Fuerza magnética F_B sobre un conductor con I

Recordemos que la $I = dq/dt$ en un conductor está formado x un conjunto de portadores de carga en movimiento ⇒ hay portadores de carga (electrones en los sólidos moviéndose a una velocidad dada.

¿Qué sucede si sobre ese conductor hay un campo $\vec{B}$ externo que lo atraviesa?

Cuando vimos el origen de la corriente eléctrica, ésta respondía a la expresión:

$$I = n\, S\, v_D\, |q_e|$$

$I\,[A]$: intensidad de corriente eléctrica.

$n\left[\frac{electr.}{m^3}\right]$: número de electrones x unidad de volumen

$S\,[m^2]$: sección del conductor

$v_D\left[\frac{m}{s}\right]$: velocidad de deriva o arrastre promedio de los electrones

$|q_e|\,[C]$: módulo de la carga eléctrica electrón $(1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C)$

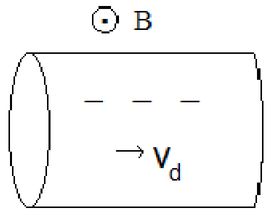
Retomemos la expresión: $\vec{F}_B = q\, \vec{v} \times \vec{B}$ →

en este caso: $\vec{F}_B = |q_e|\, \vec{v}_D \times \vec{B}$

Pero aquí no se trata de un electrón ⇒ hay una multitud de ellos desplazándose a v_D

Si llamamos N al número de portadores de carga que hay en el conductor ⇒ $\vec{F}_B = N\, |q_e|\, \vec{v}_D \times \vec{B}$

$$N = n\, S\, l \Rightarrow \vec{F}_B = \underbrace{n\, S\, l\, |q_e|\, \vec{v}_D}_{I} \times \vec{B}$$



Si hay portadores de carga moviéndose, y un campo **B** normal a dicho movimiento → hay una $\mathbf{F_B}$.

$I = n s |q_e| \vec{v}_D$ ¡! I no es un vector

Para salvar este inconveniente, retomemos

$$\vec{F}_B = n s l |q_e| \vec{v}_D \times \vec{B}$$

Vamos a tomar módulo en $\vec{v}_D \Rightarrow |\vec{v}_D| = v_D$

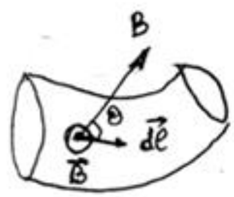
y vectorizamos la longitud del conductor: $\vec{l}$

$\vec{l}$ [m]: Vector long $\begin{cases} \text{módulo } l = \text{long. del cond} \\ \text{Dirección: la del conductor} \\ \text{sentido: el de la } I \end{cases}$

$$\vec{F}_B = \underbrace{n s |q_e| v_D}_{I} \vec{l} \times \vec{B} \therefore \boxed{\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}}$$

Esta última es aplicable sólo a tramos rectos de cond en el seno de un campo $\vec{B}$ uniforme y I no variable

Si estas restricciones no se cumplen, o sea cond no recto y/o campo $\vec{B}$ no uniforme y/o I variable



$$d\vec{F}_B = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\boxed{\vec{F}_B = \int I\, d\vec{l} \times \vec{B}}$$

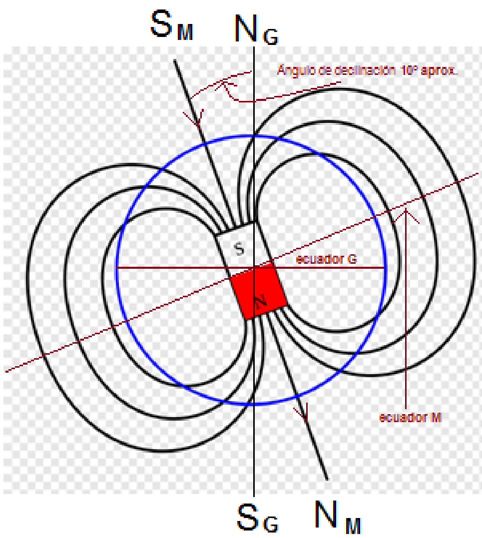
Nótese que si $d\vec{l}$ y $\vec{B}$ están contenidos en el plano de la hoja $\therefore$ $dF_B \perp$ plano de la hoja y saliente

