

용수철 흔들이의 운동

046 반 2017-17068 정민찬

서울대학교 자연과학대학 물리천문학부 물리학과

본 실험에서는 용수철이나 실에 질량을 달고 스탠드에 매단 뒤 진동운동을 관찰하였다. 용수철에 질량을 달고 스탠드에 매단 것을 용수철 흔들이라고 한다. 배경 이론에서는 용수철의 각 점의 속력이 고정점으로부터의 거리에 비례한다는 가정 하에서 용수철 흔들이의 운동방정식을 유도하였다. 이를 이용하여 용수철의 평형 길이와 용수철 진동과 진자 운동의 주기를 계산하였다. 실험 시 먼저 용수철 흔들이를 연직 방향으로 잡아당겼다가 놓아 진동 운동을 만들었다. 이 데이터에서 용수철의 평균 위치를 계산하여 용수철의 탄성 계수를 추정하고 용수철 진동과 진자 운동의 주기를 계산하였다. 또 실에 추를 묶고 스탠드에 매달아 진자 운동을 관찰하고 주기의 실험값과 이론값을 비교하였다. 결과적으로 위 두 실험에서 주기의 이론값과 실험값이 평균적으로 2% 내에서 일치하였다. 오차는 tracker로 질점 트랙을 추적할 때 발생하였다고 생각된다. 이후 용수철 흔들이에서 초기 기울기와 초기 속도를 가한 운동을 리사주 도형으로 나타내었다. 리사주 도형의 개형은 매우 다양했는데, 이는 용수철 진동과 진자 운동이 복합적으로 일어나며 용수철이 z축을 기준으로 회전하는 각속도가 용수철의 길이에 따라 변하기 때문이다.

I. 개요

A. 실험 목적

본 실험은 용수철 흔들이와 진자에서 진동운동을 관찰하여 본다. 용수철 흔들이의 운동 방정식을 유도하여 어느 조건에서 단조화 운동이 되는지 살펴보고 데이터에서 실제로 단조화 운동이 관찰되는지, 이론적으로 계산한 주기와 실험으로 구한 주기가 일치하는지 살펴본다. 또 용수철 흔들이의 일반적인 초기조건에서 리사주 도형을 관찰하고 이를 간단히 설명해본다.

B. 배경 이론

진동이란 계가 시간에 따라 두 개 이상의 상태 사이를 오가는 것을 말한다. 그 중 물리량이 시간에 따라서 sine 함수로 변할 때 단조화 운동을 한다고 한다. 만약 물리량 p 가 시간에 따라 단조화 운동을 한다면 물리량은 운동 방정식 $\ddot{p} = -\omega_0^2 p$ 를 따른다. 여기서 ω_0 를 각진동수라고 부른다.

리사주 곡선은 2 차원 진동에서 각 방향에 대한 운동을 좌표평면에 나타낸 것이다. 만약 각 방향에 대한 주기가 같다면 위상에 따라 리사주 곡선은 타원, 원 혹은 직선을 린다. 더욱이 두 주기의 비가 유리수라면 리사주 곡선은 닫힌 곡선이 된다. 그러나 주기의 비가 무리수라면 일반적으로 리사주 곡선은 닫히지 않는다.[2]

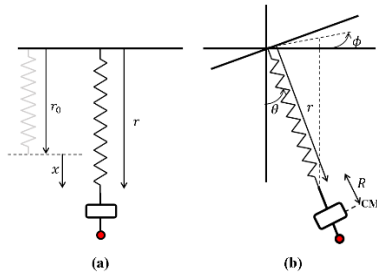


그림 1. 용수철 흔들이의 모식도를 나타낸 것이다.

앞으로 용수철의 각 점의 속력이 중심으로부터 떨어진 거리에 비례한다고 가정하자(앞으로 이 용수철을

균일하다고 표현한다). 용수철 흔들이가 그림 1(a)와 같이 연직 방향의 운동만 하는 경우 계의 운동에너지는 추의 운동에너지와 용수철의 운동에너지의 합이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \int_0^{r_0+x} \frac{1}{2} \left(\frac{mdt}{r_0+x} \right) \left(\frac{t}{r_0+x} \dot{x} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(M + \frac{1}{3} m \right) \dot{x}^2 \quad (1)$$

