Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

CÁLCULO DIFERENCIAL

Centro de Ciencia Básica

Universidad Pontificia Bolivariana

ENCUENTRO 16.2

Sección 4.7: Problemas de optimización (Parte 1)

Problemas de optimización

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

Pasos para la resolución de problemas de optimización

1. **Comprenda el problema** El primer paso consiste en leer detenidamente el problema hasta que se entienda claramente. Pregúntese: ¿qué es lo desconocido? ¿Cuáles son las cantidades conocidas? ¿Cuáles son las condiciones dadas?
2. **Dibuje un diagrama** En la mayoría de los problemas resulta útil dibujar un diagrama e identificar las cantidades dadas y las cantidades requeridas en el diagrama.
3. **Introduzca la notación** Asigne un símbolo a la cantidad que va a ser maximizada o minimizada [vamos a llamarla Q (del inglés *quantity*) por ahora]. También seleccione símbolos (a, b, $c, \ldots, x$, y) para otras cantidades desconocidas y etiquete el diagrama con estos símbolos. Puede ser provechoso utilizar iniciales como símbolos sugerentes —p. ej., A para el área, h para la altura, t para el tiempo.

Problemas de optimización

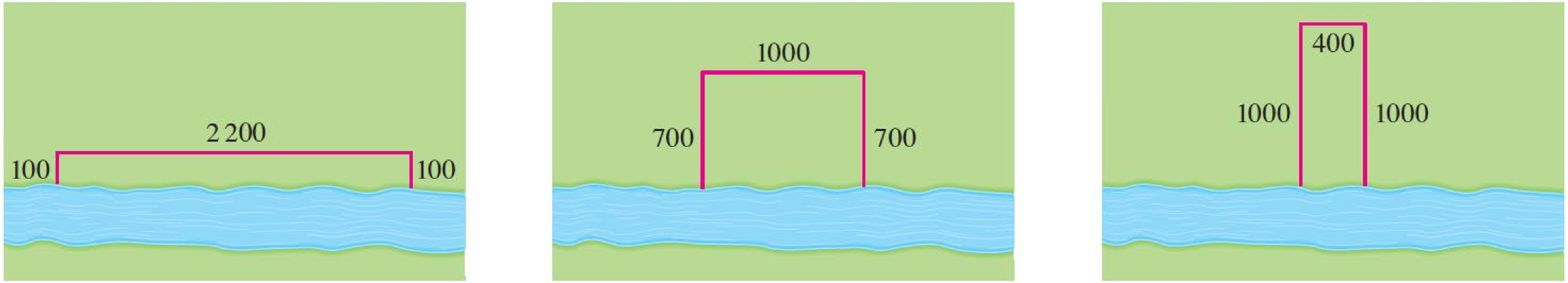
Pasos para la resolución de problemas de optimización

4. Exprese Q en términos de algunos de los otros símbolos del paso 3.
5. Si Q se ha expresado como una función de más de una variable en el paso 4, utilice la información dada para encontrar relaciones (en forma de ecuaciones) entre estas variables. Utilice estas ecuaciones para eliminar todas, excepto una de las variables en la expresión para Q. Así Q se expresará en función de *una* variable x, digamos, $Q = f(x)$. Escriba el dominio de esta función.
6. Utilice los métodos de las secciones 4.1 y 4.3 para encontrar los valores máximo o mínimo *absolutos* de f. En particular, si el dominio de f es un intervalo cerrado, entonces puede utilizarse el método del intervalo cerrado de la sección 4.1.

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

EJEMPLO 1 Un agricultor tiene 2 400 pies de material y quiere construir una barda para cercar un campo rectangular que bordea un río recto, de modo que no necesita barda a lo largo del río. ¿Cuáles son las dimensiones que debe tener el campo para encerrar el área más grande?

SOLUCIÓN Para hacerse una idea de lo que está sucediendo en este problema, vamos a experimentar con algunos casos especiales. La figura 1 (no a escala) muestra tres formas de posibles arreglos de los 2 400 metros de material.



$\text{Área} = 100 \cdot 2\,200 = 220\,000 \text{ pies}^2$ $\text{Área} = 700 \cdot 1000 = 700\,000 \text{ pies}^2$ $\text{Área} = 1000 \cdot 400 = 400\,000 \text{ pies}^2$

FIGURA 1

Vemos que cuando intentamos campos muy anchos y poco largos, o campos angostos y muy largos, obtenemos áreas relativamente pequeñas. Parece verosímil que exista alguna configuración intermedia que produzca el área más grande.