UNIDADES: $\overset{N}{F_B} = \overset{N}{(I l \times B)}$

$[I l B] = A.m.T = A.m \frac{Wb}{m^2} = A.\frac{Wb}{m}$; $Wb = V.s \therefore A.\frac{Wb}{m}$

$Wb = V.s \therefore A.\frac{Wb}{m} = \frac{\overset{W}{A.V}\, s}{m}$ **W.s= J --> $\frac{J}{m}$ = N**

Campo magnético terrestre



El **campo magnético terrestre** es generado por corrientes eléctricas debidas al movimiento de iones de los metales fundidos en el interior de la **tierra**, que permanece a una T ≈ 4000 °C.

¿Qué es la declinación magnética?
Es la diferencia angular entre el polo norte geográfico y el polo sur magnético. La declinación varía: la posición de los polos magnéticos no permanece fija. Cada año el polo norte magnético se desplaza unos 25 km hacia el norte y unos 5 km hacia el oeste → el ángulo de declinación varía desde Canadá hacia Rusia.

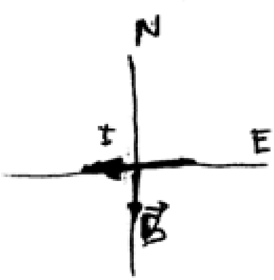
Problema

En el año 2010, el B_T en el ecuador magnético era 40 μT. Se dispone de un tramo conductor de 1 m de longitud y de m = 50 g y se lo ubica en dirección E-O. Hallar la intensidad de corriente I que debe circular por el conductor para que levite. $g = 10\ m/s^2$

solución:

Recordar que en los ecuadores mag ⇒ $\vec{B}$ es sólo horizontal

Las localizaciones geográficas: N-S y E-O son;



$$\vec{F}_B = I\vec{l} \times \vec{B} = I l B \sin\theta^{90^\circ} = ILB$$

$$P = mg \quad y \quad F_B = P \ (\text{levitar})$$

$$mg = IlB \Rightarrow I = \frac{mg}{lB} = \frac{0{,}05\,kg \cdot 10\,m/s^2}{1\,m \cdot 4 \cdot 10^{-5}\,T}$$

$$\boxed{I = 12500\,A}$$

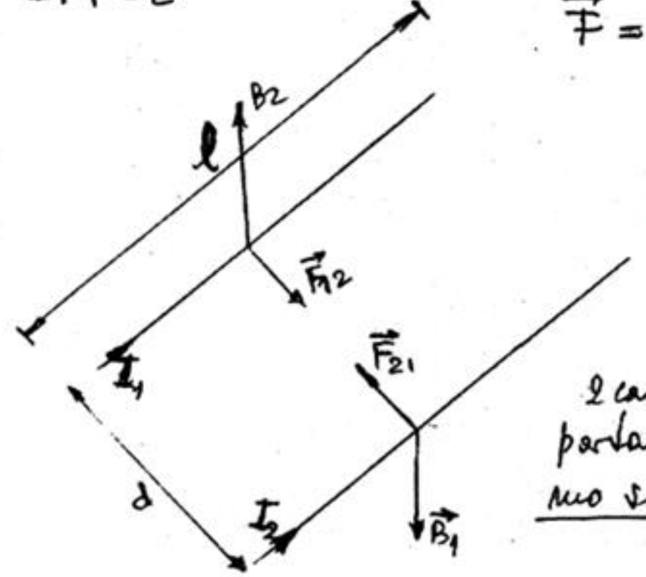
Ningún cond. eléctrico con m = 50 g soporta I = 12500 A !

El sentido, para que F_B sea opuesto a P, es de E→O

$I_1 + I_2$

Fuerzas entre conductores

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$



2 conductores ∥ que transportan I_1 e I_2 en el mismo sentido se ATRAEN.

