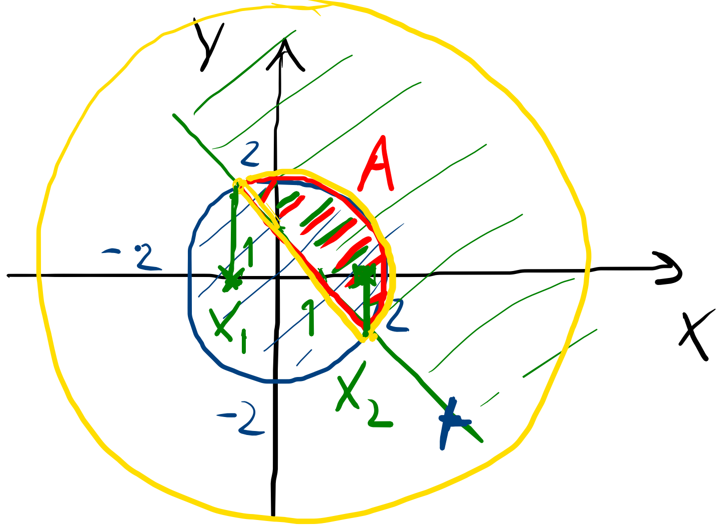
03) Represente geométricamente los siguientes conjuntos de puntos. En cada caso indique cuáles son sus puntos interiores, frontera y exteriores, analice si el conjunto es cerrado, abierto, acotado, compacto, ~~conexo~~.

a) $\{(x,y)\in\Re^2 \,/\, x^2+y^2-4\le 0,\ x+y\ge 1\}$ $= A$



$x^2+y^2\le 4$

$$Int(A)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, \overbrace{x^2+y^2<4 \wedge x+y>1}^{\text{conjunción}}\}$$

$$Fro(A)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, (x^2+y^2=4,\ x+y\ge 1) \text{ ó } (x+y=1,\ x^2+y^2\le 4)\}$$

$$Ext(A)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, x^2+y^2>4 \text{ ó } x+y<1\}$$

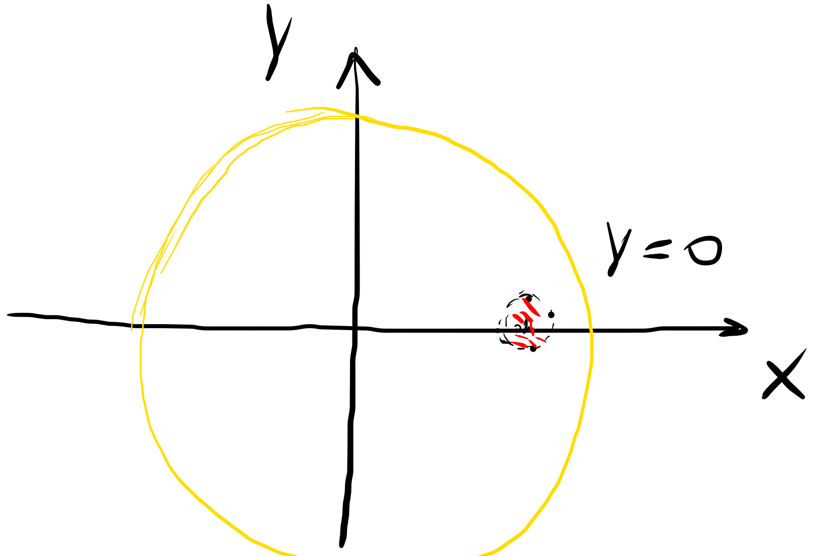
$$\boxed{\sim(p\wedge q)=\sim p\vee\sim q}$$

