Transferencias de calor

Un cuerpo se encuentra en equilibrio térmico cuando tiene la misma temperatura en todos sus puntos y ésta no varía en el tiempo. Asimismo, dos o más cuerpos alcanzan el equilibrio térmico cuando igualan sus temperaturas.

Las transferencias de calor son fenómenos tendientes a establecer el equilibrio térmico entre dos o más cuerpos o entre diferentes partes de un mismo cuerpo. Consisten en el transporte de energía térmica (calor) desde un cuerpo hacia otro o desde una parte de un cuerpo hacia otra.

Las formas de transferencia del calor son:

a) Por conducción: la energía térmica se transfiere a través de un material, desde los puntos que están a cierta temperatura hacia los que están a temperaturas menores, sin que haya transporte de materia. Lo que se propaga es el movimiento de agitación de las partículas del cuerpo y lo hace a través de colisiones entre ellas. Aunque esta forma de transferencia se produce en cualquiera de los tres estados de agregación de la materia, los materiales que mejor conducen el calor son sólidos. Ejemplo de conducción: si calentamos una olla con agua colocándola sobre la hornalla de una cocina, la energía térmica llega desde la llama hasta el agua atravesando el fondo de la olla, vale decir por conducción.

b) Por convección: la energía térmica es transportada por el movimiento de un fluido que la recibe de un cuerpo a mayor temperatura que la suya y/o la cede a otro a temperatura menor. El movimiento del fluido puede darse en forma espontánea debido a su cambio de densidad (como ocurre con el aire que, al ponerse en contacto con un calefactor, eleva su temperatura, disminuye su densidad y se produce una corriente ascendente del aire caliente) o puede ser producido por un dispositivo a tal efecto (sistema de enfriamiento de motores mediante un fluido refrigerante impulsado por una bomba, coolers que impulsan una corriente de aire para enfriamiento de dispositivos electrónicos, etc.). En el primer caso se dice que la convección es natural y en el segundo se dice que es forzada.

c) Por radiación: se transporta energía mediante ondas electromagnéticas, que pueden propagarse a través de medios materiales transparentes a las mismas o en el vacío, y esta energía se transforma en calor al conducirse desde la superficie de cada cuerpo que la recibe hasta su interior. Todo cuerpo, según sus características y su temperatura, irradia energía térmica en forma de ondas electromagnéticas que viajan a la velocidad de la luz. Por ejemplo: los calefactores infrarrojos, lámparas incandescentes, etc. Existen termómetros que miden la temperatura de los cuerpos mediante la captación de parte de la energía térmica que irradian.

Aunque estas formas de transferencia de energía térmica se producen de manera combinada, es frecuente que haya una forma que sea predominante frente a las otras dos.

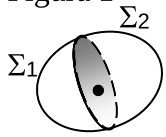
Régimen transitorio y régimen estacionario

Cuando dentro de un cuerpo se produce un proceso de transferencia de calor, dicho cuerpo no está en equilibrio térmico, esto significa que tiene puntos a diferentes temperaturas que, además, pueden estar variando en el tiempo. Es justamente esa diferencia de temperaturas entre los puntos del cuerpo la que moviliza la energía térmica. En general, la temperatura en un punto P de un cuerpo en estas condiciones depende de la ubicación del punto P en el cuerpo y del instante t en el que se la mida. Podemos decir que la temperatura es función de las coordenadas de posición de P y del instante t que se considere. Simbólicamente: $T = f(x; y; z; t)$. Si se llega a una situación en la que la temperatura de cada punto del cuerpo deja de variar con el tiempo (sin llegar a ser la misma en todos los puntos) se alcanza el "régimen estacionario", cumpliéndose que $T = f(x; y; z)$. El estado estacionario NO ES UN ESTADO DE EQUILIBRIO dado que hay diferencias entre las temperaturas de puntos diferentes del cuerpo. Para sostener en el tiempo un estado estacionario es necesario que el cuerpo en cuestión esté en contacto con no menos de dos fuentes térmicas a diferentes temperaturas. Entendemos por fuente térmica a un cuerpo o un dispositivo capaz de intercambiar calor sin modificar (en forma apreciable al menos) su temperatura.

Transferencia de calor por conducción: Ley de Fourier

Consideremos un cuerpo a través del cual se esté produciendo una transferencia de calor por conducción y un punto A interior al mismo. Llamemos dV a un pequeño volumen que rodee al punto A y que esté delimitado por cierta superficie cerrada a través de la cual se produce el flujo de la energía térmica. Supongamos además que Σ_1 representa la parte de la superficie cerrada por la que ingresa calor al volumen que rodea a A y Σ_2 representa la parte de la misma por la que sale calor.

Figura 1



Si $\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_1}$ es la cantidad de calor que por unidad de tiempo entra al volumen dV y $\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_2}$ es la cantidad de calor que por unidad de tiempo sale de dicho volumen, la cantidad de calor neta que por unidad de tiempo intercambia ese volumen del cuerpo es $\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_1} - \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_2} = \frac{\delta Q}{d\tau} = \frac{\delta\left(c.m.\Delta T\right)}{d\tau} = c.m.\frac{dT}{d\tau}$. Al alcanzar el régimen estacionario la temperatura del cuerpo en el punto A es constante en el tiempo por lo que su derivada temporal es nula, en consecuencia se cumple que $\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_1} - \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_1} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\Sigma_2}$, igualdad que expresa que en el régimen estacionario, la cantidad de calor que por unidad de tiempo entra a un volumen determinado del cuerpo por cierta región de la superficie que lo delimita, debe coincidir con la cantidad de calor que por unidad de tiempo sale del mismo volumen por la superficie restante.

La Figura 2 representa un cuerpo en contacto con dos fuentes térmicas a temperaturas $T_1 > T_2$ que se encuentra en régimen estacionario. En ella se señala un punto A y una superficie infinitesimal ΔS que lo contiene y que está orientada según el versor normal $\boldsymbol{\eta}$. La temperatura en el punto A es T y en el punto A', ubicado a la distancia Δr de A sobre la recta de acción del versor normal, es $T+\Delta T$. La expresión $\frac{dT}{dr} = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta r}$ es la derivada direccional de la temperatura en la dirección del versor normal $\vec{\eta}$. Esta derivada es negativa cuando la temperatura decrece en el sentido del versor normal.

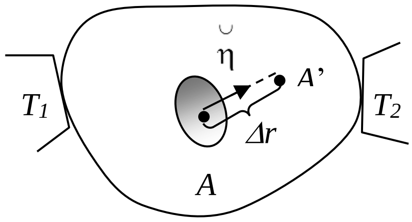


Figura 2

Se encuentra experimentalmente que el flujo de calor o potencia calorífica[1] Φ_Q transmitida por la superficie es directamente proporcional al producto de la medida de la superficie por la derivada direccional de la temperatura en la dirección normal a la misma.

Simbólicamente:

$$\Phi_Q = \frac{\delta Q}{d\tau} \propto \Delta S \frac{dT}{dr}$$

Para convertir la proporción en igualdad se agrega un factor de proporcionalidad positivo λ, de manera que la expresión queda:

---

[1] El flujo de calor o potencia calorífica transmitida Φ_Q es la cantidad de calor que por unidad de tiempo atraviesa la superficie ΔS y es llamada también corriente calorífica H o I según diferentes autores.

$$\boxed{\Phi_Q = -\lambda.\Delta S\,\frac{dT}{dr}} \quad \textbf{(1)}$$

La ecuación (1) expresa la ley de Fourier, en forma diferencial, para el régimen estacionario.

