Potencia P[W] y Energía U[J] en un circuito RL

Faraday: $\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\phi_B$ (para una espira).

Vimos que el campo de inducción $\vec{B}$ creado por una corriente es proporcional a la corriente misma: $B \propto I$

Como el flujo de $\vec{B}$ a través de una espira es:

$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \Rightarrow \phi_B$ también es proporcional a $I \Rightarrow$

$\phi_B = LI$ L es la autoinductancia

entonces; $\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} LI \therefore \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$ Válido para cualq. circuito

En una inducción, habrá transformación de energía (o potencia) en primer lugar por efecto Joule debido a la R óhmica de la inducción: $P = I^2R$ y también debido a la variación de corriente en la inducción:

$$P = V.I = L\frac{dI}{dt}.I = LI\frac{dI}{dt}$$

$P = \frac{dU}{dt}$ o sea, la energía en la inducción varía con una rapidez dU/dt

$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \Rightarrow dU = LI\,dI$ e integrando:

$\boxed{U_B = \frac{1}{2}LI^2}$ Elegimos la cte. de integración de forma que la energía almacenada en una inducción sin corriente sea nula.

Para una inducción con corriente I, la energía almacenada es (+), independientemente del sentido de la corriente I.

Energía U[J] y Densidad de energía = Energía por unidad de volumen u[J/m^3]

Consideremos un solenoide largo, de vueltas apretadas,

n = número de vueltas por unidad de longitud.; $n = N/\ell$

Vimos que el campo $B = \mu_0 n I$ y $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = B.S \Rightarrow$

repasar solenoide

$\Phi_B = \mu_0 n . I . S$; Φ_B es el flujo de B que atraviesa c/vuelta del solenoide

Si el solenoide tiene una long. l ∴ el número total de vueltas será: $N = n . l$

El flujo de B total (o sea, el que atravesará las N vueltas) será: $\Phi_B = (n\, l)\mu_0 n I S = \mu_0 n^2 S l I$

$$L = \frac{\Phi_B}{I} \Rightarrow \boxed{L = \mu_0 n^2 S l} \quad L = f(geo; \mu)$$

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 S l I^2 \quad \text{pero } B = \mu_0 n I$$

$$I = \frac{B}{\mu_0 n} \Rightarrow U_B = \frac{B^2}{2\mu_0} S l$$

La U almacenada en el solenoide depende del cuadrado de B. $\underline{Sl}$ es el volumen del núcleo del solenoide (donde $\exists \vec{B}$)

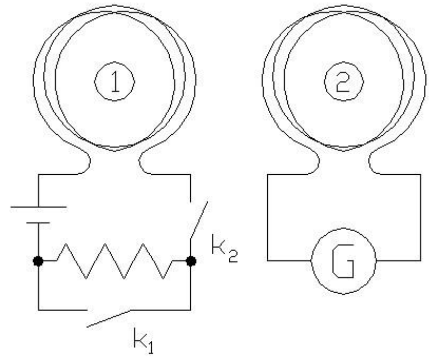
$$u_B = \frac{U_B}{S . l} \left[\frac{J}{m^3}\right]$$ Energía por unidad de volumen o densidad volumétrica de energía.

$$\boxed{u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \left[\frac{J}{m^3}\right]}$$

$$[u_B] = \frac{\frac{Wb^2}{m^4}}{\frac{H}{m}} = \frac{Wb^2}{m^4}\frac{m}{H} = \frac{V^2 . s^2}{m^3} . \frac{A}{Wb} = \frac{V^2 s^2 A}{m^3 V . S}$$

$$= \frac{V . s . A}{m^3} = \frac{W . s}{m^3} = \frac{J}{m^3} \;!$$

Expresión válida para toda configuración
(no queda restringida al sole)



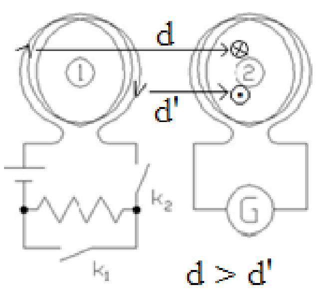
Bobinas coplanares

Se cierra K_2

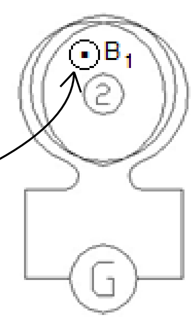
Para el par de bobinas acopladas magnéticamente que muestra la figura, determinar el **sentido** de la intensidad de corriente eléctrica que atravesará el galvanómetro (amperímetro): **horario/antihorario**. En cada caso, se retorna a la posición inicial, y con *K_2 cerrada*.

a) La bobina (2) se acerca a la (1).
b) La bobina (2) se hace girar 90° sentido antihorario.
c). Se cierra la llave K_1
d) Se abre la llave K_2.
e) Ídem (b) sentido horario.

