Stereo Triangulation

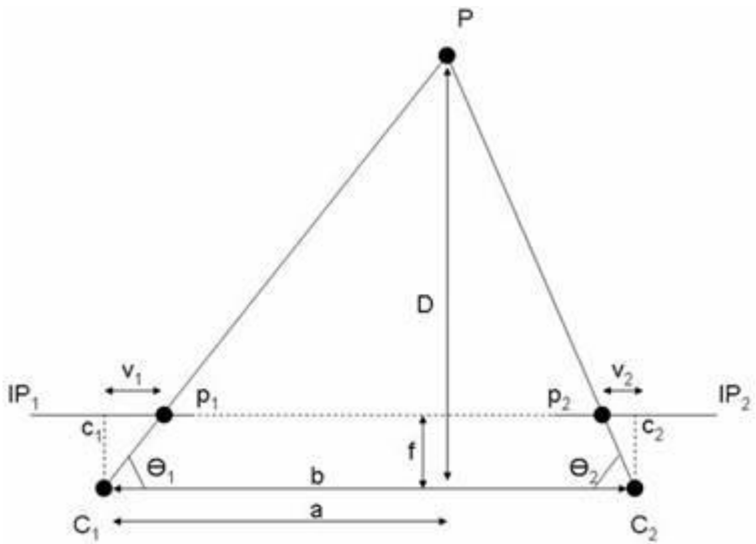
유용길

Index

- Stereo Vision & Stereo Triangulation
- World & Image Coordinate
- Depth estimation
- Singular Value Decomposition

Stereo Vision & Stereo Triangulation

- Stereo Vision
  - ➢ 양안 시차를 이용한 거리 정보 산출 방법



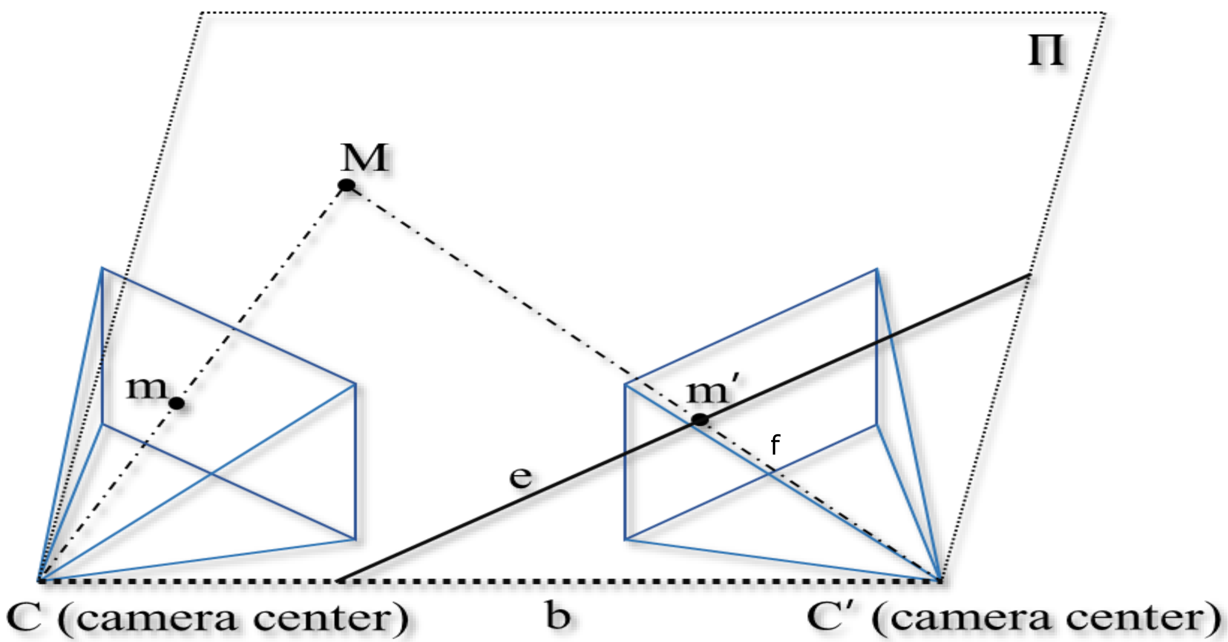
$$f : D = V_1 : a$$
$$f : D = V_2 : (b - a)$$
$$DV_1 = fa$$
$$DV_2 = f(b - a)$$
$$DV_1 = fb - DV_2$$
$$D = \frac{fb}{V_1 + V_2}$$

