

# Finite Amplitude Wave Activity 를 이용한 성층권 돌연승온의 역학 재확인

정민찬<sup>1</sup>, 조형오<sup>2</sup>, 손석우<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 서울대학교 물리천문학부, <sup>2</sup> 서울대학교 지구환경과학부

## 1. 서론

성층권 돌연승온(SSW)은 극 성층권에서 동서방향 바람이 약화되며 온도가 급격하게 상승하는 대기 현상으로, 대류권에서 발생한 행성파가 성층권의 상태를 바꾼다는 것이 밝혀진 바 있다 (Matsuno 1971; Holton and Mass 1976). 특히 SSW 사례에서 mean flow를 역전시키는 가장 지배적인 메커니즘이 linear wave activity의 시간에 따른 변화로 분석된 바 있다. 그럼에도 불구하고 linear wave activity의 개념만으로는 SSW의 역학을 설명하는 데에 있어 한계점이 있다. 첫 번째 이유는 아래의 식 (1)에서 찾을 수 있다.

$$\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \mathbf{F} = - \frac{\partial(A \cos \phi_e)}{\partial t} + D + O(\alpha^3) \quad (1)$$

위 식에서 작은 진폭에서 적용되는 wave activity 와 E-P flux 사이의 관계식은 SSW와 같이 극한 기상현상으로 큰 진폭을 가지는 현상에는 오차항이 커져 적용하기 어렵다는 점을 들 수 있다. 실제로 wave activity의 변화가 zonal mean flow를 변화시킨다는 위 연구결과는 작은 진폭 분석의 non-acceleration result에 위배된다(Vallis 2017, p.395). 두번째로 SSW 중 극 소용돌이가 붕괴되며 wave mixing이 생기는데, 작은 진폭 근사에서는 이 현상이 wave activity의 시간에 따른 변화와 소용돌이에 미치는 영향을 제대로 설명하지 못하는 문제점이 있다. 마지막으로, 작은 진폭 근사에서는 eddy를 zonal mean state를 기준으로 정의하는데, 진폭이 큰 현상의 경우 zonal mean 자체를 크게 변화시킬 수 있다.

따라서 SSW에서의 역학을 Finite Amplitude Wave Activity ( $A^*$ , FAWA) 이론으로 살펴보고자 한다. FAWA 이론은 linear wave activity를 비선형 잠재와도 방정식에 대하여 확장한 것으로, barotropic quasigeostrophic 역학에서 선형적 가정을 하지 않고도 이론적으로 보다 정확한 Eliassen-Palm 관계식을 얻을 수 있어 SSW와 같은 큰 진폭의 현상을 다룰 때 효과적이라고 여겨진다. FAWA 이론에서 Eliassen-Palm flux의 발산은 wave activity의 시간 미분(tendency), wave mixing으로 인한 비가역적 소산과 source의 합으로 표현된다. FAWA theory가 작은 진폭 근사와 다른 점 중 한가지는 한 위도에서의 잠재와도(PV,  $q$ )에 대한 기준으로 Eulerian quantity인 zonal mean  $\bar{q}$ 을 사용하지 않고 Lagrangian quantity를 사용한다는 것이다. 이는 큰 진폭의 파동에 의하여 zonal mean state 자체가 바뀌는 것을 고려하기 위함이다. 우리는 한 위도에 대한 PV의 Lagrangian mean  $Q$ 를 다음의 식(2)을 만족하는 값으로 정의한다.