El signo negativo en el segundo miembro de la igualdad es para lograr que el flujo de calor Φ_Q quede positivo cuando se ubica el versor normal en el sentido decreciente de la temperatura, en cuyo caso es negativa su derivada direccional. El factor de proporcionalidad λ (o k para algunos autores) se denomina coeficiente de conductividad térmica, es característico de cada material y sus unidades en el sistema internacional son:

$$[\lambda] = \frac{[\Phi_Q]}{[\Delta S]\left[\frac{dT}{dr}\right]} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^{\cancel{2}}.\frac{\mathrm{K}}{\cancel{\mathrm{m}}}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m.K}}$$

El valor numérico de λ representa qué flujo de calor se transmite a través de una superficie de 1 m^2 cuando la derivada direccional de la temperatura vale 1K/m.

En la tabla adjunta pueden verse los valores de los coeficientes de conductividad térmica de algunos materiales (Fuente FISICANET)

Material	**W/m.K**
Acero	47-58
Agua	0,58
Aire	0,02
Alcohol	0,16
Alpaca	29,1
Aluminio	209,3
Amianto	0,04
Bronce	116-186
Cinc	106-140
Cobre	372,1-385,2
Corcho	0,04-0,30
Estaño	64,0
Fibra de Vidrio	0,03-0,07
Glicerina	0,29
Hierro	1,7
Ladrillo	0,80
Ladrillo Refractario	0,47-1,05
Latón	81-116
Litio	301,2
Madera	0,13
Mercurio	83,7
Mica	0,35
Níquel	52,3
Oro	308,2
Parafina	0,21
Plata	406,1-418,7
Plomo	35,0
Vidrio	0,6-1,0

Aplicaciones de la ley de Fourier

a) Varilla aislada lateralmente en régimen estacionario

La Figura 3 representa una varilla homogénea de longitud L y de sección constante S, con su superficie lateral aislada, para evitar flujo de energía térmica en forma transversal, y con sus extremos en contacto con fuentes térmicas a las temperaturas T_1 y T_2 (con $T_2 < T_1$). El eje de coordenadas x es paralelo al eje longitudinal de la varilla. En las direcciones perpendiculares a dicho eje la derivada direccional de la temperatura resulta nula porque, de no serlo, habría un flujo de calor hacia la superficie lateral que no tendría por dónde salir porque que se lo impide el aislante. La energía, entonces, se iría acumulando haciendo que la temperatura de la varilla aumente en el tiempo y este hecho contradice la situación de régimen estacionario prefijada. La derivada direccional de la temperatura evaluada en la dirección del eje x adopta su máximo valor absoluto y recibe el nombre de gradiente de la temperatura o gradiente térmico. Cada sección transversal de la varilla es una superficie isotérmica. La potencia térmica se transmite perpendicularmente a las superficies isotérmicas, en la dirección del eje x, desde la fuente de mayor hacia la de menor temperatura.

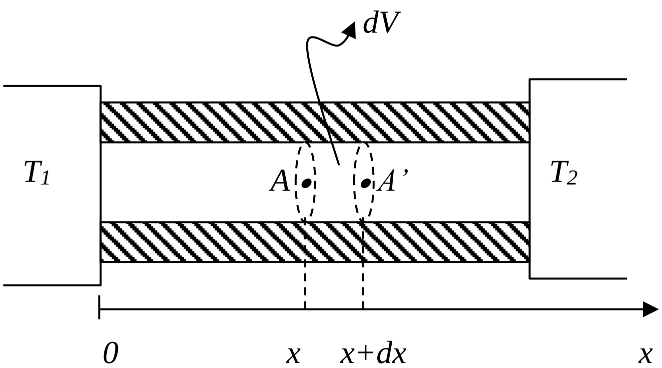


Figura 3

Por la condición de régimen estacionario, el balance de flujos de calor del volumen dV de la varilla, comprendido entre las secciones con abscisas x y $x+dx$ es:

$$\Phi_{Q_x} = \Phi_{Q_{x+dx}}$$

$$\cancel{-}\cancel{\lambda}.\cancel{A}\left(\frac{dT}{dx}\right)_x = \cancel{-}\cancel{\lambda}.\cancel{A}\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+dx}$$

Como x es una coordenada cualquiera dentro de la varilla, la última igualdad se puede expresar diciendo que el gradiente térmico es constante:

$$\frac{dT}{dx} = C$$

$$dT = C.dx$$

$$\int_{T_1}^{T(x)} dT = C.\int_0^x dx$$

$$T(x) - T_1 = C.x$$

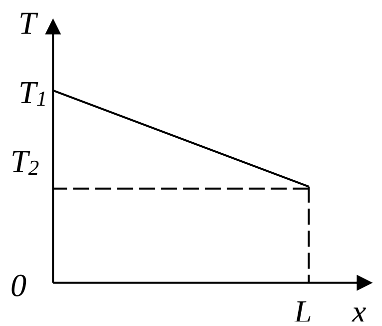
$$T(x) = C.x + T_1 \quad \textbf{(2)}$$

La igualdad (2) es la función que expresa el perfil de temperaturas de la varilla, se trata de una función lineal de ordenada al origen T_1 y pendiente C. Para hallar la pendiente utilizamos la condición $T(L)=T_2$. Con ella nos queda: $C = \dfrac{T_2 - T_1}{L}$ **(3)**

Reemplazando la pendiente en la igualdad (2) obtenemos:

$$\boxed{T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1}$$

La representación gráfica del perfil de temperaturas es:



Reemplazando el gradiente térmico en la ley de Fourier podemos obtener el flujo de calor a lo largo de la varilla aislada:

$$\boxed{\Phi_Q = -\lambda.S\,\frac{T_2 - T_1}{L} = \lambda.S\,\frac{T_1 - T_2}{L}} \quad \textbf{(4)}$$

b) Pared plana infinita

Consideramos una pared de espesor e mucho menor que el ancho y la altura de la misma, en régimen estacionario, con la cara izquierda a la temperatura T_1 y la derecha a la temperatura $T_2 < T_1$.

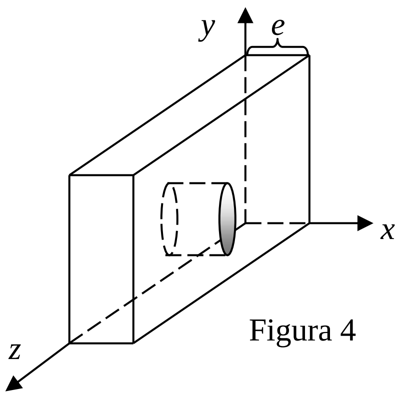


Figura 4

Imaginemos la parte de la pared contenida en un cilindro de base S que la atraviese desde una cara hasta la otra como muestra la Figura 4. Esta porción cilíndrica de pared se comporta como la varilla de la aplicación anterior de la ley de Fourier, el aislante lo constituye el resto de la pared dado que sólo se transfiere energía en la dirección del eje x y no en las normales a él. El perfil de temperaturas es lineal, como en el caso de la varilla aislada, y las superficies isotérmicas son planos paralelos a las caras de la pared. La potencia calorífica transmitida (o flujo de calor) se puede obtener reemplazando la longitud por el espesor en la ecuación (4):

$\Phi_Q = \lambda . S \dfrac{T_1 - T_2}{e}$ y para evitar el uso de la superficie arbitraria S y dado que la pared se considera infinita, se divide a ambos miembros de la igualdad por S para obtener el flujo de calor transmitido por unidad de área, denominado <u>*densidad de flujo de calor*</u> $\delta\Phi_Q$:

$$\boxed{\delta\Phi_Q = \frac{\Phi_Q}{S} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{e}}$$

c) Flujo radial de calor

Consideramos ahora un tubo cilíndrico de radio interior R_1, radio exterior R_2 y coeficiente de conductividad térmica λ, en cuyo interior circula un fluido que le mantiene la superficie interna a la temperatura constante T_1 mientras que la superficie exterior se encuentra a la temperatura constante $T_2 < T_1$.