La figura 2 ilustra el caso general. Queremos maximizar el área A del rectángulo. Sea x y y el largo y el ancho, respectivamente, del rectángulo (en pies). Entonces, queremos expresar A en términos de x y y:

$$A = xy$$

Queremos expresar A en función de una sola variable, por lo que eliminamos y expresándola en términos de x. Para ello utilizamos la información dada de que la longitud total de la barda es 2400 pies. Así

$$2x + y = 2400$$

De esta ecuación tenemos $y = 2400 - 2x$, lo cual da

$$A = x(2400 - 2x) = 2400x - 2x^2$$

Tenga en cuenta que $x \geqslant 0$ y $x \leqslant 1200$ (de lo contrario $A < 0$), así que la función que deseamos maximizar es

$$A(x) = 2400x - 2x^2 \qquad 0 \leqslant x \leqslant 1200$$

La derivada es $A'(x) = 2400 - 4x$, así que para encontrar los números críticos resolvemos

$$2400 - 4x = 0$$

que da $x = 600$. El valor máximo de A debe producirse en este número crítico o en un extremo del intervalo. Ya que $A(0) = 0$, $A(600) = 720000$ y $A(1200) = 0$, el método del intervalo cerrado da el valor máximo cuando $A(600) = 720000$.

[Alternativamente, podríamos haber observado que $A''(x) = -4 < 0$ para toda x, por lo que A es siempre cóncava hacia abajo y el máximo local en $x = 600$ debe ser un máximo absoluto.]

Así, el campo rectangular debe tener 600 pies de largo y 1200 pies de ancho.

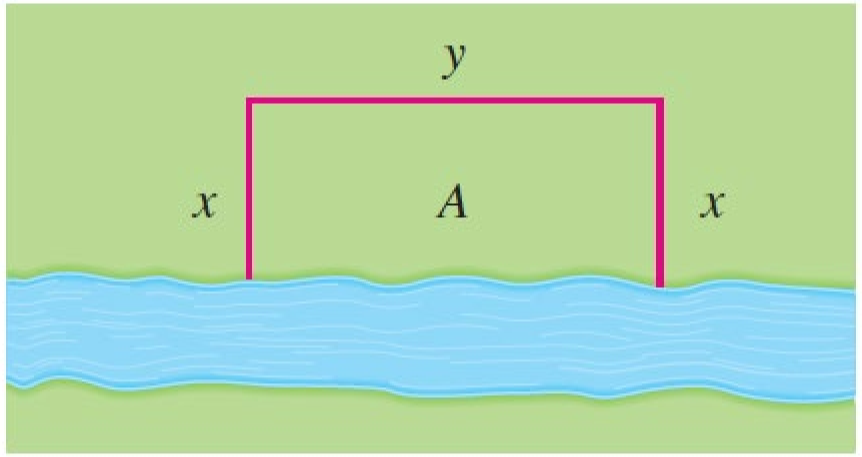


FIGURA 2

V **EJEMPLO 2** Se va un fabricar una lata que ha de contener 1 L de aceite. Encuentre las dimensiones que debe tener la lata de manera que minimicen el costo del metal para fabricarla.

SOLUCIÓN Dibuje el diagrama como el de la figura 3, donde r es el radio y h la altura (ambos en cm). Para minimizar el costo del metal, minimizaremos el área superficial total del cilindro (tapa, fondo y lados). A partir de la figura 4, observamos que los lados se fabrican de una lámina rectangular con dimensiones $2\pi r$ y h. De esta manera, el área superficial es

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

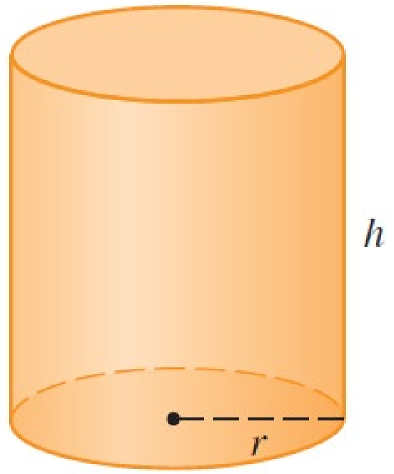


FIGURA 3

Para eliminar h recurrimos al hecho de que el volumen está dado como 1 L, que tomamos como $1000\,\text{cm}^3$. Así

