가설 검정 2

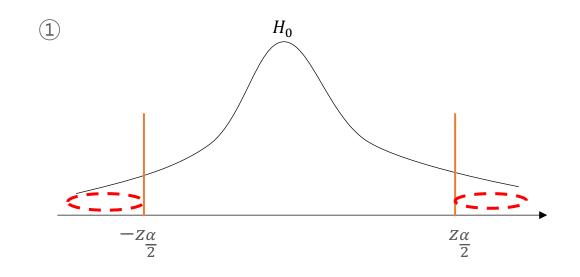
- 모평균에 대한 가설 검정 (단일 분포)
- 두 개의 모평균 차이에 대한 가설 검정 (2개 분포)
- 모분산에 대한 가설 검정 (단일 분포)
- 두 개의 모분산 비율에 대한 가설 검정 (2개 분포)

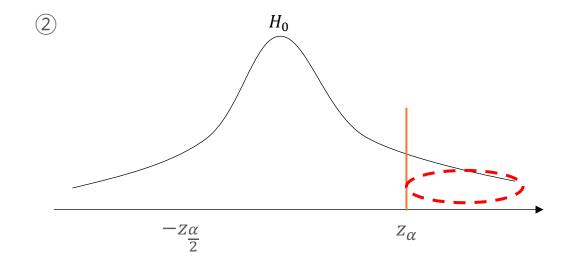
모평균에 대한 가설 검정

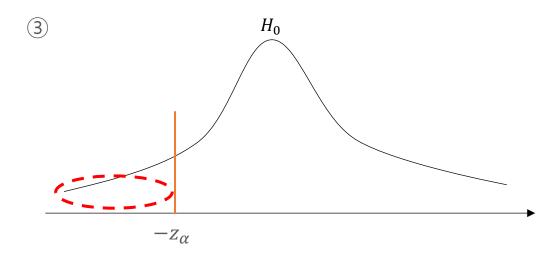
- ullet 모집단에 대한 평균을 검정하려면 이 모집단에서 추출한 표본으로부터 계산한 모평균 μ 의 가장 좋 은 점추정량인 표본평균 \bar{x} 를 이용하여 가설검정을 할 수 있다.
- 모분산을 아는 경우
 - 통계적 가설검정의 절차
 - 귀무가설 $H_0: \mu = \mu_0$
 - 대립가설 H_1 : $\mu \neq \mu_0$ or $\mu > \mu_0$ or $\mu < \mu_0$
 - 검정통계량 계산 $\mathbf{Z} = \frac{\bar{\mathbf{x}} \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{2}}}$

 - 유의수준 α 결정 ① ② ③ 기각역 $|Z| \ge z_{\frac{\alpha}{2}}$ or $Z \ge z_{\alpha}$ or $Z \le -z_{\alpha}$
 - 검정통계량의 값이 기각역에 포함되면 귀무가설 H_0 를 기각하고 아니면 채택한다.

모평균에 대한 가설 검정 기각역







표준정규분포표

유의수준이 α 라는 것은

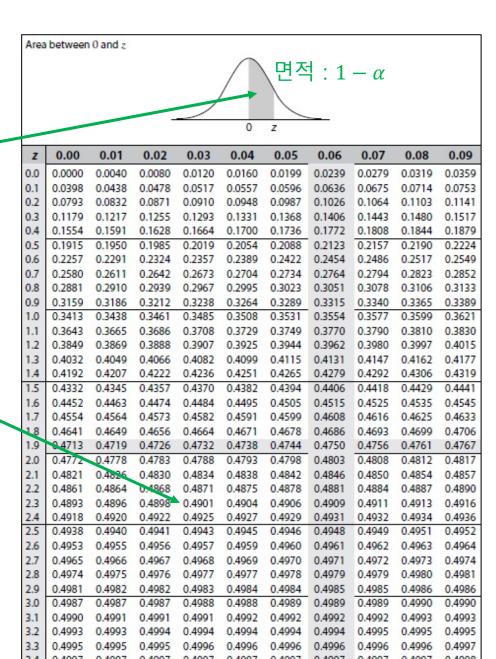
표준정규분포 확률밀도함수에서

0부터 어떤 z값까지의 면적이

 $1 - \alpha$ 라는 것이다.