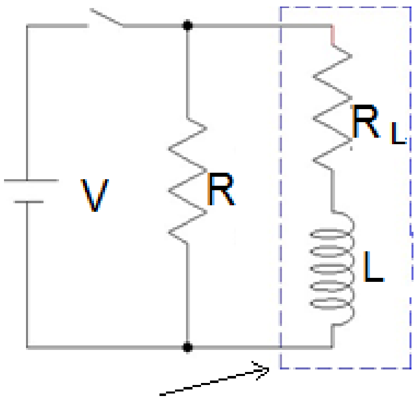
Solución:



En todas las circunstancias, la circulación de la
en la bobina (1) es horaria, y por razón de cercanía
el campo **B_1** resultante sobre la bobina 2 es perpendicular a la imagen con sentido saliente.



a) Si la bobina (1) se acerca a la (2) → **B_1** crece ➔ **horario**
b) La bobina (2) se hace girar 90° sentido antihorario → decrece ➔ **antihorario**
c) Se cierra la llave K_1 → aumenta I: **B_1** crece ➔ **horario**
d) Se abre la llave K_2 → Se corta I: **B_1** decrece ➔ **antihorario**
e) Ídem (b) sentido horario → decrece ➔ **antihorario**



Símbolo del L con su R interna distribuida en su bobinado.

En el circuito de la figura, el inductor tiene una inductancia L = 6 mH, R_L = 3 Ω es el valor de resistencia interna distribuida en el total del bobinado con alambre de Cu que compone el inductor, también llamada *resistencia interna* del inductor, V = 12 V y R = 20 kΩ. Se cierra la llave y 20 ms después se la abre. Determinar:

a) Definir si cuando suceden los 20 ms de cerrada la llave, el circuito se encuentra en régimen permanente.

b) La intensidad de corriente eléctrica y la energía almacenada en el inductor, un instante antes de abrir la llave.

c) La diferencia de potencial entre los bornes del inductor, un instante antes y un instante después de abrir la llave.

a) $\tau_L = \frac{L}{R} = \frac{6\,mH}{3\,\Omega} = 2\,ms$

Consideramos que si $t \geq 5\tau_L \Rightarrow$ régimen permanente

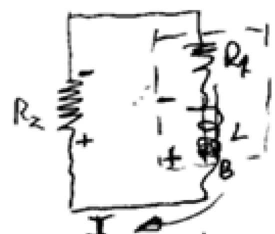
$t \geq 10\,ms$ ∴ sí, el circ. se encuentra en

b) antes de abrir la llave $I = \frac{V}{R_L} = \frac{12\,V}{3\,\Omega}$ ∴ $\boxed{I = 4A}$

$U_L = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2}\, 6\,mH \cdot (4A)^2 \Rightarrow \boxed{U_L = 48\,mJ}$

c) Un instante antes de abrir la llave, y como el circuito está en estado permanente ⇒ la I que circula x la bobina (y x todo el circuito) no cambia: llegó a su valor de 4A y permanece cte ∴ su campo B tampoco cambia y x ende, no hay "Faraday Lenz" ⇒ se manifiesta como un conductor enrollado con una $R = 3\,\Omega$: su ddp será: $\boxed{V_L = 12V}$ (está en // con la batería)

Un instante (brevísimo) después: se abre la llave:



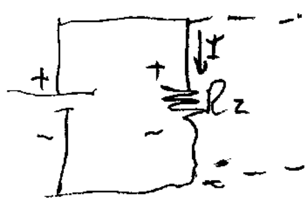
En el interior del L hay un $\vec{B}$ generado x la $I = 4$ A y con una $V_L = 48\,mJ$ ∴ cuando abro la llave rápidamente decrece I y $\vec{B}$ ⇒ habrá una oposición a este decrecimiento de $\vec{B}$: para que se cumpla con la ley de Lenz, el campo $\vec{B}$ va a tender a permanecer como estaba previo a la apertura de la llave; para lograr este objetivo, habrá una I con = intensidad que la que había generado el campo ⇒ 4 A y ¿quién es el que generará esta I? → el inductor L ⇒ allí aparece una dd con signos (fig) esta ddp restaurará la $I = 4A$, pero esta I, para que exista, tendrá que recorrer un circuito cerrado sobre su fuente (que ahora es el L!) ⇒ lo hace sobre R_2

Pero $R_2 = 20k\Omega$ ∴ $V_{R_2} = R_2 I = 20k\Omega . 4A = 80kV$!