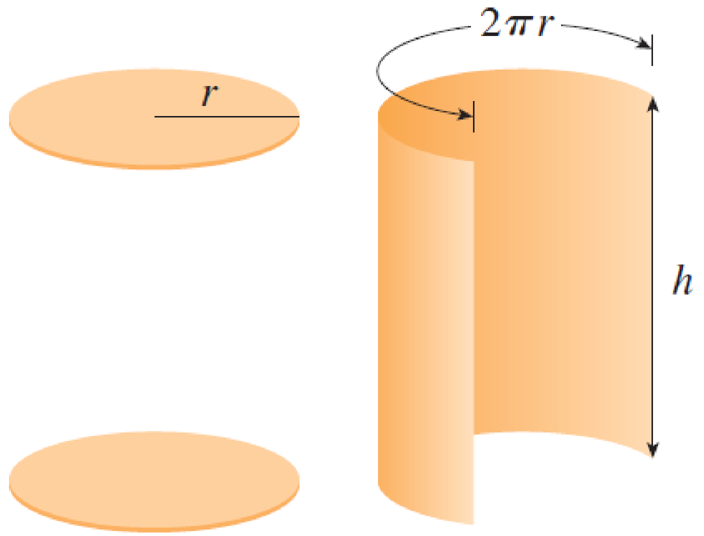
$$\pi r^2 h = 1000$$

lo cual da $h = 1000/(\pi r^2)$. Sustituyendo esto en la expresión para A, da

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r\left(\frac{1000}{\pi r^2}\right) = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r}$$

Por tanto, la función que queremos minimizar es

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r} \qquad r > 0$$



Área $2(\pi r^2)$ Área $(2\pi r)h$

FIGURA 4

Para encontrar los números críticos, derivamos:

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{2000}{r^2} = \frac{4(\pi r^3 - 500)}{r^2}$$

Entonces $A'(r) = 0$ cuando $\pi r^3 = 500$, así que el único número crítico es $r = \sqrt[3]{500/\pi}$.

Puesto que el dominio de A es $(0, \infty)$, no podemos aplicar el argumento del ejemplo 1 concerniente a los puntos extremos. Pero podemos observar que $A'(r) < 0$ para $r < \sqrt[3]{500/\pi}$ y $A'(r) > 0$ para $r > \sqrt[3]{500/\pi}$, por lo que A es decreciente para *toda* r a la izquierda del número crítico y creciente para *toda* r a la derecha. De este modo, $r = \sqrt[3]{500/\pi}$ debe dar lugar a un mínimo *absoluto*.

[Como otra posibilidad, podríamos argumentar que $A(r) \to \infty$ conforme $r \to 0^+$ y $A(r) \to \infty$ a medida que $r \to \infty$, de manera que debe haber un valor mínimo de $A(r)$, el cual tiene que ocurrir en el número crítico. Véase la figura 5.]

El valor de h correspondiente a $r = \sqrt[3]{500/\pi}$ es

$$h = \frac{1000}{\pi r^2} = \frac{1000}{\pi(500/\pi)^{2/3}} = 2\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}} = 2r$$

Así, para minimizar el costo de la lata, el radio debe ser $\sqrt[3]{500/\pi}$ cm y la altura debe ser igual al doble del radio, es decir, el diámetro.