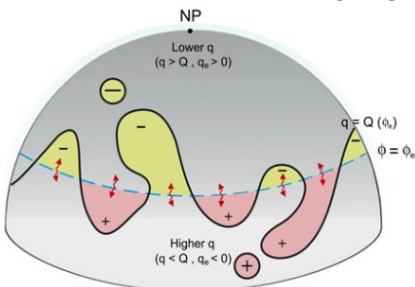


그림 1. FAWA 정의의 모식도  
(from Lubis 2018b et al., FIG.1)

$$\iint_{q \geq Q(\phi_e, z, t)} dS = \iint_{\phi \geq \phi_e} dS = 2\pi a^2 (1 - \sin \phi_e) \quad (2)$$

왼쪽의 그림에서 극으로부터 특정된 PV값  $Q$ 에  $q = Q$  contour로 둘러싸인 면적이 zonal line으로 둘러싸인 면적과 같아지는 위도를 equivalent latitude  $\phi_e(Q)$ 라고 한다.  $Q(\phi)$ 는

$\phi_e(Q)$ 의 역함수로 정의한다. 만약  $q$  field가 zonal 대칭성을 가지고 단조 증가하는 이상적인 경우라면  $\bar{q}$ 와  $Q$ 는 같다. FAWA 값  $A^*$ 는 위에서 정의한  $Q(\phi)$ 를 이용하여 다음 식(3)과 같이 정의한다.

$$A^*(\phi_e, z, t) = \frac{1}{2\pi a \cos(\phi_e)} \left[ \iint_{q \geq Q(\phi_e, z, t)} q dS - \iint_{\phi \geq \phi_e} q dS \right] \quad (3)$$

실제로 이 정의에 따른  $A^*$ 는 작은 진폭에서 linear wave activity  $A = \overline{a q'^2} / (2 \partial \bar{q} / \partial \phi)$ 로 근사할 수 있음이 알려져 있다. 또한 정의에 의하여  $A^*$ 는 언제나 양수임을 쉽게 알 수 있다. 더욱이 관계식  $\partial A^* / \partial \phi = \bar{q} - Q$ 는 Lagrangian mean과 Eulerian mean의 차이가 커질수록  $A^*$ 의 위도에 대한 변동성이 증가함을 의미한다. 앞에서 언급했듯 위에서 정의한 wave activity  $A^*$ 를 이용하여 quasi-geostrophic 환경에서의 (일반화된) E-P relation을 얻을 수 있다. 실제로 barotropic  $\beta$  plane에서의 PV에 대한 비선형 식  $\partial q / \partial t + Jac(\psi, q) = \kappa \Delta (q - f_0 - \beta y) + \vartheta$ 과  $A^*$ 의 정의를 이용하면 다음 식(4)을 얻게 된다(Nakamura and Zhu 2010).

$$\overline{v' q} \cos \phi_e = \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \mathbf{F} = -\frac{\partial (A^* \cos \phi_e)}{\partial t} - \frac{K_{\text{eff}} \cos \phi_e}{a} \frac{\partial Q}{\partial \phi_e} + \Delta \Sigma \cos \phi_e \quad (4)$$

where

$$\begin{aligned} \Delta \Sigma &= \frac{1}{2\pi a \cos(\phi_e)} \left[ \iint_{q \geq Q(\phi_e, z, t)} \vartheta dS - \iint_{\phi \geq \phi_e} \vartheta dS \right] \\ K_{\text{eff}} &= \left( \frac{\partial Q}{\partial y} \right)^{-2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[ \iint_{q \geq Q(\phi_e, z, t)} \kappa |\nabla q|^2 dS \right], \quad \alpha = \iint_{q \geq Q(\phi_e, z, t)} dS = \iint_{\phi \geq \phi_e} dS \\ \mathbf{F} &= \left( \frac{F^{(\phi)}}{F^{(z)}} \right) = \rho_0 \cos \phi \left( \frac{-\overline{v' q}}{f \overline{v' \theta}} / (\partial \tilde{\theta} / \partial z) \right) = \rho_0 (A \cos \phi) \mathbf{c}_g, \quad q = f + \zeta + f \rho_0^{-1} \partial [\rho_0 (\theta - \tilde{\theta}) / (\partial \tilde{\theta} / \partial z)^{-1}] / \partial z \end{aligned}$$

식(4) 우변의 첫번째 항은 작은 진폭 근사에서와 마찬가지로 wave activity의 시간에 대한 변화(tendency)를 나타낸다. 두번째 항은 wave mixing의 정도를 나타낸다.  $K_{\text{eff}}/\kappa$ 를 equivalent length로 정의하는데, 특히 SSW 중 파동의 깨짐에 의하여 발생하는 mixing을 equivalent length가 길어지는 것으로 나타낼 수 있다. 마지막 항은 forcing에 의한 영향을 나타낸다.

