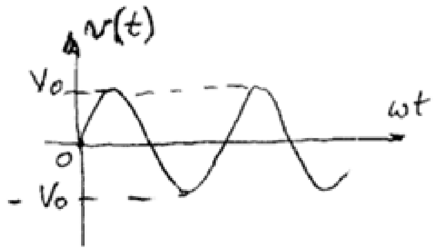
Corriente alterna (CA)

Vimos que, en la generación de CA, si hacemos girar un conjunto de espiras en el seno de un campo $\vec{B}$ uniforme, se genera una fem sinusoidal, la que generará una corriente sinusoidal de = frecuencia.

Esta situación (ddp y corriente alternos) es la que tenemos en la cotidianeidad, es nuestra <u>energía eléctrica domiciliaria</u>, la que oscila, en Argentina con una $f = 50$ Hertz o ciclos/s

Pero estamos habituados a referirnos a ella como 220V y ahora que conocemos su oscilación en t ¿Qué significa una tensión o ddp = 220V?



Este es un gráfico de la tensión domiciliaria, el seno oscila entre valores máximos $V_0 = 311V$

Definimos <u>VALOR EFICAZ</u>

Que se aplica a la corriente, pero se extiende a la tensión (que es quien la generó).

El valor eficaz de una corriente eléctrica alterna, es el valor una corriente constante que, al circular en una R, disipa la misma cantidad de calor (energía)

$$\boxed{I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt}} \quad \text{Análogamente} \quad \boxed{V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}}$$

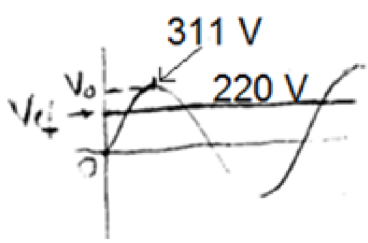
Nótese que el valor eficaz de una alterna es el valor cuadrático medio

Para variación sinusoidal, se cumple:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad y \quad V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

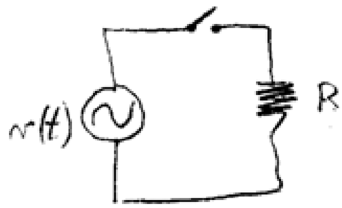
Para nuestra tensión domiciliaria, si $V_0 = 311\ V \Rightarrow \boxed{V_{ef} = 220\ V}$

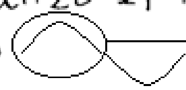
Esto significa claramente que, si reemplazamos la alterna de 220V eficaces aplicados a una estufa eléctrica, por una tensión continua cte de 220V, el resultado que la cantidad de calor entregada x la estufa no variará.

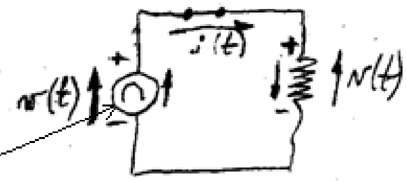


Ídem para I_{ef}

Análisis de las polaridades en alterna



En t=0 cierro interruptor y analizo el 1er semi-ciclo 

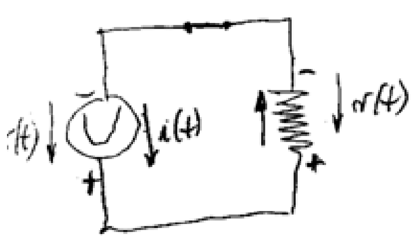


- En el 1er semiciclo: ∩ la ddp es la indicada en la fig → + arriba y − abajo, x lo tanto, la i(t) en el generador (recordar es un dispositivo activo ⇒ aumenta la U de los portadores de carga); entonces, en un dispositivo activo, la i(t) va de ⊖ a ⊕ (gana U); la v(t), en la fuente y en todos los casos es desde el menor potencial (−) al mayor (+): la ddp indica el sentido de menor a mayor potencial.

  En la fuente, los sentidos de la ddp y la corriente son iguales ⇒ esto indica que ese dispositivo entrega energía al circuito

  En la R, el sentido de la i(t) es de ⊕ a ⊖ ⇒ indica el sentido de consumo de U (disipación en la R) y la v(t) va de ⊖ a ⊕ (como siempre ∴ ddp sentido opuesto a la corriente ⇒ dispositivo pasivo

- En el 2do semiciclo: ∪



Ahora, nótese que se invirtieron los polos en la fuente y en la R → abajo tiene mayor potencial que arriba ∴ ambos parámetros; v(t) e i(t) se invierten, pero todo sigue igual!

En la fuente la ddp y la i(t) tienen = sentido (disp. activo)
En la R 〃 〃 〃 〃 〃 〃 sent. opuestos (〃 pasivo)
Esto sucede en todos y c/u de los ciclos de la alterna.
La U eléctrica en Argentina es 50Hz ó 50 ciclos/s.

Dispositivos activos: sentido ddp = sentido I; dispositivos pasivos sentidos opuestos.

Notación compleja

Es de uso extendido que i = corriente eléctrica, para evitar confusiones, para referirnos al número imaginario i lo llamamos j

Fórmula de Euler

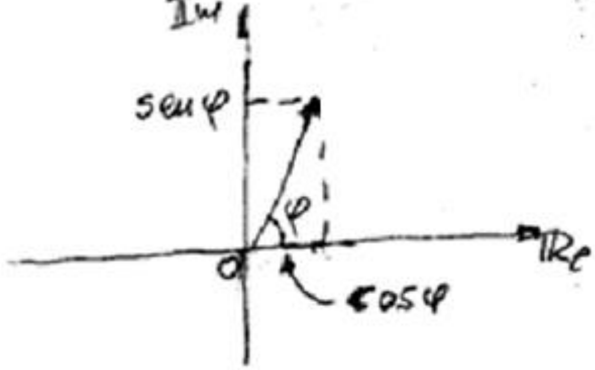
$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

Si $\varphi = 0 \Rightarrow \cos 0 + j\,\mathrm{sen}\,0 = 1$

Si $\varphi = \pi/2 \Rightarrow \cos \pi/2 + j\,\mathrm{sen}\,\pi/2 = j$

Si $\varphi = \pi \Rightarrow \cos \pi + j\,\mathrm{sen}\,\pi = -1$

Si $\varphi = \pi/4 \Rightarrow \cos \pi/4 + j\,\mathrm{sen}\,\pi/4 = \sqrt{2}/2 + j\,\sqrt{2}/2$



El fasor

El fasor es un número complejo que representa la amplitud y la fase de una sinusoide

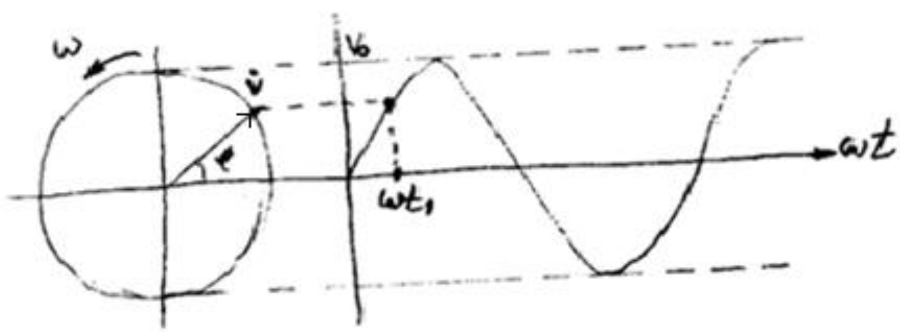
Si los argumentos de la funciones exponenciales y las trigonométricas no son ángulos con un único valor, sino varían con t:

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \operatorname{sen} \omega t$$

Siendo ω la velocidad angular en rad/s

La parte Re de este número complejo rotatorio, es su proyección sobre abscisas (eje Re) ∴ representa una oscilación cosenoidal.

