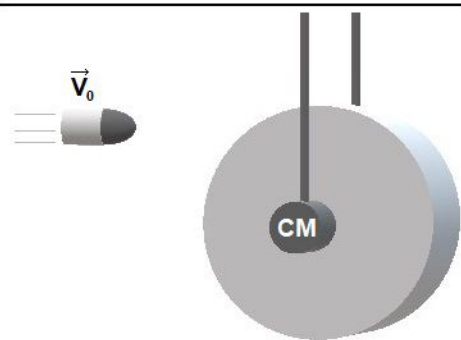
Para un CR que gira al rededor
de otro punto que no es su CM

$$\vec{L}_A = I_A * \vec{\omega}_A$$

Para un CR respecto
a un punto

$$\vec{L}_{CR}^0 = \vec{L}_{CR}^{CM} + \vec{L}_{CM}^0$$

Cuerpo que puede rotar alrededor de un eje fijo a la tierra que pasa por el centro de masa. Para el sistema cuerpo bala: No se conserva la cantidad de movimiento lineal ya que hay una reacción en el apoyo que impide al cuerpo trasladarse. Solo se conserva la cantidad de movimiento angular respecto al centro de masa. (Por que esa fuerza de reacción pasa justo por ahí y no produce momento)

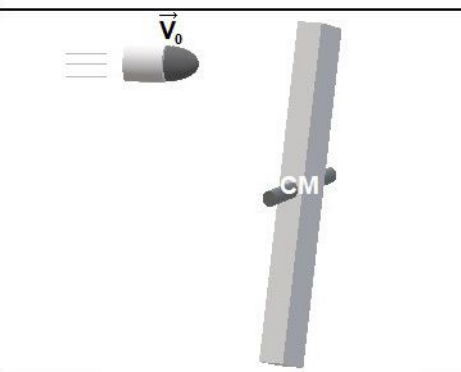


Impulsos que generan rotaciones

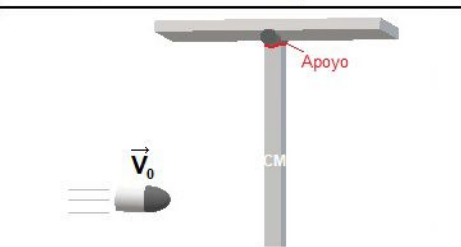
Cuando reciben impulsos a partir de golpes de bala, tacos de billar o martillazos, la reaccion de los cuerpos puede ser:

El centro de masa se traslada.
El cuerpo gira alrededor del centro de masa si esta libre o al rededor del vinculo si esta vinculado.

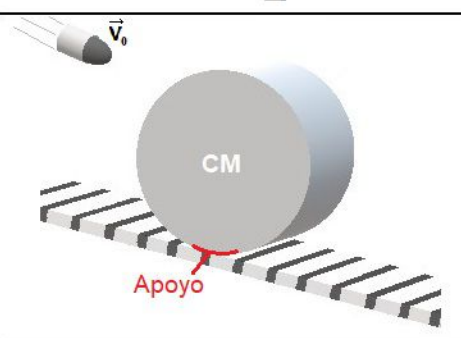
Cuerpo sin vinculo alguno, en una mesa sin rozamiento o flotando en el aire sin gravedad. Para el sistema cuerpo-bala: se conserva la cantidad de movimiento lineal. (no hay fuerzas exteriores). Se conserva la cantidad de movimiento angular con respecto al centro de masa o a cualquier otro punto.



Cuerpo vinculado pero no en el centro de masa. No se conserva la cantidad de movimiento lineal solo se conserva la cantidad de movimiento angular respecto al punto A porque la reacción no ejerce momento respecto a este punto.



Cilindros o esferas que reciben impulsos o se las tira sobre planos con rozamiento. No se conserva la cantidad de movimiento lineal (fuerza de roce exterior) solo se conserva la cantidad de movimiento angular con respecto al punto A (porque la fuerza de roce no ejerce momento respecto a este punto)



Unidad XI – Movimiento oscilatorio armónico (M.O.A)

Posición de la partícula

$$X(t) = A * \cos(\omega * t + \theta)$$

A: Amplitud
θ: Fase inicial.
T: tiempo.

Velocidad de la partícula

$$V(t) = - A * \omega * \text{sen}(\omega * t + \theta)$$

Aceleración de la partícula

$$A(t) = - A * \omega^2 * \cos(\omega * t + \theta)$$

X(t)- Posicion maxima (amplitud) = A
V(t)- Velocidad maxima = W * A
A(t)- Aceleracion maxima = -W²* A

	Sist. Masa - Resorte	Sist. Péndulo Ideal	Sist. Péndulo Físico
Pulsación (ω)	$\sqrt{\frac{k}{m}}$	$\sqrt{\frac{g}{l}}$	$\sqrt{\frac{m * g * d}{I_{CR}^{C.I.R}}}$
Período (T)	$2\pi * \sqrt{\frac{m}{k}}$	$2\pi * \sqrt{\frac{l}{g}}$	$2\pi * \sqrt{\frac{I_{CR}^{C.I.R}}{m * g * d}}$

m = Masa total del cuerpo rígido
d = Distancia del punto de aplicacion al centro de masa.