El conductor ①, a causa que transporta una corriente I_1, generará sobre el conductor ② un campo de inducción magnética $\vec{B_1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{d}$

Como el conductor ② transporta una corriente $I_2 \Rightarrow$ sobre éste, se ejercerá una fuerza $\vec{F_{21}} = I_2 \vec{l} \times \vec{B_1}$
siendo $\vec{l} \perp \vec{B_1} \Rightarrow F_{21} = I_2 \, l \, B_1$

$\boxed{\vec{F_{21}}}$: es la fuerza ejercida sobre el conductor ②, x el que circula una corriente I_2, debido al campo B_1, generado x la corriente I_1.

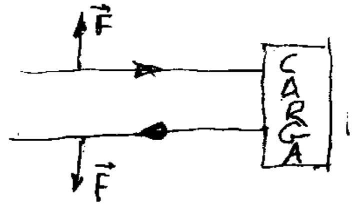
$$F_{21} = I_2 l B_1 = I_2 l \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \Rightarrow F_{21} = \frac{\mu_0 l I_1 I_2}{2\pi d}$$

El conductor 2, x el que circula una I_2, generará un $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$ $\therefore$ $\vec{F}_{12} = I_1 \vec{l} \times \vec{B}_2$ y como $\vec{l} \perp B_2$

$$F_{12} = I_1 l B_2 = \frac{I_1 l \mu_0 I_2}{2\pi d} \Rightarrow F_{12} = \frac{\mu_0 l I_1 I_2}{2\pi d}$$

$\boxed{F_{21} = F_{12}}$ aunque $I_1 \neq I_2$

En los conductores domiciliarios, en gral la I circula x un conductor en un sentido y retorna x el otro $\Rightarrow$ sentido de las I opuesto $\Rightarrow$ repulsión



No es apreciable xq las I deberían ser muy grandes para ello, ya que en el numerador: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N/A^2$

136 GV

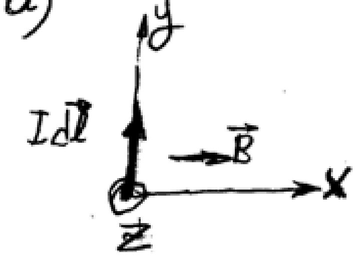
Sea un conductor largo por el cual circula una corriente i constante, colocada según el eje y, en una zona donde existe un campo magnético B uniforme según el eje x.

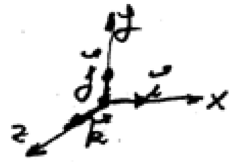
a) Escriba la expresión para $d\overline{F}$ que actuará sobre cada dl del conductor.

b) Mediante integración de la expresión anterior, obtenga la expresión para la fuerza F que actuará sobre una porción de longitud L del conductor.

c) Analice qué dirección debería tener $\overline{B}$ para que se anulara la $\overline{F}$ sobre el conductor.

a)





$$d\vec{F} = I\underbrace{d\vec{l}}_{\hat{j}} \times \underbrace{\vec{B}}_{\hat{i}} \quad (*)$$

$$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$$

x lo tanto, podemos escribir (*):

$$\boxed{d\vec{F} = I\,dl\,B(-\hat{k})}$$

b) Como el cable es recto:

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = I l B(-\hat{k})}$$

c) $\vec{F}$ será nula cuando el producto vectorial en $\vec{dl}$ y $\vec{B}$ lo sea, esto ocurre si

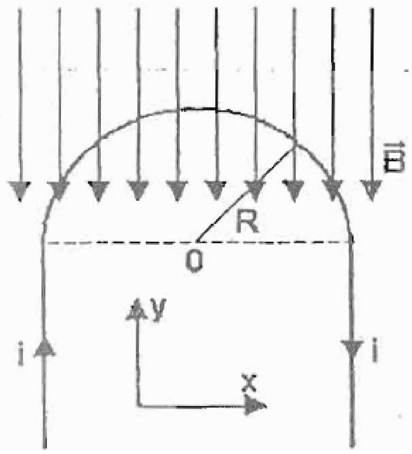
- $\vec{B} \parallel \vec{dl} \longrightarrow 0°$
- $\vec{B}$ antiparalelo $d\vec{l} \rightarrow 180°$

138 GV

Una porción de un conductor lleva una corriente i, está doblado como se indica y permanece en una zona donde existe un campo magnético B uniforme como el dibujado.

a) ¿A que fuerza está sometido el conductor?

b) Analice el resultado.



