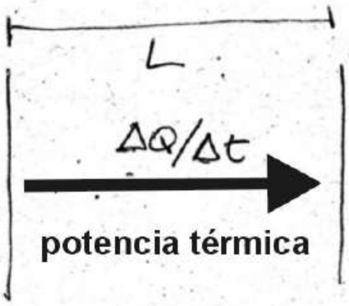
CONDUCCIÓN DE CALOR

Cuando en partes adyacentes de un cuerpo hay una diferencia de temperatura constante, se producirá una transmisión de potencia térmica por CONDUCCIÓN, CONVECCIÓN Y RADIACIÓN.

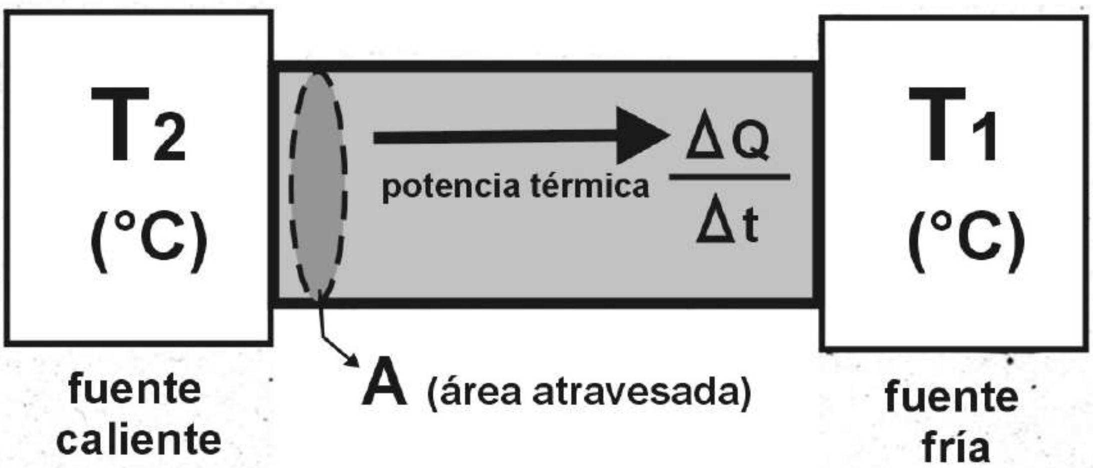
>) CONDUCCIÓN

Experimentalmente se obtiene la expresión:



$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\sigma A}{L}\left(T_2 - T_1\right)}$$

$T_2\ °C \; > \; T_1\ °C$



$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \equiv \frac{cal}{seg} \; ; \; \frac{Joules}{seg} \; ; \; Watts$$

EQUIVALENCIAS: **1 cal = 4,186 Joules**

1 Joule = 0,239 cal

$\sigma \equiv$ Conductividad térmica (propiedad intensiva)

$$[\sigma] \equiv \frac{\text{Watt}}{\text{m} \cdot {}^\circ\text{C}} \; , \; \frac{\text{Cal}}{\text{seg cm} \cdot {}^\circ\text{C}}$$

A. area transversal $[m^2]$ $[cm^2]$.

ΔT = dif de temp °C.

Resistividad térmica ρ (propiedad intensiva)

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad \therefore \quad [\rho] \equiv \frac{\text{m} \,. {}^\circ\text{C}}{\text{W}} \equiv \frac{\text{s} \,.\text{m} \,. {}^\circ\text{C}}{\text{cal}}$$

Resistencia térmica R_T (propiedad extensiva)

$$R_T = \rho \frac{L}{A} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A}$$

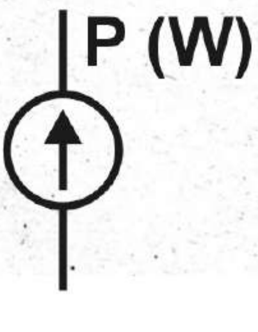
Para una varilla de longitud L, sección A y material de resistividad ρ o conductividad σ

Símbolos:

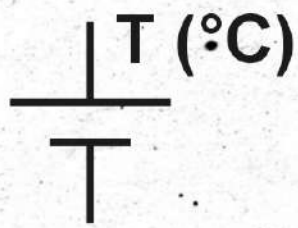
Resistencia térmica

(cualquiera de los dos)