$Fro(A)\subset A \Rightarrow A$ cerrado

$A\neq Int(A)\Rightarrow A$ no es abierto

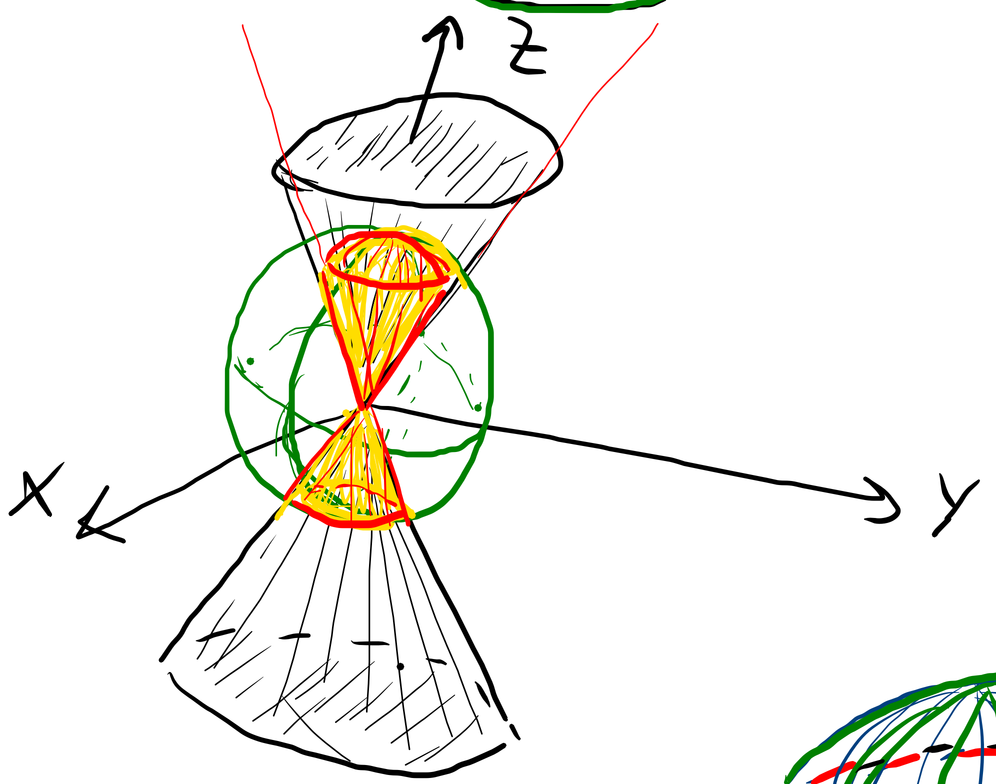
A acotado

A compacto



03) Represente geométricamente los siguientes conjuntos de puntos. En cada caso indique cuáles son sus puntos interiores, frontera y exteriores, analice si el conjunto es cerrado, abierto, acotado, compacto, conexo.

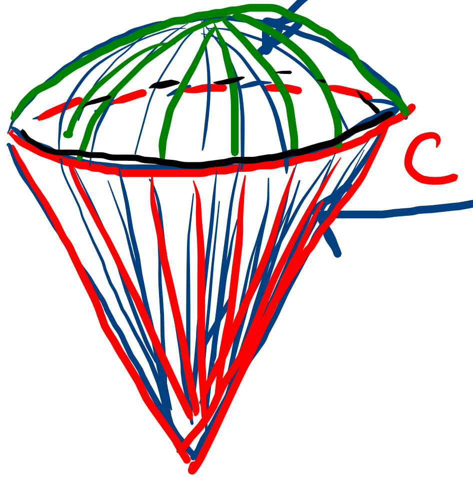
e) $\{(x, y, z) \in \Re^3 \,/\, x^2 + y^2 < z^2 \wedge x^2 + y^2 + z^2 < 9\}$. $= A$



$\mathrm{Int}(A) = A \quad \therefore \quad A$ abierto

$\mathrm{Fro}(A) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, \boxed{(x^2+y^2=z^2 \wedge x^2+y^2+z^2 \leq 9)} \vee \boxed{(x^2+y^2+z^2=9 \wedge x^2+y^2 \leq z^2)}\} \vee \emptyset$

$\mathrm{Ext}(A) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x^2+y^2 > z^2 \vee x^2+y^2+z^2 > 9\}$