La parte Im de este número complejo rotatorio, es su proyección sobre ordenadas (eje Im) ∴ representa una oscilación sinusoidal.



Se define al fasor (en este ejemplo $\dot{V}$) como un número complejo $\dot{V}$

El fasor es un pseudo vector (lo aplicamos a escalares como si fueran vectores).

Es una "flecha" que gira a velocidad angular ω constante, en sentido antihorario y se representa como un número complejo.

Una oscilacion sinusoidal está definida como:

$$y(t) = A\ \text{sen}\ (\omega t + \varphi)$$

$y(t)$: magnitud que oscila en t
φ: valor cte.
A: amplitud de la sinusoide (o valor pico)
$\omega = 2\pi f$: es la frec. angular y f la frec.
Esta oscilación se puede expresar:

$$y(t) = \text{Im}\left[A \cos(\omega t + \varphi) + j\ \text{sen}(\omega t + \varphi)\right]$$

Según Euler:

$$y(t) = \text{Im}\left(A\, e^{j(\omega t + \varphi)}\right) = \text{Im}\left(A\, e^{j\omega t}\, e^{j\varphi}\right) \quad (*)$$

La representación del fasor $\mathring{Y} = A e^{j\varphi}$
entonces $(*)$ queda $y(t) = \text{Im}\left(\mathring{Y}\, e^{j\omega t}\right)$

El fasor $\mathring{Y}$ es el número complejo constante que contiene la magnitud y la fase de la oscilación sinusoidal (nótese que en el fasor desapareció la frecuencia).

En ing. eléctrica, el $\measuredangle\ \varphi$ se lo especifica en grados sexagesimales.

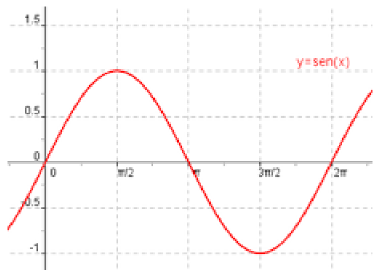
En algunos textos, la magnitud A puede encontrarse en valor eficaz. Nosotros nos quedamos con A en VALOR PICO o MÁXIMO

Recordar:

$$\operatorname{sen} \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$
$$\cos \alpha = \operatorname{sen}(90^\circ + \alpha)$$

El seno es + en el 1er. y en el 2do. cuadrante

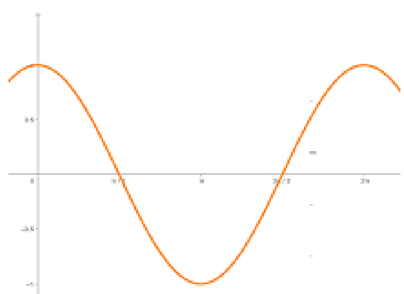
El seno es + en el 1er. y – en el 4to. cuadrante



Función impar: sen(x) ≠ sen(-x)

El coseno es + en el 1er. cuadrante y – en el 2do.

El coseno es + en el 1er. cuadrante y en el 4to.



Función par: cos(x) = cos(-x)

Ejemplo:

Expresar $\text{sen}\,(2000t + 50°)$ en coseno

$$\text{sen}\,(2000t + 50°) = \cos\left[90° - (2000t + 50°)\right]$$

$$= \cos\,(40° - 2000t) = \cos\,(\underbrace{-2000t}_{-\omega t} + 40°)$$

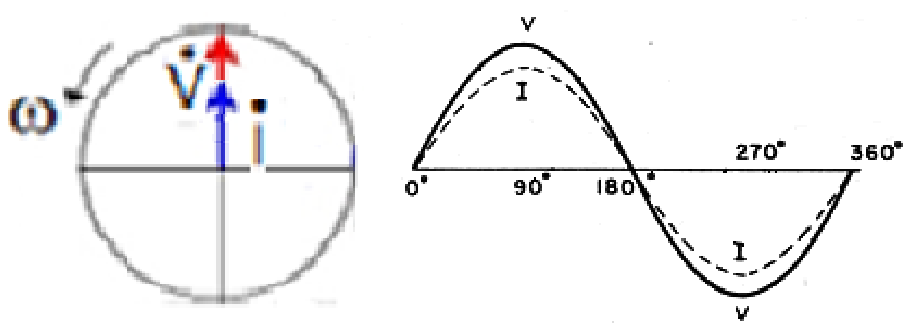
pero $\cos \omega t = \cos(-\omega t)$

$$\cos\,(-2000t + 40°) = \cos\,(2000t + 40°)$$

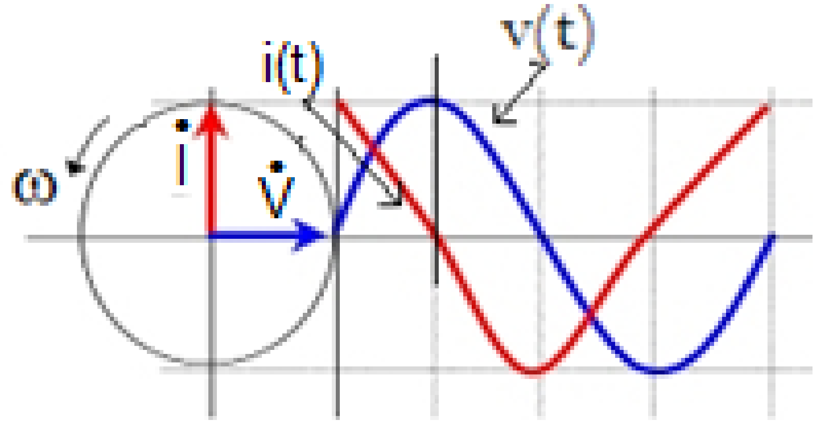
$$\boxed{\text{sen}\,(2000t + 50°) = \cos\,(2000t + 40°)}$$

FASE y DESFASE

Llamamos “en fase” si la onda correspondiente a la expresión de v(t) se encuentra en fase con la onda que corresponde a la expresión i(t): esto quiere decir que para un t dado, ambas responden al mismo valor en radianes o grados sexagesimales, significa que están en “fase” → figura



Llamamos “desfase” cuando v(t) e i(t) no responden al mismo valor angular, para igual t → figura:



Al igual que los complejos, los fasores pueden estar representados en forma binómica o polar

Supongamos tenemos una $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \varphi)$ [V]

$V_0 = 28$ V ; $f = 50$ Hz ; $\varphi = 30°$

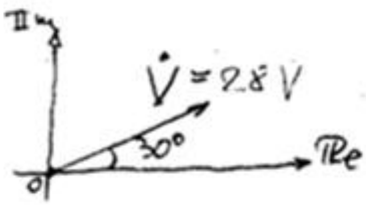
$v(t) = 28 \cos(2\pi \cdot 50 t + 30°)$ [V]

Expresado como FASOR

Forma polar: V módulo y ∡

$$\boxed{\dot{V} = 28 \angle 30° [V]}$$

Forma binómica: $\dot{V} = V_R + j\,V_L$



$V_R = 28 \cdot \cos 30°$

$V_L = 28 \cdot \operatorname{sen} 30°$

$$\boxed{\dot{V} = (24{,}2 + j14)\ V}$$

Ejemplo de expresiones fasoriales para una v(t) y una i(t)

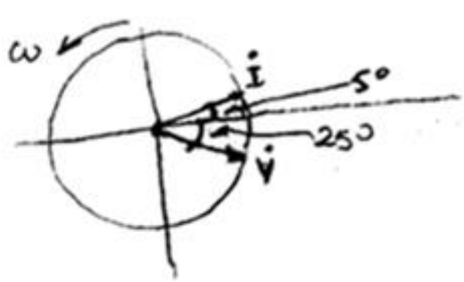
$v(t) = 50 \cos(2\pi.50t - 25°)[V]$ (en la expresión de v(t) siempre va la amplitud → V_0)

$i(t) = 8 \cos(2\pi 50t + 5°)[A]$ (ídem en i(t) → I_0)

ampliud = valor máximo

$\dot{V} = 50 \angle -25°$

$\dot{I} = 8 \angle 5°$



La diferencia de fase entre $\dot{V}$ e $\dot{I}$ es $= 30°$

Esta dif. de fase se mantiene cte, ya que la f (ó ω) no cambia en v(t) e i(t)

Circuitos con R, L y C en C.A.