따라서 용수철의 질량중심이 용수철이 매달린 곳으로부터 $(r_0 + x)/2$ 만큼 아래에 위치하는 점을 고려하여 위치에너지를 계산하면 총 에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E = \frac{1}{2} \left(M + \frac{1}{3} m \right) \dot{x}^2 - \left(M + \frac{1}{2} m \right) g x - \frac{1}{2} k x^2 \quad (2)$$

계의 역학적 에너지는 시간에 따라 변하지 않으므로 식(3)을 미분하고 \dot{x} 를 소거하면 아래의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\left(M + \frac{1}{3} m \right) \ddot{x} = \left(M + \frac{1}{2} m \right) g - k x \quad (3)$$

더욱이 식 (3)에 따르면 연직 방향으로 당겨진 용수철 흔들이가 평형점이 $\left(M + \frac{1}{2} m \right) g / k$ (3') 인 단조화 운동을 하는 것을 알 수 있다.

이제 그림 1(b)와 같은 일반적인 용수철 흔들이를 생각하자. 위와 같이 용수철이 균일하다고 추의 가속도에 대하여 식(3)이 동일하게 성립할 것이다. 또 토크에 관한 식 $\ddot{\tau} = \ddot{L}$ 를 사용하면 θ 에 관한 운동방정식을 구할 수 있다. 더욱이 물체나 용수철에 작용하는 외력(중력, 장력)으로 인한 z 방향 토크가 존재하지 않으므로 물체, 용수철의 z 방향 각운동량은 변하지 않는다. 따라서 계의 운동에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(M + \frac{1}{3}m\right)(\ddot{r} - (r+R)\omega^2) &= \left(M + \frac{1}{2}m\right)g \cos \theta - k(r-r_0) \\ \text{where } \omega^2 &= \dot{\theta}^2 + (\sin \theta \dot{\phi})^2 \\ \ddot{\theta} &= -\frac{g}{r+R} \sin \theta \\ ((r+R) \sin \theta)^2 \dot{\phi} &= \text{const} \end{aligned} \quad (4)$$

이제 용수철 진동과 진자운동의 진폭이 크지 않고 초기 $\dot{\phi}$ 가 0인 상황을 가정하여 보자.(이는 뒤에서 정의할 실험 1의 상황으로 생각할 수 있다. 용수철을 연직 방향으로 당겼다가 놓아도 약간의 수평방향 운동이 존재하기 때문이다.) 먼저 세 번째 식에 의하여 $\dot{\phi}$ 가 모든 시간에 대하여 항등적으로 0이다. 따라서 진자가 진동하는 평면은 변하지 않는다. 더욱이 진자운동이 작아 $|\dot{r}| \gg (r+R)\omega^2$ ($\omega = \dot{\theta}$), $\cos \theta \simeq 1$ 이므로 식(4)의 첫번째 식을 다음으로 근사할 수 있다.

$$\left(M + \frac{1}{3}m\right)\ddot{r} = \left(M + \frac{1}{2}m\right)g - k(r-r_0) \quad (5)$$

따라서 r 은 $r_0 + \left(M + \frac{1}{2}m\right)g/k$ 를 중심으로 하고 작은 폭으로 진동하게 된다. 또 작은 각에서 $\sin \theta \simeq \theta$ 이므로 식(4)의 세 번째 식을 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{r_0 + (M + 1/2 m)g/k + R} \theta \quad (6)$$

즉 r, θ 는 각각 다음의 각진동수로 진동운동을 하게 된다. (s: spring, p: pendulum)

$$\begin{aligned} \omega_s &= \sqrt{\frac{k}{(M + 1/3 m)}} \quad (7-1) \\ \omega_p &= \sqrt{\frac{g}{r_0 + (M + 1/2 m)g/k + R}} \quad (7-2) \end{aligned}$$

이 때 실이 매달린 곳을 기준으로 하는 연직방향 변위를 x , 수평방향 변위를 y 라고 하면 다음의 근사를 통하여 각 방향에 대해 진동하는 주기가 용수철 진동과 진자운동의 주기임을 알 수 있다. r_{eq} 는 추가 달린 용수철의 평형 길이이다.