f : 초점거리
D : P와의 거리
V_1 : 1번 카메라 영상에서 영상중심 기준 P점의 좌표
V_1 : 2번 카메라 영상에서 영상중심 기준 P점의 좌표
b : 베이스라인 거리

단,
•두 카메라의 영상 평면은 동일한 평면에 위치할 것.
•두 카메라의 초점거리는 동일할 것.

Stereo Vision & Stereo Triangulation

- Stereo Triangulation
  - 삼각 측량법을 이용한 거리 정보 산출 방법

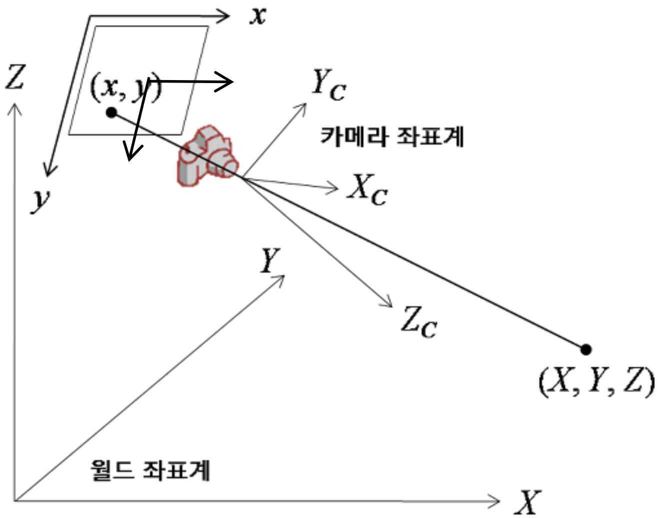


M: 실제 정합점 위치
m,m′: 영상 평면에서의 정합점
f: 초점 거리
C,C′ 양 카메라의 영상중심

  - 카메라 중심과 영상 평면의 정합점을 지나는 두 직선의 교점을 통해 거리 산출

World & Image Coordinate

- Single Camera model



월드 좌표계 → 카메라 좌표계 → 영상 좌표계 → 픽셀 좌표계

월드 좌표계 기준 좌표	카메라 좌표계 기준 좌표	영상 좌표계 기준 좌표	픽셀 좌표계 기준 좌표

- 월드 좌표계 ➡ 카메라 좌표계

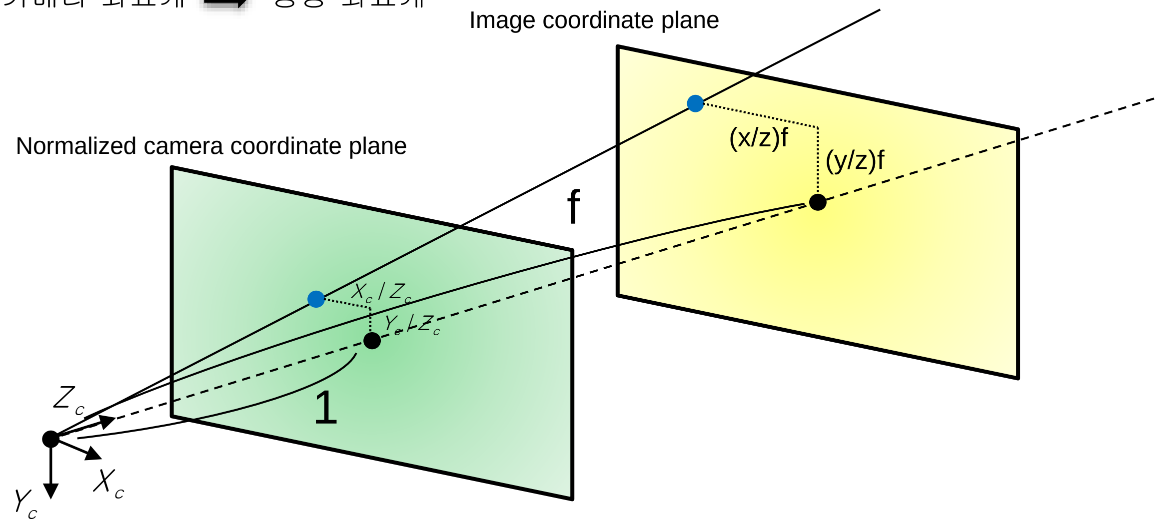
$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = [R \mid t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