Lubis et al. 2018에서 보고한 SSW 중 각 항의 경향성을 살펴보면 현상이 시작되기 전에는 대류권의 파동이 성층권으로 전파된다. 따라서 대류권에서는 E-P flux의 발산과  $A^*$ 의 증가가 관찰된다. 반대로 성층권에서는 E-P flux의 발산과  $A^*$ 의 감소를 관찰할 수 있다. 승온 이후에는 E-P flux 발산의 크기가 크게 감소하는데, 이는  $A^*$ 의 경향성이 역전되며 강한 mixing항의 영향과 상쇄를 일으키기 때문이다. 앞에서 언급했듯이 SSW 전후 mixing의 영향도 크게 관찰되며, 고위도 10hPa에서의 equivalent length 또한 유의미하게 증가하는 경향을 보인다. source에 의한 영향은 나머지 항들에 비하여 크지 않다.

본 보고서에서는 FAWA를 직접 계산해 보고 논문에서 있는 그림들을 재현해 봄으로써 논문에서 확인할 수 있는 성질을 정말로 얻어낼 수 있는지 확인하고 만약 정성적인 차이가 있다면 원인이 무엇인지 확인해 보는 것을 목적으로 하였다. 먼저  $Q(\phi)$ ,  $A^*$ 와 E-P flux를 계산하였다. 그리고 E-P flux 발산항과 wave activity tendency항을 계산하여 그림으로 나타냈다. 마지막으로 SSW는 극소용돌이의 회복 속도에 따라서 이분할 수 있는데(Kodera et al. 2016; Lubis et al. 2018b), 앞서 계산한  $A^*$ 를 각 분류에 대해 나타내어 어떠한 차이가 있는지 알아보았다.

## 2. 자료 및 방법론

본 보고서에서는 최신 재분석자료인 ERA-interim 의 온도, 상대와도, 동서방향, 남북방향 바람을 6 시간 간격으로 사용하였다. 위도, 경도 방향으로 각각  $240 \times 121$  의 수평해상도( $1.5^\circ$  간격), 연직 방향으로 37 개의 층을 이용하였다. 총 25 개 사례 SSW 에서 발생일 전 40 일~ 발생일 후 40 일의 데이터를 분석하였다. 사용한 SSW 의 발생일은 부록에 기재하였다.

이 보고서에서는 FAWA( $A^*$ )와 Eliassen-Palm flux 의 발산을 계산하였으며, 계산하는 식은 Huang et al., 2017 의 supplementary information 의 방법론을 이용하였다.  $Q(\phi)$ 를 계산할 때는  $\phi_e(Q)$ 를 구한 다음 선형 보간법을 이용하여 역함수를 구하였다.

