

2. Menor Caminho de 1 até 8 (Dijkstra)

a) Função Objetivo

Minimizar a soma das distâncias percorridas do nó 1 ao nó 8:

Minimize $Z = \sum_{(i,j) \in \text{Caminho}} d_{ij}$

onde d_{ij} é a distância da aresta entre os nós i e j .

b) Algoritmo de Dijkstra — Passo a Passo

Graus do grafo (extraídos da imagem):

- 1 → 2 (4), 3 (5)
- 2 → 5 (1), 4 (4)
- 3 → 2 (5), 4 (4), 6 (3)
- 4 → 5 (3), 7 (4)
- 5 → 8 (5)
- 6 → 7 (9)
- 7 → 8 (4)
- 8 → (final)

Tabela de distâncias mínimas (Dijkstra)

Cidade	Distância	Antecessor
1	0	-
2	∞	
3	∞	

4	∞	
5	∞	
6	∞	
7	∞	
8	∞	

Passo a Passo

Começo em 1:

- $1 \rightarrow 2: 4$ (2, dist=4, antecessor=1)
- $1 \rightarrow 3: 5$ (3, dist=5, antecessor=1)

Tabela:

- 2: 4 (1)
- 3: 5 (1)

Próximo menor: 2 (dist=4)

- $2 \rightarrow 5: 4+1=5$ (5, antecessor=2)
- $2 \rightarrow 4: 4+4=8$ (4, antecessor=2)

Tabela:

- 3: 5 (1)
- 4: 8 (2)
- 5: 5 (2)

Próximo menor: 3 (dist=5)

- $3 \rightarrow 2: 5+5=10$ (já tem 4, ignora)
- $3 \rightarrow 4: 5+4=9$ (já tem 8, ignora)
- $3 \rightarrow 6: 5+3=8$ (6, antecessor=3)

Tabela:

- 4: 8 (2)
- 5: 5 (2)
- 6: 8 (3)

Próximo menor: 5 (dist=5)

- $5 \rightarrow 8: 5+5=10$ (8, antecessor=5)

Tabela:

- 4: 8 (2)
- 6: 8 (3)
- 8: 10 (5)

Próximo menor: 4 (dist=8)

- $4 \rightarrow 5: 8+3=11$ (já tem 5, ignora)
- $4 \rightarrow 7: 8+4=12$ (7, antecessor=4)

Tabela:

- 6: 8 (3)
- 7: 12 (4)
- 8: 10 (5)

Próximo menor: 6 (dist=8)

- $6 \rightarrow 7: 8+9=17$ (já tem 12, ignora)

Próximo menor: 8 (dist=10)

- Chegou ao destino!

Reconstruindo o caminho ótimo

- 8 (antecessor=5)
- 5 (antecessor=2)

- 2 (antecessor=1)
- 1

Caminho ótimo:

1 → 2 → 5 → 8

Distância total:

\$ 1 \to 2 = 4 \$

\$ 2 \to 5 = 1 \$

\$ 5 \to 8 = 5 \$

Total: \$ 4 + 1 + 5 = 10 \$

Resumo Final

- **Função objetivo:**

$$\text{Minimize } Z = d_{1,2} + d_{2,5} + d_{5,8}$$

- **Menor caminho (rota ótima):**

1 → 2 → 5 → 8

- **Menor distância:**

10

Observação:

Outros caminhos possíveis (como $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 8$ ou $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$) resultam em distâncias maiores. Portanto, o caminho apresentado acima é o correto pelo algoritmo de Dijkstra, considerando os dados do grafo da imagem.