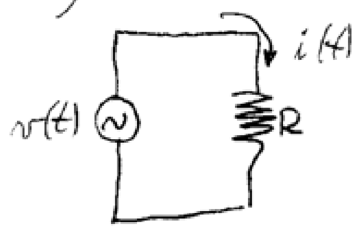
Recordar que una fuente de C.A. produce una fem entre sus terminales con una ddp oscilante, de la forma:

$$v(t) = V_0 \operatorname{sen} \omega t$$

V_0 : amplitud [V]

ω : frecuencia angular [rad/s]

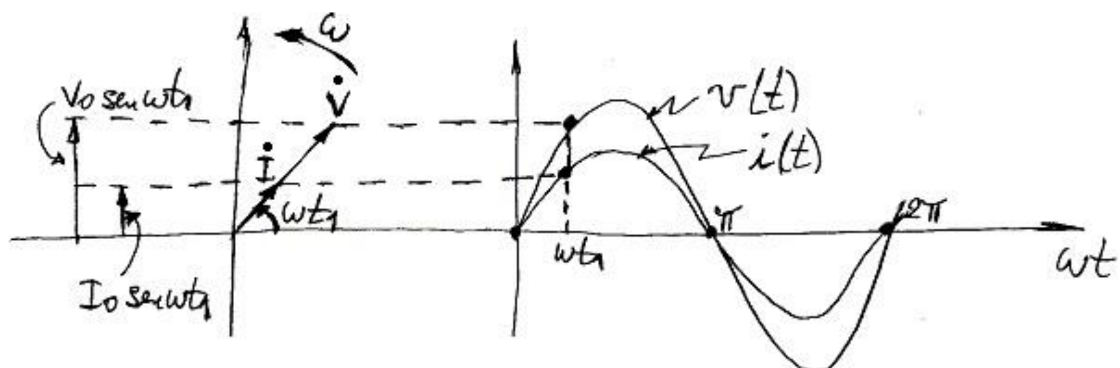
1) R



$$v(t) = v_R(t)$$

$$V_0 \operatorname{sen} \omega t = R\, i(t)$$

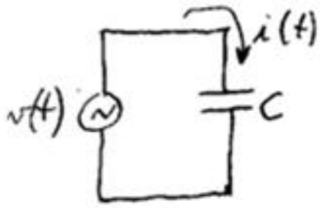
$$i(t) = \frac{V_0}{R} \operatorname{sen} \omega t \therefore \boxed{i(t) = I_0 \operatorname{sen} \omega t}$$



La proyección del fasor sobre el eje ordenado, representa la magnitud de $v(t)$ e $i(t)$ para un instante dado

En el diagrama fasorial se observa que un circuito R en C.A. el ángulo de fase entre V e I es nulo ($\dot{I} \parallel \dot{V}$).

2) C



$v(t) = v_c(t)$

$V_0 \operatorname{sen} \omega t = \dfrac{q(t)}{C} \Rightarrow C V_0 \operatorname{sen} \omega t = q(t)$ ⊗

Nuestra incognita es la corriente $i(t)$ y la ⊗ tiene como incógnita la carga que se va depositando en las placas del C ∴ derivamos ambos miembros de ⊗ para que aparezca la corriente i(t):

$\omega C V_0 \cos \omega t = \dfrac{dq(t)}{dt} \longrightarrow i(t) = \omega C V_0 \cos \omega t$

Como $v(t)$ está en sen e $i(t)$ está en cos ⇒ vamos a convertir a $i(t)$ en sen:

$\cos \omega t = \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2)$

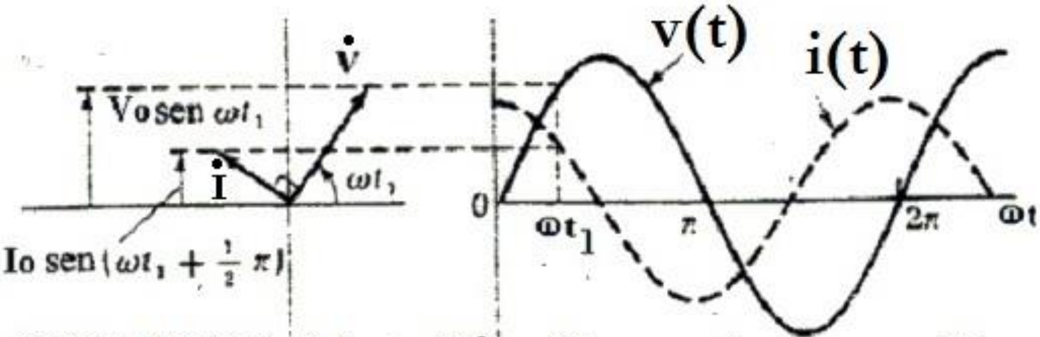
$i(t) = \omega C V_0 \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2)$

Veamos las unidades de $[\omega C V] = \frac{1}{s} F\, V = \frac{1}{s} \frac{C}{V} V$

$= \frac{1}{s} C = A$! $\omega C V_0$ es una corriente y como V_0 es la amplidud (valor máx) de $v(t)$ ⇒ $\omega C V = I_0$

I_0: Amplitud (Valor máx) de $i(t)$

$$\boxed{i(t) = I_0 \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$



i(t) SIEMPRE adelanta 90° a v(t) en un circuito capacitivo puro, obsérvese el diagrama fasorial.

$$[\omega C] = \frac{1}{s} F = \frac{1}{s}\frac{C}{V} = \frac{A}{V} = \frac{1}{\Omega} \Rightarrow \left[\frac{1}{\omega C}\right] = \Omega$$

El cociente $\frac{1}{\omega C}$ tiene unidad de impedimento a la circulación de la corriente (al = que el R), pero a diferencia del R, NO ES UN IMPEDIMENO DISIPATIVO (recordar que cuando un R es circulado por una corriente ⇒ disipación de calor: aquí NO hay disipación, pero sí impedimento.

La pregunta es ¿Qué se logra entonces, en un C, ante esta circunstancia?

Respuesta: El C almacena esa U en forma de campo eléctrico, entre sus placas

Llamamos a este impedimento no disipativo:

Reactancia capacitiva : $X_C = \frac{1}{\omega C}$ $[\Omega]$

Retomando ; $i(t) = \omega C V_0 \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2)$

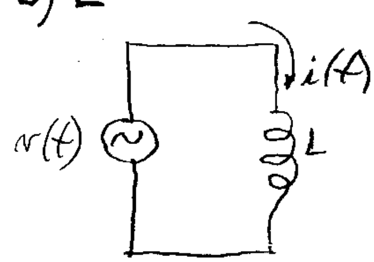
Se puede escribir : $i(t) = \frac{V_0}{X_C} \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2)$ con $I_0 = \frac{V_0}{X_C}$

En los circuitos con C ⇒ X_C limita la amplitud de la $i(t)$ (como la R en los circuitos resistivos)

Nótese que $X_c = f\left(\frac{1}{\omega}; \frac{1}{C}\right)$!