World & Image Coordinate

- 카메라 좌표계 정규화

$$\begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix}$$

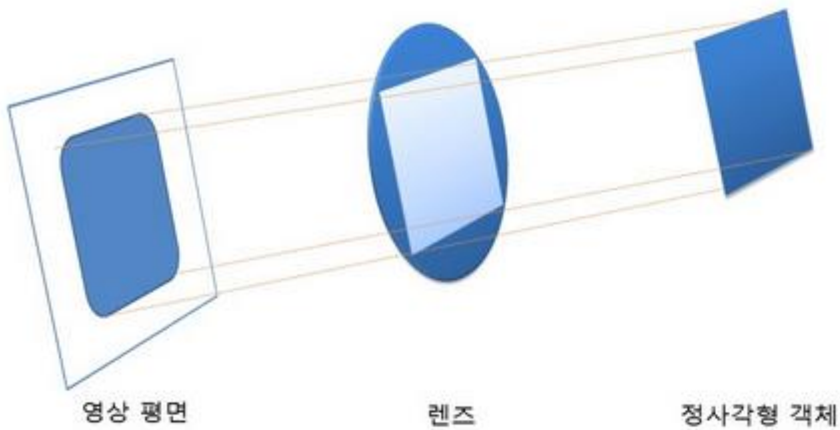
- 카메라 좌표계 ➡ 영상 좌표계

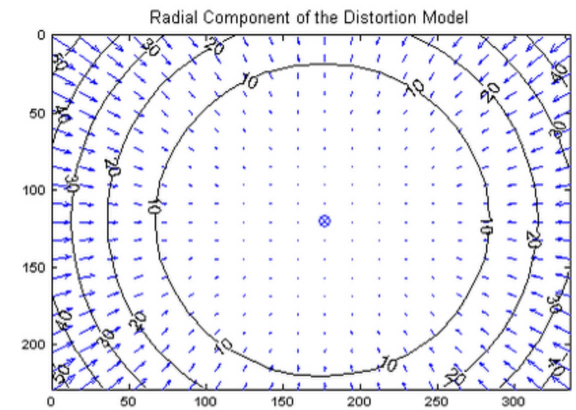


$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \\ 1 \end{bmatrix}$$

World & Image Coordinate

- 왜곡 보정
  - 방사 왜곡(Radial distortion)





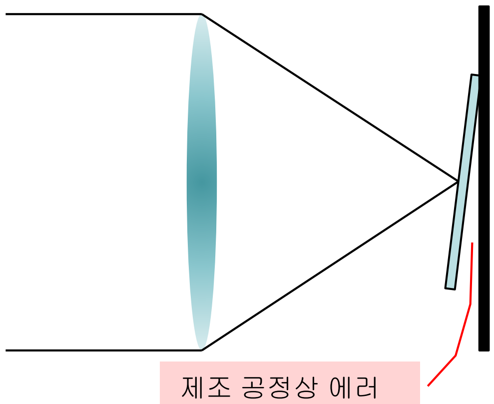
Pixel error	= [0.2688, 0.277]	
Focal Length	= (181.995, 164.699)	+/- [0.4468, 0.4092]
Principal Point	= (175.5, 119.5)	+/- [0, 0]
Skew	= 0	+/- 0
Radial coefficients	= (-0.289, 0.08213, -0.01014)	+/- [0.002255, 0.001728, 0.0003671]
Tangential coefficients	= (-0.0002611, -0.0002235)	+/- [0.0002153, 0.0001831]