La Figura 5 muestra los cortes transversal y longitudinal del tubo.

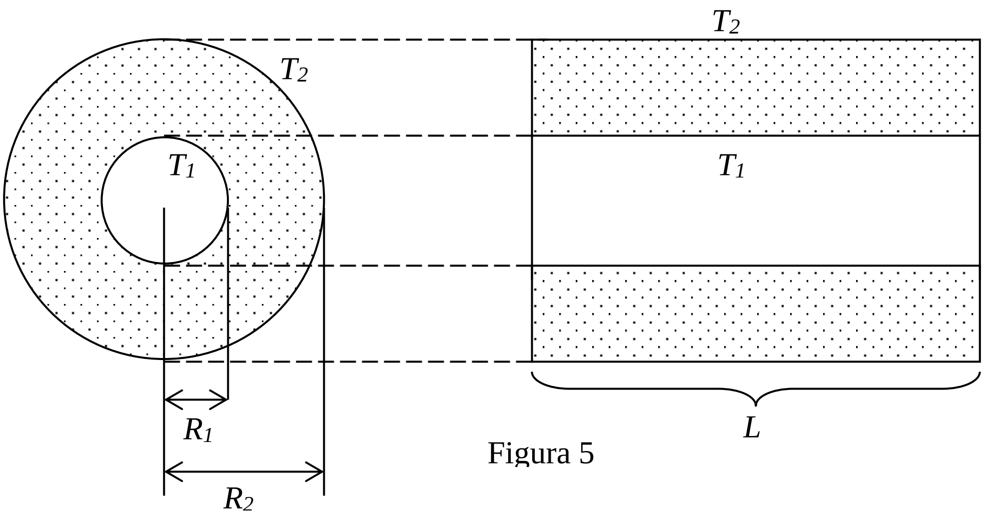


Figura 5

La dirección del gradiente de temperatura para esta geometría resulta radial y las superficies isotérmicas son superficies cilíndricas coaxiales con el tubo y con radio genérico r comprendido entre R_1 y R_2. La potencia térmica se transmite radialmente, de adentro hacia afuera. Al llegar al régimen estacionario, el flujo de calor que ingresa al volumen de cilindro de longitud L comprendido entre los radio r y $r+dr$ (Figura 6) debe ser igual al que sale del mismo:

$$\Phi_{Q_r} = \Phi_{Q_{r+dr}}$$

$$\cancel{-\lambda} . S_r . \left(\frac{dT}{dr}\right)_r = \cancel{-\lambda} . S_{r+dr} . \left(\frac{dT}{dr}\right)_{r+dr}$$

$$\cancel{2} . \cancel{\pi} . r . \cancel{L} . \left(\frac{dT}{dr}\right)_r = \cancel{2} . \cancel{\pi} . (r + dr) . \cancel{L} . \left(\frac{dT}{dr}\right)_{r+dr}$$

$$r . \left(\frac{dT}{dr}\right)_r = (r + dr)\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r+dr}$$

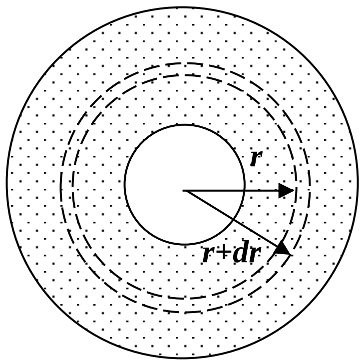


Figura 6

Dado que r y $r+dr$ son dos radios cualesquiera comprendidos entre R_1 y R_2, la última igualdad significa que el producto del gradiente térmico en un punto de una superficie isotérmica cualquiera por el radio de la misma es constante. Simbólicamente:

$$r.\frac{dT}{dr}=C$$

Al separar variables e integrar esta expresión entre la temperatura T_1 para $r = R_1$ y la temperatura $T(r)$ para el radio genérico r, se obtiene:

$$\int_{T_1}^{T(r)} dT = C\int_{R_1}^{r}\frac{dr}{r}$$

$$T(r)-T_1 = C.ln\left(\frac{r}{R_1}\right)$$

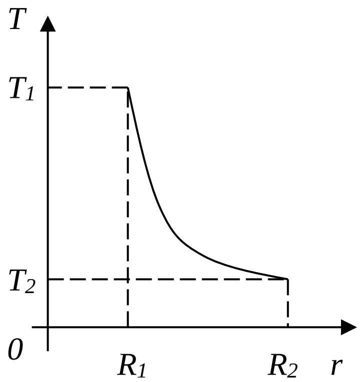
$$T(r)=T_1 + C.ln\left(\frac{r}{R_1}\right)$$

Si se integra entre T_1 para $r = R_1$ y T_2 para $r = R_2$ se obtiene la constante:

$$C=\frac{T_2-T_1}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

La ecuación del perfil de temperaturas y su gráfica quedan:

$$\boxed{T(r)=T_1+\frac{T_2-T_1}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}.ln\left(\frac{r}{R_1}\right)}$$



Finalmente, mediante la ley de Fourier, puede obtenerse el flujo de calor transmitido radialmente por un tramo de tubo de longitud L:

$$\Phi_Q = -\lambda.S\frac{dT}{dr}$$

$$\Phi_Q = -\lambda.2.\pi.r.L\frac{dT}{dr}$$

$$\Phi_Q.\frac{dr}{r} = -\lambda.2.\pi.L.dT$$

$$\Phi_Q\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = -\lambda.2.\pi.L\int_{T_2}^{T_2} dT$$

$$\Phi_Q.ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = -\lambda.2.\pi.(T_2-T_1)$$

$$\boxed{\Phi_Q = -\lambda.2.\pi.L\frac{T_2-T_1}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \lambda.2.\pi.L\frac{T_1-T_2}{ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$$

Esta forma de obtener el flujo de calor transmitido prescinde del uso de la ecuación del perfil de temperatura, pero como es obvio, se puede hallar el gradiente de temperatura con dicha ecuación y luego reemplazarlo en la ley de Fourier, llegándose a idéntico resultado.

Resistencia térmica

Según se ha visto en la ecuación (4) para una pared en régimen estacionario, el flujo de calor es $\Phi_Q = \lambda.S\dfrac{T_1 - T_2}{e}$ de donde puede obtenerse $T_1 - T_2 = \dfrac{e}{\lambda S}\Phi_Q$. El primer miembro de esta igualdad (la diferencia de temperaturas) representa a la entidad que moviliza a la energía térmica para pasar de una cara a la otra de la pared, Φ_Q es el flujo de calor transmitido a causa de dicha diferencia de temperaturas. El factor $\dfrac{e}{\lambda S}$ (que es igual a $\dfrac{\Phi_Q}{T_1 - T_2}$ y cuyo valor representa cuántos kelvin de diferencia de temperatura se requiere por cada watt de flujo de calor) da una idea de la oposición que la pared opone al flujo de calor y recibe el nombre de “resistencia térmica” R_T. Su unidad en el Sistema Internacional es K/W. Con esta nueva magnitud es posible expresar la potencia calorífica transmitida en régimen estacionario mediante la ecuación

$$\boxed{\Phi_Q = \frac{T_1 - T_2}{R_T}}$$

teniendo en cuenta que en el caso de una pared es $R_T = \dfrac{e}{\lambda S}$ y para una barra es $R_T = \dfrac{L}{\lambda S}$.