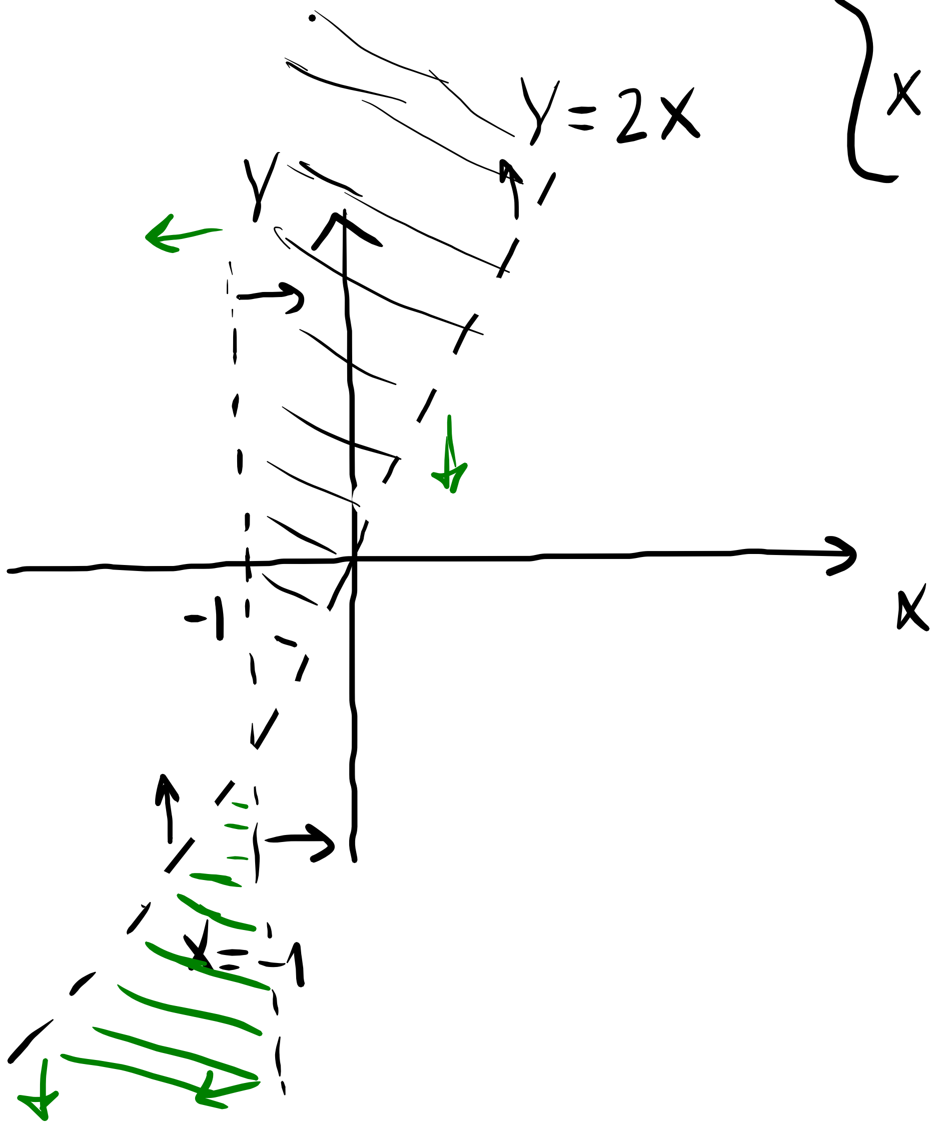
$\mathrm{Fro}(A) \not\subset A$, A no es cerrado

A acotado, A no compacto

05) En los siguientes casos, determine y grafique el dominio natural D de la función.

a) $f(x,y) = \ln((x+1)(y-2x))$. ~~f)~~ $\cancel{\bar{f}(x,y) = (x^{-2}, (x+y)^{-2}\sqrt{y})}$.

$$(x+1)\cdot(y-2x) > 0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x+1>0 \;\wedge\; y-2x>0 \\ \qquad\quad \vee \\ x+1<0 \;\wedge\; y-2x<0 \end{cases} \;\rightarrow\; \begin{cases} x>-1 \;\wedge\; y>2x \\ \qquad\quad \vee \\ x<-1 \;\wedge\; y<2x \end{cases}$$



$$D_f = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, (x>-1 \wedge y>2x) \vee (x<-1 \wedge y<2x)\}$$

