

TERMODINÁMICA

Termometría y Calorimetría.

CL_01. Cuál es la temperatura para la que coincide las indicaciones de dos termómetros, uno con escala graduada en Celsius y el otro en Fahrenheit.

Rta: $-40^{\circ}\text{C} = -40^{\circ}\text{F}$.

CL_02. Un calorímetro de zinc con equivalente en agua $\pi=20\text{g}$ contiene 100g de agua a 20°C . Se agregan 50g de una sustancia desconocida X a 90°C , y la temperatura final de equilibrio es de 24°C .

a) Calcule el valor del calor específico de la sustancia agregada.

b) Calcule el valor de la masa del recipiente de zinc.

c) Realice la curva de calor ($T=f(Q)$) de todo el sistema ($c_{\text{AGUA, LIQ}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$, $c_{\text{Zn}} = 0,1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$).

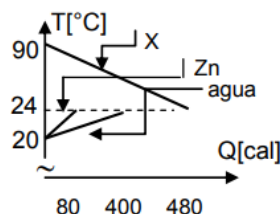
d) Si en lugar de zinc el calorímetro fuera de hierro ($c_{\text{Fe}} = 0,113 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$) calcule cuál tendría que ser su masa para que no cambien los resultados del experimento.

Rta: a) $c_X = 0,14545 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

c)

b) $m_{\text{Zn}} = 200\text{g}$

d) $m_{\text{Fe}} = 177\text{g}$



CL_03. El gráfico muestra la curva de calor de una masa

m de sustancia desconocida que cambia de estado sólido

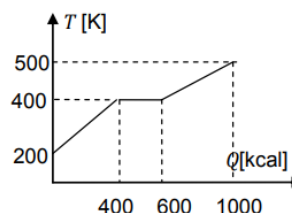
a líquido. a) Indique a qué temperatura funde esta

sustancia. b) Calcule la relación entre los calores

específicos en estado sólido y en estado líquido. c)

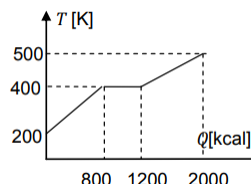
Construya la curva de calor que correspondería si se

hubiera utilizado una masa $2m$ de sustancia a 200K .



Rta: a) $T_f = 400\text{K}$ b) $c_{\text{sol}}/c_{\text{liq}} = 0,5$

c)



CL_04. Una masa de cobre $m_{\text{cu}} = 75\text{g}$ se calienta en una estufa de laboratorio hasta 312°C , luego se la coloca en

un recipiente que contiene una masa de agua $m_A = 220\text{g}$. Si la temperatura inicial del recipiente y el agua es de

12°C y la capacidad calorífica de dicho recipiente es $C_R = 190 \text{ J/K}$, calcule: a) La temperatura final del sistema.

b) El calor transferido por la masa de cobre (Q_C), por el agua (Q_A) y por el recipiente (Q_R). Datos: $c_{\text{cu}} = 391 \text{ J/kgK}$, $c_{\text{ag}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

Rta: a) $T_f = 19,6^{\circ}\text{C}$ b) $Q_C = -8450 \text{ J}$ $Q_A = 7010 \text{ J}$ $Q_R = 1440 \text{ J}$

CL_05. Se deja caer un objeto desde una altura h dentro un recipiente térmicamente aislado y lleno de agua. Si toda la energía mecánica puesto en juego durante la caída es absorbida por la masa del líquido (se ha considerado un choque perfectamente plástico), determinar la altura necesaria para obtener un incremento de 1°C en la temperatura del agua. Datos: calor específico del agua $c_A = 4,18 \text{ kJ/kg}$, aceleración de la gravedad $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Rta: $h = 426 \text{ m}$.

CL_06. En un calorímetro ideal se mezclan 2kg de agua a 80°C y $2,5\text{kg}$ de un sólido a 10°C . Cuando el agua llega a los 60°C el sólido alcanza los 30°C . Calcule:

- a) El valor del calor específico del sólido.
- b) La temperatura de equilibrio del sistema (suponiendo que el punto de fusión del sólido está por encima de esta temperatura). ($c_{\text{AGUA, LIQ}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$)

Rta: a) $0,4 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ b) 50°C .

CL_07. Un recipiente rígido y adiabático contiene 250 g de agua líquida a 20°C . Se le agregan 100 g de hielo de agua a -10°C . Establezca el estado final del sistema cuando la mezcla alcanza el equilibrio térmico. Datos: $l_f = 80 \text{ cal/g}$, $c_{\text{Hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$.

Rta: $306,25\text{g}$ de agua y $43,75\text{g}$ de hielo todo a 0°C .

CL_08. Un calorímetro con equivalente en agua $\pi = 30\text{g}$ contiene 2kg de una sustancia cuyo calor específico se desea conocer. La temperatura de la sustancia se incrementa de 10°C a 80°C en tres minutos mediante un dispositivo que suministra una potencia constante de 2W . Calcule el valor del calor específico de la sustancia

Rta: $c = 0,6 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

CL_09. En un calorímetro que contiene 40g de agua a 22°C , se le agrega otros 50g de agua a 50°C , estabilizándose la mezcla en 35°C . Calcule:

- a) El equivalente en agua del calorímetro.
- b) Si ahora se vacía el contenido y se incorpora 100g de agua a 22°C y 80g de granallas de aluminio a 90°C , determine la temperatura final de equilibrio.

Dato: el calor específico del aluminio $c_{Al} = 0,22 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$.

Rta: $\pi = 18 \text{ g}$ $t_f = 30,8^{\circ}\text{C}$.

CL_10. En un recipiente aislado térmicamente con 2kg de agua a 25°C , se introduce $0,350\text{kg}$ de hielo a 0°C . Determine:

- a) Las condiciones finales del sistema.
- b) Realice el mismo análisis, pero considerando una masa inicial de 1kg agua a 25°C y $0,350\text{kg}$ de hielo a 0°C .

Datos: Calor específico del agua en estado líquido $c_A = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

Calor latente de fusión del agua $l_F = 80 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$

Rta: a) Estado final de la mezcla: *2,35 kg de agua en estado líquido a 9,36°C*

b) Estado final de la mezcla: *1312,5 g de agua en estado líquido y 37,5 g de hielo a 0°C*

CL_II. En un recipiente rígido y adiabático se mezclan 400g de hielo de agua a -10°C con 100g de vapor de agua a 100°C . Determine:

a) Las condiciones finales del sistema.

b) Realice el mismo análisis, pero ahora considerando que la masa inicial de hielo es 200g.

Datos: Calor específico del hielo $c_H = 0,5 \text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$ Calor específico del agua en estado líquido $c_A = 1 \text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$

Calor latente de fusión del agua $L_F = 80 \text{ cal/g}$ Calor latente de vaporización del agua $L_v = 540 \text{ cal/g}$

Rta: a) Estado final de la mezcla: *500 g de agua en estado líquido a 60°C*

b) Estado final de la mezcla: *$T_f = 100^{\circ}\text{C}$ masa de vapor $m_v = 31,5\text{g}$ masa de agua líquida $m_{ag} = 268,5\text{g}$*

Transmisión del calor

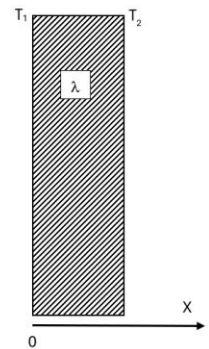
Conducción

TC_01. Se tiene una pared plana con un coeficiente de conductividad térmica

$\lambda = 24 \text{ W/(m.K)}$ y superficie $S = 4 \text{ m}^2$ que transfiere calor en régimen estacionario. Las dimensiones de la pared y la distribución de la temperatura son tales que se pueden despreciar los efectos de borde y admitir que el problema tiene simetría plana indefinida. La superficie izquierda de la pared está a una temperatura $T_1 = 80^{\circ}\text{C}$, mientras que la superficie derecha está a una temperatura $T_2 = 20^{\circ}\text{C}$. El espesor de la pared es $e = 20 \text{ cm}$.

a) Calcule la cantidad de calor por unidad de tiempo $H = \delta Q/dt$ a través de la pared. **b)**

Calcule la función temperatura $T = T(x)$ en el interior de la pared y gráfiquela. **c)** Calcule el vector gradiente de temperatura (∇T) en $x = 5 \text{ cm}$ y en $x = 8 \text{ cm}$. Datos: $\lambda = 24 \text{ W/(m.K)}$ $S = 4 \text{ m}^2$ $T_1 = 80^{\circ}\text{C}$ $T_2 = 20^{\circ}\text{C}$ $e = 20 \text{ cm}$



Rta: a) $H = 28800 \text{ W}$ **b)** $T(x) = 353 - 300x \text{ [K,m]}$ **c)** $\nabla T|_{x=5\text{cm}} = \nabla T|_{x=8\text{cm}} = -300 \frac{\text{K}}{\text{m}} \hat{i}$

TC_02. Un recipiente esférico hueco tiene un radio interno R_1 y un radio externo R_2 . El material de la pared tiene una conductividad térmica λ , la superficie interna tiene una temperatura T_1 y la superficie externa una temperatura T_2 . Considerando que la pared esférica está en estado estacionario: **a)** Calcule la cantidad de calor por unidad de tiempo $H = \delta Q/dt$ a través de la pared. **b)** Calcule la función temperatura $T = T(r)$ en el interior de la pared y gráfiquela. **c)** Calcule el vector gradiente de temperatura (∇T) en $r = 5 \text{ cm}$ y en $r = 8 \text{ cm}$.

Datos: $\lambda = 12 \text{ W/(m.K)}$ $R_1 = 4 \text{ cm}$ $R_2 = 10 \text{ cm}$ $T_1 = 80^{\circ}\text{C}$ $T_2 = 20^{\circ}\text{C}$

Rta: a) $H = \delta Q/dt = 603,2 \text{ W}$ **b)** $T(r) = 253 + 4/r \text{ [K,m]}$ **c)** $\nabla T|_{r=5\text{cm}} = -1600 \frac{\text{K}}{\text{m}} \hat{r}$ $\nabla T|_{r=8\text{cm}} = -625 \frac{\text{K}}{\text{m}} \hat{r}$

TC_03. Una cañería cilíndrica de gran longitud y sección circular tiene un radio interno $R_1 = 4 \text{ cm}$ y un radio externo $R_2 = 10 \text{ cm}$. La conductividad térmica del material es $\lambda = 12 \text{ W/(m.K)}$. La temperatura de la superficie interna es $T_1 = 80^\circ\text{C}$ y la de la superficie externa $T_2 = 20^\circ\text{C}$. La geometría del problema y la distribución de temperatura son tales que se puede considerar que hay simetría cilíndrica y simetría de traslación. Bajo estas condiciones y considerando que la pared cilíndrica se encuentra en estado estacionario: **a)** Calcule la cantidad de calor por unidad de tiempo y por unidad de longitud $\delta H/dl$ a través de la pared. **b)** Calcule la función temperatura $T = T(r)$ en el interior de la pared y gráfiquela. **c)** Calcule el vector gradiente de temperatura (∇T) en $r = 5 \text{ cm}$ y en $r = 8 \text{ cm}$.

Datos: $\lambda = 12 \text{ W/(m.K)}$ $R_1 = 4 \text{ cm}$ $R_2 = 10 \text{ cm}$ $T_1 = 80^\circ\text{C}$ $T_2 = 20^\circ\text{C}$

Rta: **a)** $dH/dL = 4937,2 \text{ W/m}$ **b)** $T(r) = 253 + 65,48 \ln(r/0,04) \text{ [K,m]}$ **c)** $\bar{\nabla}T\Big|_{r=5\text{cm}} = -1309,6 \frac{\text{K}}{\text{m}} \hat{r}$ $\bar{\nabla}T\Big|_{r=8\text{cm}} = -818,5 \frac{\text{K}}{\text{m}} \hat{r}$

TC_04. Una barra de longitud $L=1 \text{ m}$, de sección $S=4 \text{ cm}^2$, está compuesta por dos tramos. Un tramo de longitud $L_1=0,3 \text{ m}$ de acero inoxidable y otro de longitud $L_2=0,7 \text{ m}$ de aluminio. La barra está aislada térmicamente en su superficie lateral. El extremo libre de acero inoxidable está en contacto con una fuente de $T_1=373 \text{ K}$ siendo el de temperatura más elevada. La cantidad de calor transmitida por unidad de tiempo es $H=2 \text{ W}$. La barra se encuentra en estado estacionario. Calcule: **a)** La temperatura en la unión de los materiales. **b)** La temperatura del extremo libre del tramo de aluminio. Datos $\lambda_{ac}=16,3 \text{ W/mK}$, $\lambda_{Al}=209 \text{ W/mK}$

Rta: **a)** $T_u = 280,96 \text{ K}$ **b)** $T_2 = 264,23 \text{ K}$

TC_05. Un recipiente esférico hueco tiene un radio interno R_1 y un radio externo R_2 . El material de la pared tiene una conductividad térmica λ . Inicialmente toda la pared esférica del recipiente tiene una temperatura inicial T_0 . Si al alcanzar el estado estacionario la superficie interna tiene una temperatura T_1 y la superficie externa una temperatura T_2 , calcule la cantidad de calor absorbida por la pared. (Tenga en cuenta que la cantidad de calor absorbida por la pared sólo depende de los estados final e inicial)

Datos: $\lambda = 12 \text{ W/(m.K)}$ $R_1 = 4 \text{ cm}$ $R_2 = 10 \text{ cm}$ $T_1 = 80^\circ\text{C}$ $T_2 = 20^\circ\text{C}$ $T_0 = 10^\circ\text{C}$ $c = 500 \text{ J/kgK}$ (calor específico de la pared) $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ (densidad de la pared)

Rta: $Q_{abs} = 140,24 \text{ kJ}$

Conducción y Convección

TC_06. Una pared plana con un coeficiente de conductividad térmica $\lambda=2 \text{ W/(m.K)}$ y superficie $S = 4 \text{ m}^2$ que separa dos ambientes con temperaturas $T_{\theta 1}=25^\circ\text{C}$ y $T_{\theta 2}=15^\circ\text{C}$. Las dimensiones de la pared y la distribución de la temperatura son tales que se pueden despreciar los efectos de borde y admitir que el problema tiene simetría plana indefinida. El espesor de la pared es $e = 20 \text{ cm}$. Los coeficientes de convección entre las superficies de la

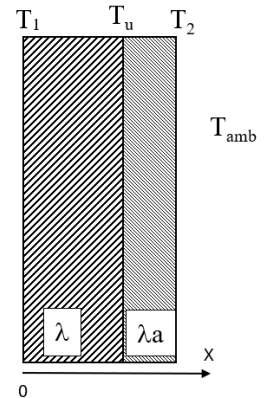
pared y los ambientes son $h_1=5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ y $h_2=15 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ **a)** Calcule la cantidad de calor por unidad de tiempo $H = \delta Q/dt$ a través de la pared. **b)** Calcule las temperaturas de T_1 y T_2 de las superficies de la pared. **c)** Calcule el coeficiente de transmisión total y la resistencia térmica total.

Datos: $\lambda=20 \text{ W/(m.K)}$ $S=4 \text{ m}^2$ $T_{\theta 1}=25^\circ\text{C}$ $T_{\theta 2}=15^\circ\text{C}$ $e = 20 \text{ cm}$

Coeficientes de convección: $h_1=5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ $h_2=10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

Rta: a) $H=109,09 \text{ W}$ **b)** $T_1=19,55^\circ\text{C}$ $T_2=16,82^\circ\text{C}$ **c)** $K_T=10,91 \text{ W/K}$ $R_T=0,092 \text{ K/W}$

TC_07. La pared plana de una caldera tiene una superficie $S = 4 \text{ m}^2$ y es de hierro fundido ($\lambda=79,5 \text{ W/mK}$) con un espesor $e = 5 \text{ cm}$. Tiene un revestimiento aislante de fibra de vidrio de espesor $e_a=3 \text{ cm}$ ($\lambda_a=3,4 \cdot 10^{-2} \text{ W/mK}$). La temperatura ambiente es $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$ y la pared interior de la caldera se encuentra a $T_1 = 600^\circ\text{C}$. El coeficiente de convección en la interfase aislante-ambiente es $h=20 \text{ W/m}^2\text{K}$. **a)** Calcule la cantidad de calor transmitida por unidad de tiempo $H = \delta Q/dt$ a través de la pared. **b)** Halle la función $T=T(x)$ y gráfiquela. **c)** Calcule la temperatura de la superficie externa T_2 . **d)** Calcule el espesor del aislante para que la temperatura externa de la pared sea $T_2=35^\circ\text{C}$.



Rta: a) $H = 2465 \text{ W}$ **b)** $0 < x < 0,05 \text{ m}$: $T(x)=873-7,752 x \text{ [K,m]}$ $0 < x < 0,08 \text{ m}$: $T(x)=872,61-18127 x \text{ [K,m]}$
c) $T_2 = 55,8^\circ\text{C}$ **d)** $e_a = 9,6 \text{ cm}$

TC_08. La pared de un horno está formada por una capa interior de espesor $e_1=20 \text{ cm}$ cuya conductividad térmica es $\lambda_1 = 0,47 \text{ W/(m.K)}$ y una capa exterior de espesor $e_2=10 \text{ cm}$ y cuya conductividad térmica es $\lambda_2 = 0,085 \text{ W/(m.K)}$. Se mantiene la temperatura interior del horno a 600°C y la temperatura exterior a 30°C .

- a)** Calcule la cantidad de calor por unidad de tiempo y por unidad de área a través de la pared.
b) Calcule la temperatura en la unión entre las capas y la temperatura externa de la pared.

Datos: $\lambda_1 = 0,47 \text{ W/(m.K)}$ $\lambda_2 = 0,085 \text{ W/(m.K)}$ $T_{\theta 1}=600^\circ\text{C}$ $T_{\theta 2}=30^\circ\text{C}$ $e_1 = 20 \text{ cm}$ $e_2 = 10 \text{ cm}$

Coeficientes de convección: $h_1=5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ $h_2=20 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

Rta: a) $dH/dS = 307,8 \text{ W/m}^2$ **b)** $T_u = 407,5^\circ\text{C}$ $T_2 = 45,4^\circ\text{C}$

Radiación

TC_09. Las estrellas irradian de manera muy parecida a un cuerpo negro, lo que significa que la curva de emisión de energía de una estrella es similar a la de un cuerpo negro que estuviera a una temperatura T_{eff} , a la que se denomina *temperatura efectiva*. Por ejemplo, la temperatura efectiva de sol es $T_{eff} = 5770 \text{ K}$. Sabiendo que la constante de Stefan-Boltzmann es $\sigma=5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$: **a)** Calcule el valor de la potencia radiativa del Sol (a la que se denomina *luminosidad solar*, L_\odot) teniendo en cuenta que el radio medio del sol es de

700000km. **b)** Calcule la cantidad de energía que por segundo incide sobre cada metro cuadrado de una esfera de radio $R_{TS} = 1,496 \cdot 10^{11} m$ (la distancia media Tierra - Sol), lo que se conoce como constante solar S . (Observe que esta es la cantidad de energía por unidad de tiempo que incide sobre cada metro cuadrado de la atmósfera superior terrestre)

Rta: a) $L_{\odot} = 3,826 \cdot 10^{26} W$ **b)** $S = 1360 W/m^2$

TC_10. Un objeto esférico tiene un radio externo de $0,1 m$ y se encuentra a una temperatura constante de $800 K$. El objeto está ubicado en un recinto de grandes dimensiones con respecto al tamaño del cuerpo donde la temperatura de las paredes es de $280 K$. Considerando que la emisividad de la superficie del objeto es de $0,8$ y la constante de Stefan-Boltzmann es $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W/m^2 K^4$, calcule: **a)** La tasa neta de transferencia de calor por radiación desde el objeto hacia el entorno. Considere que el medio que rodea al cuerpo es un medio no participativo.

Rta: a) $H = 2300 W$

Modelos de calentamiento y enfriamiento de cuerpos

CyE_01. Una pequeña esfera de aluminio de superficie S y calor específico c , está inmersa en una habitación cuya temperatura ambiente es T_{θ} . La temperatura inicial del cuerpo es T_0 , el coeficiente de convección es h y la masa m . Si al cuerpo se le entrega una cantidad de calor por unidad de tiempo $H = \delta Q/dt$ constante, calcule: **a)** La temperatura final que alcanza el cuerpo. **b)** La cantidad de calor absorbida por el cuerpo desde que está a la temperatura inicial T_0 hasta que alcanza la temperatura final T_f . **c)** El intervalo tiempo que tarda el cuerpo en alcanzar la temperatura final. Considere que es 5 veces la constante de tiempo. **d)** El error relativo porcentual que se comete al calcular el tiempo en que se alcanza la temperatura final como si la cantidad de calor absorbida dependiese linealmente del tiempo. **e)** Grafique la temperatura en función del tiempo (curva de calentamiento).

Para la resolución considere despreciable el calor disipado por radiación (emisividad de la superficie del cuerpo $e = 0$) y que la conductividad térmica del aluminio es lo suficientemente grande para decir que la temperatura de un cuerpo de estas dimensiones es uniforme. ($\lambda \rightarrow \infty$)

Datos: $T_{\theta} = 27^{\circ}C$ $T_0 = 27^{\circ}C$ $H = 20 W$ $m = 11,3 g$ $c = 900 J/(kgK)$ $h = 30 W/(m^2K)$

$S = 13 cm^2$ $e = 0$ $\lambda \rightarrow \infty$

Rta: a) $T_f = 812,8 K = 539,8^{\circ}C$ **b)** $Q_{abs} = 5215 J$ **c)** $\Delta t = 1303,8 s = 21,73 min$ **d)** $|\varepsilon\%| = 80\%$ (en defecto)

CyE_02. Al mismo cuerpo del problema anterior se lo deja enfriar desde la temperatura inicial $T_0 = 700 K$ hasta la temperatura ambiente $T_{\theta} = 300 K$. **a)** Calcule el intervalo tiempo que tarda el cuerpo en alcanzar la temperatura final. (Considere que es 5 veces la constante de tiempo). **b)** Grafique la temperatura en función del

tiempo (curva de enfriamiento). **c)** Calcule la expresión del calor cedido por unidad de tiempo en función del tiempo $\delta Q_{ced}/dt$ y grafíquela.