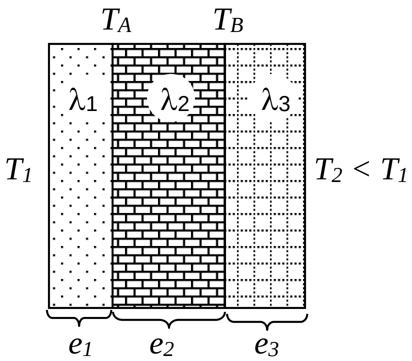


Figura 7

La introducción del concepto de resistencia térmica presenta la ventaja de permitir describir las transferencias de calor por conducción como si se tratase de una conducción eléctrica. En este sentido, las resistencias térmicas pueden ser asociadas en serie y en paralelo.

La Figura 7 representa el corte transversal de una pared formada por tres capas, de materiales y espesores diferentes, dispuestas en serie. La cara izquierda de la pared se encuentra a la temperatura T_1, la cara derecha a la temperatura T_2 mientras que, una vez alcanzado el régimen estacionario, la superficie común a las dos primeras capas y la superficie común a las dos segundas se encuentran a las temperaturas T_A y T_B respectivamente. La serie está definida por que el flujo de calor debe pasar indefectiblemente por las tres capas para poder llegar desde la cara izquierda de la pared hasta la derecha, no hay caminos alternativos que le permitan saltear a alguna de ellas.

Según la ley de Fourier y mediante el empleo del concepto de resistencia térmica se puede establecer que

$$\Phi_Q = \lambda.S\frac{T_1 - T_2}{e} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{e}{\lambda S}\Phi_Q = R_T.\Phi_Q$$

Si se aplica esta relación a cada capa en forma individual se obtiene

$$T_1 - T_A = R_{T_1}.\Phi_Q$$
$$T_A - T_B = R_{T_2}.\Phi_Q$$
$$T_B - T_2 = R_{T_3}.\Phi_Q$$

Sumando miembro a miembro las tres igualdades, cancelando las temperaturas de las uniones y factorizando Φ_Q que tiene el mismo valor en todas las capas de la pared queda

$$\left(T_1 - T_2\right) = \left(R_{T_1} + R_{T_2} + R_{T_3}\right).\Phi_Q$$

El factor que multiplica al flujo de calor, para dar como resultado la diferencia de temperaturas, es la resistencia térmica total de la pared. Una relación similar se obtiene para el caso de barras de igual sección conectadas en serie.

$$\boxed{R_{T_{serie}} = R_{T_1} + R_{T_2} + R_{T_3}}$$

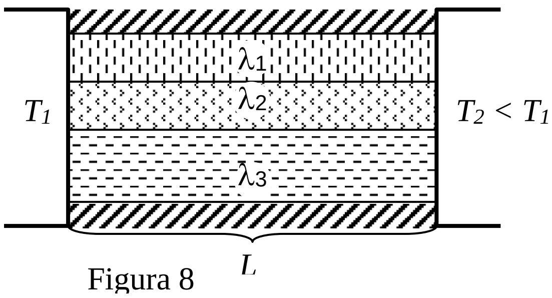


Figura 8

En la Figura 8 se representan tres barras de igual longitud L con secciones transversales S_1, S_2, S_3 y conductividades térmicas λ_1 ,λ_2 y λ_3 respectivamente.

La potencia calorífica transmitida se dirige desde la fuente térmica de temperatura T_1 hacia la de temperatura menor T_2. En la representación se muestran las barras como si estuviesen colocadas una encima de la otra pero podrían estar rodeándose una a la otra teniendo cada una un extremo en contacto con cada fuente térmica. Cada barra constituye un camino alternativo para que la energía térmica llegue de una fuente a la otra. Esta situación es característica de la conexión en paralelo

La diferencia de temperaturas es la misma para todas las barras y el flujo de calor total, transmitido por el conjunto de barras, es igual a la suma de los flujos que transmiten individualmente. En símbolos:

$$\Phi_{Q_{total}} = \Phi_{Q_1} + \Phi_{Q_2} + \Phi_{Q_3} = \frac{T_1 - T_2}{R_{T_1}} + \frac{T_1 - T_2}{R_{T_2}} + \frac{T_1 - T_2}{R_{T_3}} = \left(T_1 - T_2\right)\left(\frac{1}{R_{T_1}} + \frac{1}{R_{T_2}} + \frac{1}{R_{T_3}}\right)$$

De allí se obtiene que

$$\left(T_2 - T_1\right) = \frac{\Phi_{Q_{total}}}{\frac{1}{R_{T_1}} + \frac{1}{R_{T_2}} + \frac{1}{R_{T_3}}} = \Phi_{Q_{total}}\left(\frac{1}{R_{T_1}} + \frac{1}{R_{T_2}} + \frac{1}{R_{T_3}}\right)^{-1}$$

Dado que el factor que multiplica al flujo de calor transmitido para obtener la diferencia de temperaturas es la resistencia térmica, podemos establecer que la resistencia total del conjunto de barras en paralelo es:

$$\boxed{R_{T_{total}} = \left(\frac{1}{R_{T_1}} + \frac{1}{R_{T_2}} + \frac{1}{R_{T_3}}\right)^{-1}}$$

RESUMIENDO:

- La resistencia térmica equivalente de un con junto de paredes o de barras en serie es igual a la suma de las resistencias térmicas de cada una de ellas.
- La resistencia térmica equivalente de un conjunto de barras, o de paredes, en paralelo es igual a la inversa multiplicativa de la suma de las inversas multiplicativas de las resistencias individuales.

ADVERTENCIA: la aplicación de este modelo tiene una gran cantidad de limitaciones, sólo la exponemos a título comparativo.

Transferencias de calor por convección

Analizamos ahora el caso de una pared sólida a cierta temperatura T en contacto con un fluido a una temperatura θ diferente. Una delgada capa del fluido, llamada capa limítrofe, queda adherida a la pared y está sometida a cierto gradiente térmico. La temperatura θ mencionada se refiere al resto del fluido, no a esa capa, es común simbolizarla como T_∞ para remarcar la idea de que se trata de la temperatura en un punto del fluido alejado de la pared. El perfil de temperaturas correspondiente sería como el mostrado en la Figura 9.

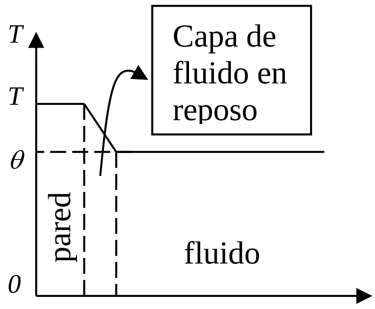


Figura 9

Aunque la descripción rigurosa de la transferencia de calor por convección encierra una gran complejidad, es posible pensar en una aproximación simple, hallada experimentalmente, que se cumple razonablemente en ciertos casos. Según esta aproximación experimental, el flujo de calor transmitido desde la superficie S de una pared sólida a temperatura T hacia un fluido a temperatura θ es directamente proporcional al producto de la medida de la superficie S por la diferencia de temperaturas (T - θ). Simbólicamente:

$$\Phi_Q \propto S.(T-\theta)$$

Mediante un factor de proporcionalidad h expresamos la proporcionalidad como igualdad:

$$\boxed{\Phi_Q = h.S.(T-\theta)}$$

El factor h se llama coeficiente de convección. A diferencia de las conductividades térmicas, los coeficientes de convección no son constantes físicas propias de cada material sino que dependen de la textura, la forma y la orientación de la superficie, de la viscosidad y de la conductividad térmica del fluido así como de las temperaturas T y θ. Aunque existen tablas que dan idea del rango de valores que toma h en las situaciones más frecuentes (por ejemplo, paredes verticales de diferentes materiales y con acabados diferentes en contacto con aire), lo más adecuado sería determinarlo experimentalmente para cada caso concreto.