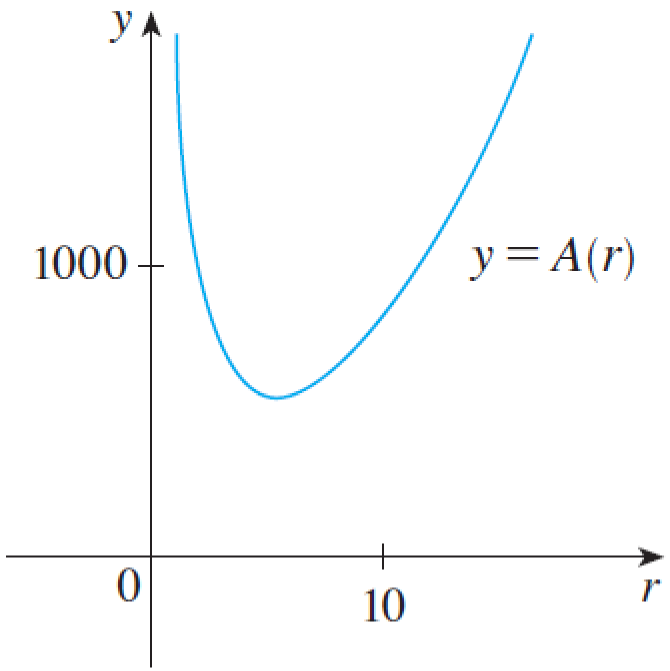


FIGURA 5

NOTA 1 El argumento utilizado en el ejemplo 2 para justificar el mínimo absoluto es una variante de la prueba de la primera derivada (que sólo se aplica a valores máximos o mínimos *locales*) y se establece aquí para referencia futura.

NOTA 2 Un método alternativo para resolver problemas de optimización es utilizar derivación implícita. Veamos el ejemplo 2 nuevamente para ilustrar el método. Trabajamos con las mismas ecuaciones

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh \qquad \pi r^2 h = 1000$$

pero en lugar de eliminar h, derivamos ambas ecuaciones implícitamente, respecto a r:

$$A' = 4\pi r + 2\pi h + 2\pi rh' \qquad 2\pi rh + \pi r^2 h' = 0$$

El mínimo se produce en un número crítico, por lo que establecemos $A' = 0$; simplificamos para llegar a las ecuaciones

$$2r + h + rh' = 0 \qquad 2h + rh' = 0$$

y la sustracción da $2r - h = 0$, o $h = 2r$.

Prueba de la primera derivada para valores extremos absolutos Suponga que c es un número crítico de una función continua f definida sobre un intervalo.

a) Si $f'(x) > 0$ para toda $x < c$ y $f'(x) < 0$ para toda $x > c$, entonces $f(c)$ es el valor máximo absoluto de f.

b) Si $f'(x) < 0$ para toda $x < c$ y $f'(x) > 0$ para toda $x > c$, entonces $f(c)$ es el valor mínimo absoluto de f.

Prueba de la segunda derivada Supongamos que f'' es continua cerca de $x = c$.

a) Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) > 0$, entonces f tiene un mínimo local en $x = c$.

b) Si $f'(c) = 0$ y $f''(c) < 0$, entonces f tiene un máximo local en $x = c$.

NOTA 2 Un método alternativo para resolver problemas de optimización es utilizar derivación implícita. Veamos el ejemplo 2 nuevamente para ilustrar el método. Trabajamos con las mismas ecuaciones

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh \qquad \pi r^2 h = 1000$$

pero en lugar de eliminar h, derivamos ambas ecuaciones implícitamente, respecto a r:

$$A' = 4\pi r + 2\pi h + 2\pi rh' \qquad 2\pi rh + \pi r^2 h' = 0$$

El mínimo se produce en un número crítico, por lo que establecemos $A' = 0$; simplificamos para llegar a las ecuaciones

$$2r + h + rh' = 0 \qquad 2h + rh' = 0$$

y la sustracción da $2r - h = 0$, o $h = 2r$.

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

V **EJEMPLO 3** Encuentre el punto sobre la parábola $y^2 = 2x$ que está más cerca del punto $(1, 4)$.

SOLUCIÓN La distancia entre el punto $(1, 4)$ y el punto (x, y) es

$$d = \sqrt{(x-1)^2 + (y-4)^2}$$

(Véase la figura 6). Pero si (x, y) se encuentra sobre la parábola, entonces $x = \frac{1}{2}y^2$, por lo que la expresión para d se convierte en

$$d = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}y^2 - 1\right)^2 + (y-4)^2}$$