Para la resolución considere despreciable el calor disipado por radiación (emisividad de la superficie del cuerpo $e = 0$) y que la conductividad térmica del aluminio es lo suficientemente grande para decir que la temperatura de un cuerpo de estas dimensiones es uniforme. ($\lambda \rightarrow \infty$)

Datos: $T_\theta = 300\text{ K}$ $T_o = 700\text{ K}$ $m = 11,3\text{ g}$ $c = 900\text{ J/(kgK)}$ $h = 30\text{ W/(m}^2\text{K)}$

$S = 13\text{ cm}^2$ $e = 0$ $\lambda \rightarrow \infty$

Rta: **a)** $\Delta t = 1303,8\text{ s} = 21,73\text{ min}$ **b)** $T(t) = 300 + 400e^{-\frac{t}{260,77}}\text{ [K, s]}$ **c)** $\frac{\delta Q_{ced}}{dt} = -15,6 e^{-\frac{t}{260,77}}\text{ [W, s]}$

CyE_03. Si en aire quieto una esfera metálica de 100 g tiene un tiempo característico de enfriamiento por convección de 100 s , ¿cuál es el tiempo característico de enfriamiento en aire quieto de una esfera de 800 g del mismo material?

Rta: 200 s

Gases Ideales y Primer Principio de la Termodinámica

PP_01. La figura muestra cinco transformaciones que realizan 4 mol de un gas ideal. Los estados A y C están conectados por una transformación isotérmica.

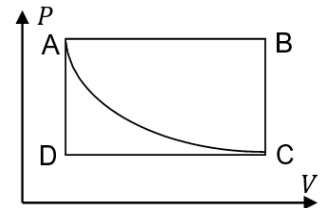
Si $P_D = 4 \times 10^5\text{ Pa}$, $P_A = 10^6\text{ Pa}$ y $V_A = 10\text{ l}$, $R = 8,314\text{ J/mol K}$,

a) Calcule la temperatura de los estados A, B, D.

b) Calcule el volumen V_B .

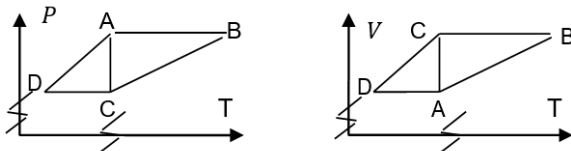
c) Justifique si el trabajo efectuado en el ciclo ABCDA es positivo o negativo.

d) Transforme el gráfico a los planos PT y VT .

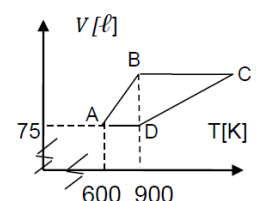


Rta: **a)** $T_A = 300,7\text{ K}$ $T_B = 751,7\text{ K}$ $T_D = 120,3\text{ K}$ **b)** $V_B = 25\text{ l}$ **c)** Es positivo. (Debe justificar)

d)

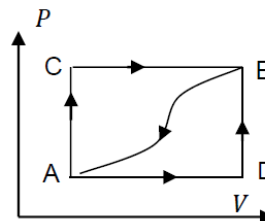


PP_02. La figura muestra el ciclo ABCDA que realiza un gas ideal diatómico. La presión en el estado A vale $P_A = 200\text{ kPa}$. **a)** Justifique si en cada ciclo el sistema recibe o entrega trabajo. **b)** Calcule el calor intercambiado por el sistema en la transformación BCD. Datos: $C_P = 7R/2$; $C_V = 5R/2$; $R = 8,314\text{ J/mol K}$



PP_03. La figura representa un conjunto de transformaciones realizadas por un dado sistema termodinámico.

A lo largo de la transformación ACB el sistema recibe $80J$ de calor y entrega $30J$ de trabajo. Calcule:



a) El calor que absorbe el sistema a lo largo del camino ADB si realiza un trabajo de $10J$.

b) El calor intercambiado por el sistema en el camino BA si recibe $20J$ de trabajo.

c) El calor intercambiado en los procesos AD y DB si $\Delta U_{DA} = U_D - U_A = 40J$.

Rta: a) $Q_{ADB}=60J$ b) $Q_{BA}=-70J$ c) $Q_{AD}=50J$ $Q_{DB}=10J$

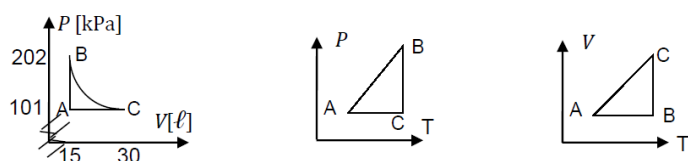
PP_04. Un gas ideal a presión $P_A=101kPa$ ocupa un volumen $V_A=15\ell$. Se lo calienta isocóricamente hasta duplicar su presión (estado B), luego se lo expande isotérmicamente hasta alcanzar la presión original (estado C), y finalmente se lo lleva isobáricamente al estado

inicial. a) Represente el ciclo en los planos PV , VT y PT . b) Calcule el trabajo realizado por el gas en el ciclo ACBA. c) Diagrame un ciclo diferente en el cual el gas intercambie la misma cantidad de trabajo. d) Suponga que el gas es monoatómico. Calcule el calor intercambiado en la transformación CBA.

Datos: $C_P=5R/2$ $C_V=3R/2$ $R=8,314 J/mol K$

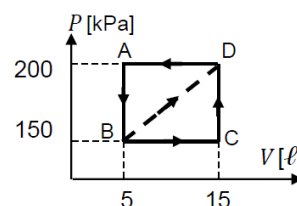
Rta:

a)



b) $W_{ACBA}=-585,23J$ c) *Cualquier ciclo con sentido antihorario que en el plano PV encierre un área igual a $A=585,23J$* d) $Q_{CBA}=-4372,7 J$

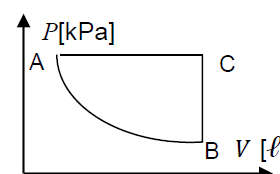
PP_05. El gráfico muestra dos evoluciones de un gas ideal (ABCD y ABDA). El estado C está a mayor temperatura que el estado A, y la diferencia de energía interna $\Delta U_{AC}=U_C-U_A=1875 J$. Calcule: a) El calor intercambiado por el sistema en la evolución ABC. b) El calor intercambiado en el ciclo ABDA.



Rta: a) $Q_{ABC}=3375 J \equiv 807,4 cal$

b) $Q_{CICLO}= -250 J \equiv -59,8 cal$

PP_06. La figura muestra dos evoluciones, ACB (isobara AC + isocora CB) y la isotérmica AB. Justifique en cuál de las dos evoluciones, ACB o AB, se intercambia mayor cantidad de calor.

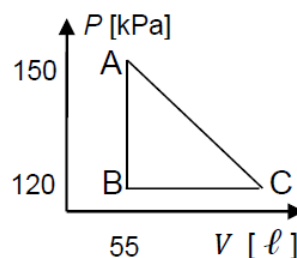


Rta: $Q_{ACB}>Q_{AB}$

PP_07. Tres moles de gas ideal diatómico ($C_P=3,5R$; $C_V=2,5R$) realizan el ciclo ABCA de la figura. La diferencia de energía interna entre los estados C y A es $U_C - U_A = 4562,5J$.

- a) Calcule el calor intercambiado por el gas en todo el ciclo.
 b) Calcule la diferencia de entropía entre los estados B y A y entre los estados C y A.
 (Conteste el ítem b luego de ver segundo principio de la termodinámica)

Rta: a) $Q_{ciclo} = -434,37J$ b) $S_B - S_A = -13,91J/K$ $S_C - S_A = 23,01J/K$

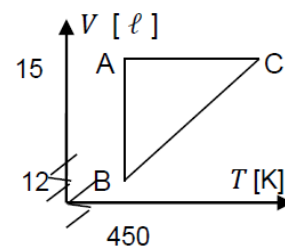


PP_08. Un mol de gas ideal diatómico ($C_P=7R/2$) realiza el ciclo ABCA de la figura.

- a) Discuta si en el ciclo el gas entrega o recibe trabajo.
 b) Calcule el calor intercambiado por el gas en la transformación AB.
 c) Calcule el calor intercambiado por el gas en todo el ciclo.

Rta: a) *Entrega trabajo porque en el plano PV el ciclo es horario.*

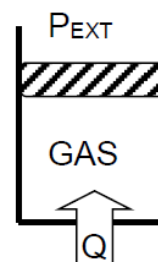
b) $Q_{AB} = -834,85J$ c) $Q_{ciclo} = 100,48J$



PP_09. El pistón de la figura tiene masa $m=0,8\text{ kg}$ y su superficie es $S=0,04m^2$. Cierra un recipiente que contiene 3 moles de un gas ideal monoatómico ($C_P=5R/2$; $C_V=3R/2$) en equilibrio con el medio externo, que se halla a presión $P_{EXT}=101.000Pa$. Se entrega calor al gas (se supone que el recipiente es adiabático y el proceso ideal) y el pistón se eleva $5cm$. Calcule: a) La diferencia de temperaturas entre los estados inicial y final.

b) La cantidad de calor entregada al sistema.

Rta: a) $\Delta T = 8,11K$ b) $Q = 506J$



Segundo Principio de la Termodinámica

SP_01. Una máquina de Carnot opera entre dos fuentes, la caliente a $100^\circ C$ y la fría a $0^\circ C$. Si por ciclo absorbe $100J$ de la fuente caliente, calcule:

- a) El rendimiento de la máquina.
 b) La cantidad de calor que cede por ciclo a la fuente fría.
 c) El trabajo que realiza por ciclo.
 d) La variación de entropía de las fuentes y del universo en cada ciclo.

Rta: a) $\eta = 0,268$; b) $|Q_F| = 73,2J$; c) $W_{CICLO} = 26,8J$; d) $\Delta S_C = -0,268J/K$ $\Delta S_F = 0,268J/K$
 $\Delta S_U = 0$ (máquina ideal)

SP_02. Una máquina real trabaja entre una fuente caliente de $800K$ y una fuente fría de $400K$. Su rendimiento es el 80% del rendimiento de una máquina reversible que opera entre las mismas fuentes. Si el calor que recibe la máquina real por ciclo es de $5000J$ calcule:

- a) El calor que cede por ciclo.

b) La variación de entropía de las fuentes y del universo.

Rta: a) $|Q_F|=3000J$ b) $\Delta S_C = -6,25 J/K$ $\Delta S_F = 7,5 J/K$ $\Delta S_U > 1,25 J/K$ (máquina real)

SP_03. Una máquina real trabaja entre una fuente caliente de $600K$ y una fuente fría de $300K$. Su rendimiento es el 80% del rendimiento de una máquina reversible que opera entre las mismas fuentes. Si el trabajo que entrega la máquina real por ciclo es de $5000J$ calcule:

a) El calor que cede por ciclo.

b) La variación de entropía de las fuentes y del universo.

Rta: a) $|Q_F|=7500J$ b) $\Delta S_C = -20,83 J/K$ $\Delta S_F = 25 J/K$ $\Delta S_U > 4,17 J/K$ (máquina real)

SP_04. Un gas ideal monoatómico ($C_P = 5R/2$; $C_V = 3R/2$) se dilata a temperatura constante desde el estado A ($T_A=600K$, $V_A= 2\ell$, $P_A= 500 kPa$) hasta duplicar el volumen en el estado B. Desde el estado B se lo dilata adiabáticamente hasta el estado C, en el que el volumen es de 6 litros. Luego se comprime el gas a presión constante hasta volver al volumen inicial (estado D), y por último se lo calienta a volumen constante hasta alcanzar el estado inicial. Suponiendo que el proceso se llevó a cabo de manera reversible:

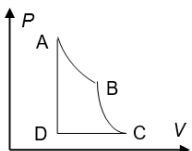
a) Construya el gráfico P - V de la transformación.

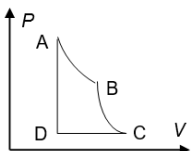
b) Calcule la variación de entropía del gas en la etapa compresiva.

c) Calcule el calor intercambiado por el gas en la etapa de dilatación.

d) Calcule la variación de entropía del gas en la etapa de expansión.

e) Dibuje el ciclo en un diagrama P - T .

Rta: a)  b) $S_D-S_C=-24,67J/K$ c) $Q_{ABC}=301,03J$ d) $S_C-S_A=0,502J/K$



SP_05. Un recipiente de paredes rígidas y adiabáticas está dividido en dos partes iguales por un tabique. En una de las partes hay n moles de un gas ideal en equilibrio térmico y en la otra parte se hizo vacío perfecto. Se retira el tabique que separa las dos partes y el gas se expande por todo el recipiente hasta alcanzar el equilibrio térmico. Se pide calcular la variación de entropía en el gas. Datos: $R=8,314 J/molK$ $n=2 mol$. (Recuerde que cuando un gas ideal se expande contra el vacío, en estas condiciones, su temperatura no cambia)

Rta: $\Delta S=11,28 J/K$

Electrostática

Campo electrostático en el vacío.

Permitividad del vacío: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

ES_01. Se colocan dos cargas puntuales sobre el eje X: $q_1 = 10 \mu\text{C}$ ubicada en el origen $(0;0)$ y $q_2 = 5 \mu\text{C}$ ubicada en el punto $(6;0)$ en metros. Encontrar los puntos del espacio donde se debería colocar una carga

$Q = -15 \mu\text{C}$ para que la misma se encuentre en equilibrio.

Rta:

ES_02. En un espacio tridimensional cartesiano X-Y-Z se encuentra una configuración de cargas formada por dos cargas puntuales q_1 y q_2 . Datos:

$q_1 = 2 \text{ nC}$ y su ubicación es $\vec{r}_1 = (2; 1; 3)$ en metros

$q_2 = 3 \text{ nC}$ y su ubicación es $\vec{r}_2 = (1; 3; 1)$ en metros

Hallar la fuerza de origen eléctrico sobre cada carga.

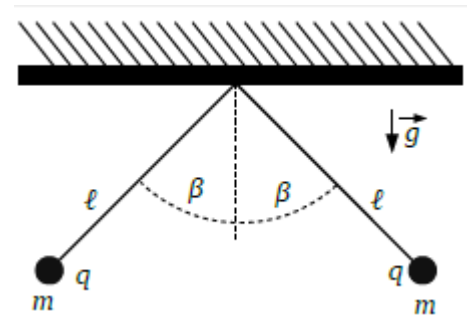
Rta:

La fuerza sobre la carga q_1 es $\vec{F}_1 = (3; -4; 4) \text{ nN}$

La fuerza sobre la carga q_2 es $\vec{F}_2 = (-3; 4; -4) \text{ nN}$

ES_03. Los cuerpos puntuales de la figura se hallan suspendidos del mismo punto por hilos de igual longitud ℓ . Ambos cuerpos tienen masa m y carga q , y puede considerarse nula la masa de los hilos. Todo el sistema se encuentra bajo la acción del campo gravitatorio \vec{g} , indicado en la figura.

Si en equilibrio el ángulo entre los hilos es 2β , determine la carga q de cada uno de los cuerpos en función de los parámetros geométricos y la aceleración de la gravedad. (m, β, g, l) .



Rta: $q = 2\ell \sin(\beta) \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \tan(\beta)}{K}}$

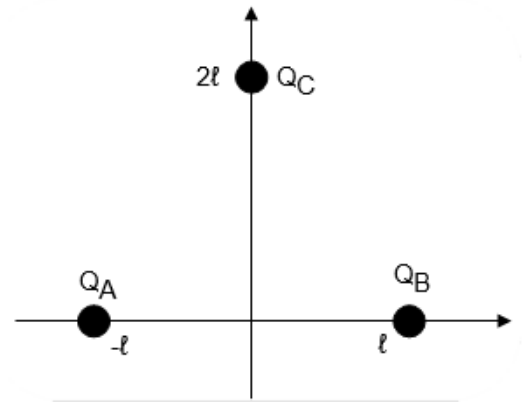
ES_04. En un sistema de coordenadas XY se encuentra una configuración de cargas formada por tres cargas puntuales, en el vacío.

$$Q_A = 4\mu C \text{ ubicada en } \vec{r}_A = (-\ell, 0)$$

$$Q_B = 4\mu C \text{ ubicada en } \vec{r}_B = (\ell, 0)$$

$$Q_C = 8\mu C \text{ ubicada en } \vec{r}_C = (0, 2\ell)$$

Si $\ell = 1 \text{ m}$, calcule: **a)** El vector campo eléctrico en el origen. **b)** La fuerza de origen eléctrico sobre la carga Q_C . **c)** La fuerza de origen eléctrico sobre la carga Q_B . **d)** El vector campo eléctrico en el punto donde está la carga Q_B .

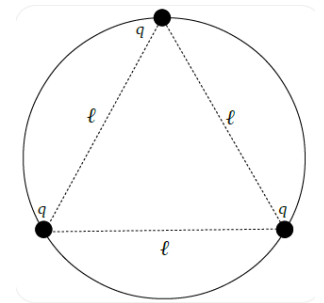


ES_05. Se tienen dos cargas puntuales $q_1 = 10\mu C$ ubicada en $(5 \text{ m}; 0)$ y $q_2 = -5\mu C$ ubicada en el punto $(0; 6 \text{ m})$. Calcule la expresión del vector campo eléctrico para todos los puntos del plano XY ($E(x,y)$).

ES_06. Se colocan tres cargas puntuales idénticas q en tres vértices de un cuadrado de lado ℓ . Halle el vector campo eléctrico en: **a)** El vértice vacío. **b)** En los vértices donde se hallan las cargas puntuales.

ES_07. La figura muestra un triángulo equilátero de lado ℓ inscrito en una circunferencia de radio R . En cada vértice del triángulo se coloca una carga puntual q .

- a)** Calcule el campo eléctrico en el centro de la circunferencia.
b) Halle la expresión matemática del módulo de la fuerza de origen eléctrico sobre alguna de las cargas.



Rta: **a)** $E = 0 \text{ N/C}$ **b)** $\|F\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{3} \frac{q^2}{\ell^2}$

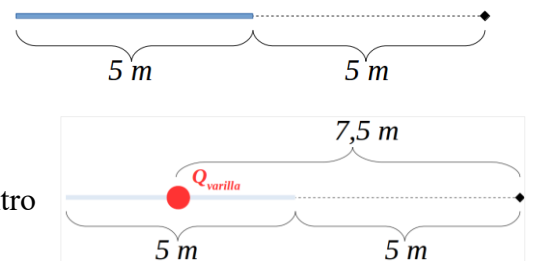
ES_08. Una varilla muy delgada de largo 5 m , se encuentra en el vacío, cargada de manera homogénea, con una densidad lineal de carga de $10/9 \text{ nC/m}$. Calcule:

a) El campo eléctrico a 5 m del extremo derecho de la varilla (ver imagen).

b) La carga de la varilla.

c) Reemplace la varilla cargada por una carga puntual ubicada en el centro de la varilla con igual valor al de la carga total de la varilla y calcule

nuevamente el campo eléctrico en el mismo lugar anterior. ¿Obtuvo el mismo valor? ¿Puede reemplazarse una carga distribuida por esta carga puntual y obtener el mismo campo eléctrico?



Rta: **a)** $\vec{E} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{i}$ **b)** $Q_{\text{varilla}} = \frac{50}{9} \mu C$

c) $\vec{E}_Q = \frac{9}{9} \frac{\text{N}}{\text{C}} \vec{i}$ El campo eléctrico generado por la varilla no es igual al campo eléctrico generado por la carga puntual Q . No puede reemplazarse una carga distribuida por una carga puntual ubicada en la mitad del segmento.

ES_09. La varilla de la figura de longitud $2l$ se halla en vacío. **a)** Halle la expresión del campo eléctrico en todo punto del eje Y. **b)** Halle la expresión del campo eléctrico en todo punto del plano XY. **c)** Halle la expresión del campo eléctrico cuando $l \rightarrow \infty$.

Rta: a) $E_y(y) = \frac{k\lambda_0}{y} \left(\frac{2\ell}{\sqrt{\ell^2 + y^2}} \right) \quad E_x = 0 \quad k = 1/(4\pi\epsilon_0)$

ES_10. La varilla de la figura, de longitud 2ℓ , se halla en vacío y tiene densidad de carga que varía en la forma $\lambda(x)$ $= \lambda_0 x$ ($\lambda_0 [C/m] > 0, x [m]$)

a) Calcule el valor de la carga total de la varilla.

b) Halle la expresión del campo eléctrico en todo punto del eje $Y > 0$.

Rta: a) $Q = 0$;

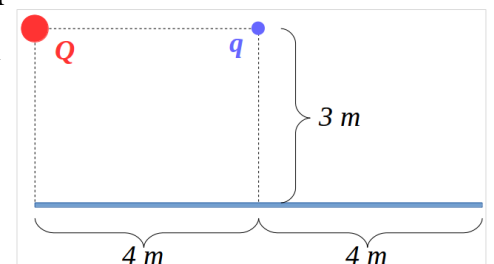
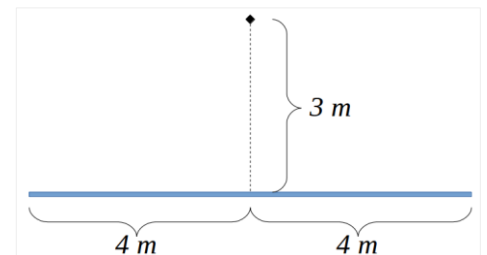
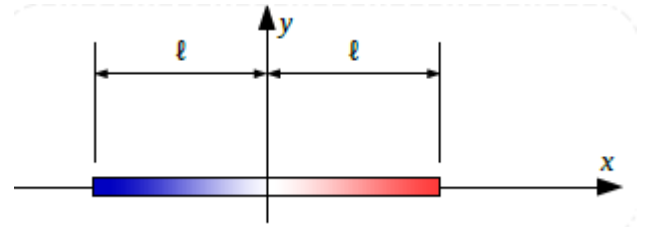
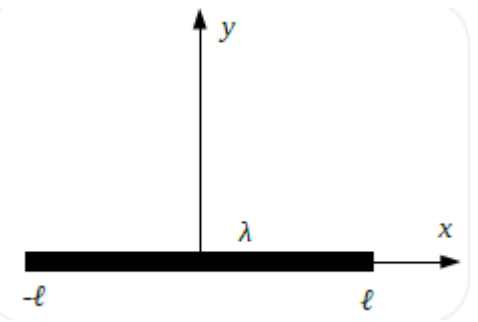
b) $E_x(y) = -k\lambda_0 \int_{-\ell}^{\ell} \frac{x^2}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}} \quad E_x(y) = k\lambda_0 \left[\frac{2\ell}{\sqrt{(\ell^2 + y^2)}} + \ln \left(\frac{\ell + \sqrt{(\ell^2 + y^2)}}{-\ell + \sqrt{(\ell^2 + y^2)}} \right) \right] \quad E_y = 0$

ES_11. Una varilla muy delgada de largo 8 m , se encuentra en el vacío, cargada de manera homogénea, con una densidad lineal de carga de 5 nC/m . Calcular el campo eléctrico a 3 m de distancia, sobre la mediatriz de la varilla.