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \simeq r \quad (8-1) \\ y &= r \sin \theta = (r_{eq} + r') \sin \theta \simeq r_{eq} \theta \quad (8-2) \end{aligned}$$

만약 초기 $\dot{\phi}$ 가 0이 아니라면 $\dot{\phi}$ 가 $((r+R) \sin \theta)^{-2}$ 에 비례하므로 진자운동과 용수철운동으로 인한 진동운동의 진폭이 작아도 $\sin \theta \dot{\phi}$ 에 의하여 ω 를 무시할 수 없다. 따라서 r, θ 사이 coupling이 일어나고 운동은 일반적으로 매우 복잡한 양상을 보이게 된다.

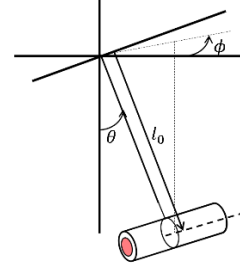


그림 2. 실에 추를 묶고 스탠드에 매달은 진자의 모식도이다.

실에 매달린 추가 진자운동을 하고 초기 $\dot{\phi}$ 가 0이 아닌 경우를 생각하여 보자. 용수철 진자 운동과 마찬가지로 z 방향 각운동량이 변하지 않으므로 진자운동의 진동면이 변하지 않는다. 이 때 중심으로부터 실과 추 전체의 질량중심까지의 거리를 l_0 라고 하면 중심을 기준으로 한 관성모멘트는 추의 무게를 M 이라고 하면 대략 $M l_0^2$ 이므로 근사적으로 다음과 같은 운동방정식이 성립한다.

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l_0} \sin \theta \simeq \frac{g}{l_0} \theta \quad (9)$$

즉 각진동수가 $\sqrt{g/l_0}$ 인 진동운동을 하게 된다. 만약 θ 가 충분히 작지 않으면 θ 는 단조화 운동이 아닌 진동운동을 하게 되고 이 때 주기는 초기 θ 에 따라 증가한다[2].

II. 실험 방법

본 실험에서는 용수철이나 실에 물체를 매달아 진동운동을 관찰한다. 준비물로는 실과 용수철, 이를 지지할 스탠드, 추를 적재하여 용수철에 연결하기 위한 추받침 그리고 추를 사용한다. 진동운동의 궤적을 기록하기 위하여 ICA로 운동을 촬영하고 tracker를 사용하여 분석한다.

실험 전에는 먼저 추와 추받침의 무게와 규격을 측정한다. 측정한 값을 [부록 1]에 기재하였다. 또 각 실험마다 실험 장치가 지면에 수직이 되도록 스탠드를 조절해야 한다.

실험 시 총 세가지 상황에 대한 진동운동을 관찰한다. 첫 번째로 용수철에 추받침을 매달고 상하 운동만을 하도록 연직방향으로 당긴 뒤 놓아준다. 추받침에 아무것도 넣지 않는 경우(1.1), 50g 추를 넣는 경우(1.2) 그리고 100g 추를 넣는 경우(1.3) 총 세가지의 실험을 각각 세 번씩 반복한다. 두 번째로는 실에 무거운 추를 매달고 기울어진 상태에서 가만히 놓아 진자운동을 관찰한다. 초기 속력을 주어 진자가 운동하는 면이 시간에 따라 변하지 않도록 한다. 총 4가지의 실 길이와 추의 질량 조합들 (66cm, 200g)(2.1), (66cm, 400g)(2.2), (50cm, 200g)(2.3), (50cm, 400g)(2.4)에 대하여 세 번씩 실험을 반복한다. 위 두 실험에서는 진동면이 시간에

따라 크게 변하지 않으므로 스탠드 앞에서 운동을 촬영하였다. 마지막으로 첫 번째 실험과 같이 용수철에 추받침을 매달고 초기에 용수철이 기울어진 상태에서 밀어주었다. 추 받침에 각각 50g(3.2), 100g 추(3.3)를 넣는 두 가지 경우에 대하여 실험을 세 번씩 반복하였다. 이 실험에서는 스탠드 위에서 추의 운동을 촬영하였다.

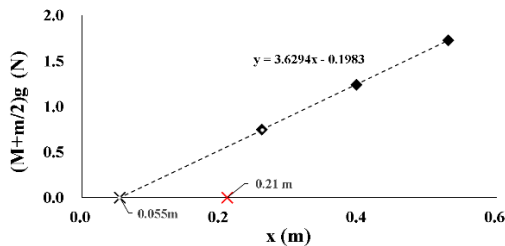
ICA로 촬영한 동영상상을 분석할 때에는 영상을 먼저 tracker로 불러온다. 불러온 후 교정 막대자를 선택하여 확실히 알고 있는 길이를 선택한 후 값을 입력하고 좌표축을 분석하기 쉽도록 설정한다. 설정이 끝나면 찾기 - 질점 트랙 옵션을 이용하여 데이터를 얻는다.