06) Represente geométricamente los conjuntos de nivel de los siguientes campos escalares:

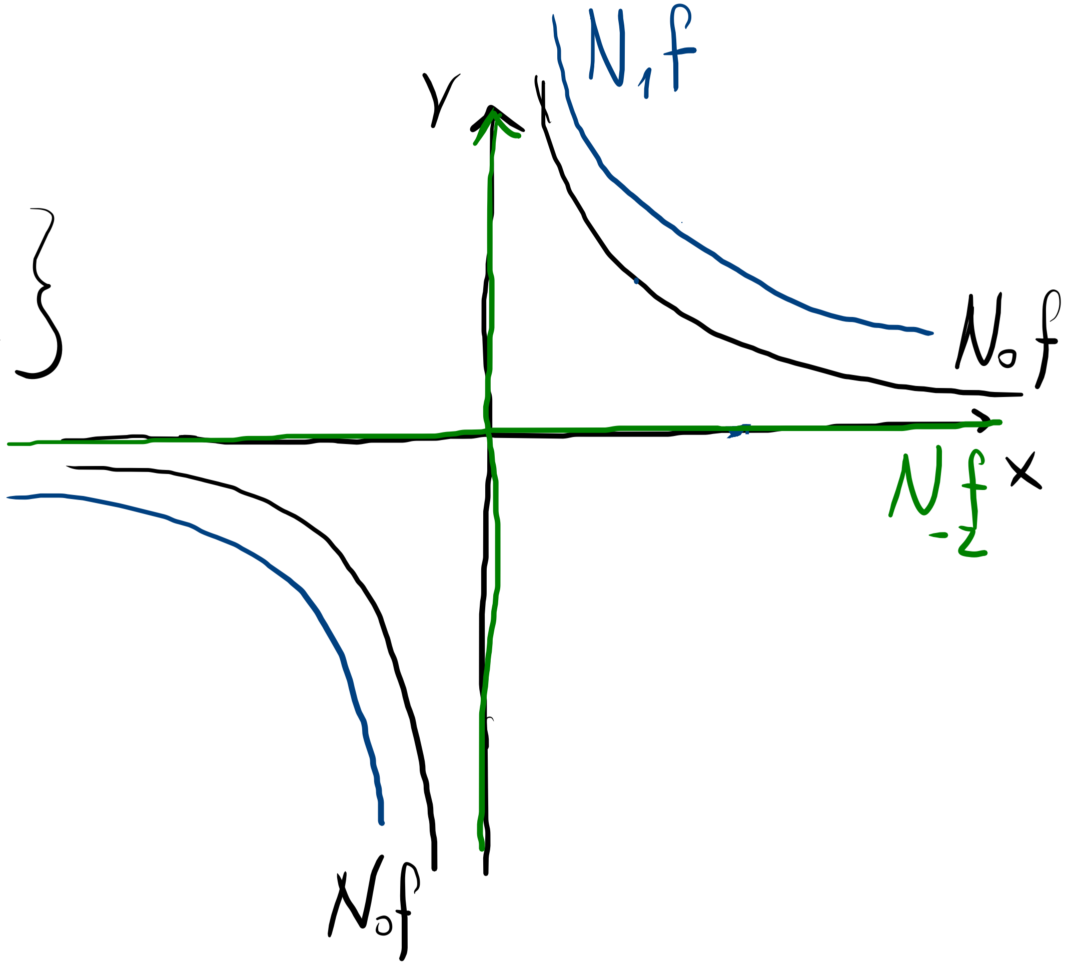
a) $f(x, y) = x\,y - 2$. ~~c) $f(x,y,z) = \ln(x^2+y^2+z^2)$.~~