Rta: $\vec{E} = (0; 24) \frac{N}{C}$

ES_12. En el vacío, se encuentra una configuración de cargas formada por una varilla muy delgada de largo 8 m , cargada de manera homogénea, con una densidad lineal de carga de 5 nC/m y dos cargas puntuales:

Una carga puntual $Q = 128\text{ nC}$ ubicada a 3 m sobre un extremo de la varilla. Otra carga puntual $q = 1\text{ }\mu\text{C}$ ubicada a 3 m sobre la mediatriz de la varilla. Halle el vector campo eléctrico en el punto en donde está la carga Q .

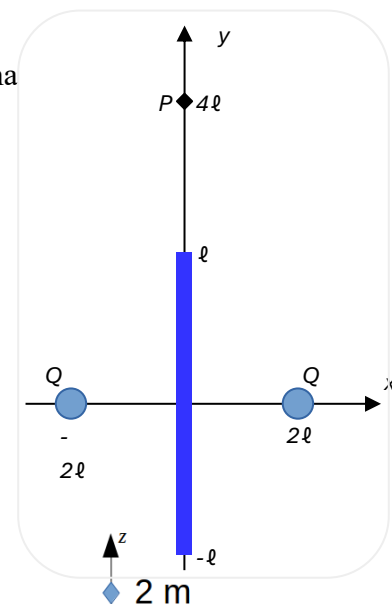


ES_13. En el plano XY se encuentran una configuración de cargas formada por dos cargas puntuales $Q = 1\mu C$ ubicadas sobre el eje X a 2ℓ y -2ℓ del origen y una varilla muy delgada de largo 2ℓ cargada con densidad lineal de carga λ_0 uniformemente distribuida, ubicada sobre el eje Y centrada en el origen. Se coloca una carga q_0 en el punto $P(0;4\ell)$ y la misma se encuentra en equilibrio.

Datos: $\ell = 1[m]$.

Calcule el valor de la densidad de carga λ_0 .

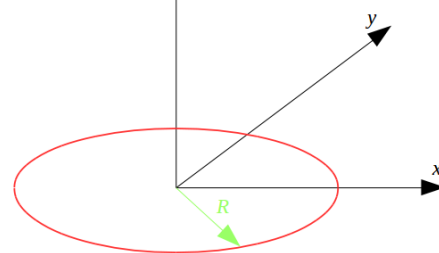
Rta: $\lambda_0 = -0,671 \mu C/m$



ES_14. En un espacio tridimensional, con coordenadas cartesianas $x; y; z$ se encuentra un anillo cargado de manera uniforme con $1 \mu C/m$ de densidad lineal de carga. El mismo se ubica sobre el plano xy , tiene centro en el origen de coordenadas y radio $R = 3 m$.

a) Halle el vector campo eléctrico en cualquier punto del eje z .

b) Halle en que puntos del eje z el campo eléctrico tiene mayor módulo.

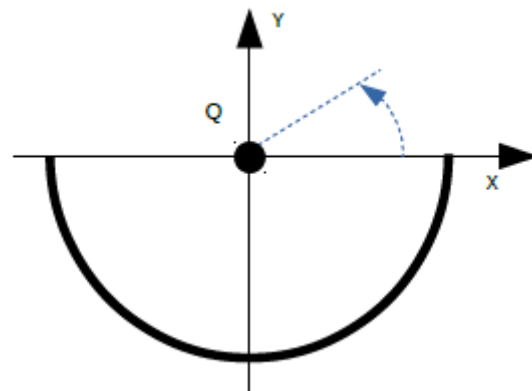


ES_15. En el plano $X-Y$ se encuentra una configuración de cargas formada por un semi anillo con distribución lineal de carga **NO** homogénea (depende del ángulo) $\lambda(\alpha) = \lambda_0 \cos(\alpha)$ de radio R con centro en el origen y una carga puntual Q ubicada en el origen. Se pide:

a) Hallar la expresión del vector campo eléctrico sobre la carga Q .

b) Si $R = 1 m$; $Q = 1\mu C$; $\lambda_0 = 9 nC/m$ calcule la fuerza que la carga Q ejerce sobre el semi anillo.

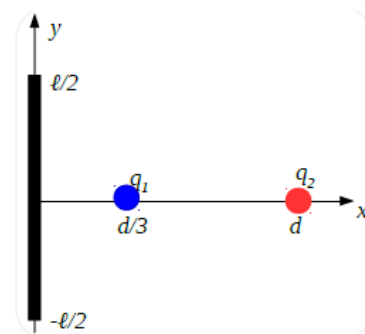
Referencia para el ángulo: eje X positivo = 0° . Aumenta en sentido antihorario. eje Y positivo = 90°



ES_16. El alambre vertical de la figura de longitud $\ell = 0,2m$ está cargado con densidad lineal de carga λ_0 , homogénea. La carga $q_2 = -4\mu C$ y el alambre están fijos, en tanto que la carga q_1 está en equilibrio debido sólo a la acción de las fuerzas eléctricas del alambre y de q_2 . Calcule el valor de λ_0 .

Dato: $d = 0,9 m$

Rta: $-5,27 \mu C /m$

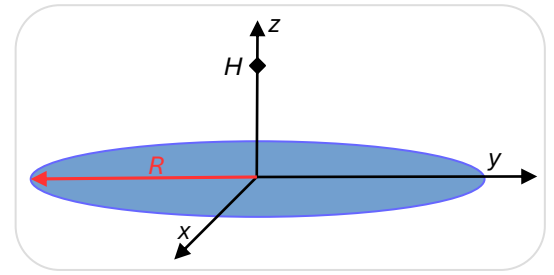


ES_17. Se tiene un disco de radio R , ubicado sobre el plano XY , con centro en el origen, cargado con densidad superficial de carga σ_0 homogénea y constante.

a) Hallar la expresión matemática del campo electrostático en un punto $H(0; 0; z)$ genérico del eje z .

b) Suponiendo que $R \gg z$, encuentre la expresión matemática del campo electrostático para todos los puntos del espacio.

$$\vec{E}(0; 0; z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \check{k}; \quad b) \vec{E} = \frac{\sigma z}{2\epsilon_0 |z|} \check{k}$$



ES_18. Se tiene una configuración de cargas formada por un plano indefinido con densidad de carga uniforme $\sigma [C/m^2]$ ubicado en el plano XY y una carga puntual Q , ubicada en $\vec{r}_Q = (0; 0; \ell)$.

Halle la fuerza eléctrica sobre una carga q_0 ubicada en $\vec{r}_{q_0} = (0; 3\ell; \ell)$.

Datos: $\ell = 1m$; $\sigma = 2\mu C/m^2$; $Q = 54\mu C$; $q_0 = 3\mu C$

Rta: $\vec{F}_{q_0} = (0; 162; 0,339)mN = (162\check{j} + 0,339\check{k}) \times 10^{-3}N$

Potencial eléctrico.

ES_19. Dos cargas puntuales se encuentran en el plano XY . $Q_1 = 3\mu C$ y $Q_2 = 6\mu C$ ubicadas en $\vec{r}_1 = (a; 0)$ y en $\vec{r}_2 = (0; b)$ respectivamente. En donde $a = 3m$ y $b = 2m$. Calcule: **a)** La función potencial eléctrico $V(x, y)$ en todo el plano XY si $V_\infty = 0$. **b)** La función potencial eléctrico $V(x, y)$ en todo el plano XY si $V(0, 0) = 0$. **c)** La diferencia de potencial $V_A - V_B$ entre los puntos $A(2m, 1m)$ y $B(4m, 3m)$ para los ítems a) y b). **d)** El vector campo eléctrico $\vec{E}(x, y)$ para todo el plano XY a partir de la función potencial eléctrico $V(x, y)$.

ES_20. En el plano $x-y$ hay dos cargas puntuales del mismo valor absoluto $|q| = 1\mu C$ pero de signo diferente tal que $q_1 = |q|$ y $q_2 = -|q|$ (dipolo eléctrico) ubicadas en $\vec{r}_1 = (1m; 0)$ y $\vec{r}_2 = (-1m; 0)$.

a) Calcule el vector campo eléctrico \vec{E} en el punto $(0; 1m)$.

b) Calcule el trabajo necesario para transportar una carga puntual $Q = 3\mu C$ desde el origen $(0; 0)$, hasta el punto $(1m; 1m)$ en forma cuasi estacionaria.

Rta:

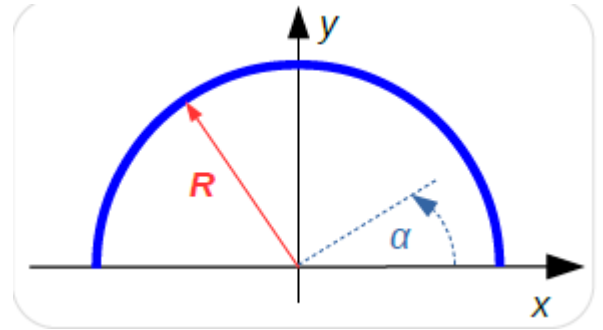
$$a) \vec{E}(0; 1) = \left(-\frac{18}{\sqrt{8}}; 0 \right) \times 10^3 \frac{V}{m} \approx -6363\check{i} \frac{V}{m}$$

$$b) W_{(0;0) \rightarrow (1;1)} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) Qq \left(-1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) \approx -14,92mJ$$

ES_21. Una varilla de sección despreciable de largo $L = 2m$ está ubicada sobre el eje x . Tiene una densidad lineal de carga uniforme $\lambda = 2\mu C/m$. El extremo A tiene coordenada $x_A = -1m$ y el extremo B $x_B = 1m$. Calcule: **a)** La función potencial eléctrico $V(x;y)$ para todo punto del plano XY, si $V_\infty = 0$. **b)** La diferencia de potencial $V_C - V_D$ si $C(0;1m;0)$ y $D(1,5m;0;0)$. **c)** El trabajo necesario para llevar una carga puntual $q = 2\mu C$ desde C a D en forma cuasi estacionaria.

ES_22. La figura muestra un alambre muy delgado, semicircular de radio R , con centro en el origen, cargado con densidad de carga lineal no uniforme $\lambda(\alpha) = \lambda_0 [\sin(\alpha) + \cos(\alpha)]$. Halle el potencial eléctrico en el origen. $V_\infty = 0$.

Rta.: $\frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0}$



ES_23. Un anillo uniformemente cargado con densidad lineal de carga $\lambda = 1\mu C/m$ y radio $R = 2m$, se encuentra ubicado en el plano XY y su centro coincide con el origen de coordenadas. Calcule: **a)** La función potencial eléctrico $V(z)$ sobre el eje z si $V_\infty = 0$. **b)** La función potencial eléctrico $V(z)$ sobre el eje z si $V(0;0;0) = 0$. **c)** La diferencia de potencial $V_A - V_B$ para los ítems a) y b), siendo $A(0;0;0,5m)$ y $B(0;0;1m)$.

ES_24. Un anillo muy delgado de radio R_a se encuentra ubicado sobre el plano XY con centro en el origen de coordenadas. El anillo se encuentra cargado de manera NO UNIFORME, según la función $\lambda(\alpha) = \lambda_0 \cos(\alpha)$. α : medido a partir del eje X. Determine: **a)** La carga del anillo (Q_{anillo}). **b)** La expresión matemática del vector campo eléctrico en el origen. **c)** El valor del potencial en el origen con respecto a infinito.

Rta.: **a)** $Q_{anillo} = 0$; **b)** $\vec{E}(0;0;0) = \left(-\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{\lambda_0}{R_a}; 0; 0\right)$; **c)** $V(0;0;0) = 0$

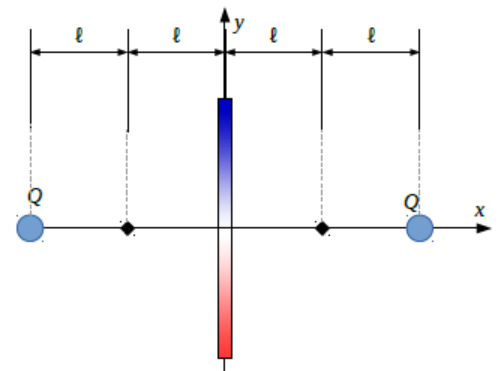
ES_25. Se tiene una configuración de cargas, en el vacío, formada por: Dos cargas puntuales fijas de valor $Q = 2\mu C$ a ubicadas sobre el eje x , a distancia $2\ell = 2m$ del origen.

Una varilla fija, con densidad de carga lineal $\lambda(y) = 4y$ [C/m ; m] “NO” homogénea (depende de la posición en el eje y) de largo $2\ell = 2m$, ubicada sobre el eje y , con centro en el origen.

a) Realice un análisis cualitativo para determinar la dirección y sentido de la fuerza de origen electrostático sobre la varilla.

b) Halle el trabajo total necesario, para transportar las cargas Q en forma cuasi estacionaria a los puntos $(\ell; 0)$ y $(-\ell; 0)$ respectivamente, realizado por una fuerza exterior.

Rta: **a)** Sentido eje Y positivo **b)** $W_{Fext} = [1/(4\pi\epsilon_0)]Q^2/4\ell$



Ley de Gauss. Campo electrostático. Potencial eléctrico.

ES_26. El campo eléctrico en una región del espacio es constante y tiene la dirección del eje x. Apunta en el sentido positivo de eje “x”. La región del espacio es un cubo de caras paralelas a los planos coordenados de arista $a = 0,30m$ centrado en el origen de coordenadas. Calcule el valor de la carga eléctrica encerrada en el cubo para las siguientes expresiones del vector campo eléctrico: **a)** $E=50V/m \hat{i}$. **b)** $E=40V/m \hat{j}$. **c)** $E=50/(x+0,4) \hat{i} [V/m;m]$. **d)** $E=50.x \hat{i} [V/m;m]$. **e)** $E=50.(x-0,6) \hat{i} [V/m;m]$.

ES_27. Utilizando la ley de Gauss, **a)** halle la expresión matemática del campo electrostático generado por un plano indefinido cargado con densidad de carga superficial σ_0 . **b)** Elija una referencia de potencial y calcule la función potencial en todo el espacio (en donde es válida la hipótesis de plano indefinido). Considere que el plano está ubicado en el plano XY.

Rta: a)
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \hat{k}$$

ES_28. Utilizando la ley de Gauss, hallar la expresión matemática del campo electrostático generado por una carga puntual. Elija una referencia de potencial y calcule la función potencial en todo el espacio.

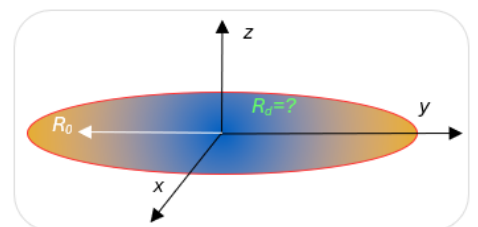
ES_29. Utilizando la ley de Gauss, hallar la expresión matemática del campo electrostático generado por un hilo rectilíneo infinito cargado de forma uniforme con densidad lineal de carga λ_0 a una distancia r del hilo. Elija una referencia de potencial y calcule la función potencial en todo el espacio (en donde es válida la hipótesis de simetría cilíndrica infinita).

Rta:
$$\|E\| = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_0}{r}$$

ES_30. En el centro geométrico de un cubo de $2 m$ de arista tenemos una carga puntual de $50 \mu C$. Calcular el flujo del vector campo eléctrico en cada una de las caras del cubo. (El medio que se considera es el vacío).

Rta:
$$\phi_E = 0,94 \times 10^6 \frac{Nm^2}{C}$$

ES_31. Se tiene un disco de radio R_d cargado con densidad de carga superficial $\sigma(r)$ **NO uniforme**, ubicado sobre el plano xy, con centro en el origen. La densidad de carga superficial depende de la variable r (distancia al centro del disco). Se encierra el disco con una superficie Σ , esférica de radio $10 m$, con centro en el origen. El flujo del campo



eléctrico a través de la superficie Σ es nulo. Halle el radio del disco R_d . Datos: $\sigma(r) = \sigma_0 \left(1 - \frac{r}{R_0}\right) \sigma_0 = 35 \frac{\mu C}{m^2}$;

$$R_0 = 1 \text{ m.}$$

Rta: $R_d = (3/2)R_0 \quad R_d = (3/2) \text{ m}$

ES_32. Se tiene dos planos indefinidos paralelos separados una distancia d , cargados con densidad superficial de carga uniforme, uno con densidad de carga $+\sigma$ y el otro con densidad de carga $-\sigma$.

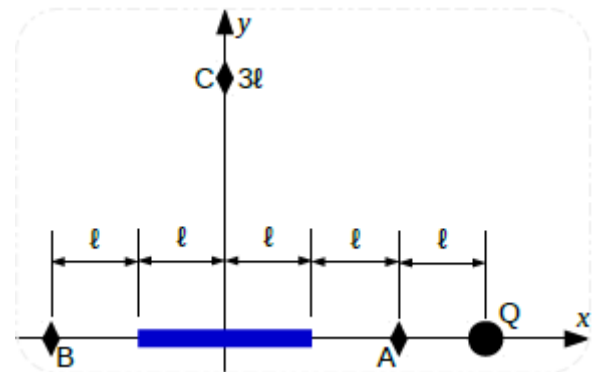
a) ¿Cuál es el módulo del campo eléctrico entre ellos?

b) ¿Cuál es el módulo del campo eléctrico fuera de ellos?

Rta: a) $\|E\| = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}$ b) $E = 0$

ES_33. Se tiene dos planos indefinidos paralelos separados una distancia $d=1\text{m}$, paralelos al plano YZ en las coordenadas $x_1 = -0,5\text{m}$ y $x_2 = 0,5\text{m}$ cargados con densidad superficial de carga uniforme. Uno con densidad $\sigma_1=4\mu C/m^2$ y el otro con densidad $\sigma_2=-2\mu C/m^2$. Si $V(0;0;0)=0$, calcule la función potencial eléctrico $V=V(x)$ y dibújela.

ES_34. Una configuración de cargas se encuentra en el plano en el plano XY y está formada por una varilla de largo 2ℓ , cargada con densidad lineal de carga λ_0 homogénea, ubicada sobre el eje x con centro en el origen y una carga puntual $Q = -3\mu C$ ubicada en el punto $(3\ell;0)$. El flujo del campo eléctrico a través de una superficie gaussiana esférica de radio 3ℓ con centro en la carga Q es $\Phi_E = -113 \times 10^3 \text{ (N}\cdot\text{m}^2)/C$. a) Halle el trabajo necesario para transportar cuasi estáticamente una carga q_0 del punto A al



punto B. b) Determine el vector fuerza de origen electrostático sobre la carga q_0 en el “punto C”, generada por la carga Q y la varilla. Datos: $\vec{r}_A=(2\ell;0)$; $\vec{r}_B=(-2\ell;0)$; $\vec{r}_C=(0;3\ell)$; $\vec{r}_Q=(3\ell;0)$; $q_0=2 \mu C$; $\ell=1\text{m}$

Rta:

a) $V_A - \text{varilla} = V_B - \text{varilla}$ son iguales dado que ambos puntos equidistan de la varilla y como esta tiene la carga uniformemente distribuida, el potencial debido a la varilla en los puntos A y B son idénticos.

$$W_{A \rightarrow B} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) Q q_0 \left(\frac{1}{\|(0;\ell)\|} - \frac{1}{\|(0;5\ell)\|}\right) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) Q q_0 \left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{5\ell}\right) \approx -43,2\text{mJ}.$$

b) $\vec{F}_{q_0} = (2,12; 5,46)\text{mN}$

ES_35. Un plano indefinido cargado con densidad superficial de carga $\sigma [C/m^2]$ homogénea está ubicado en el plano XY ($Z=0$) y una carga puntual $Q=1\mu C$, de masa $m_Q=9 \times 10^{-4} \text{ kg}$ ubicada en $\vec{r}_Q = (0;0;H)$. La carga Q se

encuentra en reposo bajo la acción de la fuerza de origen electrostático y de un campo gravitatorio $\vec{g} = -10 \frac{m}{s^2} \hat{k}$. Determine:

a) La diferencia de potencial $\Delta V = V_A - V_B$ con $\vec{r}_A = (H; 0; H)$ y $\vec{r}_B = (2H; 0; H)$.

b) El vector campo eléctrico en el punto A.

Datos: $H = 1m$.

Rta: a) $\Delta V = V_A - V_B = 4,5 \times 10^3 V$ b) $\vec{E}(1; 0; 1) = (9; 0; 9) \times 10^3 \frac{N}{C}$

Conductores en estado electrostático.

ES_36. Una esfera hueca metálica de radios interno R_{int} y externo R_{ext} tiene una carga eléctrica $q_{esf} > 0$. Luego, se coloca una carga puntual $Q_p > 0$ en el centro de la esfera.

Halle la expresión del campo eléctrico y del potencial electrostático en todo el espacio y grafíquelos. ($V_\infty = 0$)

Rta:

$$0 < r < R_{int} \quad \vec{E} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{Q_p}{r^2} \hat{r} \quad V(r) = (1/4\pi\epsilon_0) \left[\left(\frac{Q_p + q_{esf}}{R_{ext}} \right) + Q_p \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_{int}} \right) \right]$$

$$R_{int} < r < R_{ext} \quad \vec{E} = 0 \quad V(r) = (1/4\pi\epsilon_0) \frac{(Q_p + q_{esf})}{R_{ext}}$$

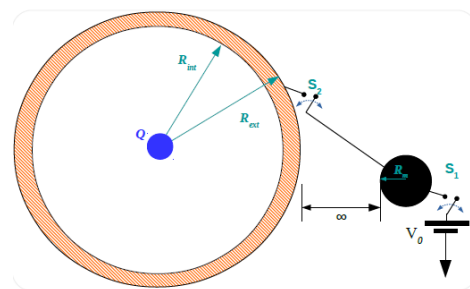
$$r < R_{ext} \quad \vec{E} = (1/4\pi\epsilon_0) \frac{(Q_p + q_{esf})}{r^2} \hat{r} \quad V(r) = (1/4\pi\epsilon_0) \frac{(Q_p + q_{esf})}{r}$$

ES_37. Se tiene una esfera maciza conductora de radio $R = 0,2m$. Se coloca en ella una cantidad de carga $Q = 6\mu C$. a) Halle la densidad superficial de carga. b) Halle la expresión del vector campo eléctrico y grafique su componente real en función de r (coordenada radial). c) Halle el potencial eléctrico y grafíquelo en función de r (coordenada radial) si $V_\infty = 0$. d) Grafique las líneas de campo y las equipotenciales. Si ahora se acerca otra esfera idéntica pero cargada con $-Q$, de forma que los centros de las esferas quedan separados $0,6m$, se pide que dibuje cualitativamente como quedan distribuidas las cargas y la configuración de líneas de campo y equipotenciales.