즉, 기각역의 값이 z가 된다.

이 수치가 면적



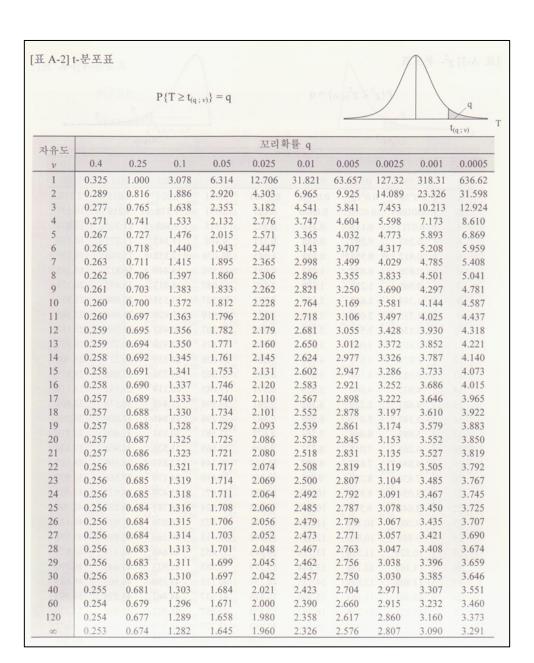
모평균에 대한 가설 검정 예제

- 모분산을 아는 경우의 예제
 - 어느 영업부서에서 판매원에 대한 재교육을 실시한 후, 임의로 9일을 선택하여 판매고에 대한 조사를 한결과가 다음과 같았다. 평균 판매고가 $\mu_0 = 1000$ 을 초과하면 재교육이 효과가 있는 것으로 간주할 때, 재교육은 효과가 있었는지 유의수준 $\alpha = 0.01$ 에서 검정하라. 단 판매고는 $\sigma = 100$ 인 정규분포를 따른다.
 - 판매고 : 1280, 1250, 990, 1100, 880, 1300, 1100, 950, 1050
 - 통계적 가설검정
 - $\checkmark H_0: \mu = 1000, H_1: \mu > 1000$
 - $\sqrt{n} = 9$, $\alpha = 0.01$
 - \checkmark 검정통계량 $\bar{x}=1100$, 표준화된 검정통계량 $Z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=\frac{1100-1000}{\frac{100}{\sqrt{9}}}=3$
 - ✓ 검정통계량 3은 기각역이 시작되는 $z_{0.01}=2.327$ 보다 크므로 귀무가설은 기각되고 대립가설이 채택된다.
 - ✓ 즉, 재교육은 효과가 있었다고 결론 내릴 수 있다.

모평균에 대한 가설 검정(모분산을 모를때)

- 모분산을 모르는 경우
 - 대표본인 경우는 σ^2 대신 표본분산 s^2 을 사용하고 검정통계량은 $\mathbf{Z} = \frac{\overline{x} \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ 를 사용한다. (n > 30)
 - 소표본 $(n \le 30)$ 일 때는 자유도 $\phi = n 1$ 을 가진 t-분포 검정을 하고 검정통계량은 $T = \frac{\overline{x} \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ 이다.