Las unidades del coeficiente de convección en el sistema internacional son

$$[h] = \frac{[\Phi_Q]}{[S]\cdot[T]} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}$$

El valor numérico de h representa qué potencia térmica intercambia con el fluido cada unidad de superficie de la pared por cada grado de diferencia de temperaturas entre ambos.

Pared compuesta en contacto con dos fluidos y en régimen estacionario: coeficiente de transmisión total

En la Figura 10 se ilustra una pared compuesta de dos capas de espesores e_1 y e_2 con conductividades térmicas λ_1 y λ_2 respectivamente. La pared se encuentra rodeada por una masa de fluido a la temperatura θ_1, a la izquierda, y otra a la temperatura θ_2, a la derecha. Los respectivos coeficientes de convección son h_1 y h_2 La temperatura de la cara izquierda de la pared es T_1 y la de la cara derecha es T_2, mientras que T_x es la temperatura de la superficie común a las dos capas de la pared.

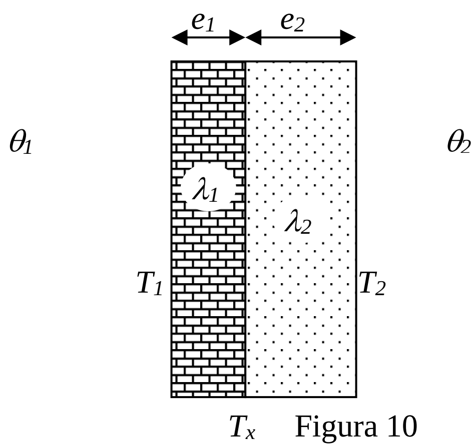


Figura 10

Si no consideramos la radiación, cuando se haya establecido el régimen estacionario, la potencia térmica transmitida del fluido de la izquierda a la pared (por convección), la transmitida por la capa izquierda y por la capa derecha (por conducción) y la transmitida al fluido de lado derecho (por convención), a través de una superficie arbitraria S, tienen el mismo valor.

Las ecuaciones que describen los cuatro procesos de transferencia citados son:

$$\Phi_Q = h_1.S.(\theta_1 - T_1) \qquad (a)$$

$$\Phi_Q = \lambda_1.S\frac{T_1 - T_x}{e_1} \qquad (b)$$

$$\Phi_Q = \lambda_2.S\frac{T_x - T_2}{e_2} \qquad (c)$$

$$\Phi_Q = h_2.S.(T_2 - \theta_2) \qquad (d)$$

Es posible eliminar las temperaturas de las superficies de las paredes entre las ecuaciones *(a), (b), (c)* y *(d)* para expresar la potencia térmica en función de las temperaturas de los fluidos que rodean a la pared. Para ello despejamos:

$$de(a):\ \ \theta_1 - T_1 = \frac{\Phi_Q}{S}\frac{1}{h_1}$$

$$de(b):\ \ T_1 - T_x = \frac{\Phi_Q}{S}\frac{e_1}{\lambda_1}$$

$$de(c):\ \ T_x - T_2 = \frac{\Phi_Q}{S}\frac{e_2}{\lambda_2}$$

$$de(d)\ \ T_2 - \theta_2 = \frac{\Phi_Q}{S}\frac{1}{h_2}$$

Sumamos miembro a miembro las cuatro últimas igualdades y sacamos factor común $\frac{\Phi_Q}{S}$

Obtenemos: $\theta_1 - \theta_2 = \frac{\Phi_Q}{S}\left(\frac{1}{h_1}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\frac{1}{h_2}\right)$ y despejando: $\Phi_Q = \left(\frac{1}{h_1}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\frac{1}{h_2}\right)^{-1}.S.(\theta_1-\theta_2)$

La expresión encerrada entre paréntesis y elevada a la menos uno recibe el nombre de coeficiente de transmisión total k_T. En consecuencia, queda:

$\boxed{\Phi_Q = k_T.S.(\theta_1-\theta_2)}$ o su equivalente $\boxed{\delta\Phi_Q = k_T(\theta_1-\theta_2)}$ con $\boxed{k_T = \left(\frac{1}{h_1}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\frac{1}{h_2}\right)^{-1}}$

Las unidades del coeficiente de transmisión total coinciden con las del coeficiente de convección.

<u>Transferencia por radiación térmica</u>

Cuando incide radiación sobre la superficie de un cuerpo, éste absorbe cierta fracción de la misma. Se denomina cuerpo negro a aquél que es capaz de absorber la totalidad de la energía que recibe. Según la ley de Prevost, todo cuerpo irradia energía en forma de ondas electromagnéticas. Hacia fines del siglo XIX, Josef Stefan en forma experimental y Ludwig Boltzmann en forma teórica, determinaron que la potencia P_{RN} irradiada por un cuerpo negro es directamente proporcional a la medida de la superficie del mismo y a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$\boxed{P_{R_N} = \sigma S T^4}$$

Un cuerpo negro es una idealización, los cuerpos reales a temperatura T emiten una fracción ε de la potencia que emitiría un cuerpo negro a esa misma temperatura y por una superficie de igual área. En símbolos es

$$\boxed{P_R = \varepsilon\sigma S T^4}$$

P_R : es la potencia radiada

T : es la temperatura absoluta del cuerpo

S : es la medida de la superficie del cuerpo (a través de la cual radia la potencia)

σ : es una constante universal llamada constante de Stefan-Boltzmann. Su valor, en el Sistema Internacional de unidades es $\sigma = 5{,}67\times10^{-8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\cdot K^4}}$

ε : es un factor adimensional llamado emisividad del cuerpo. Su valor está comprendido entre cero y uno, depende de las características de la superficie del cuerpo y representa la fracción de potencia radiante que emite el mismo a temperatura T en comparación con la emitida por un cuerpo negro ideal a la misma temperatura y por una superficie de igual área que la suya. Surge de la teoría de Boltzmann que, como la potencia térmica radiada por un cuerpo negro ideal a cierta temperatura responde a la ley $P_{R_N} = \sigma S T^4$, la emisividad del cuerpo negro es $\varepsilon = 1$.

La ley de la radiación de Kirchhoff propone que cuando un cuerpo se encuentra en equilibrio térmico con el medio que lo rodea, la fracción que absorbe de la potencia recibida coincide con ε.