ES_38. Una esfera maciza conductora de radio $R_1 = 0,2m$ está rodeada en forma concéntrica de una cáscara esférica conductora de radio interno $R_2 = 0,4m$ y radio externo $R_3 = 0,5m$. Se coloca una cantidad de carga $Q_1 = -3\mu C$ en la esfera interior y una cantidad de carga $Q_2 = 5\mu C$ en la cáscara. Considerando $V_\infty = 0$, halle: a) La expresión del vector campo eléctrico en todo el espacio y grafique en función de r (coordenada radial). b) La expresión de la función potencial en todo el espacio y grafique en función de r (coordenada radial). c) Si la esfera interna se conecta a tierra con un cable conductor, recalcule los ítems a) y b). Suponga que la tierra está muy lejos de la configuración y que la cantidad de carga que queda en el cable es despreciable.

ES_39. Una esfera maciza conductora de radio $R_1 = 0,2m$ está rodeada en forma concéntrica de una cáscara esférica conductora de radio interno $R_2 = 0,4m$ y radio externo $R_3 = 0,5m$. Se coloca una cantidad de carga $Q_1 = -3\mu C$ en la esfera interior y una cantidad de carga $Q_2 = 5\mu C$ en la cáscara. Se conecta una pila que establece una diferencia de potencial $\Delta V = 100V$ con el borne positivo conectado a la esfera interna y el borne negativo conectado a la cáscara. Halle: **a)** Las densidades superficiales de carga. **b)** La expresión del vector campo eléctrico en todo el espacio y grafique en función de r (coordenada radial). **c)** La expresión de la función potencial en todo el espacio y grafique en función de r (coordenada radial). Suponga que la presencia de la pila no rompe la simetría esférica del problema.

ES_40. Una carga puntual $Q = -1\mu C$ se encuentra en el centro de un conductor esférico (rayado) hueco con carga neta nula de radio interior $R_{int} = 1,8m$ y radio exterior $R_{ext} = 2m$. En un lugar muy alejado (considerar infinito), se encuentra una esfera conductora maciza (negra) descargada de radio $R_m = 1m$. Considere que los campos eléctricos de la esfera hueca y la esfera maciza no interactúan, por estar muy alejadas. La



tierra está muy alejada de los conductores, y una pila establece una diferencia de potencial V_0 entre la esfera maciza y tierra. Suponga que la pila no rompe la simetría esférica utilizada en la resolución del problema. S_1 y S_2 representan interruptores inicialmente abiertos que permiten:

S_1 conectar la esfera maciza al borne positivo de la fuente de tensión ideal V_0 .

S_2 conectar la esfera maciza al conductor hueco por medio de un hilo conductor ideal muy delgado de dimensiones despreciables frente a los radios de las esferas.

Se sigue la secuencia: Se cierra S_1 (mientras S_2 permanece abierto). Se abre S_1 (mientras S_2 permanece abierto). Se cierra S_2 (mientras S_1 permanece abierto)

En esta última situación, hallar las cargas;

Q_m : Carga en la superficie de la esfera maciza

Q_{ext} : Carga en la superficie exterior de la esfera hueca

Q_{int} : Carga en la superficie interior de la esfera hueca.

Dato: $V_0 = 36 \text{ KV} = 36 \times 10^3 \text{ V}$

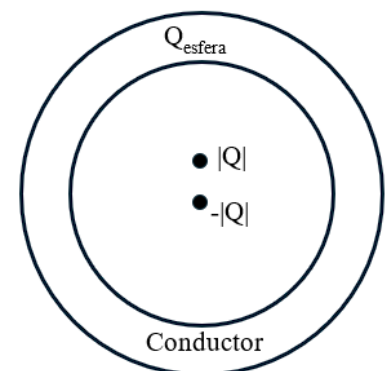
Rta: $Q_m = 1 \mu\text{C}$ $Q_{ext} = 2 \mu\text{C}$ $Q_{int} = 1 \mu\text{C}$



ES_41. Dos placas conductoras cuadradas de lado $L = 2 \text{ m}$ y espesor $e = 1 \text{ mm}$ se ponen enfrentadas en forma paralela separadas $d = 2 \text{ mm}$ como indica la figura. En una placa se coloca una carga $Q_1 = 2 \mu\text{C}$ y en la otra una carga $Q_2 = 4 \mu\text{C}$. Admitiendo que la carga alojada en las superficies menores de las placas es despreciable y despreciando los efectos de borde: **a)** Calcule las densidades superficiales de carga en cada superficie mayor de las placas. **b)** Calcule el vector campo eléctrico en todo el espacio en donde se considera válida la hipótesis de simetría plana indefinida. Tenga en cuenta que el medio que rodea a las placas es vacío.

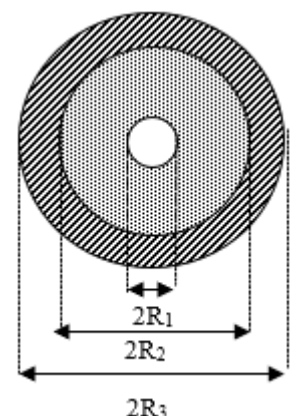
ES_42. Sea un conductor macizo cilíndrico de sección circular de radio $R_1 = 10 \text{ cm}$ y largo $L = 10 \text{ m}$ que está rodeado concéntricamente por otro conductor cilíndrico hueco de radio interno $R_2 = 20 \text{ cm}$ y radio externo $R_3 = 21 \text{ cm}$, también de largo $L = 10 \text{ m}$. El cilindro interno está descargado y el cilindro externo tiene una carga $Q_2 = -10 \text{ mC}$. Entre los dos conductores y afuera del cilindro externo el medio es vacío. Se conecta el borne positivo de una pila al conductor interno y el borne negativo al conductor externo. La pila establece una diferencia de potencial de 50 V . Suponiendo que la totalidad de la carga se ubica en las superficies laterales de los cilindros, despreciando así los efectos en los bordes, se pide calcular las densidades superficiales de carga en las superficies cilíndricas de radio R_1 , R_2 y R_3 luego de que se conecta la pila.

ES_43. Sea un dipolo eléctrico de carga $|Q|$ y separación entre cargas d , centrado en el centro de una esfera conductora hueca de radio interno R_1 y radio externo R_2 con carga Q_{esf} . Dibuje cualitativamente las líneas de campo eléctrico y las equipotenciales cuando: **a)** $Q_{esf} = 0$. **b)** $Q_{esf} > 0$. **c)** $Q_{esf} < 0$



Dieléctricos en estado electrostático.

ES_44. La figura representa una esfera conductora de radio $R_1 = 5 \text{ cm}$ que está rodeada de un dieléctrico de permitividad relativa $\epsilon_R = 4$, dentro de una esfera conductora hueca de radio interior $R_2 = 20 \text{ cm}$ y radio exterior $R_3 = 22 \text{ cm}$ concéntrica con la primera. La carga de la esfera interior es $Q_1 = 40 \text{ nC}$ y la de la exterior es $Q_2 = 30 \text{ nC}$. Halle: **a)** La expresión y el valor de la diferencia de potencial entre las dos esferas. **b)** La cantidad de carga libre en cada superficie de los conductores. **c)** La densidad superficial de carga de polarización en el dieléctrico.

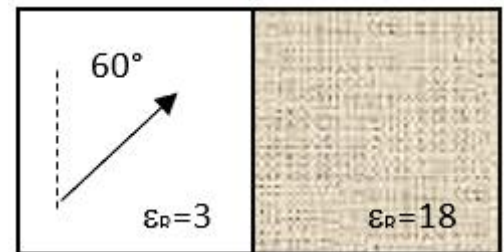


Rta: **a)** $\Delta V = 1350 \text{ V}$

ES_45. Demuestre las condiciones de frontera en una interface dieléctrico – dieléctrico para los vectores **E** y **D**.

ES_46. Una esfera maciza conductora de radio $R_1 = 0,2m$ está rodeada en forma concéntrica de una cáscara esférica conductora de radio interno $R_2 = 0,4m$ y radio externo $R_3 = 0,5m$. Entre los conductores, llenando totalmente el espacio entre ambos, hay un dieléctrico de permitividad relativa $\epsilon_r = 4$. Se coloca una cantidad de carga $Q_1 = -3\mu C$ en la esfera interior y una cantidad de carga $Q_2 = 5\mu C$ en la cáscara. Considerando $V_\infty = 0$, halle: **a)** La expresión del vector campo eléctrico en todo el espacio y grafique en función de r (coordenada radial). **b)** La expresión de la función potencial en todo el espacio y grafique en función de r (coordenada radial). **c)** Si la esfera interna se conecta a tierra con un cable conductor, recalcule los ítems a) y b). Suponga que la tierra está muy lejos de la configuración y que la cantidad de carga que queda en el cable es despreciable. **d)** Para esta última situación halle la expresión del vector polarización en todo el espacio y las densidades superficiales de carga de polarización en el dieléctrico.

ES_47. En una región del espacio hay un medio material de permitividad relativa $\epsilon_R=3$ donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $10^4 V/m$, que forma un ángulo de 60° con la superficie que lo separa de otro medio, de permitividad relativa $\epsilon_R=18$. Calcule:



a) Las componentes, normal (E_N) y tangencial (E_T) a la frontera, entre los dos dieléctricos del campo eléctrico en el dieléctrico de constante dieléctrica $\epsilon_R=18$. **b)** El ángulo que forma el vector desplazamiento eléctrico **D** (respecto de la superficie de separación) en la región de constante dieléctrica $\epsilon_R=18$. Suponga que los campos son uniformes en cada dieléctrico.

Rta: a) $E_N=1,44 \times 10^3 V/m$ $E_T= 5 \times 10^3 V/m$ **b)** $\sim 16^\circ$

ES_48. Considere una esfera dieléctrica de permitividad relativa $\epsilon_r = 5$, de radio $R = 10 cm$ cargada uniformemente con una densidad volumétrica de carga libre $\rho_l = 10 \mu C/m^3$. **a)** Calcule **D**, **E** y **P** en todo el espacio. **b)** Calcule la densidad superficial de carga libre. **c)** Calcule la densidad superficial de carga de polarización. **d)** Grafique en función de la coordenada radial las componentes reales de los vectores **D**, **E** y **P**. **d)** (Opcional) Calcule la densidad volumétrica de carga de polarización.

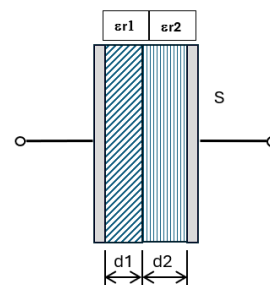
Capacidad eléctrica.

ES_49. Calcule la capacidad de un capacitor plano admitiendo que sus dimensiones son tales que se puede considerar que el problema tiene simetría plana indefinida. Haga los cálculos suponiendo que entre las placas conductoras hay vacío y luego hay un dieléctrico de permitividad relativa ϵ_r que llena totalmente el espacio entre las placas conductoras. Datos: S (superficie de las placas), d (separación entre las placas), ϵ_0 (permitividad del vacío), ϵ_r (permitividad relativa del dieléctrico).

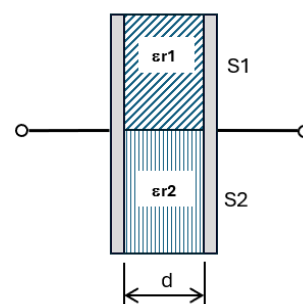
ES_50. Calcule la capacidad de un capacitor cilíndrico admitiendo que sus dimensiones son tales que se puede considerar que el problema tiene simetría cilíndrica infinita (simetría de revolución + simetría de traslación). Haga los cálculos suponiendo que entre las placas conductoras hay vacío y que luego hay un dieléctrico de permitividad relativa ϵ_r que llena totalmente el espacio entre las placas conductoras. Datos: S (superficie de las placas), R_1 (radio del cilindro interno), R_2 (radio interno del cilindro externo), R_3 (radio externo del cilindro externo), ϵ_0 (permitividad del vacío), ϵ_r (permitividad relativa del dieléctrico).

ES_51. Calcule la capacidad de un capacitor esférico. Haga los cálculos suponiendo que entre las placas conductoras hay vacío y luego hay un dieléctrico de permitividad relativa ϵ_r que llena totalmente el espacio entre las placas conductoras. Datos: S (superficie de las placas), R_1 (radio de la esfera interna), R_2 (radio interno de la esfera externa), R_3 (radio externo de la esfera externa), ϵ_0 (permitividad del vacío), ϵ_r (permitividad relativa del dieléctrico).

ES_52. Para el capacitor plano de la figura, despreciando los efectos de borde, calcule la capacidad eléctrica cuando entre sus placas hay dos dieléctricos dispuestos como indica la figura. Datos: $S=16 \text{ cm}^2$, $\epsilon_{r1}=2$, $\epsilon_{r2}=4$, $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $d_1=0,8 \text{ mm}$; $d_2=1,2 \text{ mm}$



ES_53. Para el capacitor plano de la figura, despreciando los efectos de borde, calcule la capacidad eléctrica cuando entre sus placas hay dos dieléctricos dispuestos como indica la figura. Datos: $S_1=12 \text{ cm}^2$, $S_2=8 \text{ cm}^2$, $\epsilon_{r1}=2$, $\epsilon_{r2}=4$, $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $d=1 \text{ mm}$



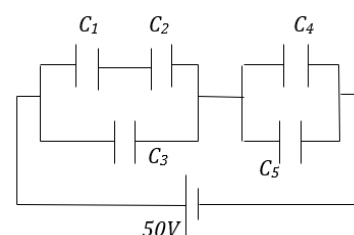
ES_54. Demuestre cual es la capacidad equivalente de dos capacitores conectados en serie cuando inicialmente están descargados. C_1 y C_2 son las capacidades individuales de cada uno de los capacitores.

Rta: $C_{eq}^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1}$

ES_55. Demuestre cual es la capacidad equivalente de dos capacitores conectados en paralelo cuando inicialmente están descargados. C_1 y C_2 son las capacidades individuales de cada uno de los capacitores.

Rta: $C_{eq} = C_1 + C_2$

ES_56. Los capacitores del circuito están en estado electrostático. Sus capacidades son: $C_1=4\mu\text{F}$, $C_2=6\mu\text{F}$, $C_3=12,6\mu\text{F}$, $C_4=2\mu\text{F}$, $C_5=8\mu\text{F}$. Están conectados entre sí y a una pila ($\Delta V = 50 \text{ V}$) como indica la figura. Calcule: **a)** La capacidad equivalente que “ve” la pila. **b)** La carga almacenada en cada capacitor. **c)** La diferencia de potencial entre las placas de cada capacitor. **d)** La energía almacenada en cada capacitor y en todo el sistema.



Rta:

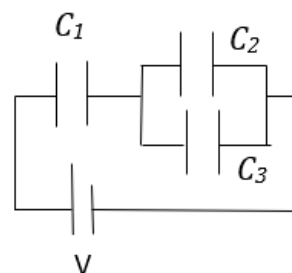
a) $C_{eq}=6\mu F$

b) $Q_1=Q_2=48\mu C$ $Q_3=252\mu C$ $Q_4=60\mu C$ $Q_5=240\mu C$

c) $\Delta V_1=12V$ $\Delta V_2=8V$ $\Delta V_3=20V$ $\Delta V_4=\Delta V_5=30V$

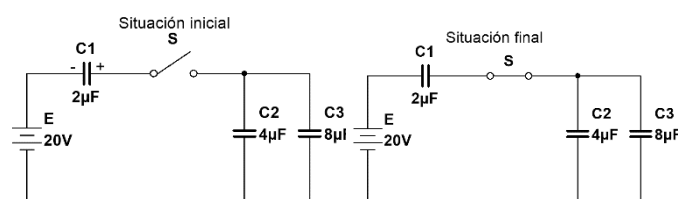
d) $U_1=288\mu J$ $U_2=192\mu J$ $U_3=2520\mu J$ $U_4=900\mu J$ $U_5=3600\mu J$ $U_T=U_1+U_2+U_3+U_4+U_5=C_{eq}\Delta V^2/2=7500\mu J$

ES_57. Sean los capacitores de la figura, para los que se cumple la relación $C_1 < C_2 < C_3$. **a)** Justifique por qué el valor de la capacidad equivalente que “ve” la pila es menor que C_1 . **b)** Si se retira C_3 , justifique si la capacidad equivalente aumenta, disminuye o permanece inalterada. **c)** Si se retira C_3 , justifique si la carga almacenada por C_1 aumenta, disminuye o permanece inalterada.



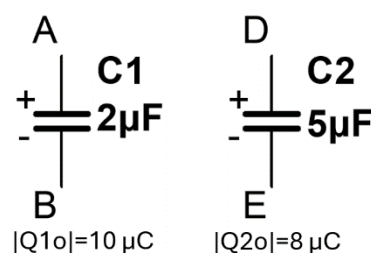
ES_58. Sea un capacitor plano cuyas placas conductoras están separadas una distancia d tienen una superficie S . Se introduce un dieléctrico de permitividad relativa ϵ_r entre las placas llenando completamente el espacio entre ellas. **a)** Analice que sucede con la capacidad, la diferencia de potencial entre las placas y el campo eléctrico cuando el proceso se hace a carga libre constante en las placas. **b)** Analice que sucede con la capacidad, la carga libre en las placas y el campo eléctrico cuando el proceso se hace a diferencia de potencial constante entre las placas.

ES_59. En el circuito de la figura el capacitor $C_1 = 2\mu F$ inicialmente tiene una carga $|Q_{1o}| = 2\mu C$ con la polaridad indicada. Se cierra la llave S y luego de que las cargas se reacomodan se vuelve a alcanzar el equilibrio



electrostático. Si inicialmente los capacitores C_2 y C_3 están descargados, se pide calcular las cargas en la situación final. Datos: $C_1 = 2\mu F$, $C_2 = 4\mu F$, $C_3 = 8\mu F$, $|Q_{1o}| = 2\mu C$, $|Q_{2o}|=|Q_{3o}|=0$, $E = 20V$.

ES_60. Sean los capacitores $C_1 = 2\mu F$ y $C_2 = 5\mu F$ con cargas iniciales $|Q_{1o}| = 10\mu C$ y $|Q_{2o}| = 8\mu C$ respectivamente. Halle: **a)** La carga en cada capacitor luego de que se conecta A con D y B con E y se alcanza el estado electrostático. **b)** La carga en cada capacitor luego de que se conecta A con E y B con D y se alcanza el estado electrostático. **c)** La energía total de campo eléctrico almacenada por ambos capacitores antes de la conexión y luego de la conexión (casos **a)** y **b)**).



Electrodinámica

Circuitos con corriente continua en estado estacionario.

ED_01. Un alambre de longitud L y resistencia $R = 6\Omega$ se estira hasta una longitud $3L$ conservando invariante su masa. Calcule la resistencia del alambre una vez estirado.

Rta: $R' = 54\Omega$

ED_02. Un bobinado (arrollamiento) de alambre de cobre de 1mm^2 de sección (a 20°C la resistividad del cobre vale $\rho_{Cu} = 1,7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$) tiene 5000 vueltas de 10 cm de longitud cada una. Después de algunas horas de trabajo continuo su resistencia aumenta a $R = 10,2 \Omega$. Calcule el aumento de temperatura del bobinado para $\alpha = 3,9 \times 10^{-3} ^\circ\text{C}^{-1}$ (coeficiente de temperatura)

Rta: $\Delta T \sim 51,28^\circ\text{C}$

ED_03. En el circuito de la figura la tensión de la fuente es 58 V. Para $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 15\Omega$. **a)** Calcule la resistencia equivalente entre los bornes de la fuente.

b) Calcule el valor de la intensidad de corriente que se establece en cada resistor.

c) Calcule el valor de la diferencia de potencial en los terminales de cada una de ellas.

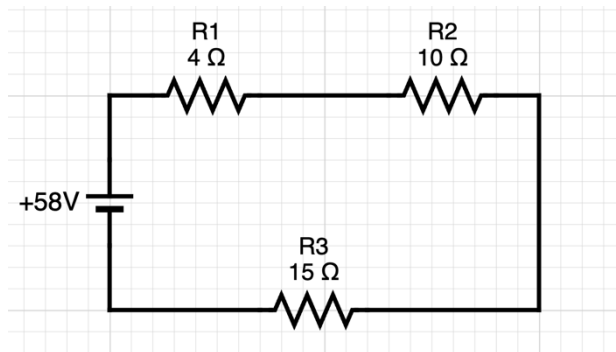
d) Calcule la potencia disipada en cada resistencia.

e) Compare la potencia entregada por la fuente con la potencia disipada en la resistencia equivalente.

f) Estime la cantidad de electrones que la fuente “bombea” por segundo.

Dato: $q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{C}$ (carga del electrón)

Rta: **a)** $R_{eq} = 29\Omega$ **b)** $I = 2\text{A}$ **c)** $V_{R1} = 8\text{V}$ $V_{R2} = 20\text{V}$ $V_{R3} = 30\text{V}$ **d)** $P_{R1} = 16\text{W}$ $P_{R2} = 40\text{W}$ $P_{R3} = 60\text{W}$
e) $P_{FUENTE} = 58\text{V} \times 2\text{A} = 116\text{W} = P_{Req} = R_{eq} \times I^2 = 116\text{W}$ **f)** $n = 1,25 \times 10^{19}$ electrones/s



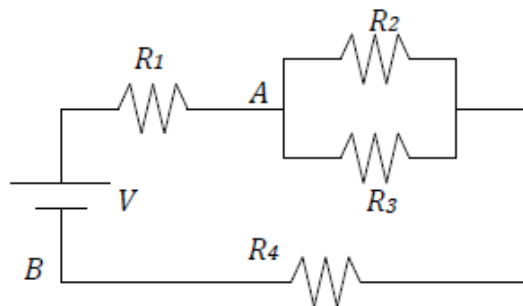
ED_04. En el circuito de la figura, la resistencia R_3 disipa 10 W. Para $V = 133 \text{V}$, $R_2 = 750 \Omega$, $R_3 = 250 \Omega$, $R_4 = 100 \Omega$. Calcule:

a) El valor de R_1 .

b) La potencia total que disipa el circuito.

c) La diferencia de potencial $V_B - V_A$

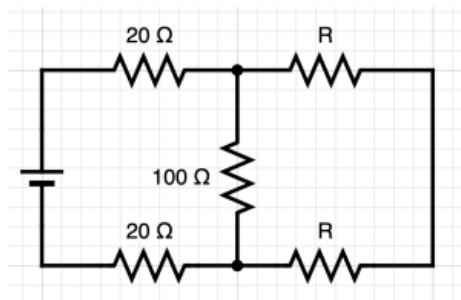
Rta: **a)** $R_1 = 211,25 \Omega$ **b)** $P_d = 35,47 \text{W}$ **c)** $V_B - V_A = -76,7 \text{V}$



ED_05. En el circuito de la figura, las resistencias de 20Ω disipan, cada una de ellas, 0,45 W, en tanto que la de 100Ω disipa 0,25 W. Calcule:

a) El valor de R .

b) La potencia disipada en cada resistencia R . **c)** La potencia entregada por la fuente.



d) El valor de la diferencia de potencial entre los bornes de la fuente suponiendo que es ideal.