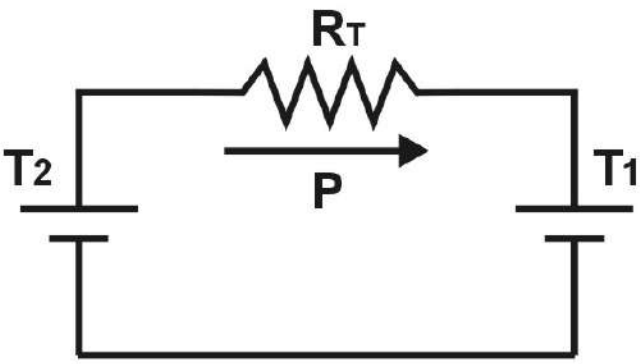
Fuente de Potencia



Fuente de temperatura



El esquema inicial puede simbolizarse así:



$$R_T = \frac{T_2 - T_1}{P} \quad \frac{°C}{W}$$

>) CONVECCIÓN

En transmisión por CONDUCCIÓN la potencia calórica se propaga capa a capa del material conductor sin que cada capa (medio) se traslade. A mayor cantidad de capas a atravesar, fluirá menos potencia. Es decir que la resistencia térmica del material conductor es mayor cuanto mayor sea su longitud o cantidad de capas. De más está aclarar que lo dicho es manteniendo constante la diferencia de temperatura entre las fuentes caliente y fría.

En transmisión por CONVECCIÓN el mecanismo es diferente. Ahora la potencia calórica no atraviesa el medio sino que es trasladado por el medio (por ejemplo el aire). No tiene sentido evaluar la longitud del medio ya que el mismo no es atravesado.
Por lo tanto se debe redefinir la resistencia térmica del medio cuando la transmisión es por convección.

$$R_{Tconv} = \rho_{conv} \cdot \frac{1}{A} \quad \frac{°C}{W} = \frac{1}{\sigma_{conv} \cdot A} \quad \frac{°C}{W}$$

$$\left[\rho_{conv}\right] = \frac{°C \,.\, m^2}{W} \qquad \left[\sigma_{conv}\right] = \frac{W}{°C \,.\, m^2}$$

Transmisión de calor por *RADIACIÓN*

Entre dos cuerpos (aun en el vacío) que están a diferente temperatura, hay un flujo de potencia radiante. El de mayor temperatura transmite y el de menor temperatura recibe. El transporte de energía lo realiza la onda electromagnética que se propaga. Ejemplo: calentar algo con horno a microondas.

Hay que tener en cuenta que la onda no es calor. Es energía electromagnética que se traduce en calor cuando ingresa al objeto. La onda penetra en el objeto impactando en cada una de sus partículas. Así aumenta las vibraciones (la energía interna de las mismas) y con ello la temperatura del objeto.

La expresión a utilizar es:

$$P = e\sigma A(T^4 - T_C^4)$$ Calcular

P = potencia radiada neta — e = emisividad (=1 para radiador ideal)

A = área radiante — T = temperatura del radiador

σ = constante de Stefan — T_C = temperatura circundante

$$\sigma = 5{,}6703x10^{-8}\ vatios/m^2K^4$$

e = emisividad es la relación entre la potencia total emitida por un cuerpo cualquiera, en relación a la potencia total emitida por el cuerpo negro.

"e" sale de la tabla.

(Cuando se dice "potencia total" significa para toda longitud de onda emitida).

Material	Emisividad (ε)
Cuerpo negro	1
Piel humana	0.98
Agua	0.98
Amianto	0.95
Cerámica	0.95
Barro	0.95
Cemento	0.95
Tejido	0.95
Grava	0.95
Papel	0.95
Plástico	0.95
Goma	0.95
Madera	0.95
Cobre (oxidado)	0.68
Acero inoxidable	0.1
Cobre (pulido)	0.02
Aluminio (pulido)	0.05

EJERCICIO 1

a) Calcular la corriente calorífica a través de las paredes de una heladera de superficie total 4 m^2 y cuyo material aislante es poliestireno expandido (conductividad térmica = 0,01 W m^{-1} C^{-1} de espesor 3 cm . Las temperaturas interior y exterior de la heladera son 5 °C y 25 °C.

b)¿ Qué cantidad de calor se transfiere a través de las paredes durante un dia ?. Expresarlo en Kcal y en Kw-hora.