첫 번째 실험에서는 추를 매달았을 때 용수철이 늘어난 평균 길이를 이용하여 식(3')으로 용수철의 탄성계수를 구하였다. 주어진 엑셀 데이터의 경우 기준점을 찾기가 어려워 실험 간 평균 길이의 차이를 고려할 수 없었다. 따라서 따로 주어진 pdf 문서에 기록된 값을 이용하였다. 탄성계수를 구한 뒤에는 용수철 진동과 진자 운동의 주기를 계산하여 실험으로 얻은 평균 주기와 비교하였다. (위 실험에서는 배경이론에서 살펴본 바와 같이 이론적으로 진자운동과 용수철 진동을 단조화 운동으로 근사할 수 있다.) 진자운동의 주기를 계산할 때 고정점으로부터 질량중심까지의 거리로는 용수철이 늘어난 평균 길이에 추 받침의 중심까지의 거리 12cm를 더한 값을 사용하였다. 데이터에서 주기는 극댓값 사이의 시간 간격을 평균하여 구하였다. 위 실험에서는

두 번째 실험에서는 실의 길이와 추의 반지름을 더하여 질량 중심까지의 거리 l_0 를 구하고 주기 $2\pi\sqrt{l_0/g}$ 를 계산하였다. 이를 각 데이터에서 x축(연직 방향), y축(수평 방향) 방향의 주기를 구하여 평균한 값과 비교하였다.

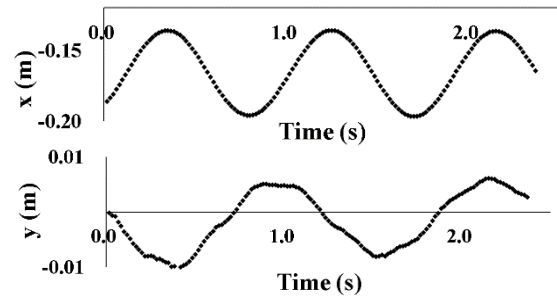
마지막 실험에서는 위에서 촬영한 데이터를 x, y축에 대해 나타내어 리사주 곡선을 그렸다. 이에 더해 운동의 경향성을 더 명확히 알기 위하여 중심으로부터의 거리 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 를 시간에 따라 그려보았다.

III. 결과



그래프 1. 실험 1에서 $(M + m/2)g$ 를 용수철의 길이 x 에 대하여 나타낸 것이다. M 은 추와 추받침의 질량, m 은 용수철의 질량이다.

연직으로 매달린 질량 m 인 용수철이 질량 M 의 추를 달고 있을 때 늘어나는 길이를 x' 라고 하면 식 (3')에 의해 근사적으로 $(M + \frac{1}{2}m)g = kx'$ 가 성립한다. 따라서 그래프 1의 기울기를 선형 회귀법으로 추정하면 용수철의 탄성계수 k 를 구할 수 있다. 이 방법을 통하여 얻은 탄성계수 값은 $k = 3.6294 \text{ N/m}$ ($r_{sq} = 0.9999$)이다. 그러나 회귀식으로 용수철의 원래 길이를 추정한 결과는 대략 0.055m로 실제 길이인 0.21m와 다르다.



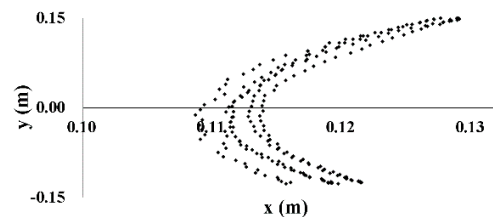
그래프 2. 실험 1.1의 첫 번째 데이터에 대하여 (위): t-x 그래프와 (아래): t-y 그래프를 나타낸 것이다.