Rta: a) $R=25\Omega$ b) $0,25W$ cada una c) $1,65W$ d) $11V$

ED_06. Dado el circuito de la figura, en el cual $R_1=30\Omega$, $R_2=10\Omega$, $R_3=40\Omega$, $R_4=60\Omega$ y $R_5=100\Omega$. Calcule:

a) La resistencia equivalente que el circuito presenta a la fuente.

b) La intensidad de corriente que se establece en la pila.

c) La intensidad de corriente que se establece en cada resistencia.

d) La diferencia de potencial en los terminales de cada resistor.

e) La potencia disipada en cada resistor.

f) La potencia entregada por la pila.

Rta: a) $R_{eq}=131,5\Omega$

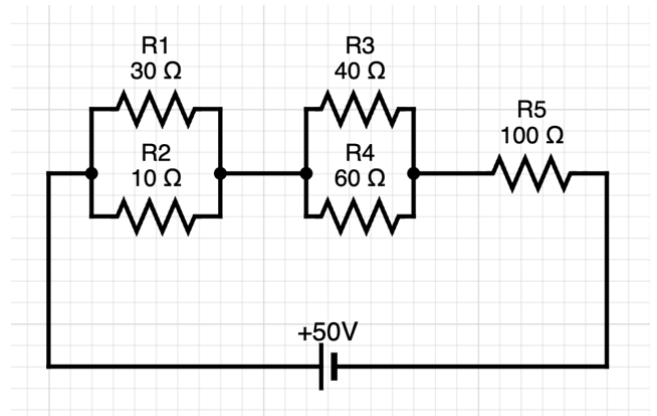
b) $I_{pila}=0,38A$

c) $I_{R1}=0,095A$ $I_{R2}=0,288A$ $I_{R3}=0,228A$ $I_{R4}=0,153A$ $I_{R5}=0,38A$

d) $\Delta V_{R1}=\Delta V_{R2}=2,88V$ $\Delta V_{R3}=\Delta V_{R4}=9,12V$ $\Delta V_{R5}=38V$

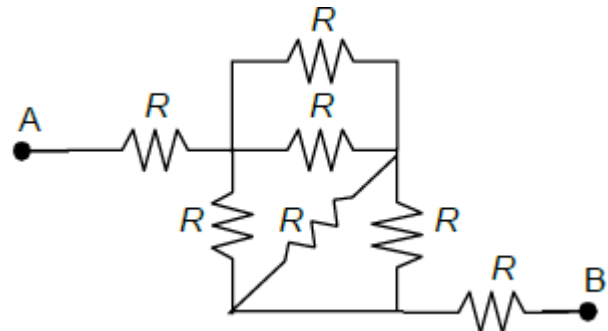
e) $P_{R1}=0,271W$ $P_{R2}=0,812W$ $P_{R3}=2,0794W$ $P_{R4}=1,386W$ $P_{R5}=14,44W$

f) $P_{PILA}=19W$



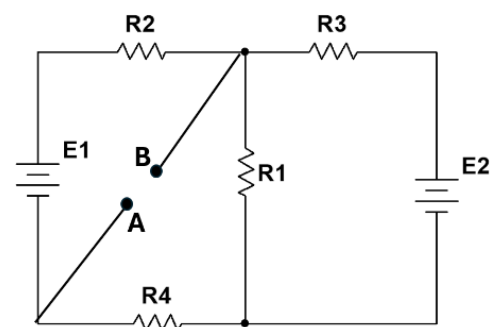
ED_07. Dado el arreglo de la figura halle la resistencia equivalente entre A y B (todas las resistencias valen R)

Rta: $R_{eq} = 2,5 R$



ED_08. Sabiendo que $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2\Omega$ y $E_1 = E_2 = 10V$. a) Calcule la diferencia de potencial entre B y A ($V_B - V_A$). b) Discuta y justifique en qué sentido se establecería la corriente si los terminales A y B se cortocircuitaran.

Rta: a) $V_B - V_A = 8V$ b) Se establecería desde B hacia A



ED_09. Los instrumentos del circuito de la figura no son ideales. Los amperímetros tienen resistencia interna de 1Ω y el voltímetro tiene resistencia interna de $1\text{ k}\Omega$.

a) Justifique por qué el amperímetro debe conectarse en serie con el resistor.

b) Justifique por qué el voltímetro debe conectarse en paralelo.

c) Calcule la intensidad de la corriente que se establecerá por cada resistor y la diferencia de potencial en cada uno si no se conectan los instrumentos, para $V = 6\text{V}$, $R_1=24\Omega$, $R_2=15\Omega$, $R_3=10\Omega$

d) Indique cuál será la indicación de cada uno de los instrumentos cuando se conectan, para los valores de tensión y resistencia dados en (c)

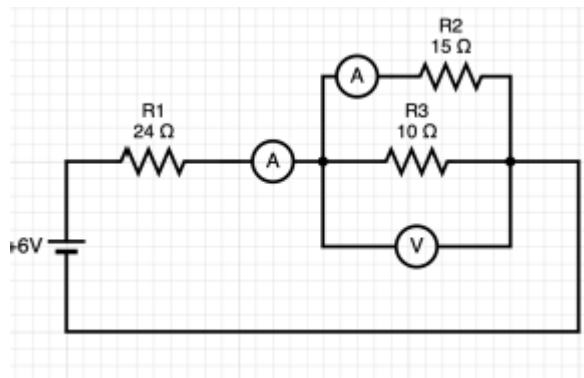
Rta:

a) Porque al estar en serie se establece la misma corriente que en la resistencia.

b) Porque en paralelo la diferencia de potencial del voltímetro y el resistor son iguales.

c) $i_{R1} = 0,2\text{ A}$ $V_{R1} = 4,8\text{ V}$ $i_{R2} = 0,08\text{ A}$ $V_{R2} = 1,2\text{ V}$ $i_{R3} = 0,12\text{ A}$ $V_{R3} = 1,2\text{ V}$

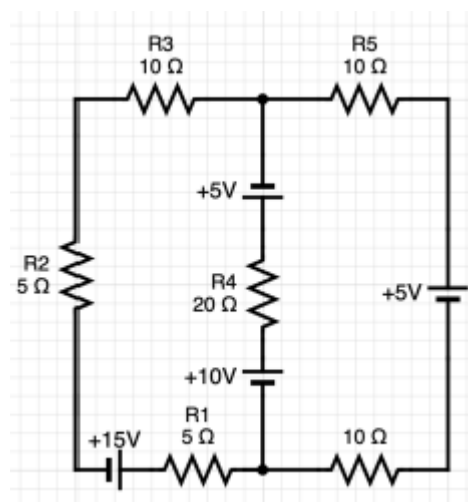
d) El amperímetro en serie con R_1 indica $i_{R1} = 0,193\text{ A}$. El amperímetro en serie con R_2 indica $i_{R2} = 0,0737\text{ A}$. El voltímetro en paralelo con R_3 indica $V_{R3} = 1,18\text{ V}$



ED_10. Los valores de los diferentes elementos del circuito de la figura son: $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 20\Omega$, $R_5 = 10\Omega$, $R_6 = 10\Omega$, $V_1 = 15\text{V}$, $V_2 = 5\text{V}$, $V_3 = 10\text{V}$ y $V_4 = 5\text{V}$. a) Resuelva el circuito planteando ecuaciones de malla y de nodo. b) Resuelva el circuito aplicando el método de superposición. c) Calcule la corriente que se establece por cada resistencia indicando claramente su sentido.

Rta:

$I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = 667\text{mA}$ desde A hacia B. $I_{R4} = 333\text{mA}$ desde B hacia A. $I_{R5} = I_{R6} = 333\text{mA}$ desde B hacia A.



ED_11. En régimen estacionario, la potencia que disipa la resistencia de 5Ω del circuito de la figura es $0,05\text{ W}$.

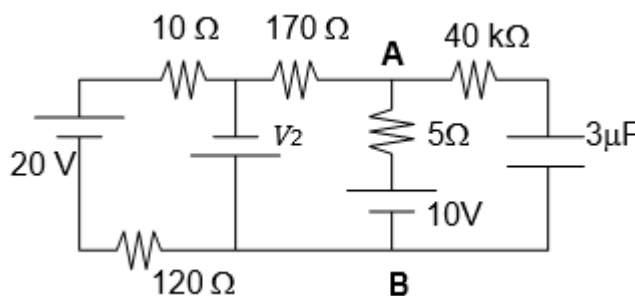
a) Calcule el valor de V_2 .

b) Calcule la potencia disipada por la resistencia de 120Ω .

c) Calcule la diferencia de potencial $V_A - V_B$.

d) Calcule la carga del capacitor.

Rta: a) $V_2 = 7,5\text{V}$ **b)** $V_A - V_B = 9,5\text{V}$
c) $P_{120} = 5,3848\text{W}$ **d)** $Q_C = 28,5\mu\text{C}$

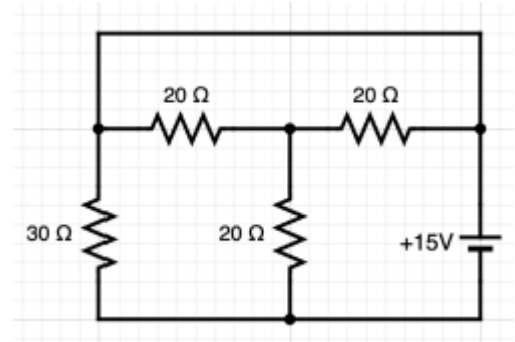


ED_12. a) Calcule la resistencia equivalente que el circuito le presenta a la fuente de $15V$.

b) Calcule la intensidad de corriente establecida en la rama superior del arreglo de la figura, I_{cc} .

c) Calcule la potencia que entrega la fuente al circuito.

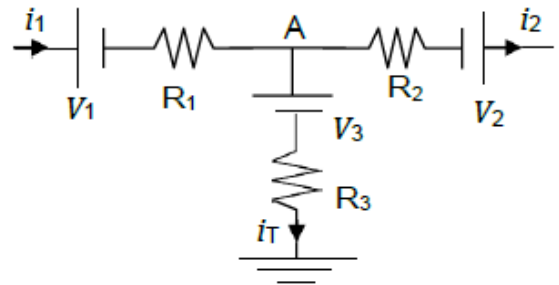
Rta: a) $R_{eq} = 15 \Omega$ b) $I_{CC} = 0,75 A$ c) $P = 15 W$



ED_13. Dado el circuito de la figura, calcule la intensidad de la corriente derivada a tierra I_T y el potencial del punto A respecto de tierra. Datos: $R_1=20 \Omega$, $R_2=50\Omega$, $R_3=40\Omega$,

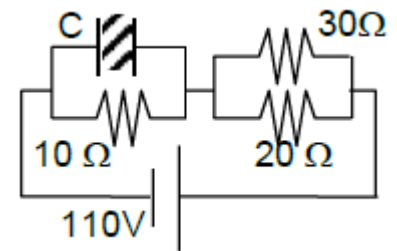
$V_1=12V$, $V_2=6V$, $V_3=10V$, $i_1=5A$, $i_2=4A$.

Rta: $i_T = 1A$, $V_A = 50V$ (respecto de tierra)



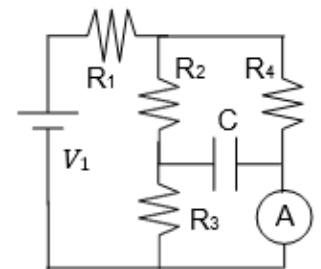
ED_14. El capacitor del circuito de la figura tiene, en vacío, capacidad $C_0 = 25 \mu F$. Se rellena totalmente el espacio entre las placas con un dieléctrico de constante $\epsilon_R = 20$ y se lo conecta al circuito de la figura. Calcule la carga del capacitor una vez alcanzado el régimen estacionario.

Rta: $|Q| = 25 mC$



ED_15. El circuito de la figura se halla en estado estacionario y el amperímetro marca $0,2A$. En esas condiciones: **a)** Calcule la potencia que disipa la resistencia R_1 . **b)** Se cambian la pila V_1 y la resistencia R_3 , dejando inalterada la lectura inicial del amperímetro ($0,2A$). En tales condiciones, la corriente por R_1 , en estado estacionario, es de $0,35A$. Calcule la carga que tiene el capacitor en esta configuración. Datos: $R_1 = 16\Omega$; $R_2 = 15\Omega$; $R_3 = 65\Omega$; $R_4 = 40\Omega$; $C = 20 \mu F$

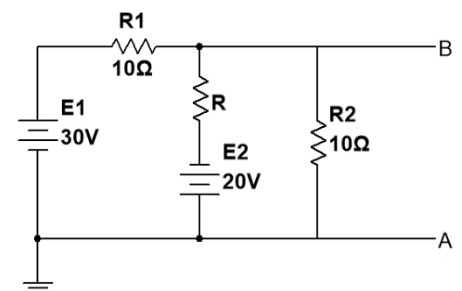
Rta: $P_{R1} = 1,44W$, $|Q| = 115 \mu C$



ED_16. En el circuito de la figura calcule el valor de la resistencia R , para que la diferencia de potencial entre B y A sea $V_B - V_A = 10V$.

Datos: $E_1 = 30V$, $E_2 = 20V$, $R_1 = R_2 = 10\Omega$

Rta: $R = 30\Omega$



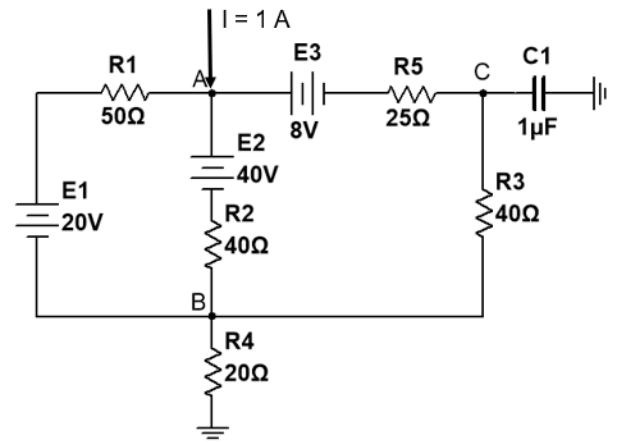
ED_17. En el tramo de circuito de la figura en estado estacionario, una corriente $I = 1\text{ A}$ ingresa por el nodo A.

a) Calcule las intensidades de corriente en todas las ramas. **b)**

Calcule las potencias disipadas en cada resistor. **c)** Calcule las potencias entregadas y/o recibidas por las baterías. **d)** Calcule la carga y la energía almacenada en el capacitor.

Datos: $E_1=20\text{V}$, $E_2=40\text{V}$, $E_3=8\text{V}$ $C_1=1\mu\text{F}$, $R_1=50\Omega$, $R_2=40\Omega$, $R_3=40\Omega$, $R_4=20\Omega$, $R_5=25\Omega$.

Rta: $I_{R1}=436\text{ mA}$ $I_{R2}=44\text{ mA}$ $I_{R3}=520\text{ mA}$ $I_{R4}=1\text{ A}$ $I_{R5}=520\text{ mA}$

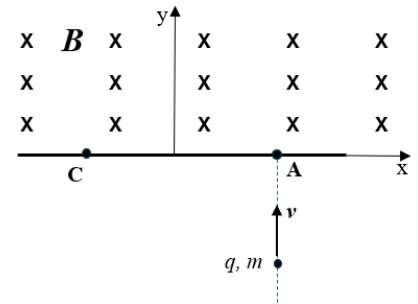


Magnetostática.

Magnetostática en el vacío.

Permeabilidad del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

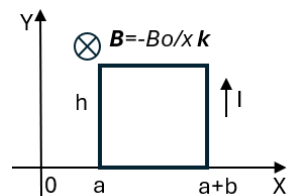
MV_01. Una partícula cargada con carga $q=2\mu\text{C}$ y masa $m=2 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$ ingresa con velocidad $\mathbf{v}=10^5 \text{ m/s } \mathbf{j}$ a la región del espacio en donde existe un campo vectorial $\mathbf{B} = -2 \cdot 10^{-4} \text{ T } \mathbf{k}$ (vector inducción magnética o densidad de flujo magnético), como se indica en la figura. Ingresa a la región por el punto A y sale por el punto C. **a)** Describa el tipo de movimiento que realiza y calcule el radio de la trayectoria. **b)** Calcule el tiempo en que la partícula tarda en llegar desde A hasta B. **c)** Si la velocidad de la partícula se duplica, calcule nuevamente el radio del movimiento y el tiempo en que la partícula se encuentra dentro del campo vectorial.



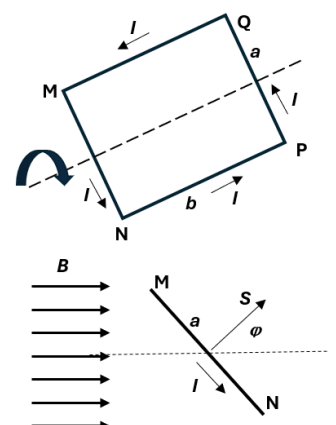
Rta: a) Debe justificar que es un tramo de MCU. $R=(|v|.m)/(|q|.|B|)$ **b)** $\Delta t_{AC}=(\pi.m)/(|q|.|B|)$

MV_02. Si en el problema anterior la partícula ingresa a la región con \mathbf{B} con una velocidad $\mathbf{v}=10^5 \text{ m/s } \mathbf{j} + 10^5 \text{ m/s } \mathbf{k}$, describa el tipo de movimiento que realiza y escriba las ecuaciones horarias.

MV_03. Una espira rígida rectangular, de base b y altura h , está inmersa en una región donde existe un vector inducción magnética $\mathbf{B} = -B_0/x \mathbf{k}$. $B_0 = 0,2 \text{ Tm}$ y $[x] = m$. La corriente en la espira es $I = 0,4 \text{ A}$ en el sentido indicado en la figura. Calcule la fuerza resultante sobre la espira. Datos: $a = 0,2 \text{ m}$, $b = 0,4 \text{ m}$, $h = 0,5 \text{ m}$.



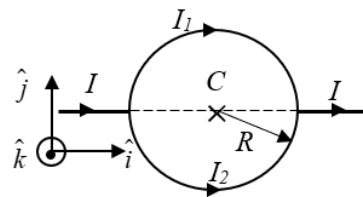
MV_04. Una espira plana rectangular rígida de lados a y b , puede girar libremente alrededor de uno de sus ejes de simetría como indica la figura superior. La intensidad de corriente en la espira es I . Se encuentra inmersa en un campo \mathbf{B} constante y uniforme dispuesto como se indica en la figura inferior. Calcule: **a)** La fuerza resultante sobre la espira. **b)** El torque sobre la espira. **c)** El momento dipolar magnético de la espira.



Datos: $a = 0,30 \text{ m}$, $b = 0,4 \text{ m}$, $|\mathbf{B}| = 0,8 \text{ T}$, $\varphi = 30^\circ$, $I = 0,2 \text{ A}$.

Rta: a) $F=0$ b) $|\boldsymbol{\tau}| = I.a.b.|\mathbf{B}|\cdot\text{sen}(\varphi)$ c) $|\boldsymbol{\mu}_m| = I|\mathbf{S}| = a.b.I$

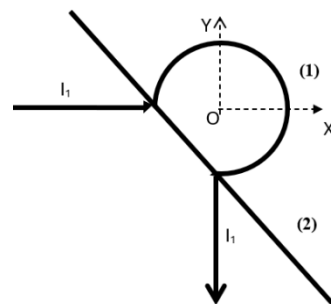
MV_05. La figura representa una porción de un conductor de gran longitud por el que circula una corriente eléctrica continua de intensidad constante $I = 14 \text{ A}$. En dicha porción, el conductor se bifurca formando dos semicircunferencias de centro C y de igual radio $R = 40 \text{ cm}$ pero con diferente sección transversal y resistividad, de tal forma que la corriente se divide en otras dos de intensidades I_1 e I_2 diferentes.



Tenga en cuenta que el campo magnético en el punto C es $\mathbf{B} = 5 \mu\text{T} \mathbf{k}$ y calcule las intensidades I_1 e I_2 . ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$)

Rta: $I_1 = 3,817 \text{ A}$ e $I_2 = 10,183 \text{ A}$

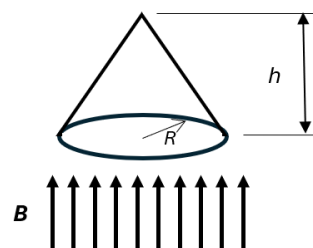
MV_06. El conductor (1) formado por dos tramos rectilíneos semi - infinitos y otro de forma de tres cuartos de circunferencia de radio $R = 0,5 \text{ m}$, tiene establecida una corriente $I_1 = 2 \text{ A}$ como indica la figura. Un segundo conductor infinito (2) tiene una dirección de 45° con el eje x y está ubicado como se ve en la figura. **a)** Calcule el valor y sentido de la corriente I_2 para que el vector inducción magnética \mathbf{B} sea nulo en el origen de coordenadas. Dato: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$.



MV_07. Demuestre que el vector \mathbf{B} siendo constante no puede modificar la energía cinética de una partícula cargada.

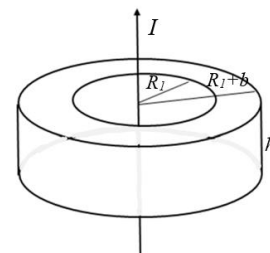
MV_08. Analizando la simetría del problema halle la expresión de la componente real del vector inducción magnética debida a una corriente en un cable modelado como infinito aplicando la ley de Ampere.

MV_09. Una superficie cónica de base circular de radio $R = 0,2 \text{ m}$ y altura $h = 0,4 \text{ m}$ está inmersa en un campo \mathbf{B} como indica la figura. Calcule el flujo del vector \mathbf{B} sobre la superficie. Dato: $|\mathbf{B}| = 0,159 \text{ T}$.

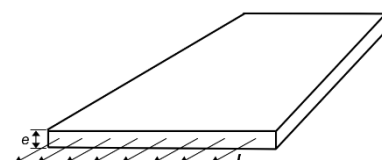


Rta: $\phi_B = 20 \text{ mWb}$

MV_10. Sea un toroide de sección rectangular de base $b = 0,5 \text{ m}$ y altura $h = 0,4 \text{ m}$. Por su eje de revolución pasa un conductor rectilíneo infinito con corriente I . El flujo magnético en la sección del toroide es $\phi = 2 \mu\text{Wb}$. Calcule la corriente I .
Datos: $R_I = 0,8 \text{ m}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$. El toroide es hueco (vacío).