Rta : a = 26,7 Watt ; b) 551 Kcal ; 0,641 Kw .h

SOLUCIÓN

$$\sigma = 0{,}01 \frac{\text{Watt}}{°C\ m} \Rightarrow \rho = 100 \frac{°C\ m}{\text{Watt}}$$

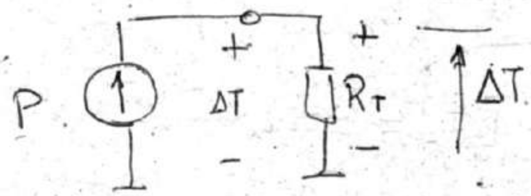
$$\Delta x = 0{,}03\,m$$

$$A = 4\,m^2$$

$$\Rightarrow R_T = \rho \cdot \frac{\Delta x}{A} =$$

$$R_T = \frac{100 \times 0{,}03}{4} \frac{°C}{\text{Watt}} = \frac{3}{4} \frac{°C}{\text{Watt}}$$

$$\therefore P = \frac{\Delta T}{R_T} = \frac{(25-5)}{3/4\ °C/\text{Watt}}$$



$$\boxed{P = 26{,}67 \text{ Watts.}}$$

b) Durante un día ⇒ 24 horas

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = P \times \Delta t = 26{,}67 \text{ Watts} \times 24 \text{ horas} \times 3600 \frac{\text{seg}}{\text{hora}}$$

$$\boxed{\Delta Q = 2.304.288 \text{ Joules}}$$ Decir Joule es como decir WATT × seg.

$$1 \text{ Kcal} = 4186 \text{ Joule} \Rightarrow 1 \text{ Joule} =$$

$$\therefore \boxed{\Delta Q = 2.304.288 \text{ Joules} \times \frac{1 \text{ Kcal}}{4186 \text{ Joule}} = 550{,}5 \text{ kcal}}$$

En Watt × hora:

$$\Delta Q = \frac{2.304.288 \text{ Watt} \times \text{seg}}{3600 \text{ seg/hora}} = 640{,}080 \text{ Watt hora}$$

En KW × hora ⇒

$$\boxed{\Delta Q = \frac{2304{,}288 \text{ Watt} \times \text{seg}}{3600 \frac{\text{seg}}{\text{hora}} \cdot 1000 \frac{\text{Watt}}{\text{KW}}} = 0{,}640 \text{ Kw-h.}}$$

EJERCICIO 2

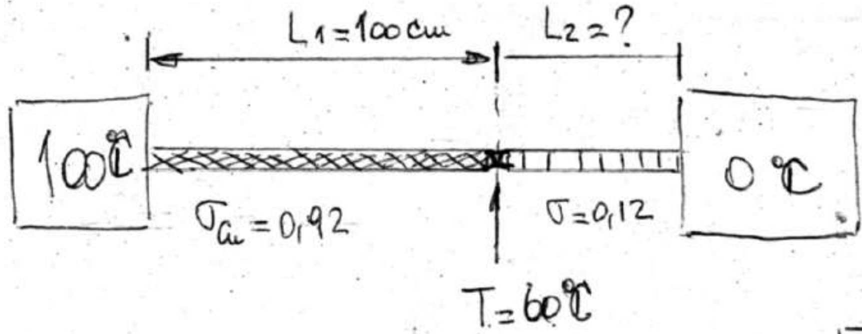
Una larga varilla , aislada para evitar pérdidas de calor , tiene uno de sus extremos sumergido en agua hirviendo y el otro en una mezcla de agua y hielo . La varilla consta de 100 cm de cobre (con un extremo en vapor) y una longitud L_2 de acero (con un extremo en hielo). Los dos trozos tienen la misma sección : 0,5 cm^2. La temperatura de la unión cobre – acero es 60°C una vez establecido el régimen estacionario . La conductividad térmica del cobre es 0,92 cal/seg cm °C y la del acero 0,12 en las mismas unidades.

a) ¿ Cuantas calorías por segundo pasan del baño de vapor a la mezcla de agua y hielo?.

b) ¿ Cual es el valor en cm de L_2 ? .