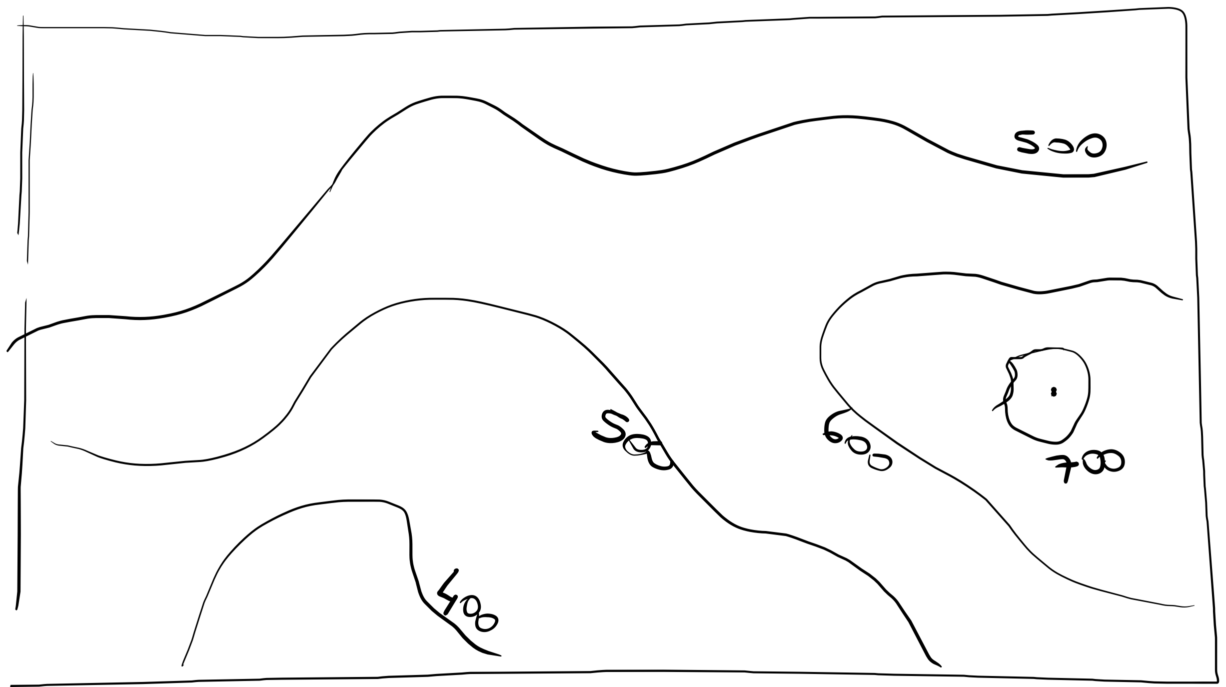
algunos

$$N_0 f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, f(x,y) = \underbrace{xy - 2 = 0}_{xy = 2}\}$$

$$N_1 f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \underbrace{xy - 2 = 1}_{xy = 3}\}$$

$$N_{-2} f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \underbrace{xy - 2 = -2}_{xy = 0}\}$$





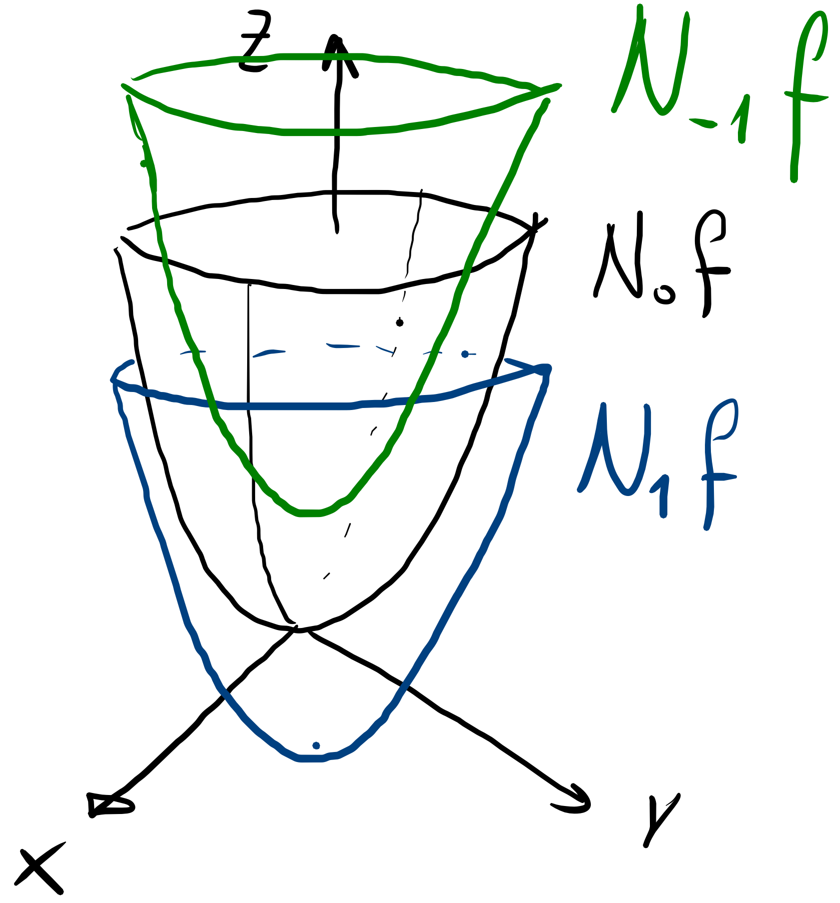
c) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z$.