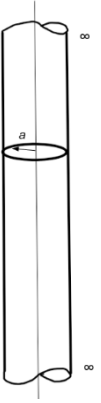


MV_11. En una placa conductora de dimensiones muy grandes está establecido un vector densidad de corriente \mathbf{J} , cuyo módulo es $|\mathbf{J}| = 1 \text{ A/m}^2$. El espesor de la placa es $e = 4 \text{ cm}$. Calcule el vector inducción magnética \mathbf{B} .

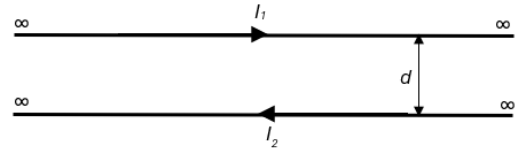


Rta: $|\mathbf{B}| = \mu_0 |\mathbf{J}| e / 2$ \mathbf{B} es perpendicular a \mathbf{J}

MV_12. Un conductor rectilíneo modelado como infinito tiene establecida una corriente I y un radio a . Considerando que el vector densidad de corriente es uniforme en la sección normal del conductor, halle la expresión del vector inducción magnética adentro y afuera del conductor. Datos: I , a , μ_0 .



MV_13. Dos conductores rectilíneos, infinitos y paralelos tienen corrientes I_1 e I_2 como indica la figura. Están separados una distancia d . Halle la expresión de la fuerza por unidad de longitud en ambos conductores.



Datos: I_1 , I_2 , d , μ_0 .

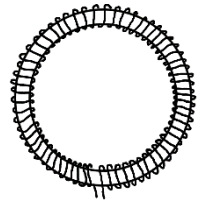
MV_14. Sea un cable coaxial rectilíneo modelado como infinito. La intensidad de corriente I en el conductor interno y en el conductor externo son de igual magnitud y sentidos opuestos. Considerando que el vector densidad de corriente es uniforme, halle la expresión del vector inducción magnética en todo el espacio donde se admite válido el modelo.

Datos: I , R_1 : radio del conductor interno, R_2 : radio interno del conductor externo, R_3 : radio externo del conductor externo, μ_0 : permeabilidad del vacío.

Materiales magnéticos.

Hipótesis de materiales con comportamiento lineal

MM_01. Sobre el toroide de sección delgada hay un arrollamiento (bobinado) de $n = 2$ espiras/mm. El radio medio del toroide es $r_m = 10$ cm. La sección del toroide tiene un área $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Por el bobinado se establece una corriente $I = 0,5$ A. Calcule en el interior del toroide el vector intensidad de campo magnético \mathbf{H} , el vector inducción magnética \mathbf{B} , el vector magnetización \mathbf{M} y la corriente de magnetización I_m para los casos en que: **a)** el toroide es hueco (vacío); **b)** el toroide es un material paramagnético, cuya susceptibilidad magnética es $\chi_m = 4 \cdot 10^{-5}$; **c)** el toroide es un material ferromagnético cuya permeabilidad relativa es $\mu_r = 5000$ (para la corriente dada). Permeabilidad del vacío: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$



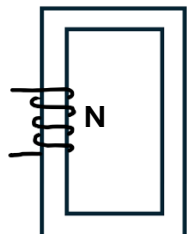
Respuestas:

a) Toroide hueco: $\mathbf{H} = 1000 \text{ A/m t}$; $\mathbf{B} = 0,0013 \text{ T t}$; $\mathbf{M} = \mathbf{0}$; $I_m = 0$

b) Material paramagnético: $\mathbf{H} = 1000 \text{ A/m t}$; $\mathbf{B} = 0,0013 \text{ T t}$; $\mathbf{M} = 0,04 \text{ A/m t}$; $I_m = 0,0251 \text{ A}$

c) Material ferromagnético: $\mathbf{H} = 1000 \text{ A/m t}$; $\mathbf{B} = 6,2832 \text{ T t}$; $\mathbf{M} = 4999000 \text{ A/m t}$; $I_m = 3,14 \cdot 10^6 \text{ A}$

MM_02. Un circuito magnético de una ventana de sección delgada $S = 2 \text{ cm}^2$ y permeabilidad relativa $\mu_r = 4000$, tiene un bobinado cuyo número de vueltas es $N = 500$ y en el mismo se establece una corriente $I = 0,5$ A. La longitud media del núcleo es $l_m = 0,4$ m. Calcule: **a)** el flujo magnético establecido en la sección del núcleo; **b)** el flujo concatenado por el bobinado; **c)** el



coeficiente de autoinducción (L) del bobinado; **d)** la reluctancia que ve el bobinado. Permeabilidad del vacío: $\mu_o = 4\pi 10^{-7} \text{H/m}$

Respuestas:

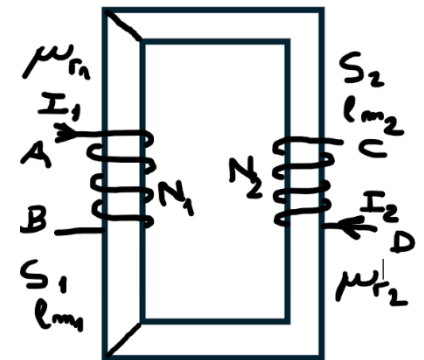
- a) $\phi = 6,28 \cdot 10^{-4} \text{Wb}$
- b) $\phi_c = 0,314 \text{Wb}$
- c) $L = 0,628 \text{H}$
- d) $Rel = 3,98 \cdot 10^5 \text{A/Wb}$

MM_03. Resuelva el problema 2 con un entrehierro de 1 mm en el núcleo. Considere la sección del entrehierro un 10% más grande que la sección del material.

Respuestas:

- a) $\phi = 6,23 \cdot 10^{-5} \text{Wb}$
- b) $\phi_c = 0,0311 \text{Wb}$
- c) $L = 0,0623 \text{H}$
- d) $Rel = 4,014 \cdot 10^6 \text{A/Wb}$

MM_04. Un circuito magnético de una ventana y de sección delgada tiene un núcleo que está formado por dos tramos de distintos materiales, secciones y longitudes medias. Tiene dos arrollamientos N_1 y N_2 por los cuales se establecen corrientes I_1 e I_2 . Calcule: **a)** el flujo concatenado por cada uno de los bobinados; **b)** el coeficiente de inducción mutua (M) entre ambos bobinados; **c)** los vectores H , B y M en cada material; **d)** identifique los bornes homólogos en cada bobinado. **e)** ¿Qué ecuación relaciona los coeficientes de

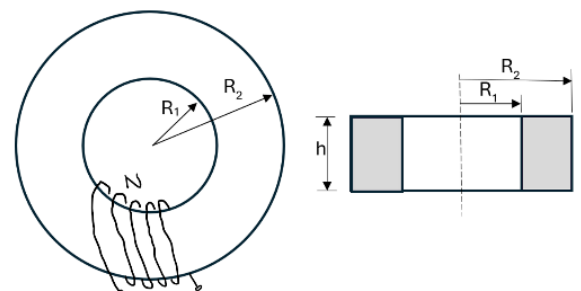


autoinductancia L_1 y L_2 con el coeficiente de inducción mutua M en este problema? Datos: $N_1 = 500$, $N_2 = 1000$, $I_1 = 0,6 \text{ A}$, $I_2 = 0,8 \text{ A}$, permeabilidades relativas: $\mu_{r1} = 4000$ y $\mu_{r2} = 5000$, secciones: $S_1 = 2 \text{ cm}^2$ y $S_2 = 1,4 \text{ cm}^2$, longitudes medias: $l_{m1} = 0,5 \text{ m}$ y $l_{m2} = 1,5 \text{ m}$, permeabilidad del vacío: $\mu_o = 4\pi 10^{-7} \text{H/m}$

Respuestas:

- a) $\phi_{c1} = 0,1135 \text{Wb}$ $\phi_{c2} = 0,2270 \text{Wb}$
- b) $M = 0,2270 \text{H}$
- c) $H_1 = 225,8065 \text{ A/m t}$, $B_1 = 1,135 \text{ T t}$, $M_1 = 9,03 \cdot 10^5 \text{ A/m t}$
 $H_2 = 258,0645 \text{ A/m t}$, $B_2 = 1,6215 \text{ T t}$, $M_2 = 1,29 \cdot 10^6 \text{ A/m t}$ (sentido antihorario)
- d) A y C son homólogos entre sí, B y D son homólogos entre sí
- e) $M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$

MM_05. Un toroide de sección gruesa rectangular tiene una permeabilidad relativa μ_r , radios interno y externo R_1 y R_2 respectivamente y la altura de la sección es h . Sobre él hay un arrollamiento de N vueltas en el cual se establece una corriente I . Calcule: **a)** el coeficiente de autoinductancia del bobinado; **b)** la reluctancia que ve el bobinado. Datos: μ_r ; μ_o ; R_1 ; R_2 ; h ; N . Expresa los resultados en función de los datos.



Respuestas:

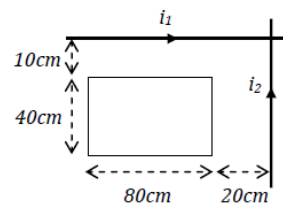
$$\text{a)} \quad L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\text{b)} \quad Rel = \frac{2\pi}{\mu_0 \mu_r h \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

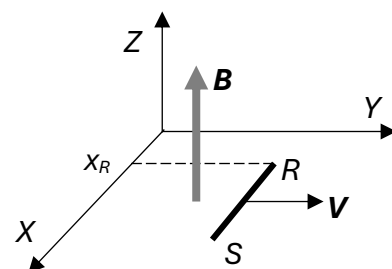
Inducción Electromagnética

Ley de inducción de Faraday - Lenz.

IEM_01. Una bobina rectangular de 50 espiras se halla próxima a dos conductores infinitos con corrientes $i_1=50 \text{ A}$ e $i_2=200 \text{ A}$, respectivamente. La bobina y los conductores son coplanarios. Calcule: **a)** El flujo magnético que concatena la bobina. **b)** El valor que debería tener i_2 para que el flujo concatenado por la bobina fuese nulo.

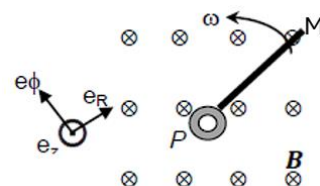


IEM_02. La barra conductora delgada RS , de longitud $L = 2,0 \text{ m}$, es paralela al eje X y se traslada sobre el plano XY con velocidad constante $\mathbf{V} = 5 \mathbf{j} \text{ [m/s]}$. El extremo R mantiene constante su coordenada $x_R = 0,2 \text{ m}$. La región espacial en la que se mueve está afectada por un campo magnético constante en el tiempo. **a)** Calcule la fuerza electromotriz inducida en la barra. **b)** La diferencia de potencial $V_S - V_R$ si la barra es conductora. **c)** La diferencia de potencial $V_S - V_R$ si la barra no es conductora. Datos $V = 5 \text{ m/s}$, $L = 2,0 \text{ m}$, $\mathbf{B} = 30 \mathbf{k} \text{ [mT]}$



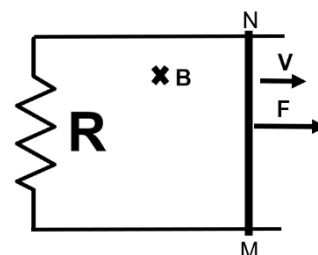
Rta: **a)** $\epsilon_i = 0,3 \text{ V}$ **b)** $V_S - V_R = 0,3 \text{ V}$ **c)** $V_S - V_R = 0$

IEM_03. La barra conductora de longitud $L = 1 \text{ m}$ de la figura gira con velocidad angular constante $\omega = 10 \text{ (rad)/s}$ alrededor del punto P , está inmersa en una región con un vector inducción magnética uniforme y constante de módulo $|\mathbf{B}| = 5 \text{ mT}$ entrante al plano de la figura. Calcule la fuerza electromotriz inducida y la diferencia de potencial entre los extremos de la barra.



Rta: $\epsilon_{iMP} = 25 \text{ mV}$ $V_P - V_M = 25 \text{ mV}$

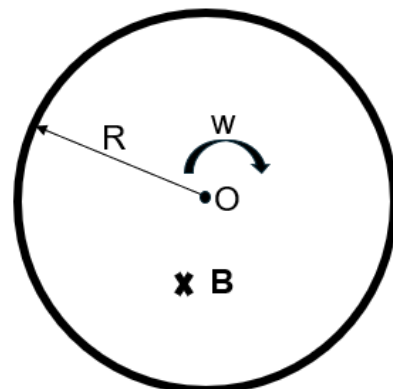
IEM_04. Una barra conductora MN de largo $L = 0,5 \text{ m}$ se traslada, con velocidad constante de módulo $|\mathbf{V}| = 20 \text{ m/s}$, apoyando en dos rieles paralelos conectados entre sí por un resistor de resistencia $R = 10 \Omega$. El conjunto está inmerso en una región con un vector inducción magnética uniforme y constante de módulo $|\mathbf{B}| = 1 \text{ T}$ entrante al plano de la figura. Los rieles y la barra poseen una resistencia óhmica despreciable frente a la del resistor. **a)** Calcule el módulo de la



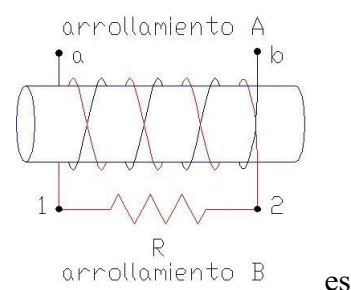
fuerza F para que la barra se traslade con la velocidad dada. **b)** Calcule la potencia mecánica desarrollada por la fuerza F . **c)** Calcule la potencia disipada en forma de calor en el resistor.

Rta: **a)** $|F| = 0,5 \text{ N}$ **b)** $P_F = 10 \text{ W}$ **c)** $Pd_R = 10 \text{ W}$

IEM_05. El disco macizo conductor de radio $R = 1 \text{ m}$ de la figura gira con velocidad angular constante $\omega = 10 \text{ (rad)/s}$ alrededor de su centro O , está inmerso en una región con un vector inducción magnética uniforme y constante de módulo $|B| = 5 \text{ mT}$ entrante al plano de la figura. Diga si las dos siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando la respuesta. **a)** La diferencia de potencial entre el perímetro del disco y su centro es cero porque el flujo magnético concatenado por el disco es constante. **b)** La diferencia de potencial entre el perímetro del disco y su centro es 25 mV .

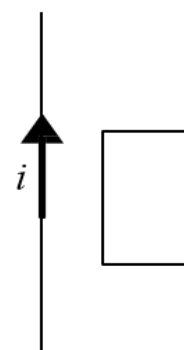


IEM_06. Un tubo de cartón está rodeado por dos arrollamientos de cable aislado, como muestra la figura. Los terminales a y b del arrollamiento A pueden conectarse a una batería a través de una llave inversora. Establezca cuándo la corriente inducida en una resistencia R es de izquierda a derecha o de derecha a izquierda en las siguientes circunstancias: **a)** La corriente en el arrollamiento A es de izquierda a derecha y está aumentando. **b)** La corriente de b hacia a y está disminuyendo. **c)** La corriente es de b hacia a y está aumentando.



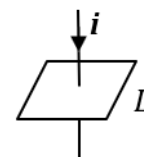
Rta: **a)** De derecha a izquierda. **b)** De derecha a izquierda. **c)** De izquierda a derecha.

IEM_07. La figura, muestra un alambre modelado como si fuese de longitud infinita y una bobina rectangular en el mismo plano. Indique el sentido de la corriente inducida en cada uno de los siguientes casos: **a)** la bobina se acerca al cable y la corriente $i(t)$ aumenta. **b)** La corriente $i(t)$ disminuye y la bobina está en reposo respecto del cable. **c)** La bobina gira alrededor del cable, manteniéndose coplanar con el mismo, con velocidad angular constante ω y la corriente en el cable es constante. **d)** La bobina se achica (reduce la superficie encerrada por ella), manteniéndose fija en su posición, y la corriente en el cable es constante. **e)** La bobina se agranda (aumenta la superficie encerrada por ella), manteniéndose fija en su posición, y la corriente en el cable es constante.



Rta: **a)** Sentido antihorario. **b)** Sentido horario. **c)** La corriente es nula. **d)** Sentido horario. **e)** Sentido antihorario.

IEM_08. En un cable rectilíneo (que puede considerarse infinito) se establece una corriente de intensidad $i(t)$ como muestra la figura. Este alambre es perpendicular al plano de la espira



cuadrada de lado L a la que atraviesa por su centro. Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira. Justifique su respuesta.

Rta: $\mathcal{E}_i=0$

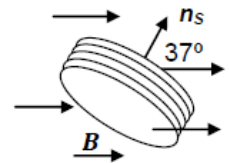
IEM_09. Un solenoide ideal de 2500 vueltas/m, tiene una corriente $I=10A$. En el interior del solenoide hay una pequeña bobina plana de 10 vueltas, radio $r_B=0,3cm$ y resistencia total $R=0,2\Omega$. La bobina está orientada de forma tal que su plano es perpendicular al eje del solenoide. Si el vector inducción magnética se invierte en el interior del solenoide, calcule la cantidad de carga que circula por la bobina interior.

Rta: $Q=88,8\mu C$

IEM_10. Una bobina de 20 espiras circulares de $1cm$ de radio está colocada en un campo uniforme y estacionario de intensidad $B = 0,8 T$, de tal forma que el flujo concatenado ϕ_B es máximo. La resistencia total del circuito es de 5Ω . Halle la carga total que circula por dicho circuito si la bobina gira hasta que el flujo total concatenado por ella es cero.

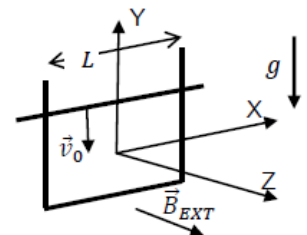
Rta: $Q=1mC$

IEM_11. La bobina plana de sección circular de la figura, de radio $r = 10 cm$, tiene 5 vueltas y se halla inmersa en un campo espacialmente uniforme $\mathbf{B}=\alpha t^2\mathbf{i}$. Para $\alpha=0,04 T s^{-2}$, calcule la fuerza electromotriz inducida en la bobina. (\mathbf{n}_s es el versor normal a la superficie encerrada por la bobina y forma un ángulo de 37° con el campo \mathbf{B})



Rta: $|\mathcal{E}|=10^{-2}t [V, s]$

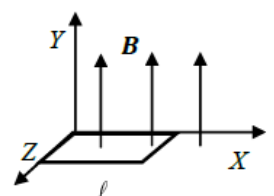
IEM_12. La figura muestra una barra metálica móvil que desliza idealmente en contacto con un cuadro metálico en presencia de un campo magnético externo uniforme. La barra tiene masa M y cae con velocidad constante v_0 . Suponiendo que el cuadro completo tiene resistencia eléctrica R (que no varía con el movimiento de la barra) y despreciando el coeficiente de autoinducción del cuadro: **a)** Justifique claramente el sentido de la corriente inducida en el cuadro. **b)** Halle la expresión de la velocidad de caída de la barra (en términos de M, g, B, L).



Rta: a) Sentido antihorario visto desde el semiespacio $z>0$. Debe justificar

b)
$$v_0 = \frac{M g R}{B^2 L^2}$$

IEM_13. La espira conductora cuadrada de lado l de la figura está en reposo, ubicada en el plano XZ y en presencia de un campo de inducción externo que varía como $\bar{B} = B_0 e^{-\alpha t} \hat{j}$ con $\alpha>0$. **a)** Indique y justifique cuál es el sentido de circulación de la

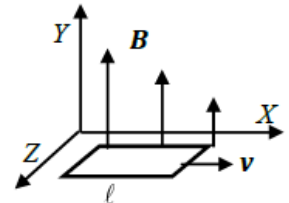


corriente inducida en la espira. **b)** Halle la expresión de la fuerza electromotriz inducida (*fem*) en la espira despreciando el coeficiente de autoinducción de esta.

Rta: a) Sentido antihorario visto desde el semiespacio $y > 0$. Debe justificar.

b) $e_i = B_0 l^2 a e^{-at}$ (+: Sentido antihorario visto desde el semiespacio $y > 0$, -: Sentido horario visto desde el semiespacio $y > 0$)

IEM_14. La espira conductora cuadrada de lado l de la figura se mueve con velocidad constante $\vec{v} = v_0 \hat{i}$, ubicada en el plano XZ y en presencia de un campo magnético externo que varía espacialmente como $\mathbf{B}(x) = (B_0/x^2)\mathbf{j}$. ($B_0 > 0$) [B_0] = T.m².



a) Indique y justifique cuál es el sentido de circulación de la corriente inducida en la espira.

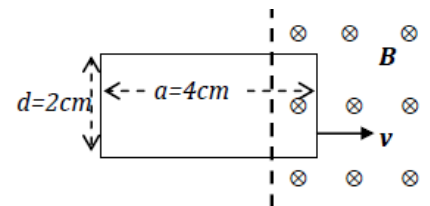
b) Halle la expresión de la fuerza electromotriz inducida (*fem*) en la espira despreciando el coeficiente de autoinducción de esta.

Rta: a) Sentido antihorario visto desde el semiespacio $y > 0$. Debe justificar.

b) $e_i = B_0 l v_0 \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+l)^2} \right]$ $x > 0$ Polaridad: Sentido antihorario visto desde el semiespacio $y > 0$

IEM_15. La espira rectangular de la figura se introduce a velocidad

constante $\vec{v} = 0,25 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \hat{i}$ en una región semi infinita (idealizada) del espacio



en la que existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = -3T \hat{k}$. Considerando

que en $t=0$ la espira está comenzado a entrar a la región y si la resistencia eléctrica de la espira es $0,5 \Omega$,

calcule: **a)** El flujo concatenado por la espira en función del tiempo. **b)** La fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo despreciando el coeficiente de autoinducción. **c)** La corriente que se induce en la espira (valor y sentido de circulación) despreciando el coeficiente de autoinducción. **d)** La fuerza que debe aplicarse a la espira para mantenerla en movimiento rectilíneo uniforme.