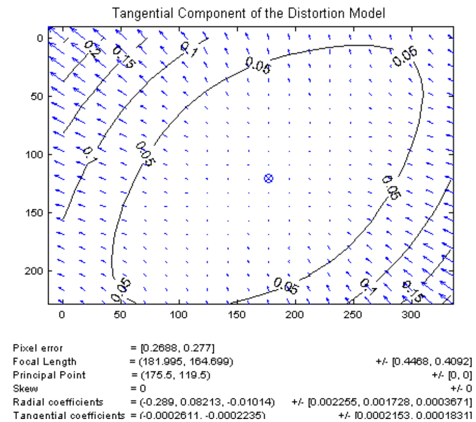
$$\begin{bmatrix} x_{nd} \\ y_{nd} \end{bmatrix} = \underbrace{(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)}_{\text{테일러 급수}} \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{bmatrix}$$

$$(r^2 = (X_c / Z_c)^2 + (Y_c / Z_c)^2)$$

World & Image Coordinate

- 접선 왜곡(Tangential distortion)





$$\begin{bmatrix} x_{nd} \\ y_{nd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2p_1(X_c/Z_c)(Y_c/Z_c) + p_2(r^2 + 2(X_c/Z_c)^2) \\ 2p_2(X_c/Z_c)(Y_c/Z_c) + p_1(r^2 + 2(Y_c/Z_c)^2) \end{bmatrix}$$

- 최종 왜곡 모델

$$\begin{bmatrix} x_{nd} \\ y_{nd} \end{bmatrix} = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 2p_1(X_c/Z_c)(Y_c/Z_c) + p_2(r^2 + 2(X_c/Z_c)^2) \\ 2p_2(X_c/Z_c)(Y_c/Z_c) + p_1(r^2 + 2(Y_c/Z_c)^2) \end{bmatrix}$$

World & Image Coordinate

- 영상 좌표계 ➡ 픽셀 좌표계

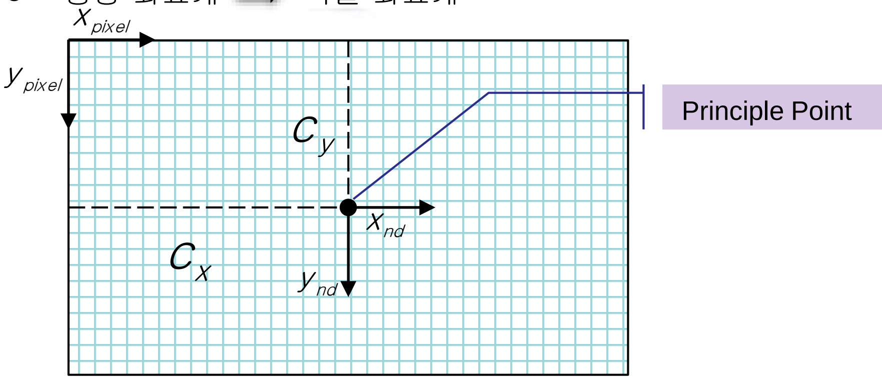


Image coordinate plane

$$\begin{bmatrix} x_{pixel} \\ y_{pixel} \\ 1 \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{nd} \\ y_{nd} \\ 1 \end{bmatrix}$$

현실 단위계와 Pixel 간의 Scale factor
(but, 일반적으로 f에 포함됨)

- 최종 모델

$$\begin{bmatrix} x_{pixel} \\ y_{pixel} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [R \mid t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \boxed{K[R \mid t]} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Intrinsic parameter (Camera parameter)

Extrinsic parameter

Perspective projection matrix

Depth Estimation

- Stereo Triangulation Formula
  - Perspective projection matrix 분석

$$\begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{p_1} \\ \boxed{p_2} \\ \boxed{p_3} \end{bmatrix}$$