Cuanto más <u>alta</u> es la frecuencia ⇒ <u>menos</u> se opone el C y, a la inversa, cuanto $\omega \downarrow \Rightarrow X_C \uparrow$ ∴ en C.C. el impedimento es ∞ (ya que $\omega = 0$)

3) L



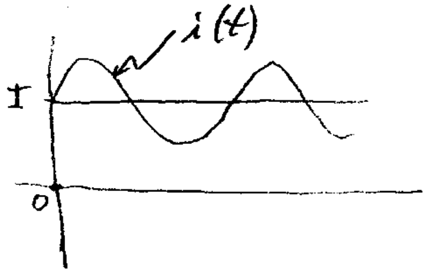
$v(t) = v_L(t)$

$V_0 \operatorname{sen} \omega t = L \frac{di(t)}{dt}$

Como la incógnita $i(t)$ está bajo derivada ⇒ hay que integrar

$\frac{d}{dt} i(t) = \frac{V_0}{L} \operatorname{sen} \omega t \rightarrow i(t) = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t + cte$

La cte. debe de tener unidad de corriente [A] y como integramos en el tiempo ⇒ es una corriente cte: esto modeliza el caso de una fuente que entregue una alterna superpuesta a una continua cte :



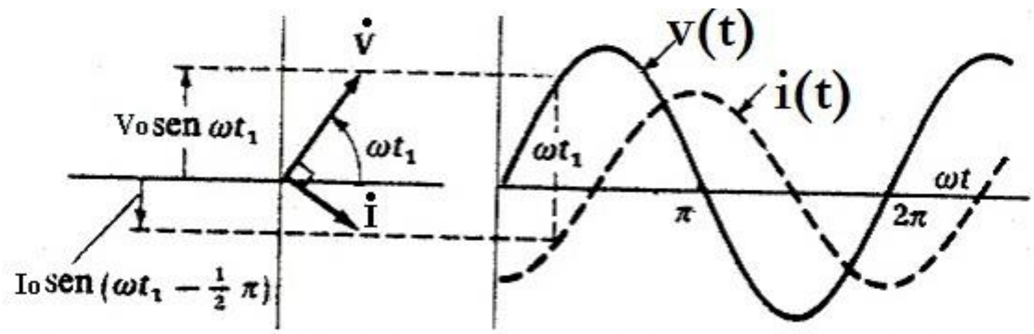
No es nuestro caso, ya que la $v(t)$ es una alterna pura $\therefore$ $\nexists$ continua alguna $\therefore$ cte de integración es NULA.

$$i(t) = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

Vamos a cambiar cos x sen:

$$-\cos \omega t = \operatorname{sen}(\omega t - \pi/2)$$

$$i(t) = \frac{V_0}{\omega L} \operatorname{sen}(\omega t - \pi/2)$$



v(t) adelanta 90° SIEMPRE a i(t) en un circuito inductivo puro.

Análisis dimensional término $[WL] = \frac{1}{s} H = \frac{1}{s} \frac{Wb}{A} = \frac{1}{s} \frac{V \cdot s}{A}$

$= \frac{V}{A} = \Omega \quad \therefore \quad [WL] = \Omega$

El producto wL tiene unidades de impedimento, como el R y la X_C; definimos la reactancia inductiva X_L como el impedimento a la circulación de la corriente que genera el inductor L y, como el C, NO ES DISIPATIVO este impedimento: aquí, la U, fruto de este impedimento, se guarda en el núcleo del L, en forma de campo magnético

$X_L = f(\omega, L)$

Cuanto + alta es W ⇒ + impide la circulación de la corriente ⇒

$W \uparrow \Rightarrow X_L \uparrow$; $\quad W = 0$ (C.C.) $\Rightarrow X_L = 0$

circuito capacitivo: la **I** adelanta a la **V**

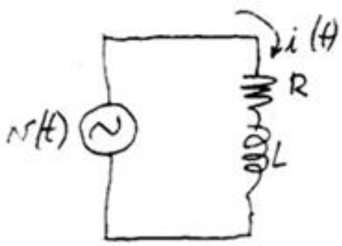
CIVIL

circuito inductivo: la **V** adelanta a la **I**

O sea, en un circuito <u>R puro</u>, no existe diferencia de fase entre v(t) e i(t) → $\varphi = 0°$; en un circuito <u>C puro</u> la v(t) atrasa a la i(t) en ¼ periodo → $\varphi = -90°$ en un circuito <u>L puro</u> la v(t) adelanta a la i(t) en ¼ periodo → $\varphi = 90°$.

4) RL

Vamos a resolver este, y los siguientes, aplicando la fórmula de Euler



$v(t) = V_0 e^{j\omega t}$

$i(t) = k e^{j\omega t}$

donde **k** es la incógnita que debemos de hallar para resolver la i(t); obsérvese que la frecuencia de i(t) es la de v (t), para todo circuito compuesto por **R**, **L** y **C**.

$v(t) = v_R(t) + v_L(t)$

$v(t) = R\, i(t) + L \dfrac{di(t)}{dt}$

$V_0 e^{j\omega t} = Rk e^{j\omega t} + L \dfrac{d}{dt} k e^{j\omega t} = Rk e^{j\omega t} + j\omega L k e^{j\omega t}$

$V_0 = kR + j\omega L k \therefore V_0 = k(R + j\omega L)$

$k = \dfrac{V_0}{R + j\omega L}$ reemplazando en la expresión de $i(t)$

$$\boxed{i(t) = \frac{V_0}{R + j\omega L} e^{j\omega t}}$$

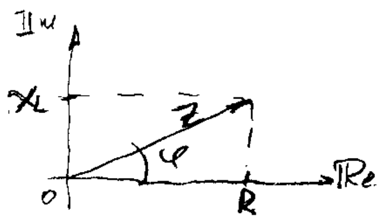
R y ωL tienen unidad Ω $\therefore$

$R + j\omega L$ es un impedimento a la circulación de la corriente combinado, parte $\mathbb{R}$: $R \to$ disipación, parte Im: $\omega L = X_L \to$ no disipativo

Al conjunto de ambos impedimentos, lo llamaremos Z = IMPEDANCIA de un circuito RL, con unidad $[\Omega]$, x supuesto

$$Z = \frac{v(t)}{i(t)} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{\frac{V_0 e^{j\omega t}}{R + j\omega L}} = R + j\omega L \quad \text{con } \omega L = X_L \therefore Z = R + jX_L$$

Z es una magnitud compleja:



Según vimos, los circuitos **R** puros, la tensión y la corriente SIEMPRE tienen = fase, o sea la Diferencia de fase es NULA

Para un circuito L puro, la tensión adelanta a la corriente en 90°, o sea la diferencia de fase $\varphi = 90°$

Pero si el circuito es una combinación RL ⇒ la diferencia de fase será: $0 < \varphi < 90°$ (depende quien "pese" más)

Todos los parámetros involucrados son escalares: TODOS!