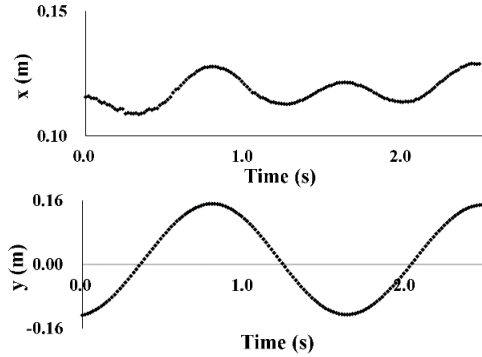
대부분의 실험 1의 데이터는 그래프 2와 같이 x 방향(연직 방향)으로는 단조화 운동처럼 보이지만 y 방향으로는 개형이 sine 함수와는 조금 다르다.

Period (s)	1.1	1.2	1.3
$T_{spr,exp}$	0.904 ± 0.004	1.168 ± 0.014	1.390 ± 0.016
$T_{spr,theory}$	0.901	1.164	1.378
$T_{pend,exp}$	1.251 ± 0.014	1.379 ± 0.016	1.646 ± 0.088
$T_{pend,theory}$	1.237	1.443	1.618

표 1. 계산한 용수철 진동과 진자 운동에 대하여 식(8)를 사용한 주기와 데이터로 구한 주기를 정리한 것이다.

표 1은 실험 1에서 식 (7)를 사용하여 구한 주기와 실험으로 얻은 주기를 비교한 것이다. 배경이론에서 살펴본 바와 같이 x축, y축 데이터의 주기를 각각 용수철 진동과 진자 운동의 주기로 생각할 수 있다. 용수철 진동과 진자 운동의 경우 각각 이론적으로 계산한 값이 실험과 1%, 5% 이내의 차이를 보인다. 진자 운동의 경우 1.2를 제외하면 실험과 계산이 2% 정도의 차이를 보인다.





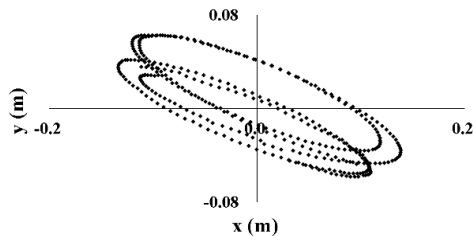
그래프 3. 실험 2.1의 첫 번째 데이터에 대하여 (위): x-y, (중간): t-x, (아래): t-y 그래프를 나타낸 것이다.

실험 2의 경우 대부분의 데이터가 그래프 (4-위)와 같이 x의 최저점의 위치가 치우쳐져 있고 양쪽 극대점의 위치가 달라 대칭적이지 않다. 이는 잘 알려진 진자 운동의 양상과 다르다. 더욱이 그래프 (4-중간, 아래)와 같이 y 방향(수평 방향)으로는 개형이 sine 함수와 비슷하여 단조화 운동처럼 보이지만 x 방향(수평 방향)으로는 개형이 sine 함수와 조금 다르다.

Period (s)	2.1	2.2	2.3	2.4
T_x	1.624 ± 0.034	1.682 ± 0.058	1.456 ± 0.013	1.426 ± 0.013
T_y	1.652 ± 0.036	1.682 ± 0.014	1.451 ± 0.000	1.438 ± 0.010
T_{theory}	1.655	1.655	1.447	1.447

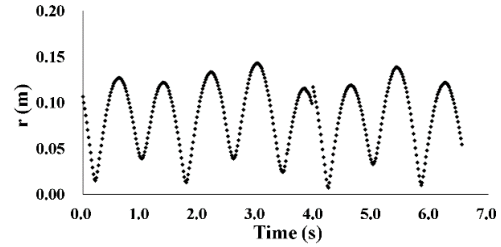
표 2. 실험으로 구한 각 방향의 주기와 이론적으로 계산한 진자운동의 주기를 정리한 것이다. 실험값의 경우 실험에서 얻은 주기의 평균 \pm 표준편차로 나타내었다.

표 2는 각 방향에 대하여 극대값 사이의 거리를 평균하여 얻은 주기들과 $2\pi\sqrt{l_0/g}$ 로 계산한 주기를 같이 나타낸 것이다. 실험 2에서도 실험 1과 마찬가지로 주기를 구할 때 극대값 사이의 간격을 구하여 평균하였다. 대부분의 경우 실험으로 얻은 각 방향 주기와 계산한 값이 2% 이내의 차이를 보인다.



그래프 3. 실험 3.3의 세 번째 데이터를 x-y 평면에 나타낸 것이다.