t분포표



모평균에 대한 가설 검정(모분산을 모를때) 예제

- 모분산을 모르는 경우의 예제
 - 어느 식용류 회사에서 평균용량을 200ml로 하고 싶어한다. 평균용량을 조사하기 위하여 임의로 20개를 추출해 조사한 결과가 다음과 같았다. 이 회사에서 생산되는 식용류의 평균용량이 200ml라고 할 수 있는 지 유의수준 0.05에서 검정하라.
 - 199.9, 201.0, 200.2, 200.2, 200.4, 200.1, 200.2, 200.0, 199.9, 200.0, 200.0, 200.8, 199.9, 200.1,
 200.5, 199.9, 200.4, 200.5, 199.8, 200.2
 - 통계적 가설검정
 - $\checkmark H_0: \mu = 200, H_1: \mu \neq 200$
 - $\sqrt{x} = 200.2$, $s^2 = 0.010105$, $\phi = 20 1 = 19$
 - \checkmark 검정통계량 $T = \frac{\bar{x} \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{200.2 200}{\frac{\sqrt{0.010105}}{\sqrt{20}}} = 2.814$
 - ✓ 검정통계량 T = 2.814는 기각역 $t_{(19,0.025)} = 2.093$ 보다 크다. T는 기각역에 있으므로, H_0 는 기각되고, H_1 이 채택된다.

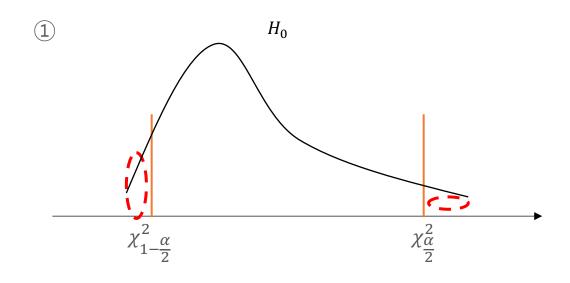
두 모평균 차에 대한 가설검정

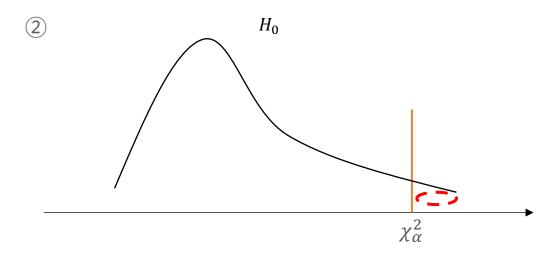
- 귀무가설 $H_0: \mu_1 \mu_2 = \tau_0$
- 대립가설 $H_1: \mu_1 \mu_2 \neq \tau_0$ or $\mu_1 \mu_2 < \tau_0$ or $\mu_1 \mu_2 > \tau_0$
 - 모 분산 σ_1^2 , σ_2^2 을 알고 있는 경우
 - 검정통계량 $Z = \frac{(\bar{x}_1 \bar{x}_2) \tau_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
 - 모 분산 σ_1^2 , σ_2^2 을 모르는 경우
 - 두 자료에 의한 표준편차 $s_p = \sqrt{\frac{(n_1 1)s_1^2 + (n_2 1)s_2^2}{n_1 + n_2 2}}$
 - 검정통계량 $T = \frac{(\bar{x} \bar{y}) \tau_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$