Pero, como ahora están incluidos en el plano complejo ⇒ tienen un "tratamiento" vectorial:

$R = Z \cos\varphi$

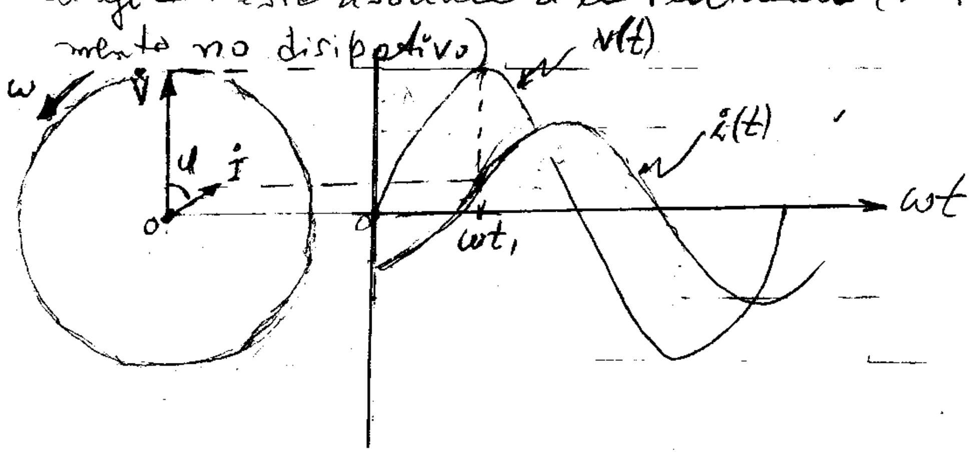
$X_L = Z \operatorname{sen}\varphi$

$|Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{X_L}{R}$

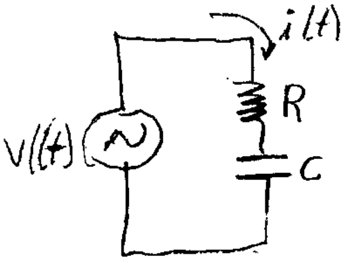
TODOS SON ESCALARES, pero se proyectan en ambos ejes: Im y Re

Nótese que el eje Re está asociado a la componente resistiva → disipativa; en cambio, el eje Im está asociado a la reactancia (impedimento no disipativo)



$$I(t) = I_o . e^{j\omega t} \text{ con } I_o = V_o / Z$$

5) RC



$$v(t) = V_0 e^{j\omega t}$$

$$i(t) = k e^{j\omega t}$$

$$v(t) = v_R(t) + v_C(t)$$

$$V_0 e^{j\omega t} = R\, i(t) + \frac{q}{C}$$

Cuando vimos circuito RC en CC: en la carga, la q en el C aumenta con t y en la descarga del C, disminuye $\therefore$ $\frac{Q}{C}$ mejor expresado es $\frac{q(t)}{C}$

$$V_0 e^{j\omega t} = R\, i(t) + \frac{q(t)}{C} \quad (*)$$

Por definición de $i(t)$: $i(t) = \frac{d\,q(t)}{dt} \Rightarrow i(t)\,dt = d\,q(t)$

integrando ambos miembros:

$$\int i(t)\,dt = q(t)$$

En $(*)$:

$$V_0 e^{j\omega t} = R\, i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)\,dt$$

$$= Rk\, e^{j\omega t} + \frac{1}{C}\int k\, e^{j\omega t}\,dt$$

$$= Rk\, e^{j\omega t} + \frac{k}{j\omega C} e^{j\omega t}$$

$$V_0 = Rk + \frac{k}{j\omega C} = k\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) = k\left(R + \frac{1}{j\omega C}\frac{j}{j}\right)$$

$$= k\left(R - \frac{j}{\omega C}\right) \quad \text{con } X_c = \frac{1}{\omega C}$$

$$= k\left(R - jX_c\right) \quad \therefore \quad k = \frac{V_0}{R - jX_c}$$

Recordando: $i(t) = k\, e^{j\omega t} = \dfrac{V_0}{R - jX_c}\, e^{j\omega t}$

$$\boxed{i(t) = \frac{V_0}{R - jX_c}\, e^{j\omega t}} \qquad \text{con: } R - jX_c = Z$$

Z : impedancia del circuito RC → consta de parte Re : R e Im : X_c

$$\boxed{i(t) = \frac{V_0}{Z}\, e^{j\omega t}}$$

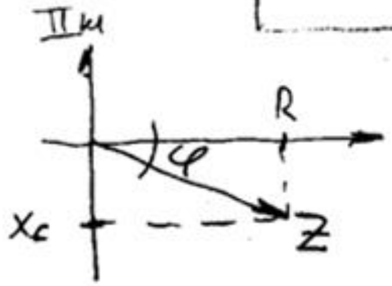
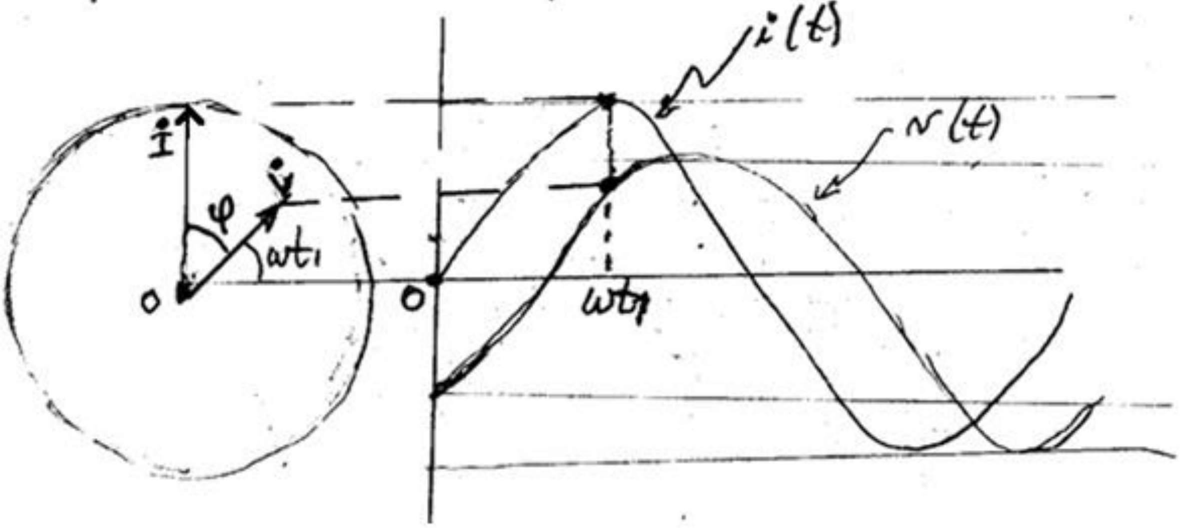
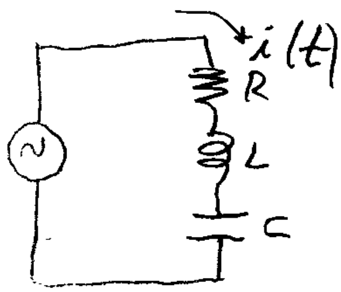


Diagrama de Z complejo, en el cual la V atrasa respecto de I



6) RLC



$v(t) = V_0 e^{j\omega t}$

$i(t) = k e^{j\omega t}$

Como siempre:

$v(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t)$

$$V_0 e^{j\omega t} = R\, i(t) + L \frac{d}{dt} i(t) + \frac{q(t)}{C}$$

$$= Rke^{j\omega t} + L\frac{d}{dt} ke^{j\omega t} + \frac{1}{C}\int k e^{j\omega t}\,dt$$

$$= Rke^{j\omega t} + j\omega L k e^{j\omega t} + \frac{k}{j\omega C} e^{j\omega t}$$

$$V_0 = kR + kj\omega L + \frac{k}{j\omega C} \Rightarrow k = \frac{V_0}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$k = \frac{V_0}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}} = \frac{V_0}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{V_0}{R + j(X_L - X_C)}$$

$$i(t) = k e^{j\omega t} \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{V_0}{R + j(X_L - X_C)} e^{j\omega t}}$$

La impedancia $Z = R + j(X_L - X_C)$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

X_L y X_C pueden tomar cualquier valor entre 0 e ∞ !