Rta : a) 0,184 cal/s ; b) 19,6 cm

SOLUCIÓN



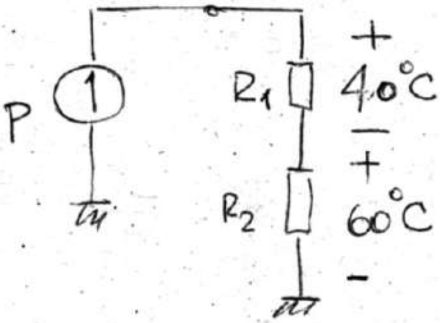
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\sigma A}{L}\,\Delta T = P$$

$$[\sigma] = \frac{cal}{seg} \cdot cm^{-1}\,°C^{-1}$$

$$[A] = cm^2$$

$$[L] = cm$$

$$[\Delta T] = °C$$



Conociendo $\underbrace{\Delta T}_{\to 40°C}$ sobre R_1 , calculamos $P\left[\frac{cal}{seg}\right]$ ∴

$$\boxed{P = \frac{0{,}92 \times 0{,}5}{100} \times 40 = 0{,}184\ \frac{cal}{seg}}$$

Sobre R_2 existe $\Delta T = 60°C$ y circula $P = 0{,}184\ \frac{cal}{seg}$ por estar en Serie ∴

$$\therefore\quad P = \frac{\sigma A}{L_2} \cdot \Delta T \Rightarrow L_2 = \frac{\sigma A}{P}\,\Delta T \Rightarrow L_2 = \frac{0{,}12 \times 0{,}5}{0{,}184} \times 60$$

$$\boxed{L_2 = 19{,}6\ cm}$$

EJERCICIO 3

Una barra de 20 cm de longitud está formada por un núcleo macizo de acero de 1 cm de diámetro , rodeada por una envoltura de cobre cuyo diámetro exterior es 2 cm. La superficie exterior de la barra está aislada térmicamente y uno de sus extremos se mantiene a 100°C y el otro a 0°C. Calcular :

a) La corriente calorífica de la barra.

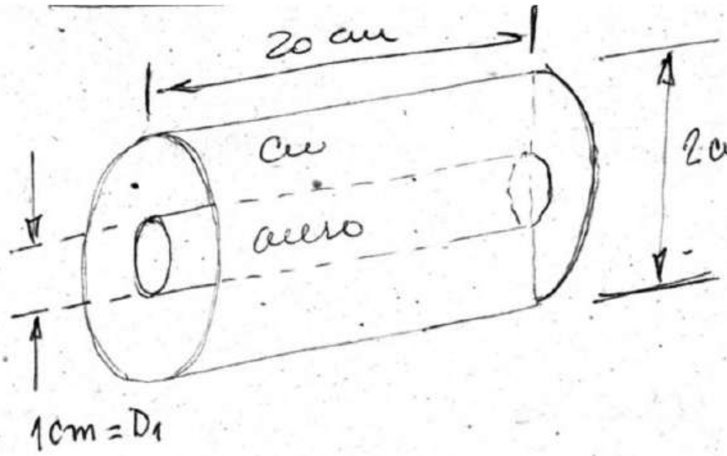
b) ¿ Que fracción es transportada por cada sustancia?.

Conductividad térmica del acero = 0,12 cal /seg cm °C

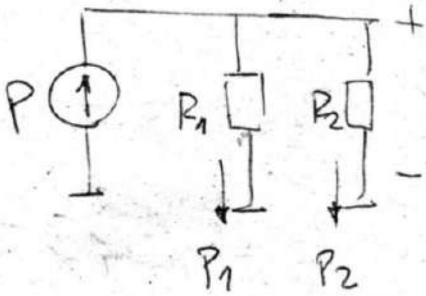
Conductividad térmica del cobre = 0,92 cal/seg cm °C

Rta : a) 11,3 cal/s ; b) Acero : 4,2 % ; Cobre : 95,8 %

SOLUCIÓN



$\boxed{\Delta T = 100°C}$



Area Acero : $\frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi \times (1\,cm)^2}{4} = \boxed{\frac{\pi}{4} = A_1}$

Area Cu : Area Cu = Area total − Area Acero $= \frac{\pi D_2^2}{4} - A_1$

$$\text{Area Cu} = \frac{\pi}{4} D_2^2 - \frac{\pi}{4} D_1^2 = \frac{\pi}{4}\left(D_2^2 - D_1^2\right) = \boxed{\frac{3}{4}\pi = A_2}$$