그래프 3은 실험 3.3의 세 번째 데이터에 대한 리사주 도형이라고 생각할 수 있다. 도형이 타원이나 직선과 같은 간단한 형태가 아님을 알 수 있다. 실험 3의 나머지 데이터를 x-y 평면에 나타낸 것을 [부록 2]에 첨부하였다.



그래프 4. 실험 3.3의 세 번째에 데이터에 대하여 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 를 시간에 따라 나타낸 것이다.

그래프 4는 그래프 3과 같은 데이터에 대해 시간에 따라 중심으로부터 떨어진 거리 r 을 나타낸 것이다. r 이 시간에 따라 진동하지만 진폭이 일정하지 않았다. 대부분의 실험 3 데이터에서도 정도의 차이는 있지만 이러한 성질을 관찰할 수 있다.

IV. 논의

첫 번째 실험에서는 용수철에 추받침을 매달고 추받침에 무게추를 넣은 상태에서 연직 방향으로 추받침을 당겼다가 놓아 운동을 관찰하였다. 이 경우 초기 ϕ 가 0이고 용수철 진동과 진자 운동의 폭이 크지 않으므로, 배경 이론에 따라 용수철 진동과 진자 운동이 각각 각진동수가 식(7)로 주어지는 단조화 운동을 하게 된다. (r, θ 의 coupling을 무시할 수 있다.)

실험 1을 분석할 때 먼저 식(3')에 따라 진동 운동의 중심이 $(M + \frac{1}{2}m)g/k$ 로 주어지므로 이를 이용하여 탄성계수를 추정하였다. 그러나 회귀식으로 추정한 용수철의 원래 길이가 실제 길이와 달랐다. 이는 사용한 용수철의 성질로 설명할 수 있다. 본 실험에서 사용한 용수철의 경우 원래의 길이에서 늘어날 수 있지만 줄어들지는 않는 성질을 가지고 있다. 또 이 용수철을 아주 살짝 당겼다가 놓으면 상당히 빠른 속도로 원 상태로 돌아가는데, 이는 복원력이 작은 범위에서도 상당히 크고 원래의 길이에서도 0이 아님을 시사한다. 따라서 만약 다른 성질은 유지한 채로 용수철을 이루는 심의 두께를 줄인다면 용수철은 21cm보다 더 줄어들 것이고, 만약 두께가 0에 수렴한다면 용수철은 5.5cm일 때 평형점을 가지게 될 것이다.

위 실험에서는 추정한 탄성계수와 측정한 평형 길이로 용수철 진동과 진자 운동의 주기를 계산한 값과 측정한 주기의 평균값이 대부분 2% 이내에서 일치하였다. 오차에는 운동을 근사하여 발생한 오류와 tracker로 질점 트랙을 추적하여 생긴 오차가 복합적으로 관여했다고 생각된다. 실제로 용수철 진동보다 큰 오차가 발생한 진자 운동의 경우 궤적이 sine 형태와 상당히 달랐다. 따라서 극대값 사이의 시간 간격을 구한 것이 실제 주기와 다를 가능성이 충분하다고 볼 수 있다.

더욱이 배경이론에서 살펴본 바와 같이 t-x, t-y 그래프의 개형이 근사적으로 sine 형태여야 한다. 그러나 실제 데이터에서 t-y 그래프의 개형은 sine 형태와

조금 다른데, 이는 **tracker** 로 질점 트랙을 분석할 때 생긴 오차로 생각된다. $t-x$ 보다 $t-y$ 그래프에서 오차가 두드러지는 이유는 진폭이 더 작아 오차가 두드러지기 때문이다.

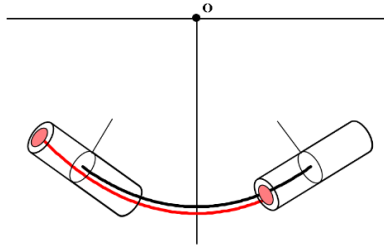


그림 3. 실에 추를 매달고 진자 운동을 할 때 스티커의 운동과 질량중심의 운동을 나타낸 것이다.