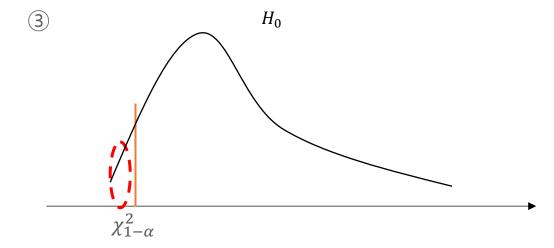
모분산에 대한 가설검정

- 모집단의 평균과 분산이 μ , σ^2 인 정규모집단 $N(\mu,\sigma^2)$ 에서 μ , σ^2 가 미지인 경우 모부산 σ^2 에 대한 가설검정은 점추정량인 S^2 을 이용하여 검정한다.
- 통계적 가설검정의 절차
 - 귀무가설 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$
 - 대립가설 $H_1: \overset{\text{(1)}}{\sigma^2} \neq \sigma_0^2 \text{ or } \overset{\text{(2)}}{\sigma^2} > \sigma_0^2 \text{ or } \overset{\text{(3)}}{\sigma^2} < \sigma_0^2$
 - 검정통계량 $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \bar{x})^2}{\sigma_0^2}$
 - 표본크기 n과 유의수준 α 결정
 - $7| \stackrel{\mathfrak{A}}{+} \stackrel{\mathfrak{A}}{=} \stackrel{\mathfrak{A}}{\chi^2} \geq \chi^2(n-1,\frac{\alpha}{2}) \text{ or } \chi^2 \leq \chi^2(n-1,1-\frac{\alpha}{2}) \text{ or } \chi^2 \geq \chi^2(n-1,\alpha) \text{ or } \chi^2 \leq \chi^2(n-1,1-\alpha)$
 - 통계적 결정 : 검정통계량이 기각역에 포함되면 귀무가설을 기각한다.

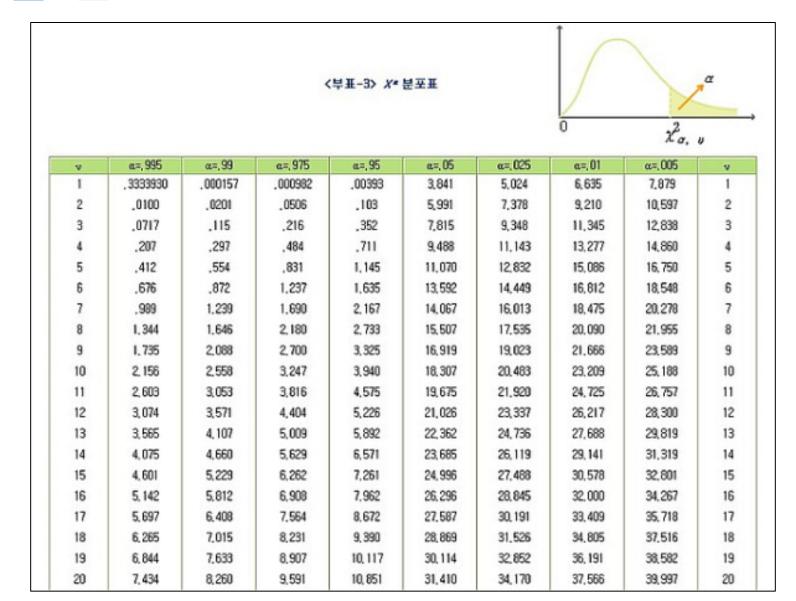
모분산에 대한 가설검정 기각역







카이제곱 분포표



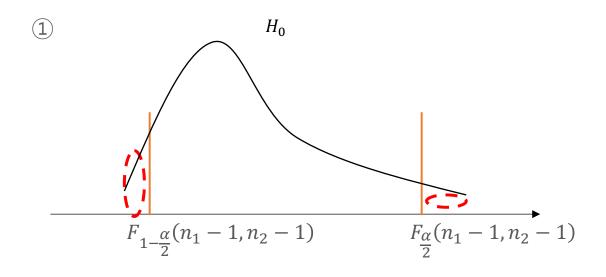
모분산에 대한 가설검정 예제

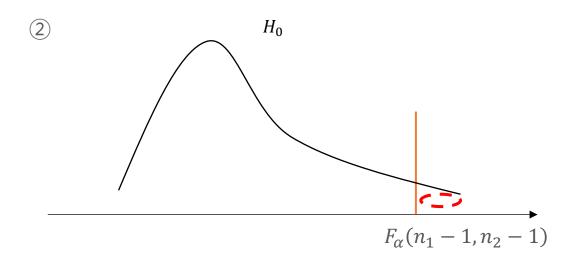
- 어느 전구회사의 생산 전구제품의 수명은 분산이 120시간인 정규분포를 따른다. 새로운 공정설계에 의하여 일부를 변경하고 이 공정에서 생산된 제품 30개를 추출하여 분산을 조사하니 105시간이었다. 공정을 변경하므로 제품수명의 변동이 적어지는지 유의수준 $\alpha = 0.05$ 수준에서 검정하라.
- 통계적 가설검정
 - $\checkmark \ H_0: \sigma^2 = 120 \ , \ H_1: \sigma^2 < 120$
 - ✓ 검정통계량 $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{29 \times 105}{120} = 23.375$
 - ✓ 기각역 $\chi^2 \le \chi^2(n-1,1-\alpha) = \chi^2(29,0.95) = 17.71$
 - ✓ 검정결과 : $\chi^2 = 23.375 > \chi^2(29,0.95) = 17.71$ 이므로 H_0 를 기각할 수 없고 채택된다. 즉 새로운 공정을 변경하더라도 제품수명의 변동은 적어지지 않는다.