Rta: a) $F = 2\,i\,B\,R$ perpendicular y entrante. $(-\breve{k})$

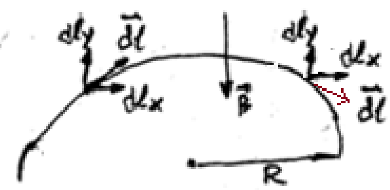
a)  Nótese que $\vec{B} = B(-\breve{j})$

En el tramo recto con I en sentido opuesto a $\vec{B} \Rightarrow F = 0$

" " " " I en el mismo sentido que $\vec{B} \Rightarrow F = 0$

Sólo hay $\vec{F}$ en el tramo curvo:

$\Rightarrow$



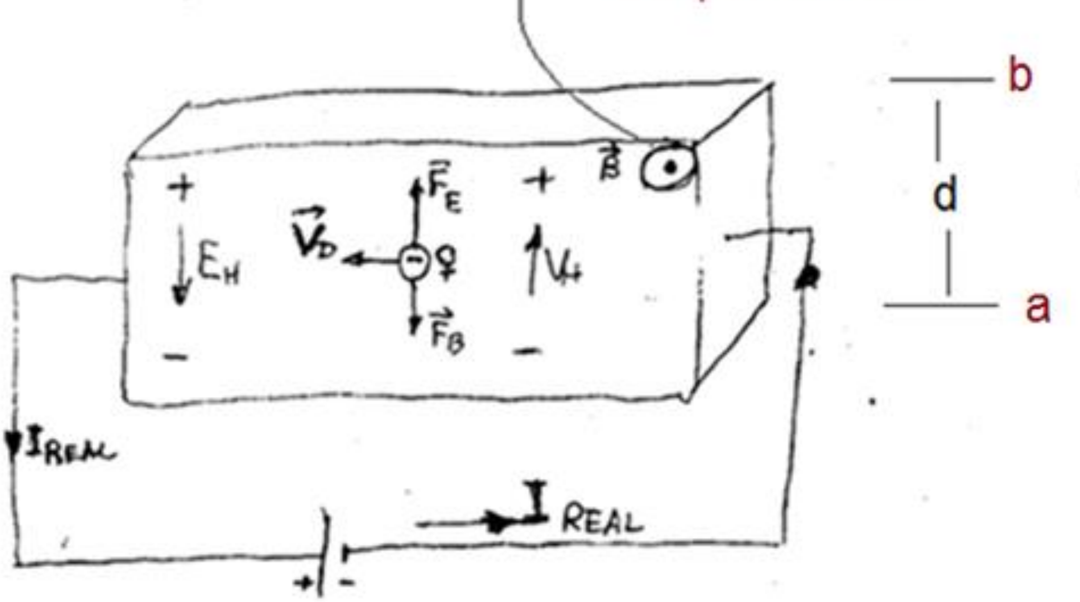
Podemos, en cada $\vec{dl}$, descomponerlo en dos direcciones: en $\breve{j}$ ó $(-\breve{j})$; en $\breve{i}$!

$$\int dF = \int_0^{2R} I\,dl_x\,B = IB \int_0^{2R} dl_x \Rightarrow \boxed{\vec{F} = 2R\,I\,B(-\breve{k})}$$

EFECTO HALL (1879)

Inmerso un conductor en un campo $\vec{B}$ y haciendo circular una I por el mencionado, se genera una $\vec{F}$ sobre los portadores de carga que se desplazan (de eso se trata la corriente eléctrica) ∴ la $\vec{F}$ tiende a desplazar a los portadores hacia un lado del conductor.

