L3 INFO, MATHINFO CMI IS, OPTIM F.S.T. de Nantes

Algorithmique et structures de données 3

Feuille de TP - 1 (1 séance) Implémentation en Java

Exercice 1. Soit S un tableau d'entiers. Nous supposons dans un premier temps que le nombre n d'éléments de S est une puissance de 2. Le tri par fusion de S consiste à :

- (1) diviser S en deux parties égales (la première moitié notée S_1 , et la deuxième moitié notée S_2),
- (2) trier récursivement chaque partie, et
- (3) fusionner les tableaux triés résultant de ces deux tris, afin d'obtenir un tableau trié contenant tous les éléments de S.

Ces étapes sont à faire tant que le nombre d'éléments dans le tableau à trier est d'au moins 2. Les tableaux de longueur 1 sont déjà triés.

Notez que la division de S en deux parties égales peut être faite de deux manières : **avec copie**, lorsque les éléments de S sont copiés dans deux tableaux contenant chacun la moitié des éléments, et le travail à effectuer se fait sur chacun de ces tableaux ; ou **sans copie**, lorsque les éléments de S restent dans le tableau S, et le travail se fait sur la première moitié de ce tableau (définie par deux indices deb_1 et fin_1), respectivement sur la deuxième moitié de ce tableau (définie par deux indices deb_2 et fin_2).

En ce qui concerne la fusion des tableaux triés, il est nécessaire de définir un nouveau tableau, recevant le résultat de la fusion.

On demande:

- (a) Programmez le tri par fusion, en utilisant de préférence la variante sans copie.
- (b) Modifiez votre algorithme pour qu'il traite des tableaux dont la longueur n'est pas forcément une puissance de 2.
- (b) Quelle est la complexité de votre algorithme?

Pour aller plus loin

Exercice 2. Programmez l'algorithme de recherche dichotomique sur une séquence ordonnée d'entiers.

Exercice 3. Programmez le calcul de la suite de Syracuse pour un entier positif n.

La suite de Syracuse est définie comme suit : le premier élément est un nombre entier strictement positif n; si n est pair, on le divise par 2; si n est impair, on le multiplie par 3 et

on ajoute 1. Ceci fournit le 2ème élément de la suite. Le 3ème élément se calcule de la même manière, à partir du 2ème élément. En répétant l'opération, on obtient une suite d'entiers strictement positifs, appelée suite de Syracuse.

Par exemple, la suite de Syracuse pour n=6 est : 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

Une conjecture dit que, quel que soit n, le nombre 1 est obtenu tôt ou tard (après quoi, les éléments 1, 4, 2 apparaissent à l'infini dans cet ordre). Dans votre programme, vous pouvez arrêter la génération d'éléments une fois que vous avez obtenu 1. Si votre programme boucle, vous avez peut-être résolu la conjecture en lui apportant un contre-exemple (mais il y a aussi une infime chance que vous ayez fait une erreur dans votre programme).

Plus d'informations sur cette suite : https://fr.wikipedia.org/wiki/Conjecture_de_Syracuse