Como consecuencia de la ley de Kirchhoff, cuando un cuerpo está rodeado de un ambiente isotérmico a temperatura T_0 absorbe una fracción ε de la potencia que dicho medio le hace llegar y al mismo tiempo radia potencia. El balance entre las potencias radiada y absorbida (P_{Neta}) es aproximadamente:

$$\boxed{P_{Neta} = \varepsilon \sigma S \left(T^4 - T_0^4\right)}$$

Si la temperatura del cuerpo es mayor que la del ambiente, el cuerpo se está enfriando; si la temperatura del cuerpo es inferior a la del ambiente, se está calentando. En el equilibrio térmico la temperatura del cuerpo es igual a la del ambiente que lo rodea, en consecuencia, la potencia que emite es compensada por la que absorbe. Es posible mantener una situación estacionaria fuera del equilibrio, intercambiando energía con el cuerpo mediante otro proceso, no por radiación (por ejemplo, se puede hacer circular por el cuerpo una corriente eléctrica, que compense la pérdida neta de energía que le haría bajar su temperatura)

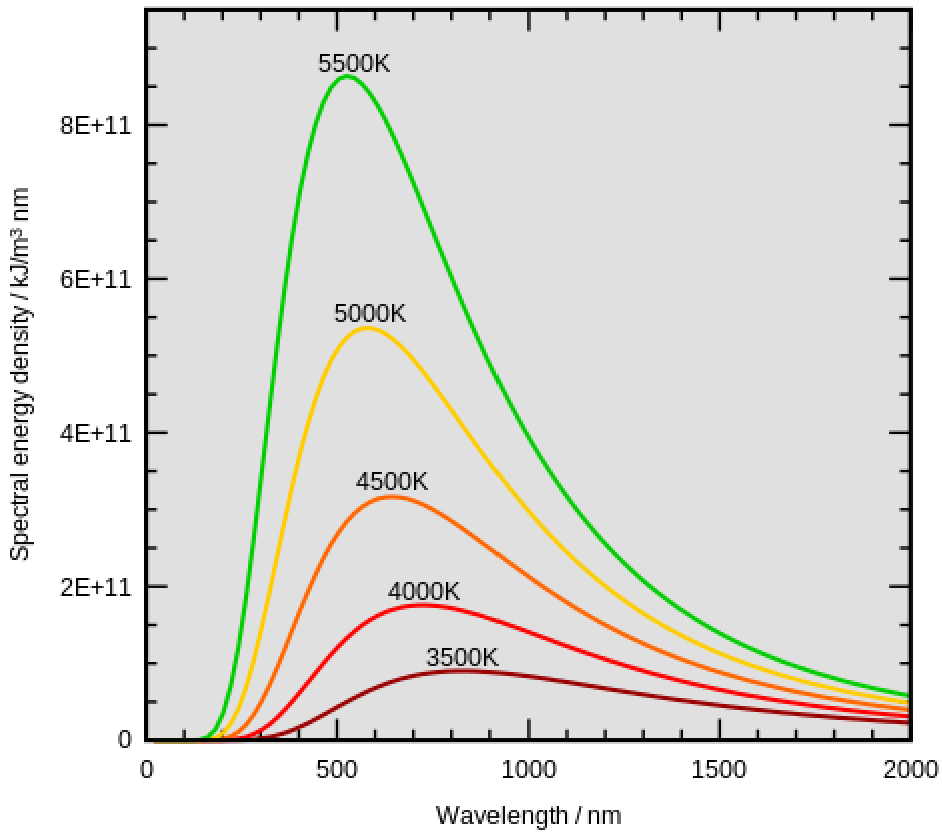
Las ondas electromagnéticas radiadas por los cuerpos debido a su temperatura no tienen una sola frecuencia, sino que presentan una distribución espectral dentro de un intervalo de frecuencias. Cuando el medio de propagación es homogéneo, a cada frecuencia le corresponde una longitud de onda vinculada por la relación $\lambda = c / f$ (la longitud de onda es igual a la velocidad de propagación dividida por la frecuencia).

La "Ley del desplazamiento" de Wien establece que la longitud de onda a la que corresponde la máxima potencia radiante emitida por el cuerpo negro es inversamente proporcional a la temperatura absoluta del cuerpo que la emite. Simbólicamente

$$\boxed{\lambda_{Máx} = \frac{B}{T}}$$

La constante de proporcionalidad vale $2{,}898.10^{-3}$ m.K en el SI de unidades.

Mediante el análisis espectral de la radiación que emiten los cuerpos y con la aplicación de esta ley es posible evaluarle su temperatura a la distancia.



La figura precedente representa la densidad espectral de energía en función de la longitud de onda para diferentes temperaturas de un cuerpo negro ideal. En ella se observa que, cuanto mayor es la temperatura, menor es la longitud de onda correspondiente a los picos de densidad espectral de energía radiada.

Teniendo en cuenta la ley del desplazamiento se define la "temperatura color" de la luz que emiten las fuentes luminosas: dada una fuente luminosa cuya luz emitida tenga la máxima potencia radiante para una longitud de onda λ determinada, se llama temperatura color de la luz emitida por dicha fuente a la temperatura absoluta que debería tener un cuerpo negro ideal para que la máxima densidad espectral de energía emitida por él corresponda a la misma longitud de onda λ. Esta magnitud no da una idea de la intensidad de la luz emitida por una fuente sino del color de la misma.

<u>EJERCICIOS TRANSFERENCIAS DE CALOR</u>

Conducción y convección

1) La superficie de las paredes de una heladera tiene un área total de 4 m^2 y su material aislante es poliestireno expandido (de conductividad térmica k = 0,01 W m^{-1} C^{-1} y de espesor 3 cm). Las temperaturas de las superficies interior y exterior de la heladera son 5 ºC y 25 ºC respectivamente. Calcule:
   a) El flujo de calor total a través de la pared de la heladera,
   b) La cantidad de calor se transfiere al exterior durante un día, a través de las paredes. Expréselo en kcal y en kw-h.

R: a) Φ_Q = 26,7 W ; b) Q = 551 kcal = 0,641 kw-h

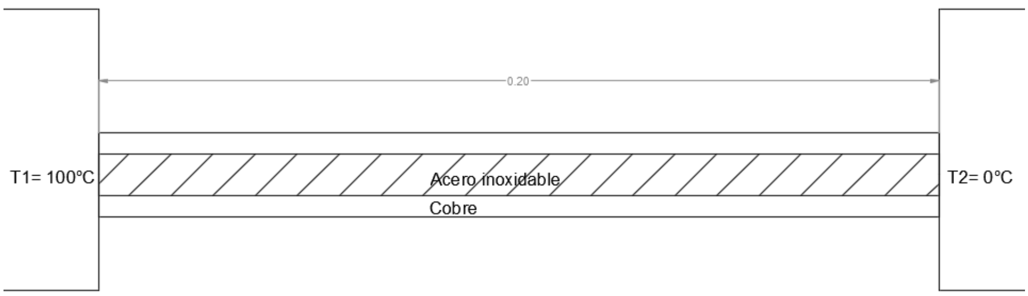
2) Una larga varilla, aislada lateralmente para evitar pérdidas de calor, tiene uno de sus extremos sumergido en agua hirviendo y el otro en una mezcla de agua y hielo. La varilla consta de 100 cm de cobre (con un extremo en vapor) y una longitud L_2 de acero (con un extremo en hielo). Los dos trozos de la varilla tienen la misma sección: 0,5 cm^2. La temperatura de la unión cobre–acero es 60 ºC una vez establecido el régimen estacionario. La conductividad térmica del cobre es 0,92 cal/s cm ºC y la del acero 0,12 en las mismas unidades. Calcule:
   a) cuántas calorías por segundo pasan del baño de vapor a la mezcla de agua y hielo,
   b) el valor en cm de L_2.

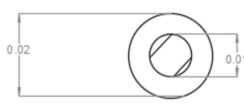
R: a) Φ_Q = 0,184 cal/s ; b) L_2 = 19,6 cm

3) Una barra de 20 cm de longitud está formada por un núcleo macizo de acero cilíndrico de 1 cm de diámetro, rodeado por una envoltura de cobre cuyo diámetro exterior es 2 cm. La superficie exterior de la barra está aislada térmicamente, uno de sus extremos se mantiene a 100 ºC y el otro a 0ºC. Considere que la barra está en régimen estacionario y calcule:
   a) el flujo de calor a través de la sección transversal de la barra,
   b) la fracción de ese flujo que es transportada por cada sustancia.