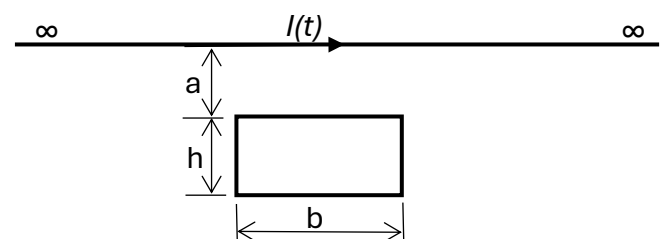
Rta: a) $\phi(t) = (Bdv)t$ $t \leq 16s$ $\phi(t) = (Bda)$ $t \leq 16s$; **b)** $e_i = Bdv$ $t \leq 16s$ $e_i = 0$ $t > 16s$;

c) $I = 0,3 \text{ mA}$ en sentido antihorario $t \leq 16s$ $I = 0$ $t > 16s$; **d)** $F = -1,8 \times 10^{-5} N \hat{i}$ $t \leq 16s$

IEM_16. Una espira conductora rectangular, de base b

$= 0,4 \text{ m}$, altura $h = 0,2 \text{ m}$ y resistencia $R = 2 \Omega$ se halla

en el mismo plano que un conductor infinito que conduce una corriente $I(t) = I_0 e^{-k.t}$. Calcule: **a)** La fuerza electromotriz inducida en función del tiempo, despreciando la autoinductancia de la espira. **b)** La



corriente inducida en la espira en función del tiempo, despreciando la autoinductancia de la espira. **c)** El

coeficiente de inducción mutua entre la espira y el circuito que tiene al conductor rectilíneo modelado como si fuese infinito. **d)** Si la inductancia de la espira fuera $L = 0,5 \text{ mH}$, escriba la ecuación que le permite obtener la corriente en la espira.

Datos: $a = 0,3 \text{ m}$, $I_o = 20 \text{ A}$, $k = 3 \text{ l/s}$

Rta: a) $ei = 2,452 \times 10^{-6} e^{-3t} \text{ [V,s]}$ (+ sentido horario) **b)** $Ie(t) = 1,226 \times 10^{-6} e^{-3t} \text{ [A,s]}$ (+ sentido horario)

c) $M = 4,087 \times 10^{-8} \text{ H}$ **d)** $L \frac{dI_e}{dt} + R I_e = \frac{\mu_o I_o b k}{2\pi} \ln\left(\frac{a+h}{a}\right) e^{-kt}$

Circuitos con corrientes variables en el tiempo.

Regímenes transitorios.

TR_01. En el instante $t=0$ se cierra la llave S en el circuito RL serie de

figura. **a)** Deduzca la expresión de la corriente en función del tiempo. **b)**

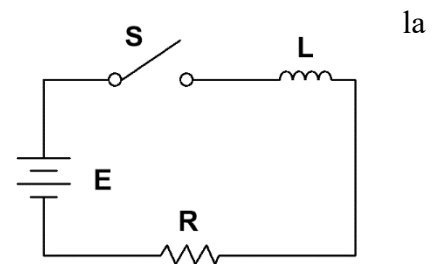
Calcule la constante de tiempo del circuito. **c)** Halle la expresión de la

potencia entregada por la batería en función del tiempo. **d)** Halle la

expresión de la potencia disipada en la resistencia en función del

tiempo. **e)** Con ayuda de algún software de su preferencia grafique las

potencias halladas en función del tiempo e interprete que representa el área encerrada entre las dos funciones.



Datos: $E = 10 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, $L = 2 \text{ H}$.

TR_02. En el instante $t=0$ se cierra la llave S en el circuito RC serie de la figura

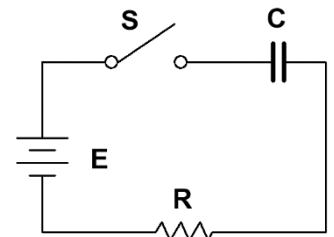
y en ese instante el capacitor está descargado. **a)** Deduzca la expresión de la

carga en el capacitor en función del tiempo y gráfiquela. **b)** Calcule la constante

de tiempo del circuito. **c)** Halle la expresión de la potencia entregada por la

batería en función del tiempo. **d)** Halle la expresión de la potencia disipada en la

resistencia en función del tiempo.



Datos: $E = 10 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, $C = 2 \text{ mF}$.

TR_03. El circuito de la figura se encuentra en estado estacionario con el

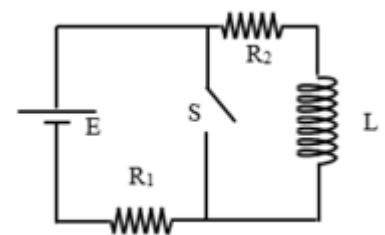
interruptor S abierto. El inductor tiene un valor muy pequeño de resistencia

y se la puede despreciar. En el instante $t=0$ se cierra el interruptor S . **a)**

Halle la expresión de la corriente en el inductor a partir de $t=0$. **b)** Calcule

la carga que pasa por el inductor desde $t=0$ hasta que se extingue la

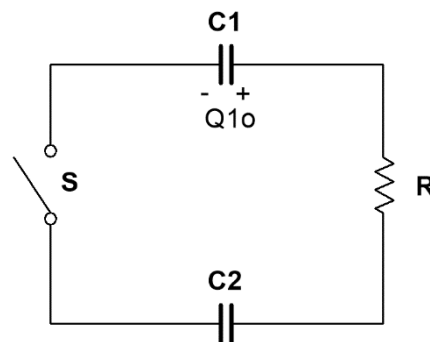
corriente.



Datos: $E = 20 \text{ V}$ $L = 400 \text{ mH}$ $R_1 = 120 \Omega$ $R_2 = 10 \Omega$

Rta: **a)** $I(t) = 0,1538 e^{-25t} [A, s]$ **b)** $Q = 6,11 mC$

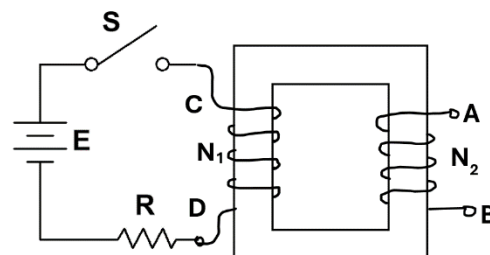
TR_04. En el circuito de la figura en el instante $t=0$ se cierra el interruptor S. El capacitor $C_1 = 40\mu F$ inicialmente tiene una carga $Q_{10} = 20\mu C$. El capacitor $C_2 = 20\mu F$ está inicialmente descargado. La resistencia del resistor es $R = 10\Omega$. **a)** Calcule la expresión de la carga del capacitor C_2 en función del tiempo. **b)** Calcule la expresión de la corriente en función del tiempo. **c)** Calcule la diferencia de energía de campo eléctrico en los capacitores entre la situación inicial y final. **d)** Calcule la expresión de la potencia disipada en el resistor en función del tiempo. **e)** Halle la energía disipada en el resistor en todo el proceso y compare el resultado con el obtenido en el ítem c.



Rta: **a)** $q_2(t) = 6,67 \left(1 - e^{-\frac{t}{133,33}} \right) [\mu C, s]$ **b)** $I(t) = 0,05 e^{-\frac{t}{133,33}} [A, s]$ **c)** $U_o - U_f = 1,67 \mu J$ **d)**

$$P_d(t) = 0,025 e^{-\frac{t}{66,67}} [W, s] \quad \mathbf{e)} \quad U_d = \int_0^{\infty} P_d(t) dt = \int_0^{\infty} 0,025 e^{-\frac{t}{66,67}} dt = 1,67 \mu J$$

TR_05. En el instante $t=0$ se cierra el interruptor S del circuito RL de la figura. Los inductores son dos arrollamientos de N_1 y N_2 vueltas sobre un núcleo de material ferromagnético, modelado como un material con respuesta lineal ($\mu r = cte$). La sección A de núcleo es constante y la longitud media es lm .



a) Determine los bornes homólogos en cada bobinado. **b)** Calcule las autoinductancias L_1 y L_2 de los inductores y el coeficiente de inducción mutua M entre ambos bobinados. **c)** Calcule la diferencia de potencial $(V_A - V_B)(t)$ en función del tiempo.

Datos: $E = 20 V$ $R = 100 \Omega$ $N_1 = 500$ $N_2 = 1000$ $lm = 0,50 m$ $A = 2 cm^2$ $\mu r = 4000$

Rta: **a)** C y A son homólogos entre sí, D y B son homólogos entre sí. **b)** $L_1 = 502,7 mH$ $L_2 = 2010,6 mH$

$M = 1005,3 mH$ **c)** $(V_A - V_B)(t) = 40 e^{-199t} [V, s]$

Corriente alterna

Circuitos con corriente alterna en estado estacionario

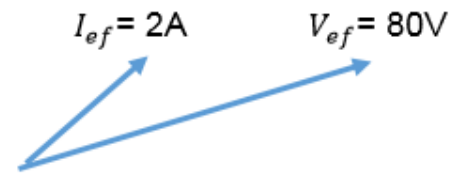
CA_01. Se alimenta un circuito con una fuente senoidal de $50 Hz$ y $150V$ eficaces, a una impedancia cuya componente resistiva es $22,5\Omega$, obteniéndose una corriente máxima (valor pico) de $7,07A$. Calcular:

a) La potencia consumida.

b) La impedancia del circuito, suponiendo que la corriente atrasa respecto de la caída de tensión en el elemento reactivo.

Rta: a) $P = 562 \text{ W}$ b) $\bar{Z} = 22,5 + j 19,84 [\Omega]$

CA_02. El diagrama fasorial de la figura corresponde a un circuito de CA senoidal, 150Hz , cuya impedancia disipa 40W . Calcule el circuito equivalente de dicha impedancia.



Rta: $R = 10 \Omega$; $C = 27,4 \mu\text{F}$

CA_03. En los bornes de una fuente de tensión $e = 150 \cdot \text{sen}(2000 \cdot \pi \cdot t)$ [V,s], se conecta un inductor de $0,02\text{H}$. Calcule: **a)** La corriente instantánea. **b)** La potencia instantánea. **c)** La potencia media. **d)** Interprete los resultados b) y c).

Rta: a) $i(t) = 1,2 \cdot \text{sen}(2000 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2})$ [A,s]; b) $p(t) = -90 \cdot \text{sen}(4000 \cdot \pi \cdot t)$ [W,s]; c) $P = 0 \text{ W}$

CA_04. A la fuente del problema anterior, conéctele ahora un capacitor de 1250 nF y calcule:

a) La corriente instantánea.

b) La potencia instantánea.

c) La potencia media.

d) Interprete los resultados b) y c).

Rta: a) $i(t) = 1,18 \cdot \text{sen}(2000 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{4})$ [A,s]; b) $p(t) = 88,5 \cdot \text{sen}(4000 \cdot \pi \cdot t)$ [W,s]; c) $P = 0 \text{ W}$

CA_05. Se establece una corriente eficaz de 10A en una bobina conectada a una red de 220V eficaces y 50 Hz . Si ahora se conecta dicha bobina en serie con una resistencia de 4Ω alimentada por una fuente de 100V de corriente continua, de forma de lograr una corriente de 10A , calcule: **a)** La resistencia R_L de la bobina. **b)** La inductancia L .

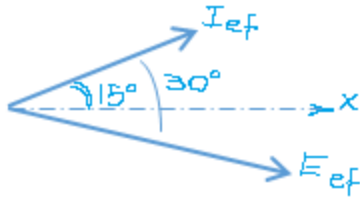
Rta: a) $R_L = 6 \Omega$; b) $L = 67 \text{ mH}$.

CA_06. Para una impedancia “Z” desconocida, es alimentado por una fuente de tensión $e =$

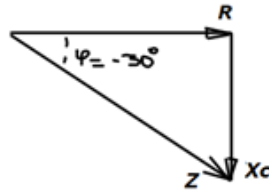
$220 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(314t - \frac{\pi}{12})$ [V,s], si la corriente es $i = 50 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(314t + \frac{\pi}{12})$ [A,s], se pide: **a)** Los valores eficaces de la tensión aplicada y la corriente resultante. **b)** La impedancia conectada. **c)** El circuito equivalente de la impedancia Z. **d)** El factor de potencia del circuito (indicar si es inductivo o capacitivo). **e)** Las potencias activa, reactiva y aparente. **f)** El diagrama fasorial (tensión-corriente). **g)** Dibujar el triángulo de impedancias. **h)** Dibujar el triángulo de potencias.

Rta: a) $E_F = 220\text{ V}$; $I_{EF} = 50\text{ A}$; b) $\bar{Z} = (3,81 - j 2,2)\ \Omega$ c) $R = 3,81\ \Omega$, $C = 1447\ \mu\text{F}$ (R y C están conectados en serie) d) $FP = \cos \varphi = 0,866$ capacitivo; e) $P = 9526\text{ W}$; $Q_C = -5500\text{ Var}$; $S = 11000\text{ VA}$.

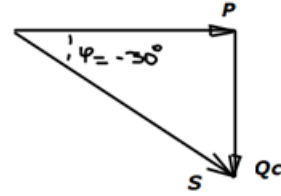
f)



g)

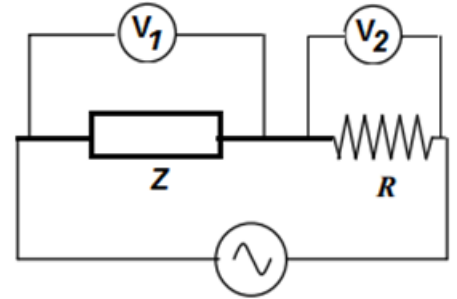


h)



Los diagramas se harán en escala

CA_07. Se conecta una fuente de 640 mV eficaces y 100 Hz al circuito de la figura, donde Z es una impedancia inductiva. Si $R = 3\ \Omega$ y los voltímetros son ideales y miden $V_1 = 510\text{ mV}$ y $V_2 = 300\text{ mV}$. ¿Cuál es el valor de la resistencia propia y la inductancia de la impedancia Z desconocida?



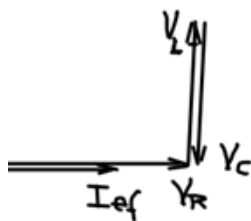
Rta: a) $R_L = 9,9\text{ m}\Omega$; b) $L = 796\text{ mH}$.

CA_08. Cuando se conecta un circuito RLC serie a una fuente de 12 V eficaces y 50 Hz , se establece una corriente eficaz de 1 A adelantada 45° respecto de la tensión aplicada. Si el inductor tiene una autoinductancia $L = 0,5\text{ H}$, calcule: a) La impedancia. b) La resistencia. c) La capacitancia. d) La potencia disipada.

Rta: a) $Z = (8,48 - j 8,48)\ \Omega$ b) $R = 8,48\ \Omega$ c) $C = 19,24\ \mu\text{F}$ d) $P = 8,48\text{ W}$

CA_09. Un circuito RLC serie se conecta a una fuente de 100 V eficaces y frecuencia variable. Si $R = 5\ \Omega$, $L = 10\text{ mH}$ y $C = 2\text{ mF}$, calcule: a) La frecuencia del generador, tal que resulte máxima la corriente en el circuito. b) Los valores eficaces de las caídas de tensión en los elementos pasivos. c) Estando el circuito en resonancia, realice el diagrama fasorial (tensión-corriente).

Rta: a) $f_0 = 35,59\text{ Hz}$ b) $V_R = 100\text{ V}$ $\bar{V}_L = j 44,72\text{ V}$ $\bar{V}_C = -j 44,72\text{ V}$ c) Realice el diagrama en escala.

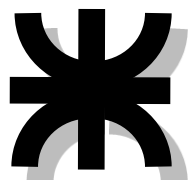


CA_10. Sea un circuito RLC serie conectado a una fuente de 220 V eficaces y frecuencia de 150 Hz . Sabiendo que $R = 100\ \Omega$ y que $L = 50\text{ mH}$ se pide:

a) Calcular C para que el factor de potencia sea $0,85$ inductivo.

b) Calcular la caída de potencial en el capacitor anterior, estando el circuito en resonancia.

Rta: a) $C = 71,45\ \mu\text{F}$ b) $\bar{V}_C = -j 58,2\text{ V}$



Guía de problemas de Física II. Apéndice

UTN.BA

Factores de conversión

DIMENSIÓN	MÉTRICO	MÉTRICO/INGLÉS
Aceleración	$1 \text{ m/s}^2 = 100 \text{ cm/s}^2$	$1 \text{ m/s}^2 = 3.2808 \text{ ft/s}^2$ $1 \text{ ft/s}^2 = 0.3048^* \text{ m/s}^2$
Área	$1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = 10^6 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ km}^2$	$1 \text{ m}^2 = 1\,550 \text{ in}^2 = 10.764 \text{ ft}^2$ $1 \text{ ft}^2 = 144 \text{ in}^2 = 0.09290304^* \text{ m}^2$
Densidad	$1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ kg/L} = 1\,000 \text{ kg/m}^3$	$1 \text{ g/cm}^3 = 62.428 \text{ lbm/ft}^3 = 0.036127 \text{ lbm/in}^3$ $1 \text{ lbm/in}^3 = 1\,728 \text{ lbm/ft}^3$ $1 \text{ kg/m}^3 = 0.062428 \text{ lbm/ft}^3$
Energía, calor, trabajo, energía interna, entalpía	$1 \text{ kJ} = 1\,000 \text{ J} = 1\,000 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3$ $1 \text{ kJ/kg} = 1\,000 \text{ m}^2/\text{s}^2$ $1 \text{ kWh} = 3\,600 \text{ kJ}$ $1 \text{ cal}^\dagger = 4.184 \text{ J}$ $1 \text{ IT cal}^\dagger = 4.1868 \text{ J}$ $1 \text{ Cal}^\dagger = 4.1868 \text{ kJ}$	$1 \text{ kJ} = 0.94782 \text{ Btu}$ $1 \text{ Btu} = 1.055056 \text{ kJ}$ $= 5.40395 \text{ psia} \cdot \text{ft}^3 = 778.169 \text{ lbf} \cdot \text{ft}$ $1 \text{ Btu/lbm} = 25\,037 \text{ ft}^2/\text{s}^2 = 2.326^* \text{ kJ/kg}$ $1 \text{ kJ/kg} = 0.430 \text{ Btu/lbm}$ $1 \text{ kWh} = 3\,412.14 \text{ Btu}$ $1 \text{ termia} = 10^5 \text{ Btu} = 1.055 \times 10^5 \text{ kJ}$ (gas natural)
Fuerza	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 10^5 \text{ dina}$ $1 \text{ kgf} = 9.80665 \text{ N}$	$1 \text{ N} = 0.22481 \text{ lbf}$ $1 \text{ lbf} = 32.174 \text{ lbm} \cdot \text{ft/s}^2 = 4.44822 \text{ N}$
Flujo de calor	$1 \text{ W/cm}^2 = 10^4 \text{ W/m}^2$	$1 \text{ W/m}^2 = 0.3171 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2$
Coefficiente de transferencia de calor	$1 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} = 1 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$	$1 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} = 0.17612 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$
Longitud	$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm} = 10^6 \mu\text{m}$ $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$	$1 \text{ m} = 39.370 \text{ in} = 3.2808 \text{ ft} = 1.0926 \text{ yd}$ $1 \text{ ft} = 12 \text{ in} = 0.3048^* \text{ m}$ $1 \text{ milla} = 5\,280 \text{ ft} = 1.6093 \text{ km}$ $1 \text{ in} = 2.54^* \text{ cm}$
Masa	$1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$ $1 \text{ tonelada métrica} = 1\,000 \text{ kg}$	$1 \text{ kg} = 2.2046226 \text{ lbm}$ $1 \text{ lbm} = 0.45359237^* \text{ kg}$ $1 \text{ onza} = 28.3495 \text{ g}$ $1 \text{ slug} = 32.174 \text{ lbm} = 14.5939 \text{ kg}$ $1 \text{ ton corta} = 2\,000 \text{ lbm} = 907.1847 \text{ kg}$
Potencia, velocidad de transferencia de calor	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ $1 \text{ kW} = 1\,000 \text{ W} = 1.341 \text{ hp}$ $1 \text{ hp}^\ddagger = 745.7 \text{ W}$	$1 \text{ kW} = 3\,412.14 \text{ Btu/h}$ $= 737.56 \text{ lbf} \cdot \text{ft/s}$ $1 \text{ hp} = 550 \text{ lbf} \cdot \text{ft/s} = 0.7068 \text{ Btu/s}$ $= 42.41 \text{ Btu/min} = 2544.5 \text{ Btu/h}$ $= 0.74570 \text{ kW}$ $1 \text{ hp de caldera} = 33\,475 \text{ Btu/h}$ $1 \text{ Btu/h} = 1.055056 \text{ kJ/h}$ $1 \text{ ton de refrigeración} = 200 \text{ Btu/min}$
Presión	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ $1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa} = 10^{-3} \text{ MPa}$ $1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa} = 1.01325 \text{ bars}$ $= 760 \text{ mm Hg a } 0^\circ\text{C}$ $= 1.03323 \text{ kgf/cm}^2$ $1 \text{ mm Hg} = 0.1333 \text{ kPa}$	$1 \text{ Pa} = 1.4504 \times 10^{-4} \text{ psia}$ $= 0.020886 \text{ lbf/ft}^2$ $1 \text{ psi} = 144 \text{ lbf/ft}^2 = 6.894757 \text{ kPa}$ $1 \text{ atm} = 14.696 \text{ psia} = 29.92 \text{ in Hg a } 30^\circ\text{F}$ $1 \text{ in Hg} = 3.387 \text{ kPa}$
Calor específico	$1 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C} = 1 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} = 1 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$	$1 \text{ Btu/lbm} \cdot ^\circ\text{F} = 4.1868 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ $1 \text{ Btu/lbmol} \cdot \text{R} = 4.1868 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K}$ $1 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C} = 0.23885 \text{ Btu/lbm} \cdot ^\circ\text{F}$ $= 0.23885 \text{ Btu/lbm} \cdot \text{R}$

DIMENSIÓN	MÉTRICO	MÉTRICO/INGLÉS
Volumen específico	$1 \text{ m}^3/\text{kg} = 1\,000 \text{ L/kg} = 1\,000 \text{ cm}^3/\text{g}$	$1 \text{ m}^3/\text{kg} = 16.02 \text{ ft}^3/\text{lbm}$ $1 \text{ ft}^3/\text{lbm} = 0.062428 \text{ m}^3/\text{kg}$
Temperatura	$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$ $\Delta T(\text{K}) = \Delta T(^{\circ}\text{C})$	$T(\text{R}) = T(^{\circ}\text{F}) + 459.67 = 1.8 T(\text{K})$ $T(^{\circ}\text{F}) = 1.8 T(^{\circ}\text{C}) + 32$ $\Delta T(^{\circ}\text{F}) = \Delta T(\text{R}) = 1.8 \Delta T(\text{K})$
Conductividad térmica	$1 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C} = 1 \text{ W/m} \cdot \text{K}$	$1 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C} = 0.57782 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^{\circ}\text{F}$
Velocidad	$1 \text{ m/s} = 3.60 \text{ km/h}$	$1 \text{ m/s} = 3.2808 \text{ ft/s} = 2.237 \text{ mi/h}$ $1 \text{ mi/h} = 1.46667 \text{ ft/s}$ $1 \text{ mi/h} = 1.6093 \text{ km/h}$
Volumen	$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L} = 10^6 \text{ cm}^3 (\text{cc})$	$1 \text{ m}^3 = 6.1024 \times 10^4 \text{ in}^3 = 35.315 \text{ ft}^3$ $= 264.17 \text{ gal (U.S.)}$ $1 \text{ U.S. galón} = 231 \text{ in}^3 = 3.7854 \text{ L}$ $1 \text{ fl onza} = 29.5735 \text{ cm}^3 = 0.0295735 \text{ L}$ $1 \text{ U.S. galón} = 128 \text{ fl onzas}$
Tasa de flujo volumétrico	$1 \text{ m}^3/\text{s} = 60\,000 \text{ L/min} = 10^6 \text{ cm}^3/\text{s}$	$1 \text{ m}^3/\text{s} = 15\,850 \text{ gal/min (gpm)} = 35.315 \text{ ft}^3/\text{s}$ $= 2\,118.9 \text{ ft}^3/\text{min (cfm)}$

[†]Caballo de fuerza mecánico. El caballo de vapor eléctrico se toma para que sea exactamente igual a 746 W.

