

50

З умови відомо, що граф має $E = m$ ребер.
Відомо, що якщо граф зв'язний, то k -те ребро в
ньому мінімальна, коли він ациклічний, та максимальна,
коли він повний. Якщо граф зв'язний та ациклічний,
то це дерево і в ньому n буде макс. k -те вершин.
Відомо, що дерево з n вершинами містить
 $n-1$ ребро, тобто $n = m+1$ - та k -те вершин.
Тепер знайдемо $\min k$ -те вершин. Вона буде \min
в повному графі. Відомо, що повний граф з
 n вершинами має $\frac{n(n-1)}{2}$ ребер. Знайдемо n :

$$n(n-1) = 2m$$

$$n^2 - n - 2m = 0$$

$$D = 1 + 8m, \quad D > 0, \quad m > 0$$

$$n > 0 \Rightarrow n = \frac{1 + \sqrt{1 + 8m}}{2}$$

$$\text{Отсюда, } \min n = \frac{1 + \sqrt{1 + 8m}}{2}, \text{ а } \max n = m + 1 \text{ где}$$

зв'язного графа з m ребрами.