## 3. 결과

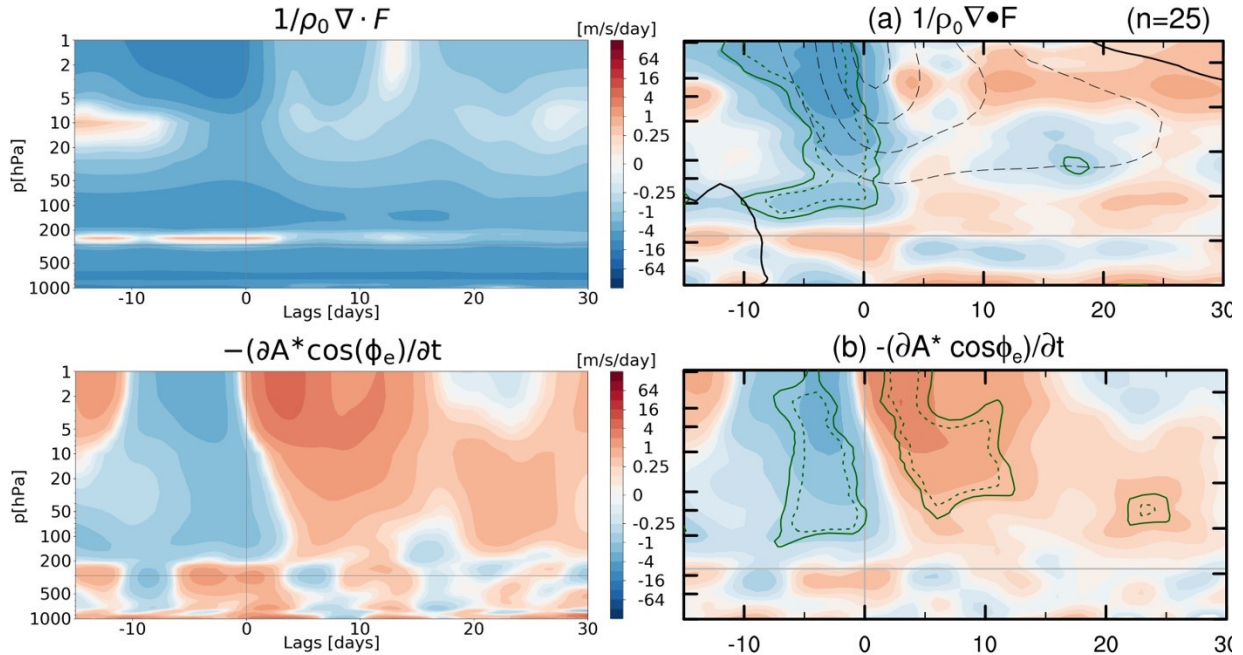


그림 2. 우측: Lubis 2018 et al., FIG.2 :Time-height composites of wave activity budget terms during SSWs averaged between 50N and 70N in 38-yr MERRA-2. 좌측: 우측의 그림을 직접 계산한 budget 들로 다시 그림

과거에 발생하였던 SSW 25 개에 대하여 E-P flux 의 발산과 wave activity tendency 를 평균한 profile 을 나타내었다. E-P flux 의 경우 Lubis 2018 et al., (이하 논문)의 그림과 직접 그린 그림 사이 큰 차이가 있었다. 검산을 위하여 eddy PV flux ( $\overline{v'q'} \cos \phi_e$ )로도 그렸지만 (부록, 그림 5) 비슷한 그림을 얻었다. 결과적으로 위 두 그림에서 현상이 나타나기 전 성층권에서 강한 수렴이 나타나는 부분과 SSW 가 발생한 후 절댓값이 작아지는 성질은 모두 관찰 가능했지만 대류권에서의 성질이 크게 달랐다. 반면 wave activity tendency 의 경우 논문의 그림과 직접 그린 그림이 상당히 비슷했다. 특히 SSW 가 일어날 때를 기준으로 성층권에서 tendency 의 부호가 변하는 경향성이 양쪽 그림에서 뚜렷하게 나타났다.