Aparece una ddp sobre R_2 de 80000 V.

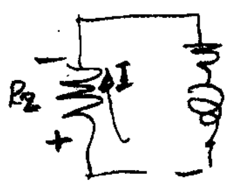
Esta ddp tiene una duración y U asociada a los 48mJ (que es la U que tenía el campo $\vec{B}$ hasta el instante que se cortó) ⇒ esta U se disipará sobre la R_2

Nótese que, antes de abrir la llave, la batería estaba en // con la R_2 ⇒ $V_{R_2} = 12V$ con polaridad:



$I_{R_2} = \frac{+12V}{20k\Omega} = 0,6 mA$

En el instante que se cierra la llave:



Ahora la polaridad se invirtió, x lo tanto

$\boxed{V_L = -80kV}$

<u>Análisis complementario:</u>

Hay, en un breve lapso 80kV sobre $R = 20k\Omega \rightarrow I = 4A$ ∴

$P = I^2 R = 16A^2 . 20000\Omega = 320000W$; $[W] = \left[\frac{J}{s}\right]$ ∴

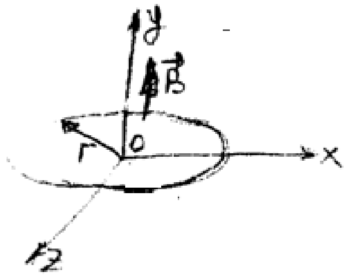
en 1s, si tuviera una $U = 320kJ$ ⇒ 320kW

Pero tengo $U_L = 48mJ$ → ¿Qué potencia desarro con 48mJ?

320kJ → 1s Alcanza, para $P = 320kW$, un $\Delta t = 150ns$

48mJ → 150ns (nótese: $48mJ/150ns = 320000 W$ ó $\frac{J}{s}$

Una espira circular se encuentra en el plano xy y tiene por centro el origen de coordenadas, con un radio $r = 10cm$ y una resistencia de 5Ω. Existe un $\vec{B} = 0{,}2 \operatorname{sen} 10^3 . t \ \vec{j} \ T$
Calcular la intensidad de corriente eléctrica inducida en la espira



$$e = -\frac{d\Phi_B}{dt} \ ; \ \Phi_B = \int_{sup} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{sup} B\, dS$$

B cambia en t, y integral de superficie

$$\Phi_B = B.S$$

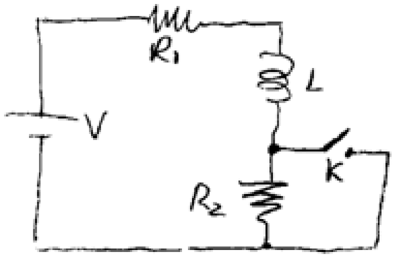
$$S = \pi r^2 = \pi (0{,}1 m)^2 \ ; \quad \Phi_B = 0{,}2 . \operatorname{sen} 10^3 . t [T] . \pi . (0{,}1)^2 \ m^2$$

$$\Phi_B = 2 . 10^{-3} . \pi \operatorname{sen} 10^3 . t \ [Wb]$$

$$e = \frac{d}{dt} \left(-2 . 10^3 . \pi \ \operatorname{sen} 10^3 t \right)$$

$$\boxed{e = -2\pi \cos 10^3 . t [V]}$$

$$i(t) = \frac{e(t)}{R}$$

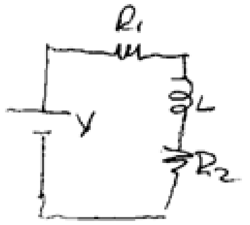


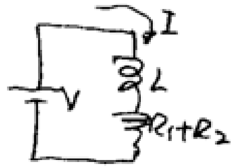
El circuito de la fig ha estado funcionando durante un $t \to \infty$ con la llave k abierta.