$$N_0 f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / \underbrace{x^2+y^2-z=0}_{z = x^2+y^2}\}$$

$$N_1 f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / \underbrace{x^2+y^2-z=1}_{z = x^2+y^2-1}\}$$

$$N_{-1} f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x^2+y^2-z=-1\}$$

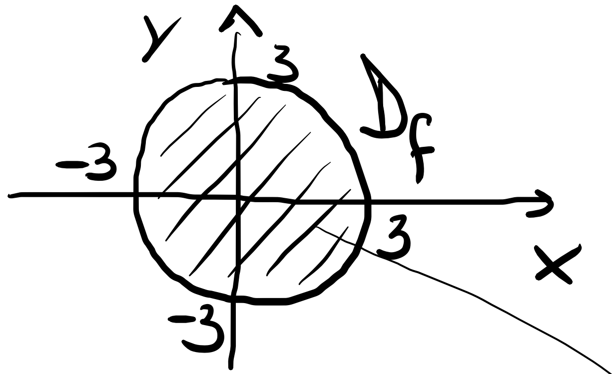
$$z = x^2+y^2+1$$



07) Para cada uno de los siguientes campos escalares definidos en su dominio natural:

- determine el conjunto imagen,
- halle el conjunto de positividad,
- represente la gráfica en el espacio xyz y analice las intersecciones con los planos coordenados.

c) $f(x,y)=\sqrt{9-x^2-y^2}$.



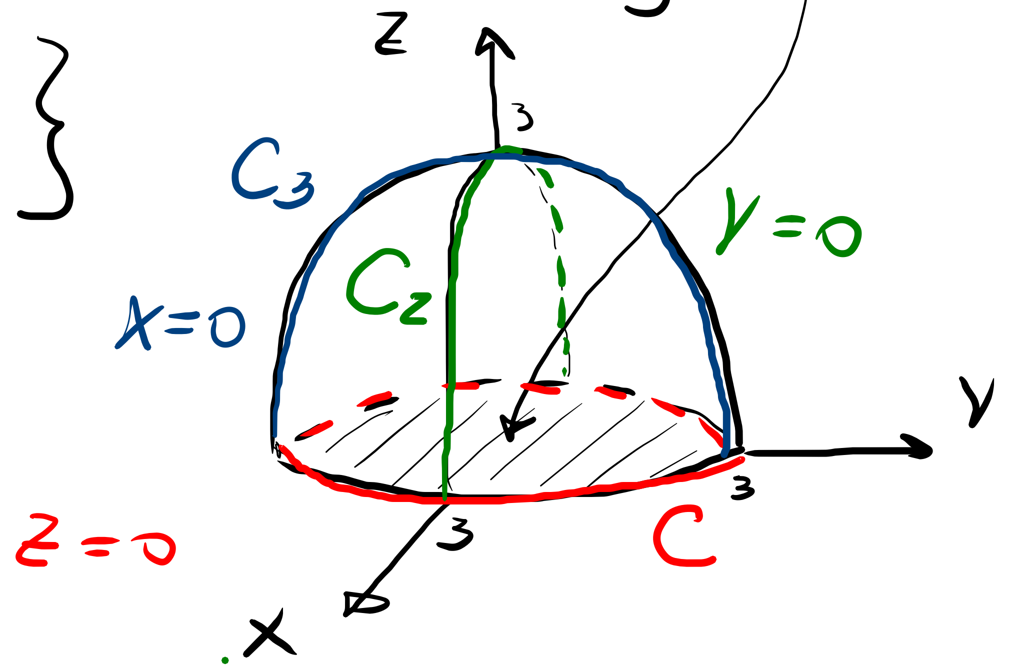
$$9-x^2-y^2 \geq 0 \rightarrow x^2+y^2 \leq 9 \rightarrow D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2\leq 9\}$$