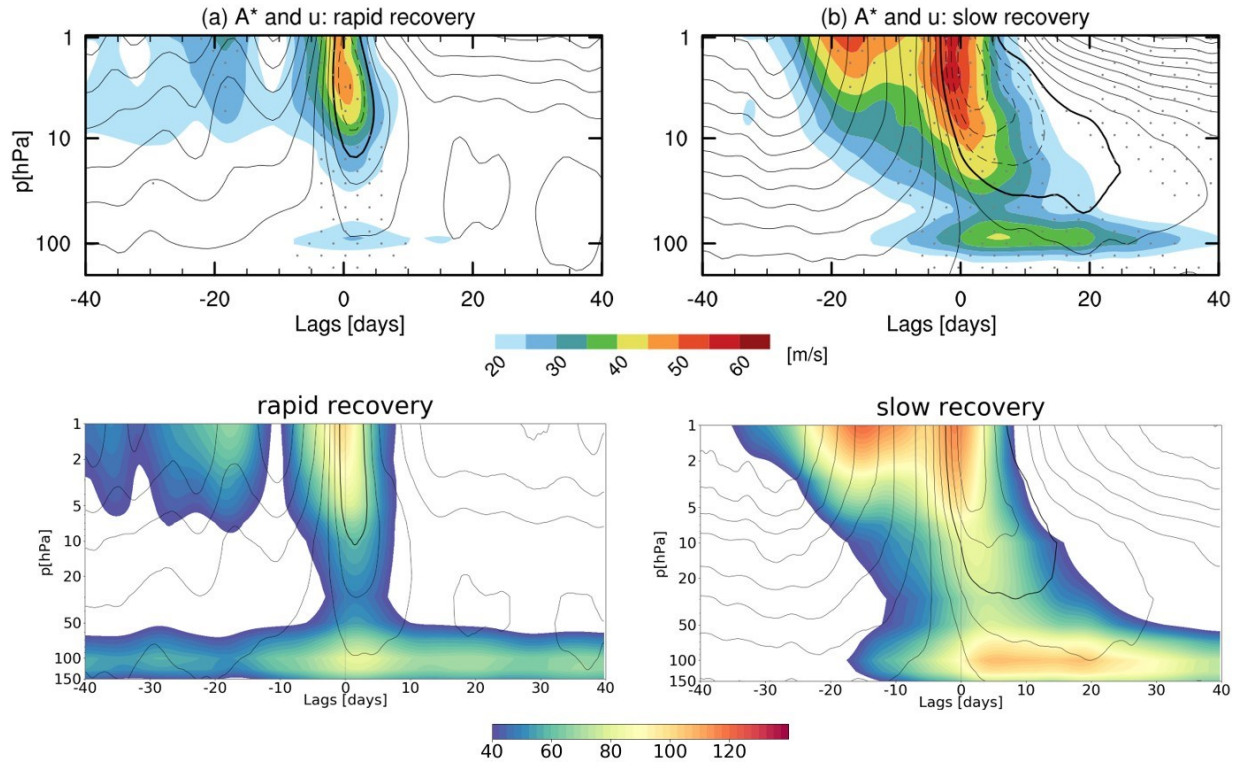


그림 3. 상단: Lubis 2018 et al., FIG.8 : Composites of wave activity (color shading) and zonal wind (black contour lines) averaged over 50N-70N for (좌측)rapid and (우측)slow recovery of the polar vortex during SSWs. The contour interval of the zonal-mean wind is 5m/s, and the thick line represents zero. 하단: 상단의 그림을 직접 계산한  $A^*$  로 다시 그림

Kodera et al. 2016 과 Lubis et al. 2018b 에서는 SSW 이후 극 소용돌이가 복원되는 속도에 따라 reflective (빠름)와 absorptive (느림)형으로 구분하고 있다.  $A^*$  가 파동의 운동성을 나타낸다는 점을 고려하면, 위 그림에서 복원이 느린 경우에 강한  $A^*$  가 오래 유지되는 경향성은 타당하다. 하지만 전체적으로 비슷한 경향성에 비하여 논문을 참고하여 다시 그린 그림의 경우  $A^*$  의 값이 대략 두 배 정도 크다. 또한 rapid recovery 에서 성층권 하층부근의 신호가 잘 맞지 않는다.