Ese desplazamiento de los portadores de carga genera un campo $\vec{E}$, y en consecuencia, una ddp: este campo eléctrico se lo denomina E_H y la ddp V_H



$\vec{F}_B = q\,\vec{v}\times\vec{B}$; aquí $F_B = q\,v_D\,B$ $\quad(\vec{v}_D \perp \vec{B})$

El producto vectorial $\vec{v}_D \times \vec{B}$ da un vector $\vec{F}_B$ que resulta vertical hacia arriba: teniendo en cuenta que las cargas que se desplazan aquí son electrones (−) $\Rightarrow$ se invierte $\vec{F}_B$ ∴ ↓

F_B vertical hacia abajo, produce un desplazamiento de cargas negativas hacia la parte inferior del conductor ∴ en la parte superior habrá un exceso de cargas ⊕ (fig).

Nótese: el conductor sigue siendo eléctricamente neutro, pero ha sufrido un desplazamiento de cargas:

$\overset{\oplus}{F_E \uparrow \downarrow E_H}$ Arriba ⊕; abajo ⊖ ⇒ se establece un campo E_H y, por ende, una fuerza: F_E que es vertical y opuesta a E_H

⊖ q – por lo tanto E_H opuesto a F_E → F_E opuesta F_B

Se lo denomina campo eléctrico Hall

En equilibrio $F_E = F_B$ (en módulo)

$$F_E = F_B \Rightarrow q\vec{E}_H = q v_D B \;\therefore\; E_H = v_D B \;\otimes$$

E_H existe en todo el material conductor

$$V_{H(a,b)} = \int_a^b \vec{E}_H \, \vec{dl} = \int_a^b E_H \, dl = E_H \int_a^b dl = E_H \cdot d$$

$$E_H = \frac{V_{H(a,b)}}{d} \;\therefore\; \text{de } (*) \; \frac{V_{H(a,b)}}{d} = v_D B \Rightarrow \boxed{V_{H(a,b)} = v_D \cdot B \cdot d}$$

V_H es una ddp "medible"; el signo de V_H indica el signo de los portadores de carga

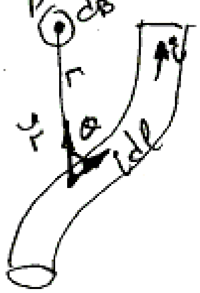
En el caso que estudiamos, con el campo $\vec{B}$ horizontal y saliendo de la página y con un voltímetro conectado negativo abajo y positivo arriba (fig → V_H) ⇒ los portadores de carga son los electrones.

Si los portadores de carga hubieran sido ⊕ ⇒ el campo $\vec{E}$ que se hubiera generado respondería a cargas ⊕ abajo y por ende, ⊕ abajo ∴ se invierte $\vec{E}$ y la ddp V_H.

Ley de Biot - Savart

Determina el campo mag. creado en un punto del espacio por una distribución cualquiera de corriente eléctrica

Es una ley empírica y es análoga a la Ley de Coulomb en la electrostática; consideremos una distribución de i:



$i\,dl$ se lo llama elemento de corriente.
Cada $i\,dl$ producirá una contribución $d\vec{B}$ al campo magnético en un punto P del espacio
$\check{r}$ es el versor que apunta desde el elemento de corriente al punto P. Entonces:

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{i\,\vec{dl} \times \check{r}}{r^2}}$$

observar que la ley es diferencial $\Rightarrow$ hay que integrar para hallar el campo $\vec{B}$ total

$$[\mu_0] = 4\pi.10^{-7}\,\frac{Wb}{A.m}$$

La dirección de $d\vec{B}$ viene dada x el producto vectorial x lo que será $\perp$ a $i\vec{dl}$ y a $\check{r}$ y su sentido x la regla de la mano derecha

