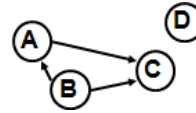




เอกสารนี้มีไว้สำหรับช่วย ใช้ให้ถูกเจตนา รรม ไม่ใช่ทำให้ไม่ต้องอ่านหนังสือ เพราะมันไม่ใช่ช่วย แต่เป็นการทำลาย

Graph : เซตของ vertices (nodes) และ edges (arcs, lines, arrows)

$G = (V, E)$: V = set of vertices, E = set of edges

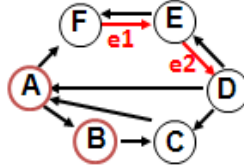


$V = \{A, B, C, D\}$

$E = \{(A,C), (B,A), (B,C)\}$

Undirected graph : กราฟที่ edges ไม่มีทิศทาง

Order pairs $(A,B) = (B,A)$

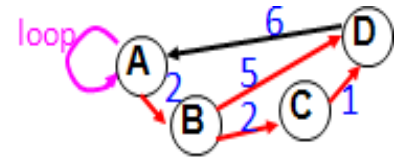


B **adjacent** to A ถ้ามี edge (A,B) **↔** E

- ดังนั้นสำหรับ undirected graph : B adjacent to A \leftrightarrow A adjacent to B

Weighted graph : กราฟที่มี weight กำกับ edge, weight อาจเป็นอะไรก็ได้ที่เราสนใจ

เช่น ระยะทาง เวลา ความยาว ปริมาณ ความจุ ...



Path เส้นทางจาก node A ไป B คือ sequence ของ nodes :

$A, n_1, n_2, \dots, n_i, B$ เมื่อ มี edges $(A, n_1), (n_1, n_2), \dots, (n_i, B)$

Path length: จำนวน edge ใน path

Loop : path of length 0 จาก V to V (คิดว่ามี edge (v,v))

- 2 paths from A to D : ABCD and ABD
- ABD length = 2 unweighted
- ABCD length = 3 unweighted
- ABCD length = 2 + 2 + 1 = 5 weighted

Simple path : path ซึ่ง vertices ไม่ซ้ำ ยกเว้น vertex แรก กับ vertex สุดท้ายซ้ำได้

Cycle in digraph : path ซึ่งวนกลับมาที่เดิม start vertex = end vertex และมี path length อย่างน้อย 1

Simple cycle : cycle of simple path

Cycle in undirected graph : edges ต้องไม่ใช่ edge เดียวกัน ie. path UVU ไม่ควรเป็น cycle เพราะ $(U,V) = (V,U)$

Acyclic Graph : no cycle

Directed Acyclic Graph = DAG ==> Tree

Undirected graph : **connected** มี path จากทุก vertex ไปยังทุก vertex

Undirected graph : **Disconnected**

Directed graph : **Strongly Connected** มี path จากทุก vertex ไปยังทุก vertex

Directed graph : **Weakly Connected** ถ้าไม่นับลูกหัวลูกศรแล้วเชื่อมกัน

Directed graph : **Disconnected**

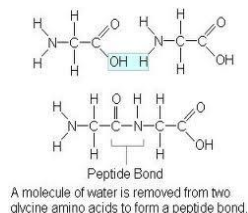
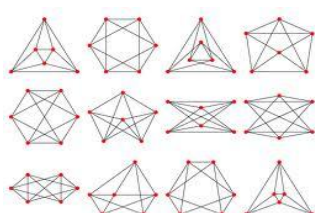
Complete graph มี edge เชื่อมทุกคู่ของ vertices

Indegree จำนวน edges ที่เข้า vertex

Outdegree จำนวน edges ที่ออกจาก vertex



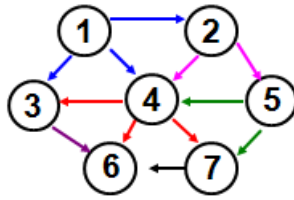
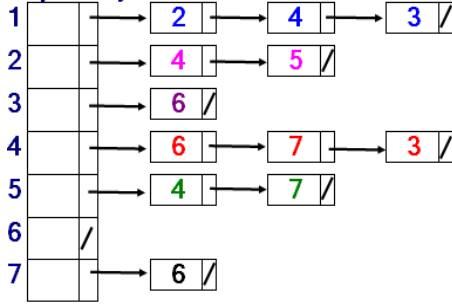
• has **indegree** = 2
• has **outdegree** = 1





Graph Representations

Adjacency list



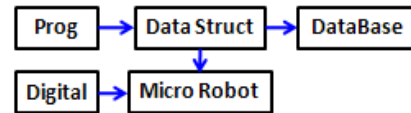
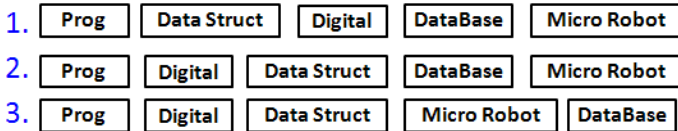
Adjacency matrix