Los flujos de calor son en paralelo ∴

$$P = \left(\frac{\sigma_{acero} A_1}{L} + \frac{\sigma_{Cu} A_2}{L}\right) \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$= \left(\frac{0{,}12 \times \pi}{20 \times 4} + \frac{0{,}92 \times 3 \times \pi}{20 \times 4}\right) \times 100\ °C =$$

$$= \left(0{,}12 + 0{,}92 \times 3\right) \frac{\pi}{20 \times 4} \times 100 = \boxed{11{,}3\ cal/seg = P}$$

$$P = P_1 + P_2 = \underbrace{\frac{0{,}12 \times \pi}{20 \times 4} \times 100}_{P_1\ (\text{Acero})} + \underbrace{\frac{0{,}92 \times 3 \times \pi}{20 \times 4} \times 100}_{P_2\ (\text{Cobre})} =$$

$P_1 = 0{,}15\ \pi$ cal/seg (Acero)

$P_2 = 3{,}45\ \pi$ cal/seg. (Cobre)

EJERCICIO 4

La pared de un horno está formada por dos capas de espesores $x_1 = 20$ cm la capa interior y $x_2 = 10$ cm la exterior, de conductividad térmica 4×10^{-3} cal/seg cm °C la interior y conductividad térmica 2×10^{-4} cal/seg cm °C la exterior. Se mantiene la superficie interior del horno a 600 °C y la exterior a 460 °C. Calcular :

a) La corriente calorífica por unidad de área .

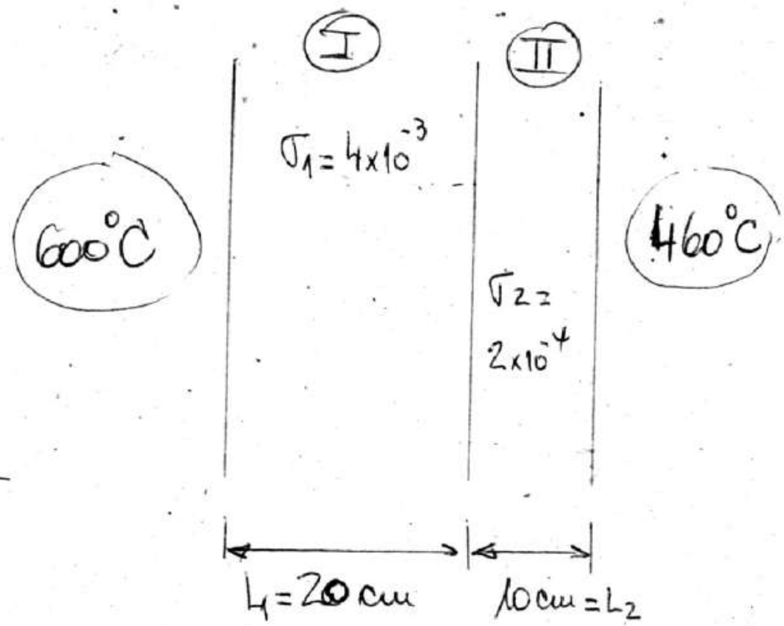
b) La temperatura de la unión entre las capas .

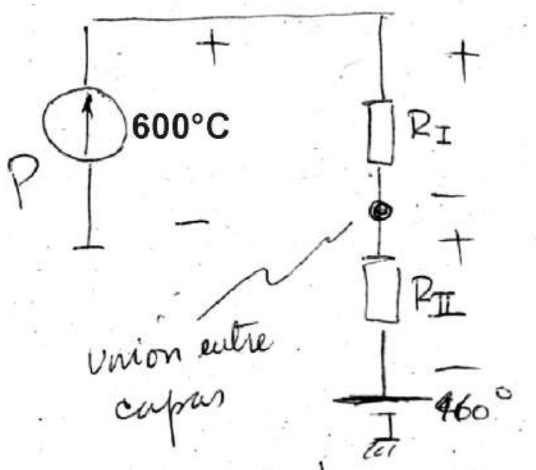
Rta : a) 25,4 cal/s m^2 ; b) 587 ºC

SOLUCIÓN

$$\sigma_1 = 4 \times 10^{-3} \frac{\text{Cal}}{\text{seg cm °C}}$$

$$\sigma_2 = 2 \times 10^{-4} \frac{\text{Cal}}{\text{seg cm °C}}$$





$$\boxed{\Delta T = P\left(R_I + R_{II}\right)}$$

$$\Delta T = P\underbrace{\left(\frac{L_1}{\sigma_1 A_1} + \frac{L_2}{\sigma_2 A_2}\right)}_{A_1 = A_2} \Rightarrow \Delta T = \frac{P}{A}\left(\frac{L_1}{\sigma_1} + \frac{L_2}{\sigma_2}\right)$$