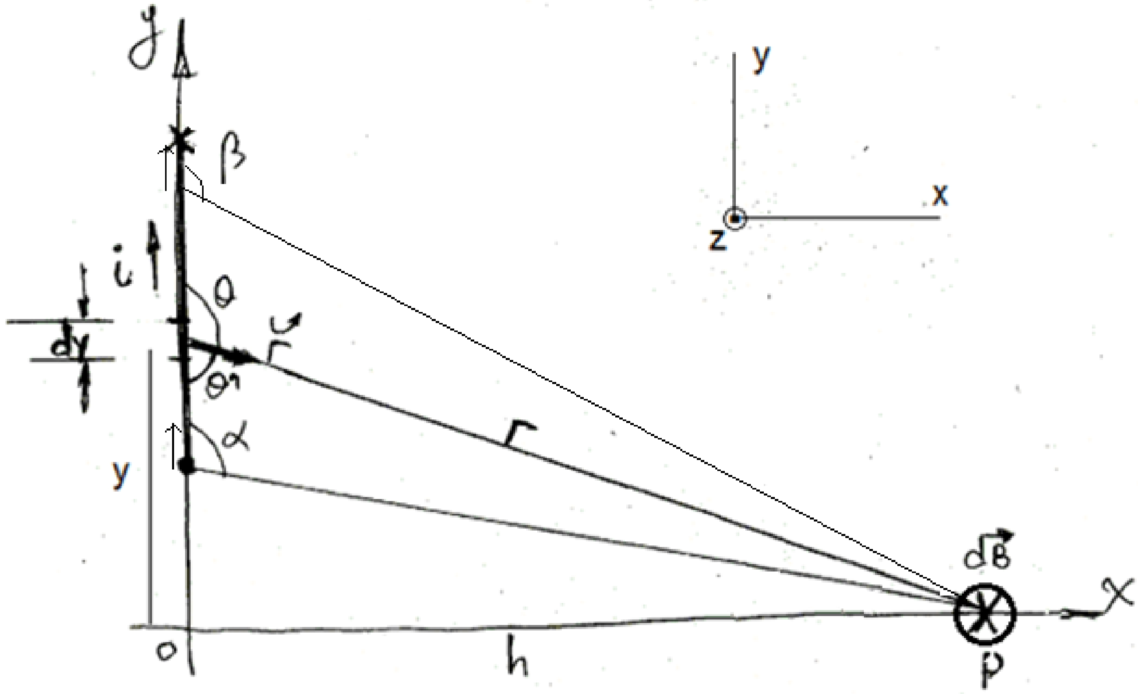
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{i\,dl\,\text{sen}\,\theta}{r^2} \quad \Rightarrow \theta \measuredangle \text{ q' forma } i\vec{dl} \text{ con } \check{r}$$

Por lo tanto, el campo $\vec{B}$ creado por una distribución de corriente en un punto P está dado por la forma integral de la ley de Biot-Savart

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{i\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}}$$

Donde la integral de línea se extiende a lo largo de toda la distribución de corriente. El campo mag. en un punto es la superposición lineal de las contribuciones vectoriales debidas a c/u de los elementos infinitesimales de corriente $i\,d\vec{l}$

Campo **B** generado por cond. recto y corto con corriente I



Datos: μ_0, h, i, α, β. Incógnita: B

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{i\, d\vec{l} \times \check{r}}{r^2}}$$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, dy \frac{\operatorname{sen}\theta}{r^2}(-\check{k})$ observar que $\exists$ sale del plano de la hoja $\Rightarrow d\vec{B}$ es entrante: $-\check{k}$

integrando:

$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int \frac{\operatorname{sen}\theta}{r^2}\, dy$ observar: dy, r y θ son incógnitas...

debemos convertir dy en $d\theta$ y r en θ

$\operatorname{tg}\theta = -\frac{h}{y}$ observar que el signo − es xq' $\operatorname{tg}\theta$ para $\theta > 90°$ es negativo

$y = -\frac{h}{\operatorname{tg}\theta} = -h\frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$; $dy = -h\left(\frac{-\operatorname{sen}^2\theta - \cos^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\theta$

$dy = h\left(\frac{\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\theta \rightarrow \boxed{dy = \frac{h}{\operatorname{sen}^2\theta}\, d\theta}$