Si en $t = 0$ se cierra k, calcular y graficar la corriente $\forall\, t \geq 0$

Si: $V = 10\,V$; $R_1 = 100\,\Omega$; $R_2 = 200\,\Omega$; $L = 100\,mH$

En k abierta un $t \to \infty$ ∴ $t \geq 5\tau_L \Rightarrow$ la I llega a un valor cte. La expresión de la corriente I para la carga: $I(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau_L}\right)$; con

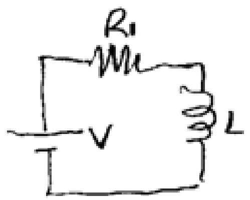




$$I_0 = \frac{V}{R_1+R_2} = \frac{12\,V}{300\,\Omega} = 40\,mA$$

si $t \geq 5\tau_L \Rightarrow I = I_0 = 40\,mA$!

Ahora cierro k (recalibro el cronómetro: $t = 0$)



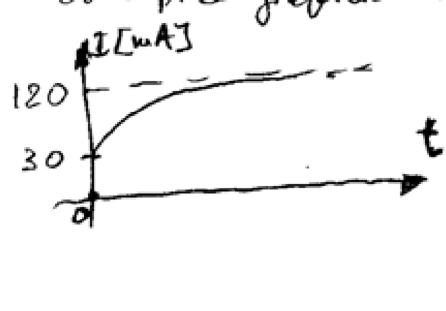
Sólo queda R_1 ∴ en $t=0$ la $I = 40\,mA$ quiere crecer, ya que al desaparecer $R_2 \Rightarrow$ aparece una $I' > I$, pues de nuevo, para

$$t \to \infty : I' = \frac{V}{R_1} = \frac{12\,V}{100\,\Omega} = 120\,mA$$! ¿y cómo crece I'?

La palabra crecer ya confirma el proceso: otra vez la carga de L, pero ahora empieza con una $I = 40\,mA$ y va a finalizar con $I' = 120\,mA$ ∴

$I' = I'_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \to$ nuevamente, si $t \geq 5\tau_L \Rightarrow I' = I'_0 = 120\,mA$

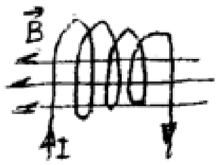
Como pide graficar esta última circunstancia:



$t=0$ para $I = 30\,mA$ y luego una exponencial creciente hasta $I' = 120\,mA$

Nótese: Faraday - Lenz impone un retardo en el crecimieno de 30 a 120 mA

Ejercicio 5 - Una bobina de 20 espiras circulares de 1 cm de radio está colocada en un campo uniforme y estacionario de intensidad B = 0,8 T, de tal forma que el flujo de inducción magnética Φ_B es máximo. La resistencia total del circuito es de 5 Ω. Halle la carga total que circula por dicho circuito si la bobina es rápidamente girada hasta anular el flujo Φ_B.



$r = 1\,cm$
$N = 20$
$B = 0{,}8\,T$
$R_B = 5\Omega$

la incógnita es Q --> I = dq/dt o sea, encontramos Q en la definición de corriente eléctrica,

Hallar Q que circula si la bobina es girada hasta anular Φ_B

$\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$; esta fem va a generar una I sobre la bobina que tiene una $R = 5\Omega$ ∴

$-\dfrac{d\Phi_B}{dt} = I R_B$ el signo ⊖ no tiene relevancia xQ no pide el sentido de circulación

$\dfrac{d\Phi_B}{dt} = I R_B$ con $I = \dfrac{dQ}{dt}$

$\dfrac{d\Phi_B}{\cancel{dt}} = \dfrac{dQ}{\cancel{dt}}$; $d\Phi_B = dQ \cdot R_B$

Este es el $d\Phi_B$ que atraviesa c/vuelta de la bobina ∴ para N vueltas $d\Phi_{BT} = N \cdot d\Phi_B = dQ \cdot R$

Como el cambio Φ_B no es diferencial (ya que la giramos hasta que se anule ⇒ $N\Delta\Phi_B = \Delta Q R$

$\Delta Q = \dfrac{N\Delta\Phi_B}{R_B}$ y como el campo varía de máx a nulo

$\Delta\Phi_B = \Phi_{B\,MÁX} - \cancel{\Phi}_{B=0}^{\,0}$ ∴ $\Phi_{B\,MÁX} = B \cdot S = B\pi \cdot r^2$ ← sección espira

$\Delta Q = \dfrac{N \cdot B\pi r^2}{R_B} = \dfrac{20 \cdot 0{,}8 \cdot \pi \cdot 0{,}01^2}{5}$

$\boxed{\Delta Q \cong 1\,mC}$