실험 2의 경우 데이터를 $x-y$ 그래프로 나타낸 결과 그래프 (4-위)와 같이 모양이 대칭적이지 않았다. (축의 설정과 θ 가 0을 기준으로 진동하는 진자 운동의 특성을 생각하면 당연하지 않은 결과일 것이다). 이는 **tracker** 로 진자 운동의 궤적을 얻을 때 추의 질량 중심이 아닌 추의 윗면에 붙어 있는 스티커를 추적하기 때문이다. 그림 3은 진자 운동시 추에 붙어있는 스티커가 그리는 궤적을 무게추가 실에 묶인 형태를 고려하여 나타낸 것이다. (추의 크기는 실의 길이에 비하여 과장되어 있다.) 궤적의 개형이 그래프 (4-위)와 비슷한 것을 알 수 있다. 이 현상에 의하여 $t-x$ 그래프는 진폭이 일정하지 않은 진동운동을 하게 된다.

위 실험에서 각 축의 데이터에 대해 주기를 측정하고 이론적으로 진자 운동의 주기를 계산한 값은 대략 2% 내에서 일치하였다. 이 오차의 지배적 원인을 진자 운동의 방정식에서 $\sin \theta$ 를 θ 로 근사했기 때문이라고 말할 수는 없을 것이다. 만약 위 원인이 지배적이라면 실험의 주기는 이론적으로 계산한 값보다 더 커야 하는데 실험에 따라 이론값과 실험값의 대소관계가 다르기 때문이다. 위 실험의 경우 추가 실을 기준으로 회전해서 스티커의 궤적이 질량 중심의 운동과 완전히 같다고는 말하기 어려우므로, 실험 1과 마찬가지로 오차를 **tracker**로 궤적을 얻으면서 생긴 한계로서 설명해야 할 것이다.

실험 3의 데이터로 리사주 도형을 그린 결과 개형이 매우 다양하였다. 이는 용수철 진동과 진자 운동이 복합적으로 일어나며 진동면이 회전하기 때문이다. 이 문단에서 리사주 도형에서의 위상을 ϕ , 원점에서의 거리를 r 이라고 하자. 실제로(실험 3의 경우 일반적으로 그렇다고 볼 수 없지만) 용수철 진동과 진자 운동이 독립적으로 단조화 운동을 한다고 가정하여도 ω_s 와 ω_p 가 특별한 관계(ω_s/ω_p 가 유리수)를 가지지 않는 이상 r 이 주기를 가지지 못한다. 따라서 일반적으로 대부분의 경우 r 이 감소와 증가를 반복하지만 진동한다고 말할 수 없다. 그 예로 그래프 6를 보면 극댓값과 극솟값이 일정하지 않다. 더욱이 식(4)로부터 관계식 $r^2 \dot{\phi} = C$ 가 성립하므로 $\dot{\phi}$ 가 시간에 따라 매우

복잡하게 변한다. 결과적으로 리사주 도형은 초기조건에 따라서 매우 다양한 모양을 가질 수 있다.

V. 결론

본 실험에서는 용수철이나 실에 질량을 매달고 늘어뜨린 상황에서 다양한 진동운동을 관찰하였다. 배경 이론에서는 먼저 진동과 리사주 도형에 대하여 논하였다. 이후 용수철이 균일하게 줄어들고 늘어나는 가정 하에서 용수철에 질량이 매달린 채로 진동운동을 하는 상황에서의 운동방정식을 유도하였다. 이를 통하여 용수철의 평형 길이와 용수철 진동과 진자 운동의 주기를 계산하였다.

실험 1에서는 용수철에 추를 매달고 연직으로 잡아당긴 뒤 놓아주었다. 용수철이 진동할 때의 중심 위치를 이용하여 탄성계수를 구하고, 이를 이용하여 용수철 진동과 진자 운동의 주기를 계산하고 실험값과 비교하였다. 결과적으로 평균 2% 정도의 오차가 존재하였는데, 이 오차는 **tracker**로 질점을 추적할 때 발생하였다고 생각할 수 있다.

실험 2에서는 실에 질량을 매달고 기울어진 상태에서 놓아주었다. 이론적으로 구한 주기와 각 축에 대하여 측정한 주기가 2% 이내의 차이를 보였다. 이 실험에서도 마찬가지로 오차가 **tracker**로 영상으로부터 데이터를 얻을 때 발생하였다고 생각된다.