$\operatorname{sen}\theta = \frac{h}{r}$ (es $\operatorname{sen}\theta$ es + en el 1º y 2º cuadrante)

$\boxed{r = \frac{h}{\operatorname{sen}\theta}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_\alpha^\beta \frac{\operatorname{sen}\theta}{\frac{h^2}{\operatorname{sen}^2\theta}} \cdot \frac{h}{\operatorname{sen}^2\theta}\, d\theta$

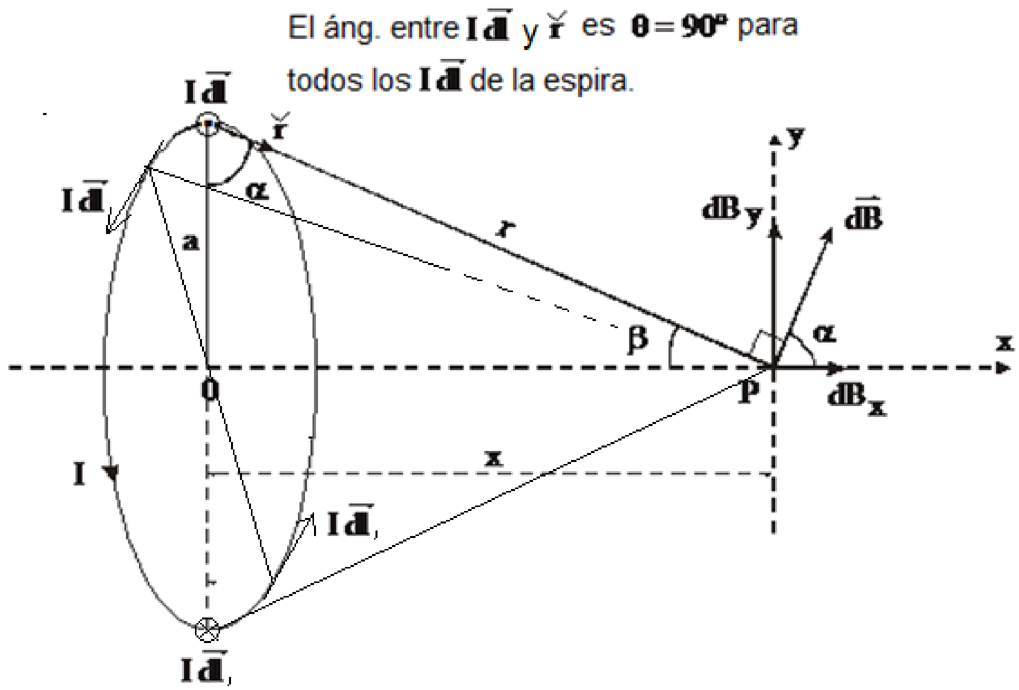
$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi h}\int_\alpha^\beta \operatorname{sen}\theta\, d\theta \rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{4\pi h}\left[-\cos\theta\right]_\alpha^\beta$

$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi h}\left[-\cos\beta - (-\cos\alpha)\right] \therefore \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi h}(\cos\alpha - \cos\beta)(-\check{k})}$

Si el cond. es $\infty \Rightarrow \alpha = 0 \therefore \cos\alpha = 1$ y $\beta = \pi \Rightarrow \cos\beta = -1$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi h}(-\check{k})}$$

Campo magnético creado por una espira circular con corriente



Datos: μ_0, I, a, x

Incógnita: **B**

Un elemento de corriente Idl de una espira circular, produce una contribución dB al campo magnético en un punto P del eje de la espira, coincidente con abscisas.

La **ley de Biot y Savart** da el campo B creado por cada elemento infinitesimal de corriente Idl:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} x\, \breve{r}}{r^2}$$

Observar que siempre (para cualquier punto de la espira) Idl es normal a r →

θ = 90º ➔ sen θ = 1; entonces:

$Id\vec{l} x \breve{r} = I|d\vec{l}||\breve{r}|$; y como $|\breve{r}| = 1 \therefore$ I.dl

En tal caso, el módulo de la expresión de Biot y Savart será: dB = $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$

Pero todos los elementos de corriente Idl de la espira, la magnitud de la contribución es la misma, pero la dirección cambia punto a punto.