(Como alternativa, podríamos haber sustituido $y = \sqrt{2x}$ para obtener d solamente en términos de x.) En lugar de minimizar d, minimizamos su cuadrado:

$$d^2 = f(y) = \left(\tfrac{1}{2}y^2 - 1\right)^2 + (y-4)^2$$

(Debe usted convencerse de que el mínimo de d ocurre en el mismo punto donde ocurre el mínimo de d^2, pero es más fácil trabajar con d^2.) Derivando, obtenemos

$$f'(y) = 2\left(\tfrac{1}{2}y^2 - 1\right)y + 2(y-4) = y^3 - 8$$

de manera que $f'(y) = 0$ cuando $y = 2$. Observe que $f'(y) < 0$ cuando $y < 2$ y $f'(y) > 0$ cuando $y > 2$, así que, por la prueba de la primera derivada para valores extremos absolutos, el mínimo absoluto se obtiene cuando $y = 2$. (O simplemente podríamos decir que, debido a la naturaleza geométrica del problema, es evidente que hay un punto más cercano, pero no un punto más lejano). El correspondiente valor de x es $x = \frac{1}{2}y^2 = 2$. Por tanto, el punto sobre $y^2 = 2x$ más cercano a $(1, 4)$ es $(2, 2)$.

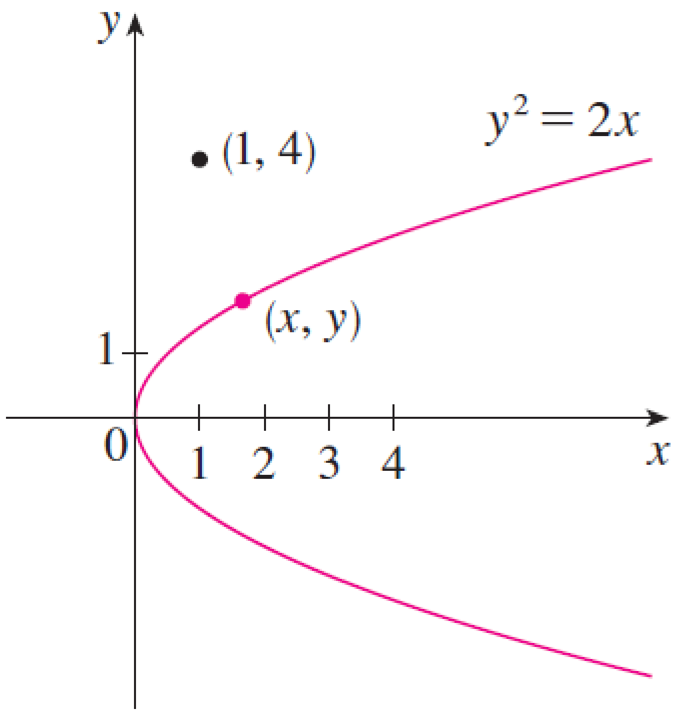


FIGURA 6

EJEMPLO 4 Un hombre lanza su lancha desde un punto A a la orilla de un río recto de 3 km de ancho y quiere alcanzar el punto B, 8 km abajo en la orilla opuesta, en el menor tiempo posible (véase la figura 7). Podría enfilar su lancha directamente a través del río al punto C y después correr a B, podría enfilarse directamente a B, o podía ir a algún punto D entre C y B para después avanzar corriendo hacia B. Si el hombre puede remar a 6 km/h y correr a 8 km/h, ¿dónde debe desembarcar para llegar a B tan pronto como sea posible? (Suponemos que la rapidez del agua es insignificante en comparación con la rapidez a la que el hombre rema.)

SOLUCIÓN Sea x la distancia entre C y D; entonces la distancia que ha de correr es $|DB| = 8 - x$ y el teorema de Pitágoras da la distancia que ha de remar $|AD| = \sqrt{x^2 + 9}$. Utilizamos la ecuación

$$\text{tiempo} = \frac{\text{distancia}}{\text{rapidez}}$$

Entonces el tiempo de remo es $\sqrt{x^2 + 9}/6$, y el tiempo de carrera es $(8 - x)/8$, por lo que el tiempo total T como una función de x es