#### 4. 요약 및 논의

SSW 의 역학적 분석을 위하여 FAWA 이론에 따라 25 개 SSW 사례를 분석해봄으로서 Lubis et al., 2018 의 연구를 재현해보았다. 특히  $A^*$  와 비선형 PV 방정식으로부터 얻어지는 E-P relation 의 가장 지배적인 항인  $A^*$  tendency 와 E-P flux 발산항에 대하여 살펴보았다.  $A^*$  의 경우 성층권에서 SSW 가 시작하기 전에는 계속 증가하다가 central date 에서 급격하게 감소세로 바뀌는 경향성이 뚜렷하게 나타났다. 이는 wave breaking 이후 소용돌이가 복원되며 파동이 안정되는 것으로 설명할 수 있다. 특히 대기의 상층부에서 하층부로  $A^*$  의 경향성이 전파되는 모양 또한 SSW 의 성질을 반영한다고 할 수 있다. E-P flux 발산항의 경우 논문과 재현한 분석에 차이는 있었지만 SSW 가 일어나기 전 성층권에서 flux 가 수렴한다는 것 자체는 관찰할 수 있었다. 그러나 전반적으로 Lubis et al., 2018 의 결과와 본 보고서의 분석들이 정성적이나 정량적으로 차이가 있었다. 추후에 이 원인에 대해 규명하여 분석을 수정하고, 다른 항들의 분석에 대해 분석을 수행하는 것이 필요하다고 생각된다.

## 참고문헌

- [1] S. W. Lubis, S.Y. Huang, and N. Nakamura, 2018: Role of Finite-Amplitude Eddies and Mixing in the Life Cycle of Stratospheric Sudden Warmings. *J.Atmos. Sci.*, 75, 3987-4003.
- [2] S.W. Lubis, K. Matthes, N. Harnik, N.-E. Omrani, and S. Wahl, 2018b: Downward wave coupling between the stratosphere and troposphere under future anthropogenic climate change.*J.Climate*, 31, 4135–4155.
- [3] N. Nakamura and D. Zhu, 2010: Finite-amplitude wave activity and diffusive flux of potential vorticity in eddy–mean flow interaction. *J. Atmos. Sci.*, 67, 2701–2716.
- [4] S.Y. Huang, N. Nakamura and D. Zhu, 2017: Local wave activity budgets of the wintertime Northern Hemisphere: Implication for the Pacific and Atlantic storm tracks. *J. Geophys.Res.*, 44, 5673–5682.
- [5] G.K. Vallis 2017. *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-Scale Circulation* (2<sup>nd</sup> edition). Cambridge University Press.

## 부록

SSW central date		
4 Mar 1981	15 Dec 1998	21 Jan 2006
4 Dec 1981	26 Feb 1999	24 Feb 2007
24 Feb 1984	20 Mar 2000	22 Feb 2008
1 Jan 1985	11 Feb 2001	13 Mar 2008
23 Jan 1987	30 Dec 2001	29 Mar 2008
8 Dec 1987	17 Feb 2002	24 Jan 2009
14 Mar 1988	18 Jan 2003	9 Feb 2010
21 Feb 1989	5 Jan 2004	24 Mar 2010
		7 Jan 2013

표 1. 분석에 이용된 1980-2016 년 SSW 의 발생일자(Lubis et al., 2018 과 동일)

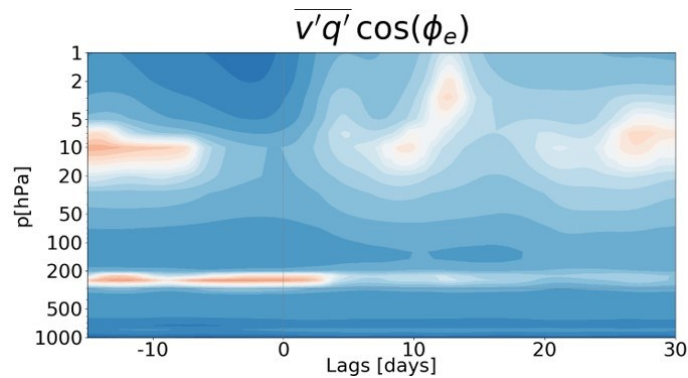


그림 4. 그림 2 와 동일하나 eddy PV flux 를 나타냄.