	1	2	3	4	5	6	7
1		T	T	T			
2				T	T		
3						T	
4			T			T	T
5				T			T
6							
7						T	

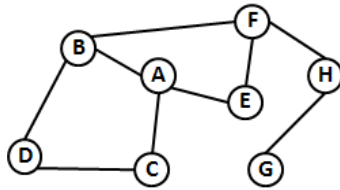
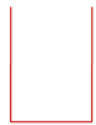
Adjacency matrix

- * simple
- * good for dense graph
- * bad for sparse matrix ex. street map
- * space ($O(V^2)$)
- * undirected: $(1, 3), (3, 1) = T$
- * vertex info: hash table of info and ptr to vertex obj

Topological Order : order ใน acyclic graph ซึ่ง ถ้ามี path จาก v_i ถึง v_j แล้ว v_j จะต้องอยู่หลัง v_i ใน order เช่น



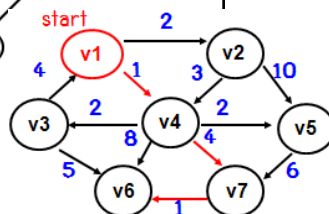
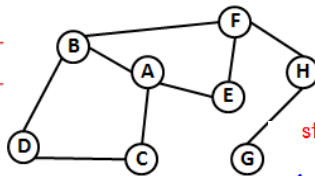
Depth First Traversal : ถ้าเพิ่ง visit V หาก V มี adjacent node ที่ยังไม่ได้ visit ให้ visit ตัวใดตัวหนึ่ง แล้วทำอย่างนี้กับ node ที่เพิ่ง visit ไปเรื่อยๆ เมื่อ node ที่เพิ่ง visit ไม่มี adjacent node ที่ยังไม่ได้ visit เหลือแล้ว จึงค่อยกลับมา visit adjacent node ของ node ก่อนหน้าที่ยังเหลืออยู่ depth first traverse จึงใช้ stack ช่วย



Result :

Bredth First Traversal : ถ้าเพิ่ง visit V ถ้า V มี adjacent node ที่ยังไม่ได้ visit ให้ visit ทุกตัวที่ adjacent กับมัน แล้วทำขบวนการนี้ไปเรื่อยๆ กับ node ที่ถูก visit ไปตามลำดับการถูก visit ก่อนหลัง breadth first traverse จึงใช้ queue ช่วย

Result :



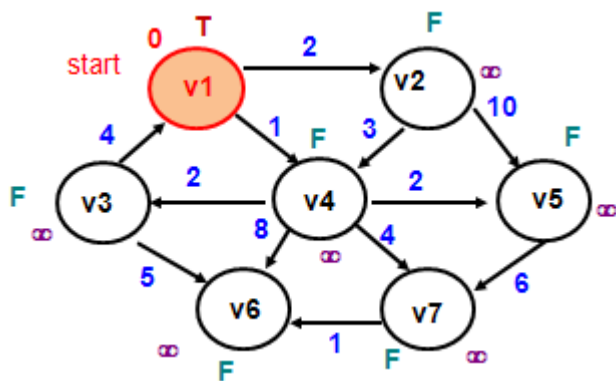
Shortest Path :

- shortest weighted path v_1 to v_6 : $= v_1, v_4, v_7, v_6$ cost = $1 + 4 + 1 = 6$
- shortest unweighted path v_1 to v_6 : $= v_1, v_4, v_6$ cost = 2

Greedy Algorithm : เลือกอันที่ดีที่สุดสำหรับ stage ปัจจุบัน แ่ตรงที่อาจ

ไม่ optimum

ตย. แลกเหรียญให้ได้จำนวนเหรียญน้อยที่สุด
 quarter 25 cents
 dime 10 cents
 nicle 12 cents (สมมุติว่ามี)
 nikle 5 cents
 penny 1 cents
 15 cents : greedy \rightarrow 12, 1, 1, 1
 (optimum : 10, 5)



s.dist = 0;
for(;;)

Weighted Shortest Paths (Dijkstra's algorithm)

v = smallest unknown dist. vertex

if (v ไม่มี)

Greedy: for each current stage,
choose the best.

break;