Descomponemos dB en una componente dBx = dB.cos α a lo largo del eje de la espira y otra dBy = dB.sen α, perpendicular a dicho eje.

Por simetría, al integrar, las componentes sobre el eje de ordenadas se cancelan de dos en dos, dando una contribución total sobre ese eje nula. Sólo es necesario hacer la integral de la componente a lo largo de abscisas:

$$Bx = \int dBx = \int \frac{\mu_0 I.dl.\cos\alpha}{4\pi r^2} = \int \frac{\mu_0 I.dl.\cos\alpha}{4\pi(x^2+a^2)}$$

A excepción de dl, todas son constantes; es conveniente poner cos α en función de los

parámetros datos, teniendo en cuenta que cos α = sen β = a/r = $a/\sqrt{x^2+a^2}$

$$Bx = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a}{\sqrt{x_2+a_2}}\frac{1}{x^2+a^2}\int dl$$

$\int dl = 2\pi a$ (perímetro de la espira)

$$Bx = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a}{\sqrt{x_2+a_2}}\frac{1}{x^2+a^2}2\pi a = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a}{\sqrt{x_2+a_2(x^2+a^2)^2}}2\pi a$$

$$\boxed{Bx = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{a^2}{\sqrt{(x^2+a^2)^3}}}$$

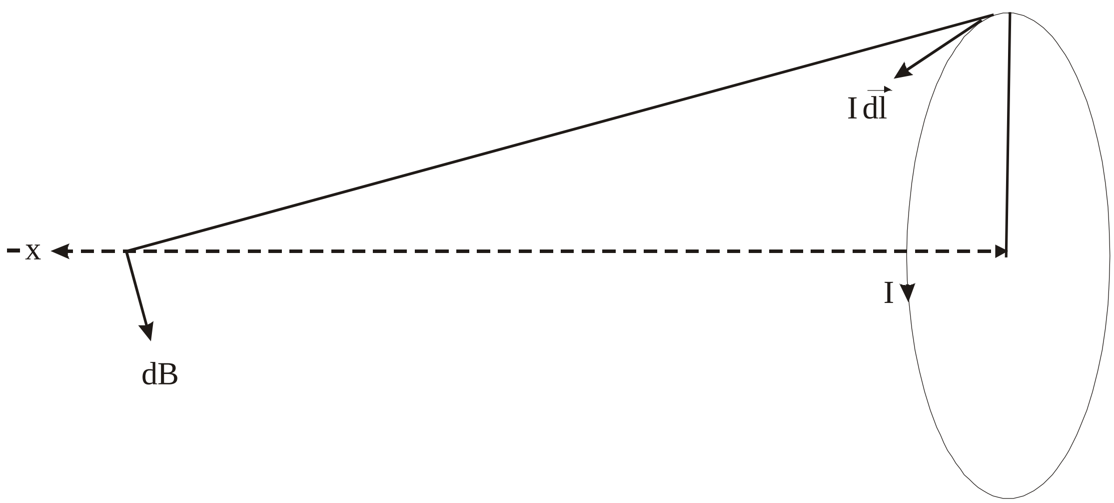
Hallamos $B_{máx}$: el valor del campo será máximo cuando el denominador sea mínimo (siendo el numerador cte.) → esto sucede cuando la variable x = 0:

$$Bx_{máx.} = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{a^2}{\sqrt{a^6}} = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{a^2}{a^3} = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2a}}$$

Para valores lejanos del centro de la espira, se cumple x >> a →

$$\left.Bx\right|_{x>>a} = \boxed{\frac{\mu_0 I a^2}{2|x|^3}}$$

Reflexionemos en la siguiente situación:



Aunque consideremos el semieje negativo de abscisas, siempre **B apunta** hacia las + x → el módulo de **B** está impuesto por la corriente I; asimismo el sentido de **B** lo impone el sentido de la corriente I en la espira (horario – antihorario).