Por lo tanto se puede dar: 1) $X_L = X_C$: esta circunstancia resulta que el circuito, presentado como RLC, se comporta como R puro; 2) $X_L > X_C$: el circuito RLC resulta RL' (X_C → reactancia capacitiva, fue anulada por la X_L y como $X_L > X_C$, quedó una X_L' para que, con la R resulte un RL'): 3) $X_C > X_L$: el circuito RLC resulta un RC', con el razonamiento (2)

Conclusión: un RLC puede ser R; RL' o RC' ∴ su comportamiento, a la ω de trabajo, no puede ser RLC

Este comportamiento, en un RLC depende de ω (ó f) ya que $X_L = \omega L$ y $X_C = 1/\omega C$ ∴ existirá una ω a la cual $X_L = X_C$ → $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ ⇒ $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

$\omega = 2\pi f$ ∴ $\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ frec. de Resonancia

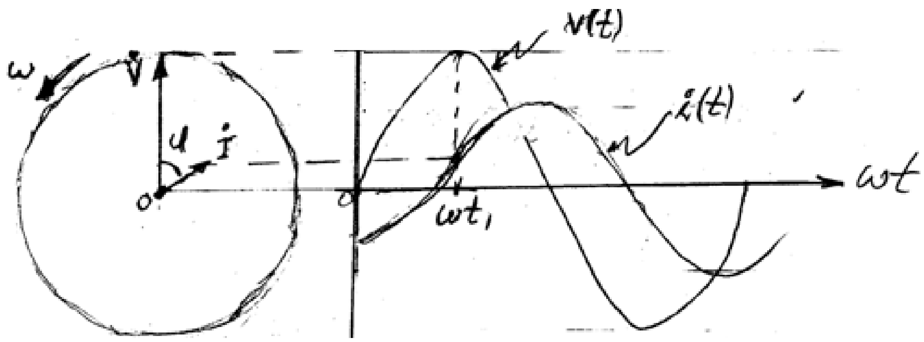
subíndice o

A la frec. de reso, el circuito se presenta como R puro, ⇒ $\varphi = 0$! Notar que f_0 (y ω_0) sólo dependen L y C

Como: $|Z| = \sqrt{R^2 + j(X_L - X_C)}$, en reso: $|Z| = R$!

O sea $|Z|$ es mínima en reso ∴ la I es máxima

Para hacer los diagramas del RLC, se debe de convenir la opción elegida: $X_L > X_C$, $X_L = X_C$ o $X_L < X_C$ ∴ elijo $X_L > X_C$ ⇒ RLC → RL'

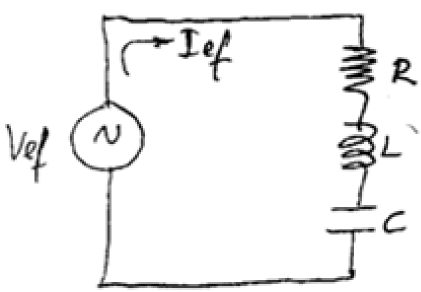


EJEMPLO IMPORTANTE

Considerar el circuito de la fig. con una fuente de alimentación de $V_{ef} = 100V$; $R = 5\Omega$; $X_L = 20\Omega$ y $X_C = 20\Omega$

Hallar: a) El valor de la I_{ef} b) Los valores V_{ef_R} ; V_{ef_L} y V_{ef_C}

La ley Ohm es válida en CA, en el denominador se tiene en cuenta el impedimento total:



a) $I_{ef} = \dfrac{V_{ef}}{|Z|} = \dfrac{V_{ef}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \dfrac{100V}{5\Omega}$

$\boxed{I_{ef} = 20\,A}$

b) $V_{ef_R} = R\,I_{ef} = 5\Omega . 20A = 100V$

$V_{ef_L} = X_L\,I_{ef} = 20\Omega . 20A = 400V$

$V_{ef_C} = X_C\,I_{ef} = 20\Omega . 20A = 400V$

Nótese que <u>no se cumple la ley de Ohm</u> en C.A como la utilizamos en C.C. (salvo que sólo evaluemos circuitos con R); ya que los L y las C, producen impedimentos (no disipativos) y también <u>desfasajes</u> ∴ el parámetro que cuantifica impedimento + desfasaje es la impedancia Z.

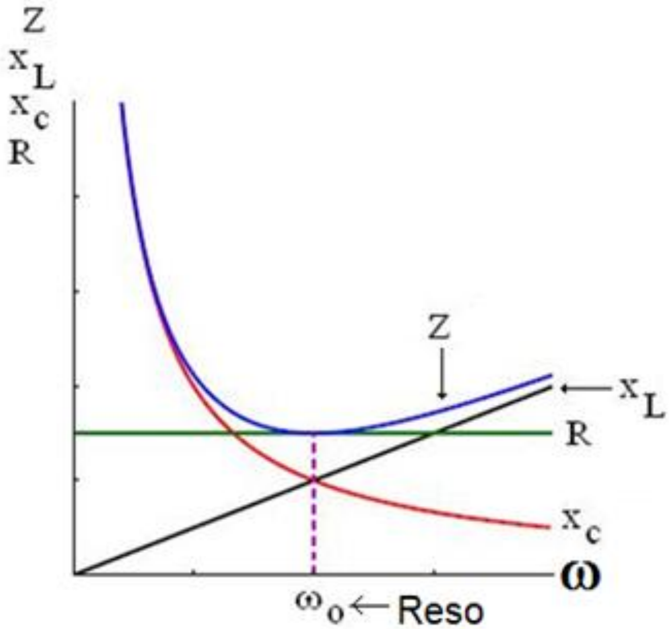
Diagramas de x_C, x_L, R y Z en función de la frecuencia ω

$x_C = 1/\omega C$

$x_L = \omega L$

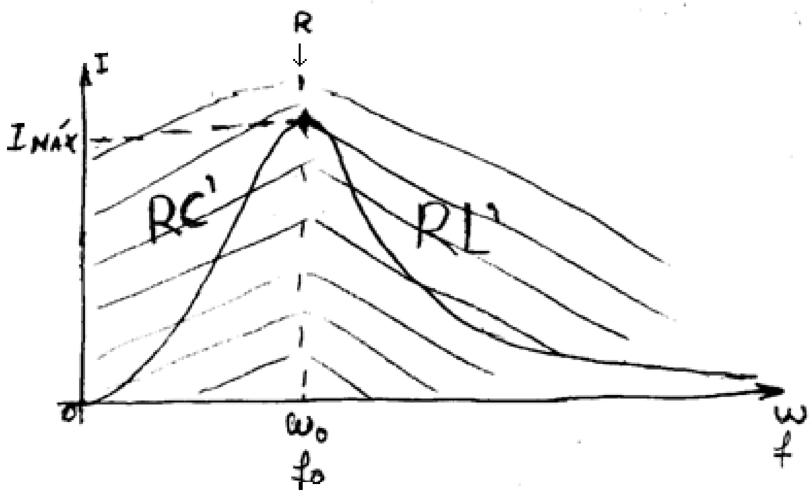
$R = R$

$|Z| = [R^2 + (x_L - x_C)^2]^{1/2}$



Nótese que la impedancia Z, la reactancia capacitiva Xc y la reactancia inductiva X_L son f(ω); sólo R NO ES f(ω)

Gráfico de $I = f(\omega)$ para un RLC



Potencia en CA

- Potencia media o activa: $P\,[W]$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt$$