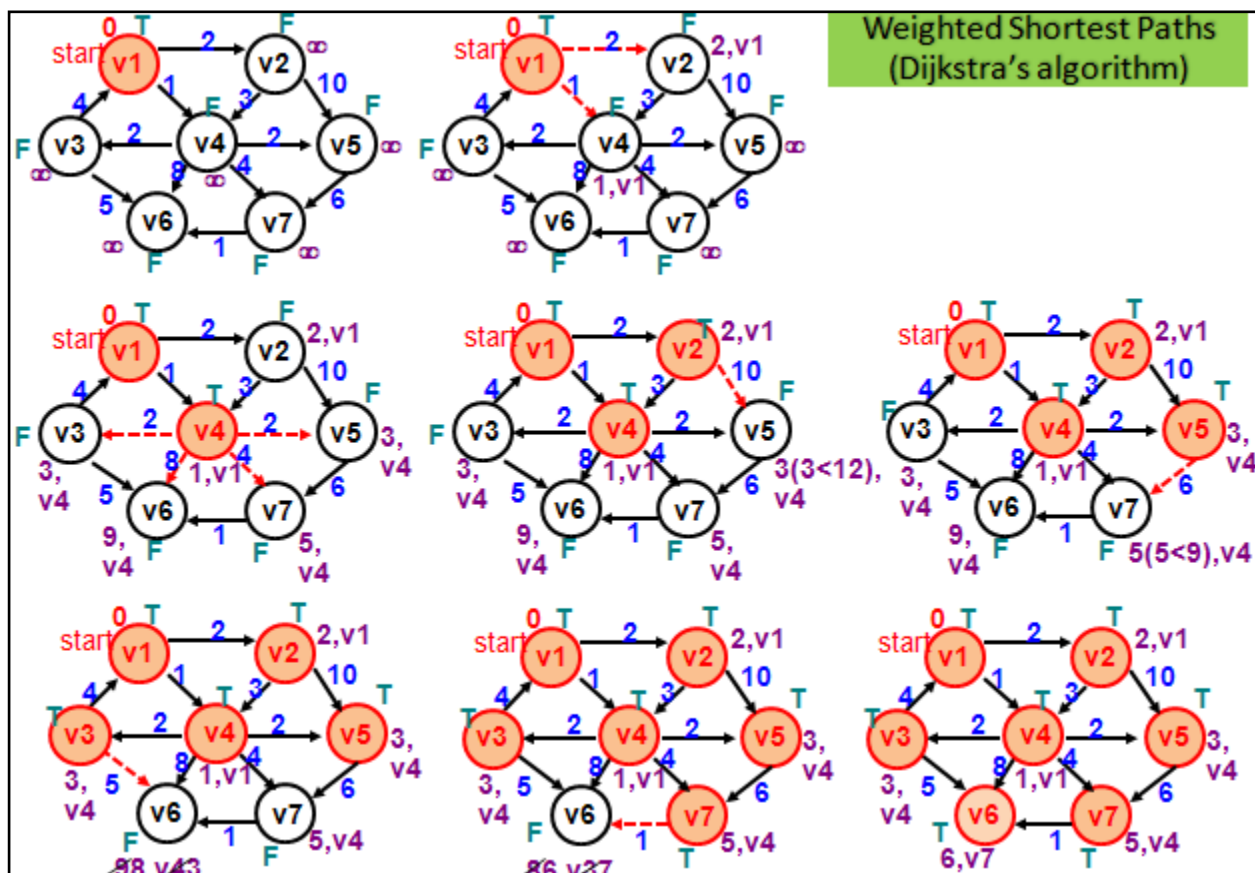
v.known = true;

for each w adjacent to v ซึ่งยังไม่ถูก process

if (w.dist > v.dist + weight(vw))

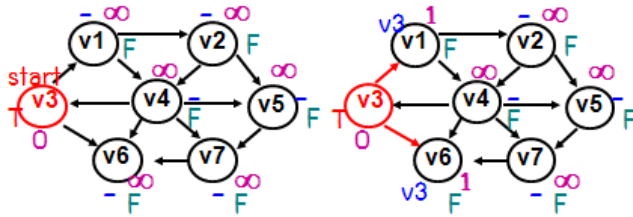
ปรับ w.dist เป็นค่าใหม่ซึ่งน้อยกว่า

w.path = v;





Unweighted Shortest Paths



v	known	distance	path
1	F	∞	-
2	F	∞	-
3	T	0	-
4	F	∞	-
5	F	∞	-
6	F	∞	-
7	F	∞	-

v	known	distance	path
1	F	∞	-
2	F	∞	-
3	T	0	-
4	F	∞	-
5	F	∞	-
6	F	∞	-
7	F	∞	-

for all vertex v

$v.dist = \infty$; $v.known = F$; $v.path = "-"$;