Algunas constantes físicas

Constante universal de los gases

$$\begin{aligned}
 R_u &= 8.31447 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K} \\
 &= 8.31447 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K} \\
 &= 0.0831447 \text{ bar} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K} \\
 &= 82.05 \text{ L} \cdot \text{atm/kmol} \cdot \text{K} \\
 &= 1.9858 \text{ Btu/lbmol} \cdot \text{R} \\
 &= 1\,545.37 \text{ ft} \cdot \text{lbf/lbmol} \cdot \text{R} \\
 &= 10.73 \text{ psia} \cdot \text{ft}^3/\text{lbmol} \cdot \text{R}
 \end{aligned}$$

Aceleración de la gravedad estándar

$$\begin{aligned}
 g &= 9.80665 \text{ m/s}^2 \\
 &= 32.174 \text{ ft/s}^2
 \end{aligned}$$

Presión atmosférica estándar

$$\begin{aligned}
 1 \text{ atm} &= 101.325 \text{ kPa} \\
 &= 1.01325 \text{ bar} \\
 &= 14.696 \text{ psia} \\
 &= 760 \text{ mm Hg (0}^{\circ}\text{C)} \\
 &= 29.9213 \text{ in Hg (32}^{\circ}\text{F)} \\
 &= 10.3323 \text{ m H}_2\text{O (4}^{\circ}\text{C)}
 \end{aligned}$$

Constante de Stefan-Boltzmann

$$\begin{aligned}
 \sigma &= 5.6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \\
 &= 0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{R}^4
 \end{aligned}$$

Constante de Boltzmann

$$k = 1.380650 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Velocidad de la luz en el vacío

$$\begin{aligned}
 c_o &= 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s} \\
 &= 9.836 \times 10^8 \text{ ft/s}
 \end{aligned}$$

Velocidad del sonido en aire seco a 0°C y 1 atm

$$\begin{aligned}
 c &= 331.36 \text{ m/s} \\
 &= 1089 \text{ ft/s}
 \end{aligned}$$

Calor de fusión del agua a 1 atm

$$\begin{aligned}
 h_{if} &= 333.7 \text{ kJ/kg} \\
 &= 143.5 \text{ Btu/lbm}
 \end{aligned}$$

Entalpía de vaporización del agua a 1 atm

$$\begin{aligned}
 h_{fg} &= 2\,256.5 \text{ kJ/kg} \\
 &= 970.12 \text{ Btu/lbm}
 \end{aligned}$$

SÍMBOLOS Y UNIDADES

A-1 UNIDADES FUNDAMENTALES EN EL SI (MKSA RACIONALIZADOS)

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Longitud	l	metro	m
Masa	m	kilogramo	kg
Tiempo	t	segundo	s
Corriente	I, i	ampere	A

† Además del sistema MKSA para las unidades de longitud, masa, tiempo y corriente, el sistema internacional adoptado por el Comité Internacional de Pesos y Medidas consiste en otras dos unidades fundamentales: el kelvin (K) para la temperatura termodinámica y la candela (cd) para la intensidad luminosa.

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Admitancia	Y	siemens	S
Capacitancia	C	farad	F
Carga	Q, q	coulomb	C
Conductancia	G	siemens	S
Conductividad	σ	siemens/metro	S/m
Constante de atenuación	α	neper/metro	Np/m
Constante de fase	β	radián/metro	rad/m
Constante dieléctrica (permitividad relativa)	ϵ_r	(sin dimensiones)	—
Constante de propagación	γ	metro ⁻¹	m ⁻¹
Densidad de carga (lineal)	ρ_ℓ	coulomb/metro	C/m
Densidad de carga (superficie)	ρ_s	coulomb/metro ²	C/m ²
Densidad de carga (volumen)	ρ_v	coulomb/metro ³	C/m ³
Densidad de corriente (superficie)	J_s	ampere/metro	A/m
Densidad de corriente (volumen)	J	ampere/metro ²	A/m ²
Densidad de energía	w	joule/metro ³	J/m ³
Densidad de flujo magnético	B	tesla	T
Desplazamiento eléctrico (densidad de flujo eléctrico)	D	coulomb/metro ²	C/m ²
Directividad	D	(sin dimensiones)	—
Energía (trabajo)	W	joule	J
Fase	ϕ	radián	rad
Flujo magnético	Φ	weber	Wb
Frecuencia	f	hertz	Hz
Frecuencia angular	ω	radián/segundo	rad/s
Fuerza	F	newton	N
Fuerza electromotriz	\mathcal{E}	volt	V
Fuerza magnetomotriz	\mathcal{F}_m	ampere	A
Impedancia	Z, η	ohm	Ω
Inductancia	L	henry	H

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Intensidad de campo eléctrico	E	volt/metro	V/m
Intensidad de campo magnético	H	ampere/metro	A/m
Intensidad de radiación	<i>U</i>	watt/estereorradián	W/sr
Longitud de onda	λ	metro	m
Magnetización	M	ampere/metro	A/m
Momento dipolar eléctrico	p	coulomb-metro	C · m
Momento dipolar magnético	m	ampere-metro ²	A · m ²
Número de onda	<i>k</i>	radián/metro	rad/m
Par de torsión	<i>T</i>	newton-metro	N · m
Permeabilidad	μ, μ_0	henry/metro	H/m
Permeabilidad relativa	μ_r	(sin dimensiones)	—
Permitividad	ϵ, ϵ_0	farad/metro	F/m
Permitividad relativa (constante dieléctrica)	ϵ_r	(sin dimensiones)	—
Potencia	<i>P</i>	watt	W
Potencial eléctrico	<i>V</i>	volt	V
Potencial magnético (vector)	A	weber/metro	Wb/m
Reactancia	<i>X</i>	ohm	Ω
Reluctancia	<i>R</i>	henry ⁻¹	H ⁻¹
Resistencia	<i>R</i>	ohm	Ω
Susceptancia	<i>B</i>	siemens	S
Susceptibilidad eléctrica	χ_e	(sin dimensiones)	—
Susceptibilidad magnética	χ_m	(sin dimensiones)	—
Trabajo (energía)	<i>W</i>	joule	J
Vector de polarización	P	coulomb/metro ²	C/m
Vector de Poynting (densidad de potencia)	<i>P</i>	watt/metro ²	W/m ²
Velocidad	<i>u</i>	metro/segundo	m/s
Voltaje	<i>V</i>	volt	V

A-3 MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DE UNIDADES

Factor por el cual se multiplica la unidad	Prefijo	Símbolo
$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{18}$	exa	E
$1\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{15}$	peta	P
$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$	tera	T
$1\,000\,000\,000 = 10^9$	giga	G
$1\,000\,000 = 10^6$	mega	M
$1\,000 = 10^3$	kilo	k
$100 = 10^2$	hecto†	h
$10 = 10^1$	deca†	da
$0.1 = 10^{-1}$	deci†	d
$0.01 = 10^{-2}$	centi†	c
$0.001 = 10^{-3}$	mili	m
$0.000\,001 = 10^{-6}$	micro	μ
$0.000\,000\,001 = 10^{-9}$	nano	n
$0.000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$	pico	p
$0.000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-15}$	femto	f
$0.000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-18}$	atto	a

† Estos prefijos por lo general sólo se usan para medidas de longitud, área y volumen.

ALGUNAS CONSTANTES MATERIALES ÚTILES

B-1 CONSTANTES DEL ESPACIO LIBRE

Constante	Símbolo	Valor
Velocidad de la luz	c	$\sim 3 \times 10^8$ (m/s)
Permitividad	ϵ_0	$\sim \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ (F/m)
Permeabilidad	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)
Impedancia intrínseca	η_0	$\sim 120\pi$ o 377 (Ω)

B-2 CONSTANTES FÍSICAS DEL ELECTRÓN Y DEL PROTÓN

Constante	Símbolo	Valor
Masa en reposo del electrón	m_e	9.107×10^{-31} (kg)
Carga del electrón	$-e$	-1.602×10^{-19} (C)
Razón carga-masa del electrón	$-e/m_e$	-1.759×10^{11} (C/kg)
Radio del electrón	R_e	2.81×10^{-15} (m)
Masa en reposo del protón	m_p	1.673×10^{-27} (kg)

B-3 PERMITIVIDADES RELATIVAS (CONSTANTES DIELECTRICAS)

Material	Permitividad relativa, ϵ_r
Aire	1.0
Baquelita	5.0
Vidrio	4–10
Mica	6.0
Aceite	2.3
Papel	2–4
Cera parafina	2.2
Plexiglás	3.4
Polietileno	2.3
Poliestireno	2.6
Porcelana	5.7
Caucho	2.3–4.0
Tierra (seca)	3–4
Teflon	2.1
Agua (destilada)	80
Agua de mar	72

B-4 CONDUCTIVIDADES†

Material	Conductividad, σ (S/m)	Material	Conductividad, σ (S/m)
Plata	6.17×10^7	Agua dulce	10^{-3}
Cobre	5.80×10^7	Agua destilada	2×10^{-4}
Oro	4.10×10^7	Tierra seca	10^{-5}
Aluminio	3.54×10^7	Aceite de transformador	10^{-11}
Latón	1.57×10^7	Vidrio	10^{-12}
Bronce	10^7	Porcelana	2×10^{-13}
Hierro	10^7	Caucho	10^{-15}
Agua de mar	4	Cuarzo fundido	10^{-17}

† Tenga en cuenta que los parámetros constitutivos de algunos de los materiales dependen de la frecuencia y de la temperatura. Las constantes listadas son valores para baja frecuencia a temperatura ambiente.

B-5 PERMEABILIDADES RELATIVAS†

Material	Permeabilidad relativa, μ_r
<i>Ferromagnéticos (no lineales)</i>	
Níquel	250
Cobalto	600
Hierro (puro)	4,000
Mumetal	100,000
<i>Paramagnéticos</i>	
Aluminio	1.000021
Magnesio	1.000012
Paladio	1.00082
Titanio	1.00018
<i>Diamagnéticos</i>	
Bismuto	0.99983
Oro	0.99996
Plata	0.99998
Cobre	0.99999

† Tenga en cuenta que los parámetros constitutivos de algunos de los materiales dependen de la frecuencia y de la temperatura. Las constantes listadas son valores para baja frecuencia a temperatura ambiente.

Algunas identidades vectoriales útiles

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{C} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \times \mathbf{A} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$\nabla(\psi V) = \psi \nabla V + V \nabla \psi$$

$$\nabla \cdot (\psi \mathbf{A}) = \psi \nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla \psi$$

$$\nabla \times (\psi \mathbf{A}) = \psi \nabla \times \mathbf{A} + \nabla \psi \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

$$\nabla \times \nabla V = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} \, dv = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{Teorema de la divergencia})$$

$$\int_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad (\text{Teorema de Stokes})$$

Operaciones de gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano

Coordenadas cartesianas (x, y, z)

$$\nabla V = \mathbf{a}_x \frac{\partial V}{\partial x} + \mathbf{a}_y \frac{\partial V}{\partial y} + \mathbf{a}_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \mathbf{a}_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{a}_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z)

$$\nabla V = \mathbf{a}_r \frac{\partial V}{\partial r} + \mathbf{a}_\phi \frac{\partial V}{r \partial \phi} + \mathbf{a}_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{\partial A_\phi}{r \partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_r & \mathbf{a}_\phi r & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & r A_\phi & A_z \end{vmatrix} = \mathbf{a}_r \left(\frac{\partial A_z}{r \partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_\phi \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \mathbf{a}_z \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Coordenadas esféricas (R, θ, ϕ)

$$\nabla V = \mathbf{a}_R \frac{\partial V}{\partial R} + \mathbf{a}_\theta \frac{\partial V}{R \partial \theta} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 A_R) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{R^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{a}_R & \mathbf{a}_\theta R & \mathbf{a}_\phi R \sin \theta \\ \frac{\partial}{\partial R} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_R & R A_\theta & (R \sin \theta) A_\phi \end{vmatrix} &= \mathbf{a}_R \frac{1}{R \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \\ &+ \mathbf{a}_\theta \frac{1}{R} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_R}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial R} (R A_\phi) \right] \\ &+ \mathbf{a}_\phi \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} (R A_\theta) - \frac{\partial A_R}{\partial \theta} \right] \end{aligned}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

Constantes fundamentales			
Cantidad	Símbolo	Valor aproximado	Mejor valor actual [†]
Rapidez de la luz en el vacío	c	3.00×10^8 m/s	2.99792458×10^8 m/s
Constante gravitacional	G	6.67×10^{-11} N·m ² /kg ²	$6.6742(10) \times 10^{-11}$ N·m ² /kg ²
Número de Avogadro	N_A	6.02×10^{23} mol ⁻¹	$6.0221415(10) \times 10^{23}$ mol ⁻¹
Constante de gas	R	8.314 J/mol·K = 1.99 cal/mol·K = 0.0821 L·atm/mol·K	$8.314472(15)$ J/mol·K
Constante de Boltzmann	k	1.38×10^{-23} J/K	$1.3806505(24) \times 10^{-23}$ J/K
Carga sobre electrón	e	1.60×10^{-19} C	$1.60217653(14) \times 10^{-19}$ C
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	5.67×10^{-8} W/m ² ·K ⁴	$5.670400(40) \times 10^{-8}$ W/m ² ·K ⁴
Permitividad del espacio libre	$\epsilon_0 = (1/c^2\mu_0)$	8.85×10^{-12} C ² /N·m ²	$8.854187817 \dots \times 10^{-12}$ C ² /N·m ²
Permeabilidad del espacio libre	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A	$1.2566370614 \dots \times 10^{-6}$ T·m/A
Constante de Planck	h	6.63×10^{-34} J·s	$6.6260693(11) \times 10^{-34}$ J·s
Masa en reposo del electrón	m_e	9.11×10^{-31} kg = 0.000549 u = 0.511 MeV/c ²	$9.1093826(16) \times 10^{-31}$ kg = $5.4857990945(24) \times 10^{-4}$ u
Masa en reposo del protón	m_p	1.6726×10^{-27} kg = 1.00728 u = 938.3 MeV/c ²	$1.67262171(29) \times 10^{-27}$ kg = $1.00727646688(13)$ u
Masa en reposo del neutrón	m_n	1.6749×10^{-27} kg = 1.008665 u = 939.6 MeV/c ²	$1.67492728(29) \times 10^{-27}$ kg = $1.00866491560(55)$ u
Unidad de masa atómica (1 u)		1.6605×10^{-27} kg = 931.5 MeV/c ²	$1.66053886(28) \times 10^{-27}$ kg = $931.494043(80)$ MeV/c ²

[†] CODATA (12/05), Peter J. Mohr y Barry N. Taylor, National Institute of Standards and Technology. Los números entre paréntesis indican incertidumbres experimentales de una desviación estándar en los dígitos finales. Los valores sin paréntesis son exactos (es decir, cantidades definidas).

Otros datos útiles		El alfabeto griego					
Equivalente de Joule (1 cal)	4.186 J	Alfa	A	α	Nu	N	ν
Cero absoluto (0 K)	-273.15°C	Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Aceleración debida a la gravedad en la superficie de la Tierra (promedio)	9.80 m/s ² (= g)	Gamma	Γ	γ	Omicron	O	o
Rapidez del sonido en el aire (20°C)	343 m/s	Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Densidad del aire (seco)	1.29 kg/m ³	Epsilon	E	ϵ, ε	Rho	P	ρ
Tierra: Masa	5.98×10^{24} kg	Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Radio (medio)	6.38×10^3 km	Eta	H	η	Tau	T	τ
Tierra: Masa	7.35×10^{22} kg	Theta	Θ	θ	Upsilon	Y	υ
Radio (medio)	1.74×10^3 km	Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ, φ
Sol: Masa	1.99×10^{30} kg	Kappa	K	κ	Chi	X	χ
Radio (medio)	6.96×10^5 km	Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Distancia Tierra-Sol (media)	149.6×10^6 km	Mu	M	μ	Omega	Ω	ω
Distancia Tierra-Luna (media)	384×10^3 km						

Valores de algunos números			
$\pi = 3.1415927$	$\sqrt{2} = 1.4142136$	$\ln 2 = 0.6931472$	$\log_{10} e = 0.4342945$
$e = 2.7182818$	$\sqrt{3} = 1.7320508$	$\ln 10 = 2.3025851$	$1 \text{ rad} = 57.2957795^\circ$

Signos y símbolos matemáticos				Propiedades del agua	
\propto	es proporcional a	\leq	es menor que o igual a	Densidad (4°C)	1.000×10^3 kg/m ³
$=$	es igual a	\geq	es mayor que o igual a	Calor de fusión (0°C)	333 kJ/kg (80 kcal/kg)
\approx	es aproximadamente igual a	Σ	suma de	Calor de vaporización (100°C)	2260 kJ/kg (539 kcal/kg)
\neq	no es igual a	\bar{x}	valor promedio de x	Calor específico (15°C)	4186 J/kg·C° (1.00 kcal/kg·C°)
$>$	es mayor que	Δx	cambio en x	Índice de refracción	1.33
\gg	es mucho mayor que	$\Delta x \rightarrow 0$	Δx tiende a cero		
$<$	es menor que	$n!$	$n(n-1)(n-2) \dots (1)$		
\ll	es mucho menor que				

Conversión de unidades (equivalentes)

Longitud

1 in. = 2.54 cm (definición)
1 cm = 0.3937 in.
1 ft = 30.48 cm
1 m = 39.37 in. = 3.281 ft
1 mi = 5280 ft = 1.609 km
1 km = 0.6214 mi
1 milla náutica (E.U.A.) = 1.151 mi = 6076 ft = 1.852 km
1 fermi = 1 femtómetro (fm) = 10⁻¹⁵ m
1 angstrom (Å) = 10⁻¹⁰ m = 0.1 nm
1 año-luz (a-l) (ly) = 9.461 × 10¹⁵ m
1 parsec = 3.26 ly = 3.09 × 10¹⁶ m

Volumen

1 litro (L) = 1000 mL = 1000 cm³ = 1.0 × 10⁻³ m³ = 1.057 cuarto (E.U.A.) = 61.02 in.³
1 gal (U.S.) = 4 cuarto (E.U.A.) = 231 in.³ = 3.785 L = 0.8327 gal (inglés)
1 cuarto (E.U.A.) = 2 pintas (E.U.A.) = 946 mL
1 pinta (inglesa) = 1.20 pintas (E.U.A.) = 568 mL
1 m³ = 35.31 ft³

Rapidez

1 mi/h = 1.4667 ft/s = 1.6093 km/h = 0.4470 m/s
1 km/h = 0.2778 m/s = 0.6214 mi/h
1 ft/s = 0.3048 m/s (exacta) = 0.6818 mi/h = 1.0973 km/h
1 m/s = 3.281 ft/s = 3.600 km/h = 2.237 mi/h
1 knot = 1.151 mi/h = 0.5144 m/s

Ángulo

1 radián (rad) = 57.30° = 57°18'
1° = 0.01745 rad
1 rev/min (rpm) = 0.1047 rad/s

Tiempo

1 día = 8.640 × 10⁴ s
1 año = 3.156 × 10⁷ s

Masa

1 unidad de masa atómica (u) = 1.6605 × 10⁻²⁷ kg
1 kg = 0.06852 slug
[1 kg tiene un peso de 2.20 lb donde g = 9.80 m/s².]

Fuerza

1 lb = 4.448 N
1 N = 10⁵ dina = 0.2248 lb

Energía y trabajo

1 J = 10⁷ ergs = 0.7376 ft·lb
1 ft·lb = 1.356 J = 1.29 × 10⁻³ Btu = 3.24 × 10⁻⁴ kcal
1 kcal = 4.19 × 10³ J = 3.97 Btu
1 eV = 1.602 × 10⁻¹⁹ J
1 kWh = 3.600 × 10⁶ J = 860 kcal
1 Btu = 1.056 × 10³ J

Potencia

1 W = 1 J/s = 0.7376 ft·lb/s = 3.41 Btu/h
1 hp = 550 ft·lb/s = 746 W

Presión

1 atm = 1.01325 bar = 1.01325 × 10⁵ N/m²
= 14.7 lb/in.² = 760 torr
1 lb/in.² = 6.895 × 10³ N/m²
1 Pa = 1 N/m² = 1.450 × 10⁻⁴ lb/in.²

Unidades SI derivadas y sus abreviaturas

Cantidad	Unidad	Abreviatura	En términos de Unidades base [†]
Fuerza	newton	N	kg·m/s ²
Energía y trabajo	joule	J	kg·m ² /s ²
Potencia	watt	W	kg·m ² /s ³
Presión	pascal	Pa	kg/(m·s ²)
Frecuencia	hertz	Hz	s ⁻¹
Carga eléctrica	coulomb	C	A·s
Potencial eléctrico	volt	V	kg·m ² /(A·s ³)
Resistencia eléctrica	ohm	Ω	kg·m ² /(A ² ·s ³)
Capacitancia	farad	F	A ² ·s ⁴ /(kg·m ²)
Campo magnético	tesla	T	kg/(A·s ²)
Flujo magnético	weber	Wb	kg·m ² /(A·s ²)
Inductancia	henry	H	kg·m ² /(s ² ·A ²)

[†]kg = kilogramo (masa), m = metro (longitud), s = segundo (tiempo), A = ampere (corriente eléctrica).

Multiplicadores métricos (SI)

Prefijo	Abreviatura	Valor
yotta	Y	10 ²⁴
zeta	Z	10 ²¹
exa	E	10 ¹⁸
peta	P	10 ¹⁵
tera	T	10 ¹²
giga	G	10 ⁹
mega	M	10 ⁶
kilo	k	10 ³
hecto	h	10 ²
deca	da	10 ¹
deci	d	10 ⁻¹
centi	c	10 ⁻²
mili	m	10 ⁻³
micro	μ	10 ⁻⁶
nano	n	10 ⁻⁹
pico	p	10 ⁻¹²
femto	f	10 ⁻¹⁵
atto	a	10 ⁻¹⁸
zepto	z	10 ⁻²¹
yocto	y	10 ⁻²⁴