Conductividad térmica del acero k_A = 0,12 cal /s cm ºC
Conductividad térmica del cobre k_C = 0,92 cal/s cm ºC
R: a) Φ_Q = 11,3 cal/s ; b) %Φ_{QA} = 4,2 % ; %Φ_{QC} = 95,8 %

Solución:





Conductividad del acero $k_A := 0.12\frac{cal}{s \cdot cm \cdot °C}$

Conductividad del cobre $k_C := 0.92\frac{cal}{s \cdot cm \cdot °C}$

Longitud de la barra $L := 20cm$

Diámetro acero inoxidable $D_A := 1cm$

Sección transversal del acero inoxidable $S_A := \frac{\pi \cdot D_A^2}{4}$ $S_A = 0.785cm^2$

Diámetro cobre $D_C := 2cm$

Sección transversal del cobre $S_C := \frac{\pi \cdot \left(D_C^2 - D_A^2\right)}{4}$ $S_C = 2.356cm^2$

Temperatura del extremo 1 $t_1 := 0°C$

Temperatura del extremo 2 $t_2 := 100°C$

En este caso, analizaremos el conjunto haciendo un paralelismo con una conexión en paralelo. Para ello, debemos conocer la resistencia térmica de cada uno de los componentes, y luego la resistencia térmica del conjunto.

Resistencia térmica de la porción de acero $R_{tA} := \frac{L}{k_A \cdot S_A}$ $R_{tA} = 212.207 s \cdot \frac{°C}{cal}$

Resistencia térmica de la porción de cobre $R_{tC} := \frac{L}{k_C \cdot S_C}$ $R_{tC} = 9.226 s \cdot \frac{°C}{cal}$

Resistencia térmica total del conjunto $R_{tT} := \left(\frac{1}{R_{tC}} + \frac{1}{R_{tA}}\right)^{-1}$ $R_{tT} = 8.842 s \cdot \frac{°C}{cal}$

El flujo de calor total será igual a la suma de los flujos que transmiten individualmente cada elemento

Flujo de calor en el acero $\Phi_{QA} := \frac{t_2 - t_1}{R_{tA}}$ $\Phi_{QA} = 0.471\frac{cal}{s}$

Flujo de calor en el cobre $\Phi_{QC} := \frac{t_2 - t_1}{R_{tC}}$ $\Phi_{QC} = 10.838\frac{cal}{s}$

Por lo tanto, el flujo de calor en el conjunto será:

Flujo de calor en el conjunto $\Phi_{QT} := \Phi_{QC} + \Phi_{QA}$ $\Phi_{QT} = 11.31\frac{cal}{s}$

También podría calcularse el flujo de calor en el conjunto utilizando la resistencia térmica del conjunto, obteniéndose el mismo resultado

Flujo de calor del conjunto $\Phi_{QT} := \dfrac{t_2 - t_1}{R_{tT}}$ $\Phi_{QT} = 11.31\,\dfrac{cal}{s}$

Para conocer la fracción de flujo que es transportada por cada sustancia:

Porcentaje de flujo de calor transportado por el acero $\%\Phi_{QA} := \dfrac{\Phi_{QA}}{\Phi_{QT}} \cdot 100$ $\%\Phi_{QA} = 4.167$

Porcentaje de flujo de calor transportado por el cobre $\%\Phi_{QC} := \dfrac{\Phi_{QC}}{\Phi_{QT}} \cdot 100$ $\%\Phi_{QC} = 95.833$

4) La pared de un horno está formada por dos capas: la interior de espesor e_1 = 20 cm y conductividad térmica 4 x 10^{-3} cal/s cm ºC y la exterior de espesor e_2 = 10 cm y conductividad térmica 2 x 10^{-4} cal/s cm ºC. Suponga que en el régimen estacionario se mantiene la superficie interior del horno a 600 ºC y la exterior a 460 ºC. Calcule:
   a) la densidad de flujo de calor a través de la pared del horno,
   b) la temperatura de la unión entre las capas.

R: a) $\delta_{\Phi Q}$ = 25,4 cal/s m^2 ;b) T_U = 587 ºC

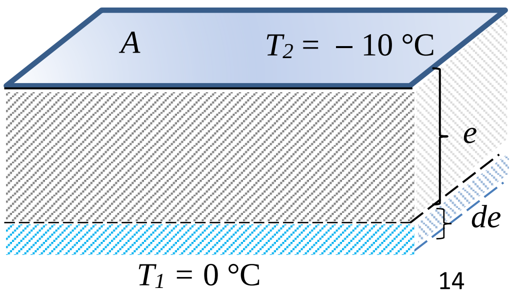
5) Una pared de ladrillo de 20 cm de espesor y conductividad térmica 5 x 10^{-4} cal/s cm ºC separa una habitación en la que el aire tiene una temperatura de 15 ºC, del exterior donde el aire tiene una temperatura – 5 ºC. Si el coeficiente de convección interior es h_i = 10^{-4} cal/s cm^2 ºC y el doble de éste en el exterior. Considere a la pared en régimen estacionario y calcule:
   a) el coeficiente de transmisión total,
   b) la densidad de flujo de calor través de la pared,
   c) la temperatura de la superficie interior de la pared,
   d) la temperatura de la superficie exterior de la pared.

R: a) ; b) $\delta_{\Phi Q}$ = 3,64 cal/s m^2 ; c) T_i = 11,4 ºC ; d) T_e = – 3,2 ºC

6) La superficie de un lago tiene, en cierto instante, una capa de hielo de 0,5 m de espesor. La temperatura del agua situada en contacto con la cara inferior de la capa de hielo es de 0 ºC mientras que la temperatura de la cara superior, en contacto con el aire, es – 10 ºC. Calcule la rapidez instantánea con la que crece el espesor de la capa de hielo. Considere el flujo de calor en régimen estacionario.

Datos: Conductividad térmica del hielo es λ_H = 4×10^{-3} cal/s cm ºC, densidad del hielo δ_H = 0,92 g/cm^3 y calor latente de fusión L_F = 80 cal/g.

R: *de/dt* = 0,039 cm/h



Solución: La figura representa una porción de la capa de hielo en cierto instante *t*. El área de la porción de superficie de la cara superior de la placa es *A* y el espesor de la placa en el instante *t* es *e*. El flujo de calor se dirige de abajo hacia arriba, de la mayor temperatura hacia la menor, del agua al aire. Ese flujo de calor está integrado por la energía que libera el agua para pasar del estado líquido al sólido. En un pequeño intervalo de tiempo *dt* se forma una lámina delgada de hielo, de espesor *de*, en la parte inferior de la capa. La masa *dm* de la lámina de hielo que se forma bajo la porción de capa considerada, en el tiempo *dt*, se puede expresar multiplicando la densidad del hielo por el volumen *dV* de la lámina:

$$dm = \delta_H .\ dV = \delta_H\, A\, de$$

Dicha masa *dm* es la del agua que se solidificó, cediendo una cantidad de calor *dQ* cuyo valor absoluto es:

$$dQ = L_F\, dm = L_F\, \delta_H\, A\, de \qquad (1)$$

La Ley de Fourier integrada para la capa de hielo en régimen estacionario es:

$$\Phi_Q = \lambda_H A \frac{T_1 - T_2}{e} \text{ pero } \Phi_Q = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \lambda_H A \frac{T_1 - T_2}{e} \qquad (2)$$