$s.dist = 0$; $//s=start\ vertex$

for (currDist = 0; currDist < NUMVERTICES; currDist++)

for each vertex v that $!v.known \ \&\& \ v.dist = currDist$

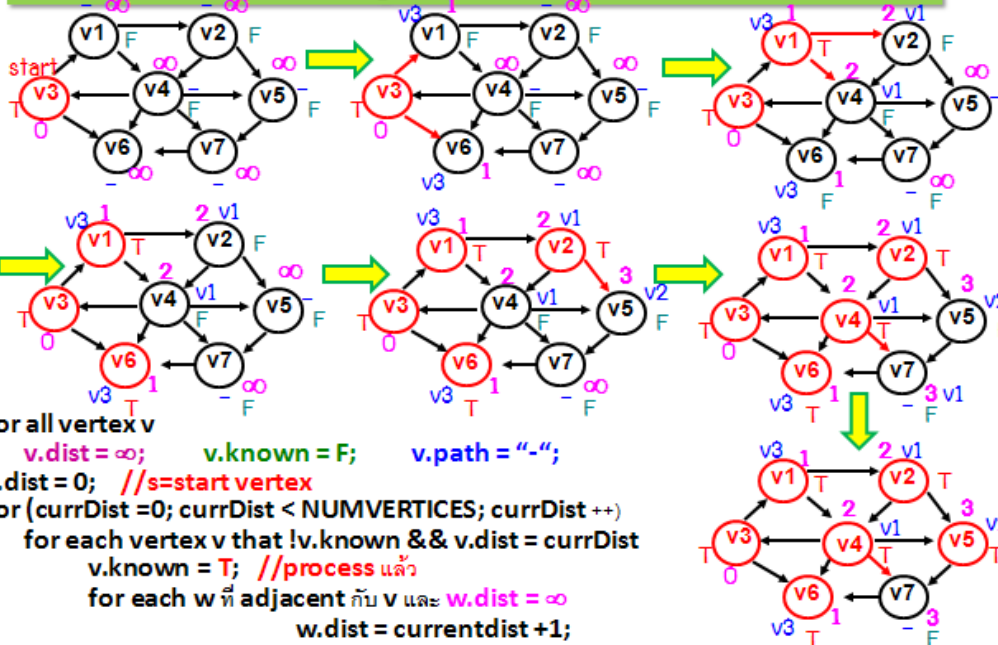
$v.known = T$; $//process\ แล้ว$

for each w ที่ adjacent กับ v และ $w.dist = \infty$

$w.dist = currentdist + 1$;

$w.path = v$;

Unweighted Shortest Paths



for all vertex v

$v.dist = \infty$; $v.known = F$; $v.path = "-"$;

$s.dist = 0$; $//s=start\ vertex$

for (currDist = 0; currDist < NUMVERTICES; currDist++)

for each vertex v that $!v.known \ \&\& \ v.dist = currDist$

$v.known = T$; $//process\ แล้ว$

for each w ที่ adjacent กับ v และ $w.dist = \infty$

$w.dist = currentdist + 1$;

$w.path = v$;

Unweighted Shortest Paths (using queue)

	Initial	v3 dequeued	v1 dequeued
v	known dis p	known dis p	known dis p
1	F ∞ -	F 1 v3	T 1 v3
2	F ∞ -	F ∞ -	F 2 v1
3	F 0 -	T 0 -	T 0 -
4	F ∞ -	F ∞ -	F 2 v1
5	F ∞ -	F ∞ -	F ∞ -
6	F ∞ -	F 1 v3	F 1 v3
7	F ∞ -	F ∞ -	F ∞ -
Q:	v3	v3 v1 v6	v6 v2 v4

$q.enqueue(s)$;

$s.dist = 0$;

while(!q.empty())

$v = q.dequeue()$;

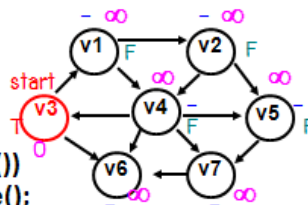
$v.known = true$;

for each w adjacent to v & $w.dis == infinity$

$w.dist = w.dist + 1$;

$w.path = v$;

$q.enqueue(w)$;



V3

	v6 dequeued	v2 dequeued	v4 dequeued	v5 dequeued	v7 dequeued
v	known dis p	known dis p	known dis p	known dis p	known dis p
1	T 1 v3	T 1 v3	T 1 v3	T 1 v3	T 1 v3
2	F 2 v1	T 2 v1	T 2 v1	T 2 v1	T 2 v1
3	T 0 -	T 0 -	T 0 -	T 0 -	T 0 -
4	F 2 v1	F 2 v1	T 2 v1	T 2 v1	T 2 v1
5	F ∞ -	F 3 v2	F 3 v2	T 3 v2	T 3 v2
6	T 1 v3	T 1 v3	T 1 v3	T 1 v3	T 1 v3
7	F ∞ -	F ∞ -	F 3 v4	F 3 v4	T 3 v4
Q:	v2 v4	v4 v5	v5 v7	v7	empty