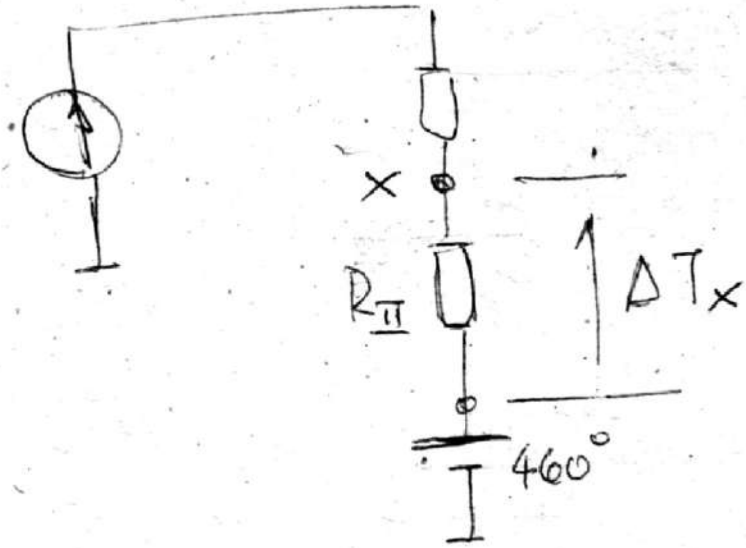
incógnita $\left(\frac{\text{Cal}}{\text{seg cm}^2}\right)$

$$\frac{L_1}{\sigma_1} + \frac{L_2}{\sigma_2} = \frac{20}{4 \times 10^{-3}} + \frac{10}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^3 + 5 \times 10^4 = 55000$$

$$\frac{P}{A} = \frac{(600 - 460)}{55000} \frac{\text{Cal}}{\text{seg.cm}^2} = 0{,}002545 \frac{\text{Cal}}{\text{seg.cm}^2}$$

$$\boxed{\frac{P}{A} = 25{,}45 \frac{\text{Cal}}{\text{seg m}^2}}$$

b) $P = \frac{\sigma_2 A}{L_2} \Delta T_x$



$$\Delta T_x = \left(\frac{P}{A}\right) \cdot \frac{L_2}{\sigma_2}$$

$$\Delta T_x = \frac{0{,}002545 \times 10\ \text{cm}}{2 \times 10^{-4}} = 127{,}25\ ^\circ C$$

$$\therefore\ T_x = 460^\circ + \Delta T_x = \boxed{587{,}25\ ^\circ C = T_x}$$

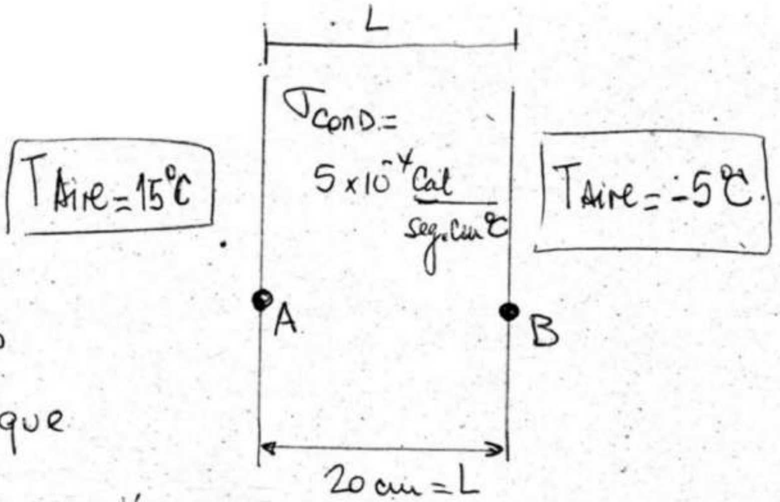
EJERCICIO 4

Una pared de ladrillo de 20 cm de espesor y conductividad térmica 5×10^{-4} cal/s cm °C separa una habitación en la que el aire tiene una temperatura de 15°C, del exterior donde el aire tiene una temperatura -5 °C. Si el coeficiente de convección interior es de 10^{-4} cal/s cm^2 °C y el doble de este en el exterior, calcular :

a) La corriente calorífica por unidad de área a través de la pared.
b) La temperatura de la superficie interior de la pared.
c) La temperatura de la superficie exterior de la pared.

