№19 (д; е)

д) $x_1 x_2 \ldots x_k \oplus x_{k+1} \ldots x_n = 1 \quad k = \overline{1, n-1}$

Для того, щоб ф-ція набувала значення 1, потрібно, щоб права та ліва частина набували різних значень.

Розглянемо 2 випадки:

1) $\begin{cases} x_1 x_2 \ldots x_k = 1 \\ x_{k+1} \ldots x_n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 = \ldots = x_k = 1 \\ x_{k+1} \ldots x_n = 0 \end{cases}$.

Хоча б один x_i серед $x_{k+1}, \ldots, x_n$ має бути рівним нулю. Всі інші можуть бути довільними.

Порахуємо набори

1	1	1	...	1	1	2	...	2	2	2	1
x_1					x_k						x_n

За правилом множення ця к-сть: 2^{n-k-1}.

2) $\begin{cases} x_1 x_2 \ldots x_k = 0 \\ x_{k+1} \ldots x_n = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \cdot x_2 \ldots x_n = 0 \\ x_{k+1} = \ldots = x_n = 0 \end{cases}$

Аналогічно порахуємо набори

1	2	2	...	2	2	1	...	1	1	1
x_1					x_k					x_n

За правилом множення: 2^{k-1}.

Відповідь: $2^{n-k-1} + 2^{k-1}$

е) $x_1 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_2x_3 \oplus \ldots \oplus x_1 \ldots x_n \oplus 1 = 1.$

$x_1 \oplus x_1x_2 \oplus \ldots \oplus x_1 \ldots x_n = 0$

Для того, щоб виконувалась рівність потрібно, щоб до якогось $x_i, i = 1, 2, 5, 7 \ldots,$ були виключно одиниці, а $x_i = 0$;

Розглянемо два випадки:

1) n – парне:

Тоді к-сть: $2^{n-1} + 2^{n-3} + \ldots + 2 = \dfrac{2(2^{2n-2} - 1)}{3} = \dfrac{8}{3} \cdot (2^{n-1} - 1)$

2) n – непарне:

Тоді к-сть: $2^{n-1} + 2^{n-3} + \ldots + 1 = \dfrac{8}{3}(2^{n-1} - 1) + 1$

В-дь: $\dfrac{8}{3}(2^{n-1} - 1)$, n – парне

$\dfrac{8}{3}(2^{n-1} - 1) + 1$, n – непарне