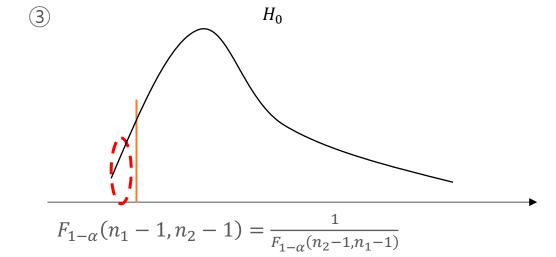
두 모분산 비에 대한 가설검정

- 모평균과 모분산을 모르는 경우 두 정규모집단에서 각각 표본크기가 n_1 , n_2 이며, 표본분산이 s_1^2 , s_2^2 이라고 하면 두 모분산의 비 $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ 에 대한 가설검정의 방법
- 통계적 가설검정의 절차
 - 귀무가설 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
 - 대립가설 H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ or $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ or $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$
 - 검정통계량 $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$
 - 표본크기 n_1 , n_2 와 유의수준 α 를 결정
 - $7|\stackrel{\mathfrak{T}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset{\mathfrak{G}}}{\overset{\mathfrak{G}}}}{\overset$

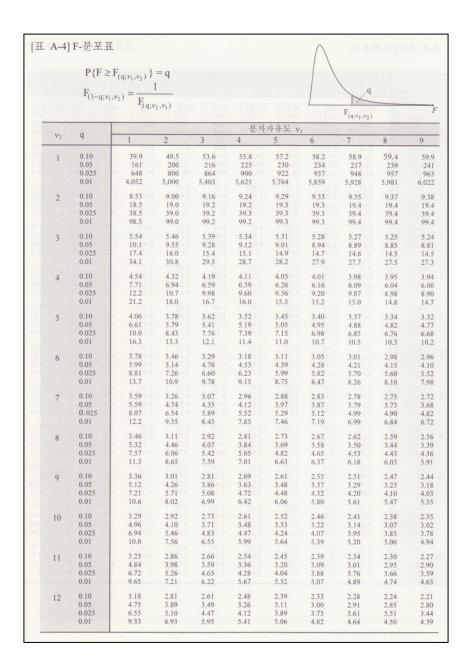
두 모분산 비에 대한 가설검정 기각역







F분포표



두 모분산 비에 대한 가설검정 예제

• 어떤 음료회사에서 최근 1리터 병의 내용물이 외관상 두 공장에서 변동이 있다고 판단되어 각 고장에서 임의로 20병씩 추출하여 측정한 결과 제 1공장의 평균과 분산은 각각 $\overline{x_1}=1013.5$, $s_1^2=39.0$, 제 2공장의 평균과 분산은 각각 $\overline{x_2}=1009.7$, $s_1^2=26.12$ 였다. 내용물의 변동에 차이가 있다고 말할 수 있는지, 유의수준 $\alpha=0.05$ 에서 검정하라.