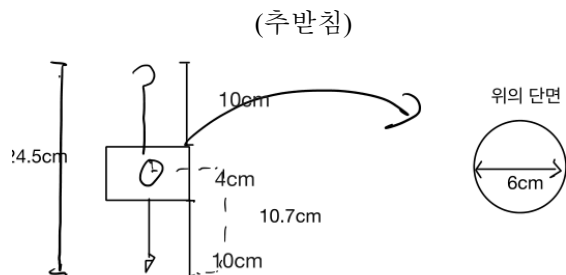
실험 3에서는 실험 1의 상황에서 초기 속도와 기울기를 주고 운동을 관찰하였다. 시험 결과 다양한 형태의 리사주 곡선이 관찰할 수 있었다. 이는 용수철 진동과 진자 운동이 복합적으로 일어나기 때문임을 살펴보았다.

참고문헌

- [1] Walker, J., Halliday, D., & Resnick, R. (2011). Fundamentals of physics. Hoboken, NJ: Wiley.
- [2] Marion, J. B., & Thornton, S. T. (1995). Classical dynamics of particles and systems. Fort Worth: Saunders College Pub.
- [3] 서울대학교 물리실험 1, 실험 1-7 용수철 흔들이의 운동

부록

1. 추와 추받침의 질량과 규격



추받침의 질량: 71.1g

(200g, 400g 무게추)

지름 4cm

200g 추의 질량: 199.5g

400g 추의 질량: 398.1g

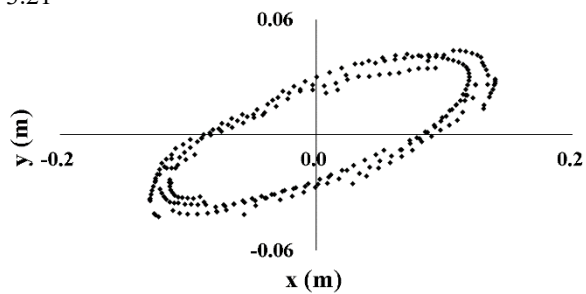
(50g, 100g 무게추)

50g 추의 질량: 49.3g

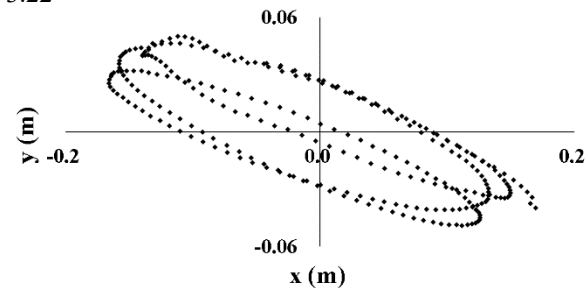
100g 추의 질량: 99g

2. 실험 3.2, 3.3의 데이터로 그린 리사주 도형

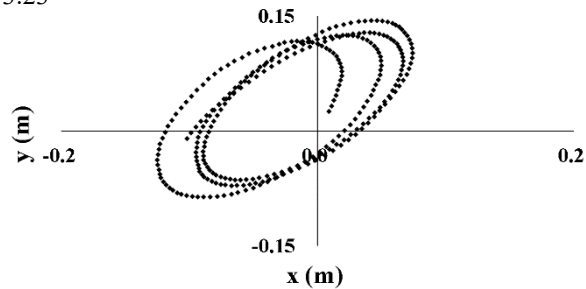
3.21



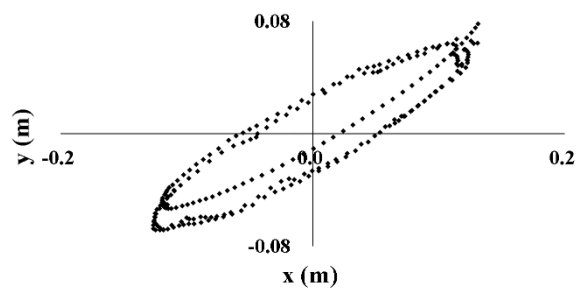
3.22



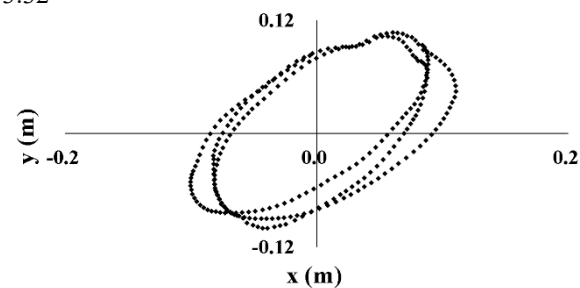
3.23



3.31



3.32



3.33