Rta : a) 3,64 cal/s cm^2 ; b) 11,4 °C ; c) -3,2 °C

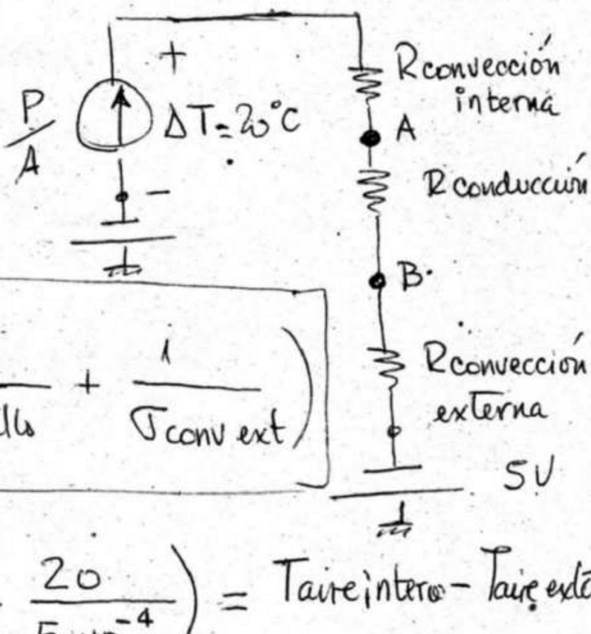
SOLUCIÓN



Dan las temperaturas del aire ⇒ habrá que tener en cuenta la CONVECCIÓN además de la conducción.

$$\sigma_{conv\ int} = 10^{-4} \frac{Cal}{seg\, cm^2\, °C}$$

$$\sigma_{conv\ ext} = 2 \times 10^{-4} \frac{Cal}{seg \times cm^2 \cdot °C}$$



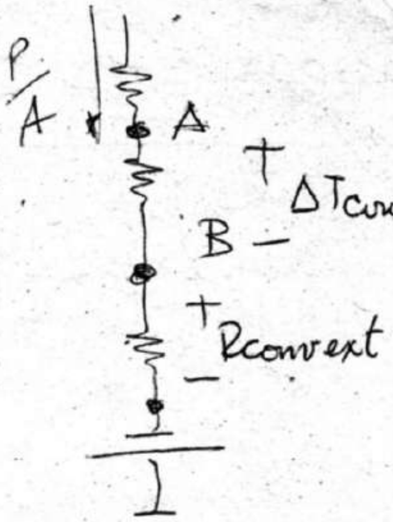
$$\boxed{\Delta T = \frac{P}{A}\left(\frac{1}{\sigma_{conv\,int}} + \frac{L}{\sigma_{cond\ ladrillo}} + \frac{1}{\sigma_{conv\,ext}}\right)}$$

$$\Delta T = \frac{P}{A}\left(\frac{1}{10^{-4}} + \frac{1}{2 \times 10^{-4}} + \frac{20}{5 \times 10^{-4}}\right) = \underbrace{T_{aire\,interno} - T_{aire\,externo}}_{20°C}$$

$$\frac{P}{A} = \frac{20}{5{,}5 \times 10^{4}} = 0{,}0003636 \frac{Cal}{Seg \times Cm^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{P}{A} = 3{,}636 \frac{Cal}{Seg\ m^2}}$$

c) $T_B = ?$



$$\Delta T\Big]_{R_{convexext}} = \frac{P}{A}\left(\frac{1}{\sigma_{convexext}}\right) =$$

$$= 0{,}000363 \times 0{,}5 \times 10^{4} = 1{,}815\ ^\circ C$$

$$T_B = -5^\circ C + 1{,}815\ ^\circ C = \boxed{-3{,}185\ ^\circ C = T_B}$$

b) $T_A = ?$ $\quad T_A = T_B + \Delta T_{conduccion} \Rightarrow$

$$T_A = T_B + \frac{P}{A}\left(\frac{L}{\sigma_{cond}}\right) = -3{,}185 + 0{,}000363 \times \left(\frac{20}{5 \times 10^{-4}}\right) =$$

$$\boxed{T_A = 11{,}335\ ^\circ C}$$