Si: $v(t) = V_0 \operatorname{sen} \omega t$ $\quad i(t) = I_0 \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)$

reemplazando: $P = \frac{1}{T}\int_0^T V_0.I_0 \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)\,dt$

$$P = \frac{V_0 I_0}{T}\underbrace{\int_0^T \operatorname{sen}\omega t \operatorname{sen}(\omega t - \varphi)\,dt}$$

$$\frac{1}{2}T\cos\varphi - \cancel{\frac{\operatorname{sen}\varphi}{4\omega}}^{0} + \cancel{\frac{\cos(2\omega T)\operatorname{sen}\varphi}{4\omega}}^{0} - \cancel{\frac{\cos\varphi \operatorname{sen}(2\omega T)}{4\omega}}^{0}$$

$$P = \frac{V_0 I_0}{2}\cos\varphi = \frac{V_0}{\sqrt{2}}\frac{I_0}{\sqrt{2}}\cos\varphi$$

$$\boxed{P = V_e I_e \cos\varphi}$$

La potencia media o activa modeliza, de toda la potencia disponible en el generador, aquélla que se configura en el eje $\Re$: o sea, en los elementos resistivos.
Esta potencia eléctrica la encontramos en diversas formas de energía: mecánicas, química, térmica, lumínica... ⇒ entonces, el resistor R no sólo modeliza la energía disipada x las colisiones de los electrones con la red de moléculas que componen el material, sino que, también, todo tipo de energía "útil"
Es la potencia que transforma la ENERGÍA ELÉCTRICA EN TRABAJO.
Nótese cuánto se amplió la incumbencia del resistor: de la "disipación" al "trabajo útil"

• Potencia reactiva: Q [VAr]

$$\boxed{Q = V_{ef}\, I_{ef}\, \operatorname{sen} \varphi}$$

Modeliza la potencia que está presente en los dispositivos reactivos puros: L y C
Si consideramos un circuito que sólo contenga L o C, o sea, idealmente con todo tipo de R nula, pero con $X_L \neq 0$ o $X_C \neq 0$
Si aplicamos una excitación alterna senoidal: una ddp ⇒ sucederá una corriente que estará 90° atrasada (L puro) o 90° adelantada (C puro) ∴ la integral, en un período, del producto $v(t) \cdot i(t)$, que nos informa de la potencia asociada, será NULO

Físicamente, en la mitad de cada período (semiperíodo+) el circuito L ó C puro toma energía de la fuente para crear el campo eléctrico en el C ó el campo mag. en el L, mientras que en la otra mitad del período (semiperíodo –) el L ó C devuelve la energía a la red: esta circunstancia lleva el nombre de "energía oscilante" y NO produce trabajo

- Potencia aparente: S [VA]

$$\boxed{S = Ve.Ie}$$

La potencia aparente modeliza la potencia que se dispone en la salida del generador: si la aplicamos a circuitos R puros, toda S se convierte en P; en la medida que existan circuitos L y C, habrá porción de S que se convierte en Q

Factor de potencia: FP

Es, simplemente, otra denominación del $\cos\varphi$

$$\boxed{FP = \cos\varphi}$$

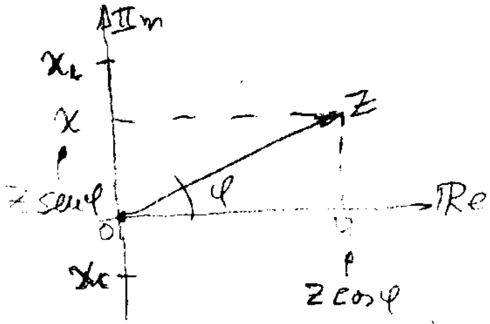
El $\cos\varphi$ es el factor que informa cuanto de toda la potencia disponible S, se convierte en potencia activa P: de ahí su importancia

$$0 \leq FP \leq 1$$

Existe una unidad de potencia, fuera del Si pero de uso muy extendido, que se llama HP (Horse Power), y su conversión es: 1 W ≈ 746 HP. En castellano al Watt se lo pronuncia Vatio (1 W → 1 Vatio; no confundir Volt → Voltio).

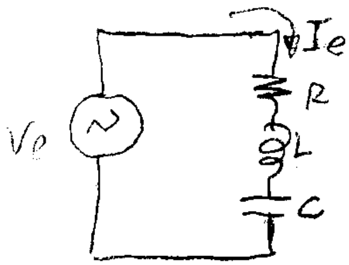
TRIÁNGULOS DE POTENCIAS

• Circuito RL o RLC con $X_L > X_C$; $X = X_L - X_C$

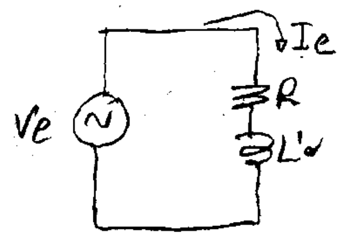


Nótese que este análisis se puede realizar de igual forma, tanto el circuito sea un RL ó un RLC con predominancia $X_L > X_C$

En ambos casos se comporta como un RL (fig), en el que se graficó un RLC con $X_L > X_C$



como $X_L > X_C$ ⇒



$X_L = \omega L$ con $X_L > X_C$

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ $X = X_L - X_C$

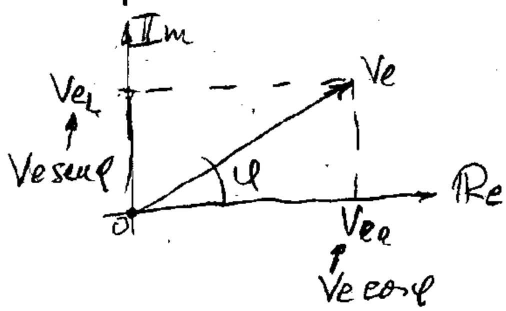
$\therefore$ $X = \omega L' \Rightarrow L' < L$

Tomemos los parámetros que componen el gráfico: Z, X y R y los multiplicamos × Ie:

$Z \cdot Ie = Ve$

$X \cdot Ie = Ve_L$

$R \cdot Ie = Ve_R$



Ve: tensión de la fuente

Ve_L: tensión en el L

Ve_R: tensión en el R

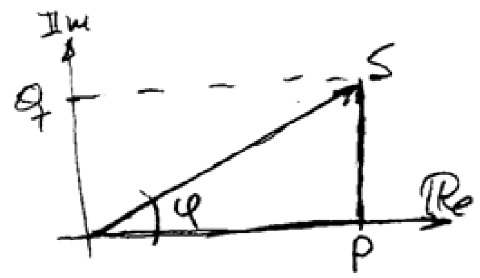
si ahora tomamos los 3 parámetros de el último gráfico V_e ; V_{eL} y V_{eR} y los multiplico x I_e nuevamente.

$V_e I_e = S$; $V_{eL} \cdot I_e = Q$; $V_{eR} \cdot I_e = P$

S[V.A] simboliza la potencia eléctrica que se dispone para convertirla (o no) en "útil".