X를 Z가 fx가 되는 지점으로 옮기기 위한 요소

Z를 1이 되는 지점으로 옮기기 위한 요소

Y를 Z가 fy가 되는 지점으로 옮기기 위한 요소

$$M = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p_1 M = x_{pixel} \rightarrow \frac{p_1 M}{x_{pixel}} = 1$$

$$p_2 M = y_{pixel} \rightarrow \frac{p_2 M}{Y_{pixel}} = 1$$

$$p_3 M = 1$$

Depth Estimation

- 3차원 위치 산출

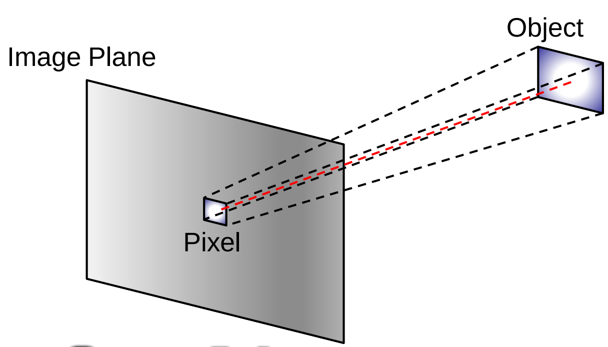
$$\frac{p_1 M}{x_{pixel}} = p_3 M \rightarrow (p_1 - x_{pixel} p_3)M = 0$$

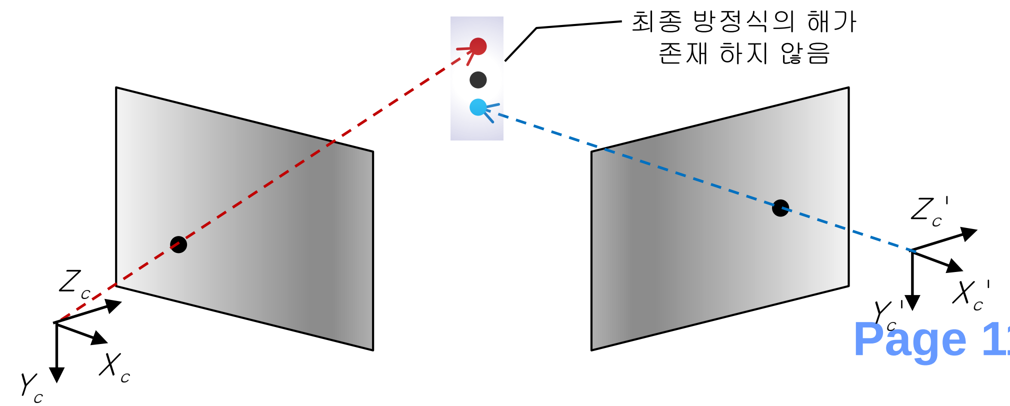
$$\frac{p_2 M}{y_{pixel}} = p_3 M \rightarrow (p_2 - y_{pixel} p_3)M = 0$$

$$\boxed{\begin{cases} (p_1 - x_{pixel} p_3)M = 0 \\ (p_2 - y_{pixel} p_3)M = 0 \\ (p_1' - x_{pixel}' p_3')M = 0 \\ (p_2' - y_{pixel}' p_3')M = 0 \end{cases}}$$

최종 방정식

- 양자화 문제





Singular Value Decomposition

- 해가 존재 하지 않는 연립방정식의 해 구하기
  - ➢ SVD를 이용한 근사해 산출
    - SVD (Singular Value Decomposition)

$$Ax = 0$$

$$A = U\Sigma V^T$$

$$\begin{aligned}(p_1 - x_{pixel} p_3)M &= 0\\(p_2 - y_{pixel} p_3)M &= 0\\(p_1' - x_{pixel}' p_3')M &= 0\\(p_2' - y_{pixel}' p_3')M &= 0\end{aligned}$$

A

U, V : 정방 행렬

Σ : 특이값 행렬(대각선상)

$$U = \left[\vec{u}_1\, \vec{u}_2\, \vec{u}_3 \cdots \vec{u}_m\right]$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \cdots & & & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ & & & \sqrt{\lambda_m} & & \\ & & & & 0 & \\ 0 & & \cdots & & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$V = \left[\vec{v}_1\, \vec{v}_2\, \vec{v}_3 \cdots \vec{v}_n\right]$$

- 근사해
  특이값 중 0이거나 0에 가장 가까운 값에 대응하는
  V의 열벡터

Q&A