$$\text{gráf } f=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / (x,y)\in D_f \wedge z=\sqrt{9-x^2-y^2}\}$$

$$z^2=9-x^2-y^2$$

$$x^2+y^2+z^2=9$$

$$I_f=[0,3]$$



$$P_s=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2<9\}$$

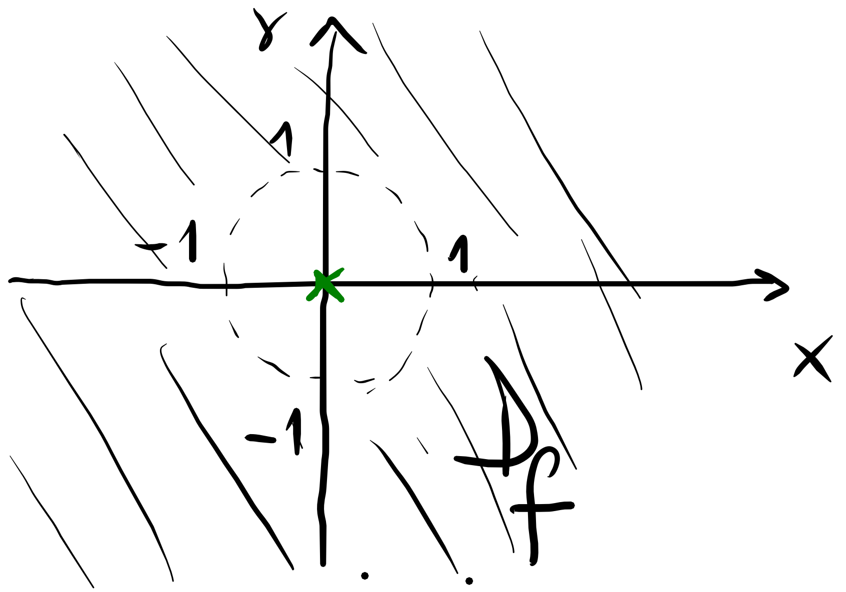
$$C=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / x^2+y^2=9 \wedge z=0\}$$

$$C_2=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / z=\sqrt{9-x^2} \wedge y=0\}$$

$$C_3=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / z=\sqrt{9-y^2} \wedge x=0\}$$

08) Proponga un campo cuyo dominio natural $D \subset \mathbb{R}^2$ cumpla con:

a) $x^2+y^2>1$. b) ~~$x^2+y^2 \le 8-2x$.~~ c) ~~$-1 \le x+y < 3$.~~ d) ~~$(x-1)^2+(y-2)^2>0$.~~



$$x^2+y^2-1>0$$

$$f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$$

$$f(x,y)=\ln\left(x^2+y^2-1\right)$$

09) Dibuje los siguientes conjuntos de puntos e indique si tienen algún nombre en especial:

a) $S = \{(x, y, z) \in \Re^3 \,/\, z = x^2 - 2y^2\}$. ~~d) $S = \{(x, y, z) \in \Re^3 \,/\, z = |x|\}$.~~

$z = x^2 - 2y^2$

paraboloide hiperbólico.