Q[VAr] simboliza la potencia que se encuentra en los dispositivos reactivos L o C ; no se puede generar "utilidad"

P[W] simboliza la potencia eléctrica que, de toda la disponible, se convirtió en "útil"

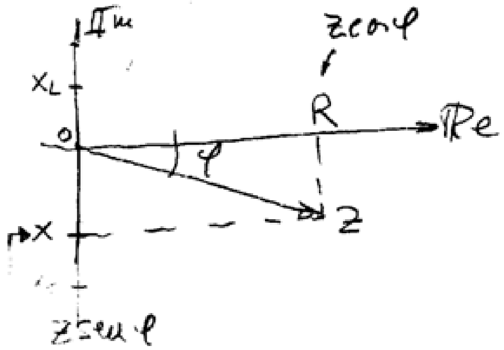


Este Δ remarcado en la fig. es el Triángulo de potencia para este circuito RL

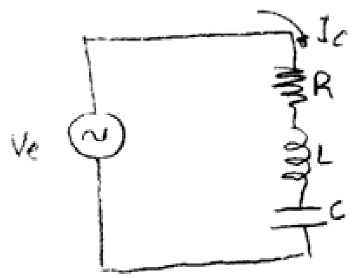
Nótese que φ, en los tres gráficos, <u>no cambió</u> (ya que se pasó de un gráfico a otro multiplicando a los parámetros x el mismo valor)

Sin importar en que gráfico encontramos al ∡ φ → <u>SIEMPRE</u> es el ángulo de fase entre la tensión y la corriente

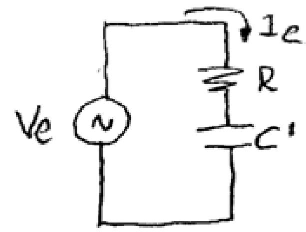
• Circuito RC o RLC con $X_C > X_L$; $X = X_L - X_C$



Nuevamente, se observa que un circuito RLC, se nos presenta, en este caso, como $X_C > X_L$, como RC



Como $X_C > X_L$ ⇒



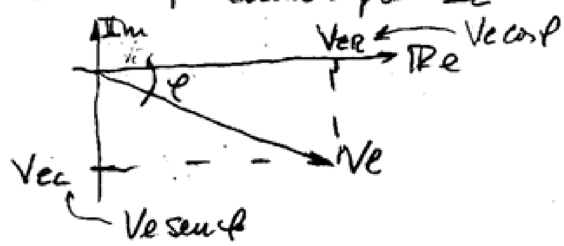
$$X = X_L - X_C \Rightarrow X = \frac{1}{\omega C'} \text{ con } C' > C \,!$$

Tomamos Z, X y R y los multiplicamos por Ie

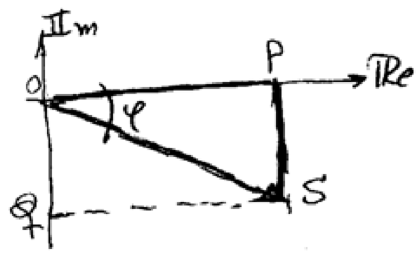
$Z \cdot I_e = V_e$

$X \cdot I_e = V_{ec}$

$R \cdot I_e = V_{eR}$

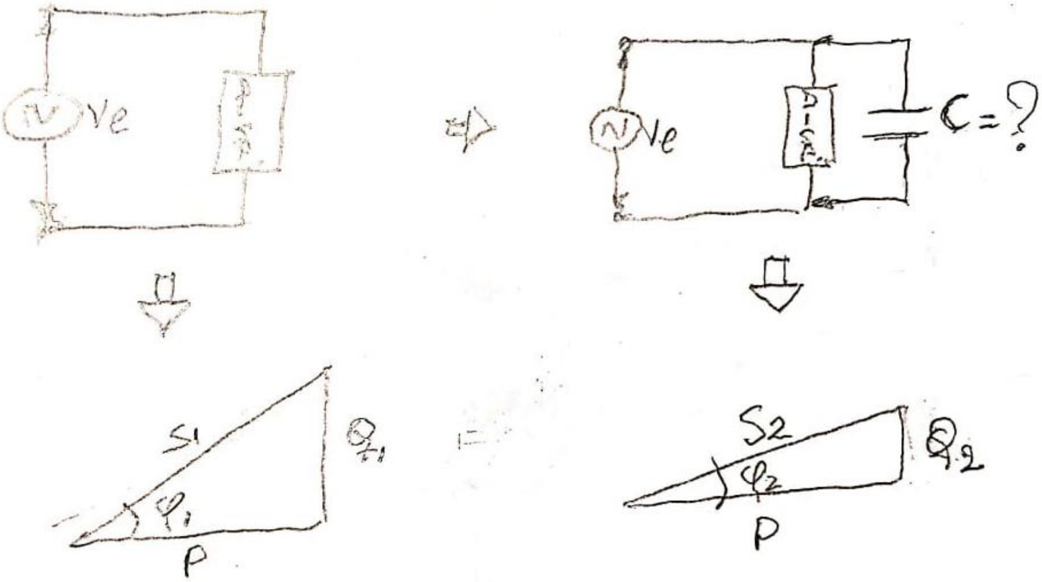


Al igual que con el RL ⇒ Volvemos a multiplicar las $V_e \cdot I_e$:



El Δ remarcado, muestra el Triángulo de potencias del circuito RC

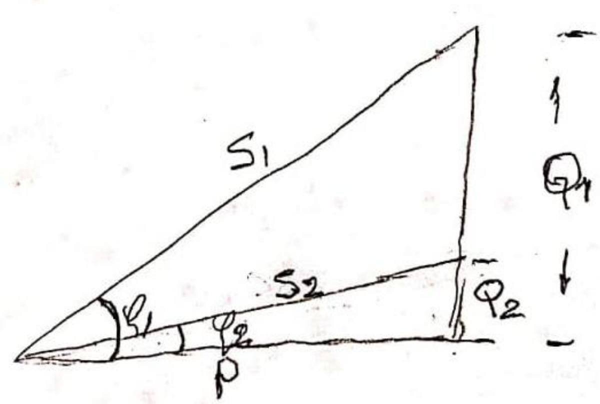
Se debe corregir el FP = $\cos\varphi$ de un dispositivo eléctrico cuya potencia activa es $P = 50W$ y está alimentado con una tensión eficaz $V_e = 220V$ y $50Hz$. El actual FP $= 0,54$ y se desea aumentarlo al valor $0,9$



$\cos\varphi_1 = 0,54$ $\qquad$ $\cos\varphi_2 = 0,9$

$\varphi_1 \cong 57,32°$ $\qquad$ $\varphi_2 = 25,84°$

! Nótese que la pot. activa P NO CAMBIA con el cambio de FP



Hay que hallar el valor de C para que FP aumente de 0,54 a 0,9

$C = \frac{1}{\omega X_C}$ con $\omega = 2\pi f \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} \rightarrow ?$

(**) $X_C = \frac{V_{ec}}{I_{ec}} \rightarrow ?$; $Q_C \overset{?}{=} V_{ec} \cdot I_{ec}$ (*)

observar el Δ de potencias: Q_1 es la potencia reactiva del dispositivo sin corrección alguna y Q_2 es la pot. reactiva del dispositivo "corregido": o sea con el agregado del C; x lo tanto $Q_1 - Q_2 = Q_C$ la diferencia $Q_1 - Q_2$ es la potencia reactiva del C "puro".

$tg = \frac{opuesto}{adyacente} \Rightarrow tg\, \varphi_1 = \frac{Q_1}{P} \therefore Q_1 = P\, tg\, \varphi_1 = 50 \cdot tg(57,32°) \cong 77,94\ VAR$

$tg\, \varphi_2 = \frac{Q_2}{P} \Rightarrow Q_2 = P\, tg\, \varphi_2 = 50\, tg\, 25,84° \cong 24,21\ VAr$

$Q_C = Q_1 - Q_2 = 77,94 - 24,21 = 53,73\ VAr$

Reemplazando en (*): $I_{ec} = \frac{Q_C}{V_{ec}} = \frac{53,73\ VAr}{220\ V} \cong 244\ mA$

y en (**): $X_C = \frac{V_{ec}}{I_{ec}} = \frac{220\ V}{0,244} \cong 902\ \Omega$

$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 902} \Rightarrow \boxed{C \cong 3,5\ \mu F}$