Si se reemplaza la expresión (1) en la (2) queda;

$$\frac{L_F \delta_H \cancel{A}\, de}{dt} = \lambda_H \cancel{A} \frac{T_1 - T_2}{e} \Rightarrow \frac{de}{dt} = \lambda_H \frac{T_1 - T_2}{e L_F \delta_H}$$

$$\frac{de}{dt} = 4\times10^{-3} \frac{\cancel{\text{cal}}}{\text{s}\,\cancel{\text{cm}}\,\cancel{^{\circ}\text{C}}} \frac{\left[0-(-10)\right]\cancel{^{\circ}\text{C}}}{50\,\cancel{\text{cm}}\,80\frac{\cancel{\text{cal}}}{\cancel{\text{g}}}\,0{,}92\frac{\cancel{\text{g}}}{\text{cm}^{\cancel{3}}}} = \frac{1}{92000}\frac{\text{cm}}{\text{s}} = \frac{1}{92000}\frac{\text{cm}}{\frac{1\text{h}}{3600}} = \frac{9}{230}\frac{\text{cm}}{\text{h}}$$

$$\boxed{\frac{de}{dt} \approx 0{,}039 \frac{\text{cm}}{\text{h}}}$$

Radiación térmica

Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5{,}67\times10^{-8}$ W/(m^2·K^4)
Constante de la ley del desplazamiento: $B = 2{,}898\times10^{-3}$ m K

1) Calcule la energía radiada en 15 minutos a través de 0,2 m^2 de la superficie de un cuerpo negro a temperatura constante de 50 ºC.

   R: $Q_R \approx 111$ kJ

2) Halle la relación entre las potencias que radia un mismo cuerpo negro a 27 ºC y a 127 ºC. ¿Varía esta relación si no se trata de un cuerpo negro?

   R: $P_{RN}(400\text{ K}) \approx 3{,}16\, P_{RN}(300\text{ K})$; No

3) La emisividad del wolframio es aproximadamente 0,35. Una esfera de wolframio de 1 cm de radio se halla suspendida dentro de una cavidad isotérmica vacía cuyas paredes se encuentran a 300 K. Calcule la potencia que es necesario suministrar a la esfera para mantenerla a una temperatura de 3000 K (se desprecia la transferencia de calor por conducción a través de las sujeciones de la esfera).

   R: $P = 2015$ W

4) El filamento de wolframio de una lámpara incandescente funciona a 2460 K y su emisividad es 0,35. Suponga que la temperatura ambiente es de 27 ºC y calcule el área de la superficie del filamento para una lámpara de 60 W.

   R: $S = 0{,}82$ cm^2

5) El carborundo emite 48,7 kW de potencia radiante por cada metro cuadrado de superficie cuando se encuentra a 100 K. Calcule su emisividad.

   R: $\varepsilon = 0{,}86$

6) Considere que un centímetro cuadrado de suelo absorbe, en un minuto, 0,485 cal de la radiación que recibe del Sol. Entre tanto su temperatura permanece constante. Calcule:
   a) La potencia que dicha porción de suelo emite por metro cuadrado.
   b) La temperatura del suelo suponiendo que emite como cuerpo negro y que toda la energía que pierde es radiada.
   c) A qué longitud de onda corresponde la máxima potencia radiada.

   R: a) P/S = 337 W/m^2 ; b) T = 278 K ; c) λ = 10,4 μm

7) El espectro visible contiene radiaciones cuyas longitudes de onda en el vacío (y en el aire) están comprendidas entre 400 y 700 nm aproximadamente. Determine en qué intervalo debe estar la temperatura de un cuerpo negro para que la longitud de onda correspondiente a la máxima potencia radiada esté dentro del espectro visible.

   R: [4140 K; 7250 K]

8) Dos paredes planas, paralelas y muy extensas (modelo infinito), se encuentran respectivamente a temperaturas T_1 = 600 K y T_2 = 200 K. El espacio entre las paredes contiene aire y el área de las mismas es A. El coeficiente de convección entre las paredes y el aire es h = 8 W.m$^{-2}\cdot$K^{-1}. Suponga que las paredes son cuerpos negros ideales. Considere que, en el rango de temperaturas indicado, las moléculas de aire no emiten ni absorben cantidades significativas de radiación térmica y que tampoco es significativa la conductividad térmica. (La constante de Stefan-Boltzmann se puede aproximar a 5,67.10^{-8} W/m^2 K^4). Considere al sistema en régimen estacionario y calcule:
   a) la temperatura del aire contenido entre las paredes;
   b) el calor total transmitido entre las paredes por unidad de tiempo y superficie.

Solución:

a) Las moléculas de aire no emiten ni absorben radiación, por lo que el balance térmico es puramente convectivo:

$$\cancel{hA}\left(T_1 - T_{aire}\right) = \cancel{hA}\left(T_{aire} - T_2\right) \Rightarrow T_{aire} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{600+200}{2}\,\mathrm{K} = \boxed{400\,\mathrm{K}}$$

b) $$\frac{1}{A}\left(\frac{\delta Q}{\delta \tau}\right)_{conv} = h\left(T_{aire} - T_2\right) = h\frac{T_1 - T_2}{2} = 8\,\frac{600-200}{2}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 1600\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\frac{1}{A}\left(\frac{\delta Q}{\delta \tau}\right)_{rad} = \sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) = 5,67\times10^{-8}\left(600^4 - 200^4\right)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 7257,6\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

$$\frac{1}{A}\left(\frac{\delta Q}{\delta \tau}\right) = \frac{1}{A}\left(\frac{\delta Q}{\delta \tau}\right)_{conv} + \frac{1}{A}\left(\frac{\delta Q}{\delta \tau}\right)_{rad} = \left(1600 + 7257,6\right)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = \boxed{8857,6\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}$$

9) Una placa metálica plana, de 4 cm de espesor, 2 m^2 de superficie y conductividad térmica de 200 W/(K·m), transmite un flujo calórico permanente de 1000 W que proviene de una fuente térmica. La cara de la placa que está en contacto con la fuente se mantiene a una temperatura estacionaria de 400 K. Al otro lado de la placa hay una cámara de vacío cerrada, de dimensiones mucho mayores que las de ella, que absorbe toda la radiación emitida por la citada placa. La emisividad de la cara de la placa en contacto con la fuente térmica es muy baja (supóngala nula) y la de la otra cara es 0,8. Sabiendo que la constante de Stefan-Boltzmann es 5,67.10^{-8} W/(m$^2\cdot$K^4) y suponiendo régimen estacionario, calcule:
   a) la temperatura de las paredes internas de la cámara, si la misma transmite al exterior toda la radiación proveniente de la placa.
   b) la cantidad de energía irradiada por la placa en el lapso de una hora.

Solución:

a) En régimen estacionario:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{ing} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{cond} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{rad}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{ing} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{R_{Tcond}} = \frac{(T_1 - T_2).\lambda.A_p}{e_p}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{e_p}{\lambda.A_p}.\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{cond} = \left(400 - \frac{0{,}04}{200.\ 2}\cdot 1000\right) \frac{m\cdot m\cdot K\cdot W}{W\cdot m^2} = 399{,}90\ \ K$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{ing} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{rad} = e.A_p.\sigma.\left({T_2}^4 - {T_{ic}}^4\right)$$

$$T_{ic} = \left[{T_2}^4 - \frac{1}{e.A_p.\sigma}.\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{rad}\right]^{1/4} = \left(399{,}90^4 - \frac{1000}{0{,}8.2.5{,}67.10^{-8}}\right)^{1/4} \left(\frac{W\cdot m^2\cdot K^4}{m^2\cdot W}\right)^{1/4} = \boxed{347{,}32\ \ K}$$

b) $E = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{rad} \times\tau = 1000\times 3600\ \ W.s = \boxed{3{,}6\times 10^5\ \ J}$