• 통계적 가설검정

$$\checkmark H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 , H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

✓ 검정통계량
$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{39.0}{26.12} = 1.4931$$

$$\checkmark$$
 $n_1=20$, $n_2=20$, 유의수준 $lpha=0.05$

$$\checkmark F\left(n_1 - 1, n_2 - 1, \frac{\alpha}{2}\right) = F(19, 19, 0.025) = 2.527$$

✓ 기각역 $F \ge F(19,19,0.025)$ 인데, $F = 1.4931 < F(19,19,0.025) = 2.527이므로 <math>H_0$ 를 기각하지 않는다. 즉 두 공장의 내용물에 변동에 대한 차이는 없다.

• 어떤 도시에서 보건소를 이용하는 환자들은 진료를 받기 위해 대기하는 시간이 1시간보다 더 걸린다고 시청에 항의를 하였다. 이를 확인하기 위해 시청에서 보건소를 방문하는 100명의 환자를 랜덤으로 추출하여 대기시간을 측정한 결과 표본평균 63분, 표준편차 10분을 얻었다. 유의수준 $\alpha=0.05$ 에서 보건소를 방문하는 환자들의 주장이 타당한지를 구하여 검정하여라. 단 환자들의 대기시간은 분산이 $\sigma^2=(10분)^2$ 이고 정규분포를 따른다고 가정한다.

● A 제약회사에서는 한 달 동안 복용하면 2kg 이상의 체중 감량 효과가 있다는 약을 개발하였다고 주장한다. 식약청에서는 이에 대한 효과를 검증하기 위하여 12명의 비만 환자를 대상으로 한 달 동안 약을 복용하게 한 후, 감량된 체중을 측정한 결과 다음과 같은 자료를 얻었다.

1.5, 0.7, 2.2, 0.5, 1.0, 0.8, 1.3, 3.2, 2.5, 1.8, 2.6, 1.2

• A 제약회사에서의 주장이 옳은지를 유의수준 $\alpha = 0.05$ 에서 검정하여라.

● A식품회사에서 생산되고 있는 참치 통조림의 용량은 평균 500g, 표준편차 30g 인 정규분 포를 따른다고 한다. 시중에서 판매되고 있는 A식품회사의 참치 통조림 9개를 랜덤으로 추출하여 조사한 결과, 이들의 평균 용량은 476g 이었다. 이 결과로부터 "A 식품회사에서 생산되는 참치 통조림의 용량은 500g보다 적다" 라고 할 수 있는지를 유의수준 α = 0.05 에서 검정하여라.

A 공장에서 생산되고 있는 볼트가 규격에 합격되기 위해서는 볼트 직경의 분산이 1mm 이내이어야 한다. 모 건설회사에서 이번에 납품받은 볼트 중에서 21개를 랜덤으로 추출하여 직경을 측정한 결과, 그 분산은 1.42mm이었다. A 공장에서 생산되는 볼트의 직경이 정규분포를 따른다고 가정할 때, 건설회사에서 납품받은 볼트의 분산이 1mm를 초과한다고 할 수 있는지를 유의수준 α = 0.05로 검정하여라.

● 최근 대기업과 중소기업 직장인을 대상으로 실시한 조사에 따르면 직장인들의 근무시간의 ¼정도는 업무외의 일에 투자하고 있으며, 그 중에는 웹서핑이나 인터넷 쇼핑, 채팅, 컴퓨터 게임 등에 가장 많은 시간을 쓰고 있는 것으로 나타났다. 모 회사의 CEO는 자기 회사의 직원들은 일과시간 중에 업무 이외의 일에 컴퓨터를 사용하는 시간이 85분 이상이될 것 같다는 생각에 비서에게 10명의 직원을 랜덤으로 뽑아 업무 이외의 일에 컴퓨터를 사용하는 시간 X를 조사하도록 지시하였으며, 조사 결과 다음과 같은 자료를 얻었다고 하자.

81,85,90,94,86,97,86,81,78,101

• 위의 자료는 직원들의 업무 이외의 용도로 일일 평균 85분 이상 컴퓨터를 사용하고 있다고 판단할 수 있는 근거를 제공하고 있는지 유의수준 $\alpha=0.05$ 에서 검정하여라.