11 б) $A = x_1x_2 \oplus x_2x_3 \oplus \ldots \oplus x_{n-1}x_n \oplus x_nx_1$

Щоб A була самодвоїстою потрібно щоб

$f(x_1, x_2 \ldots x_n) = \overline{f(\overline{x}_1, \overline{x}_2 \ldots \overline{x}_n)}$, тобто

$x_1x_2 \oplus x_2x_3 \oplus \ldots \oplus x_{n-1}x_n \oplus x_nx_1 = \neg((\neg x_1)(\neg x_2) \oplus$

$\oplus (\neg x_2)(\neg x_3) \oplus \ldots \oplus (\neg x_n)(\neg x_1)$

Використаємо властивість п. Ж. що $\neg x = x \oplus 1$

$(x_1 \oplus 1)(x_2 \oplus 1) \oplus \ldots \oplus (x_n \oplus 1)(x_1 \oplus 1) \oplus 1 =$

$= x_1x_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus x_nx_1 \oplus x_n \oplus x_1 \oplus 1 \oplus 1$

Це $= x_1x_2 \oplus x_2x_3 \oplus \ldots \oplus x_nx_1$ у випадку, якщо

$\cancel{x_1} \oplus \cancel{x_2} \oplus 1 \oplus \cancel{x_2} \oplus x_3 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus x_n \oplus \cancel{x_1} \oplus 1 \oplus 1 = 0$ (*)

Помітимо, що кожне число з набору зустрічається

двічі, тому їх сума буде 0 і залишиться

лише $n+1$ одиниця. Тому щоб весь

вираз * = 0 потрібно, щоб n було непарне.

б) $A = x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus \ldots \oplus x_1x_n \oplus x_2x_3 \oplus \ldots \oplus x_{n-1}x_n$

$\overline{f(\overline{x}_1, \overline{x}_2 \ldots \overline{x}_n)} = \neg\left((\neg x_1)(\neg x_2) \oplus (\neg x_1)(\neg x_3) \oplus \ldots\right.$

$\left.\ldots \oplus (\neg x_{n-1})(\neg x_n)\right) =$

Використ. властивість що $\neg x = x \oplus 1$:

$(x_1 \oplus 1)(x_2 \oplus 1) \oplus (x_1 \oplus 1)(x_3 \oplus 1) \oplus \ldots \oplus (x_{n-1} \oplus 1)(x_n \oplus 1) \oplus 1 =$

$= x_1x_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus 1 \oplus x_1x_3 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus x_{n-1}x_n \oplus x_{n-1} \oplus$

$\oplus x_n \oplus 1 \oplus 1$

Цей вираз $= A$ лише якщо:

$x_1 \oplus x_2 \oplus 1 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus 1 \oplus \ldots \oplus x_{n-1} \oplus x_n \oplus 1 \oplus 1 = 0$

У цьому виразі кількість 1 становить:

воне парне при $\frac{n(n-1)}{2}$ – непарн

$\frac{n(n-1)}{2} + 1$, ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~Тому~~ потрібно щоб $x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus \ldots \oplus x_{n-1} \oplus x_n = 0$

~~[illegible]~~ К-сть доданків $= n(n-1)$, це число завжди

парне, тому вираз завжди $= 0$. Щоб сума

одиниць $= 0$ потрібно, щоб $n(n-1) \not\vdots 4$, тобто

$n \not\vdots 4$ і $(n-1) \not\vdots 4$, тобто $n \neq 4k$ і $n \neq 4k+1$

В: $n = 4k+2$, $n = 4k+3$