$$T(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}$$

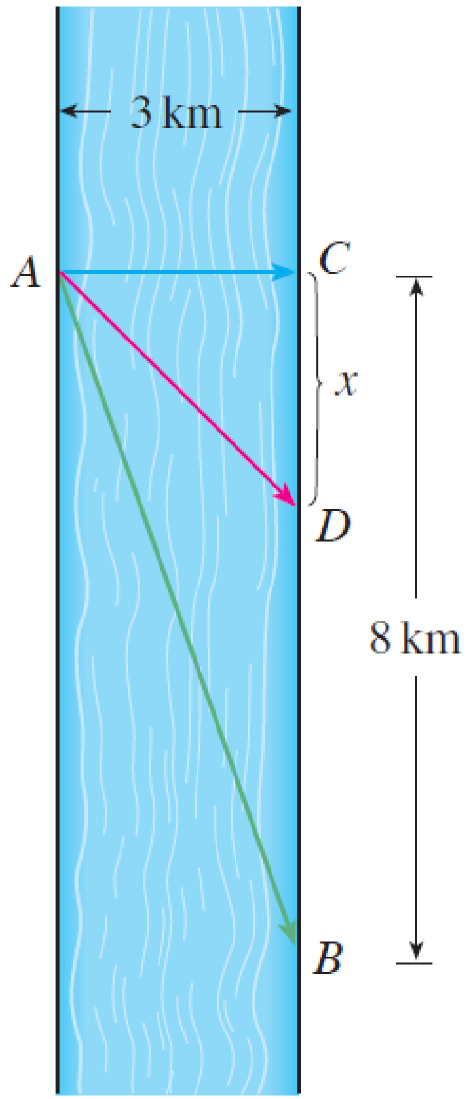


FIGURA 7

El dominio de esta función T es $[0, 8]$. Observe que si $x = 0$, él rema hacia C y si $x =$ rema directamente a B. La derivada de T es

$$T'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{8}$$

Así, utilizando el hecho de que $x \geqslant 0$, tenemos

$$\begin{aligned} T'(x) = 0 \quad &\Longleftrightarrow \quad \frac{x}{6\sqrt{x^2 + 9}} = \frac{1}{8} \quad \Longleftrightarrow \quad 4x = 3\sqrt{x^2 + 9} \\ &\Longleftrightarrow \quad 16x^2 = 9(x^2 + 9) \quad \Longleftrightarrow \quad 7x^2 = 81 \\ &\Longleftrightarrow \quad x = \frac{9}{\sqrt{7}} \end{aligned}$$

El único número crítico es $x = 9/\sqrt{7}$. Para ver si el mínimo ocurre en este número crítico o en un extremo del dominio $[0, 8]$, evaluamos T en los tres puntos:

$$T(0) = 1.5 \qquad T\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right) = 1 + \frac{\sqrt{7}}{8} \approx 1.33 \qquad T(8) = \frac{\sqrt{73}}{6} \approx 1.42$$

Como el más pequeño de estos valores de T se produce cuando $x = 9/\sqrt{7}$, el valor mínimo absoluto de T debe ocurrir allí. La figura 8 ilustra este cálculo mostrando la gráfica de T.

Así, el hombre debe desembarcar en un punto a $9/\sqrt{7}$ km (≈ 3.4 km) río abajo de su punto de partida.

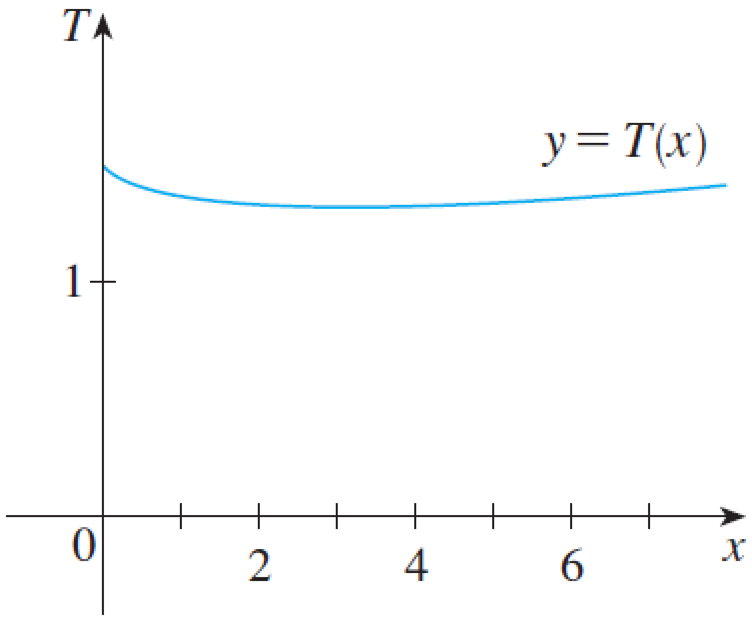


FIGURA 8

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

V EJEMPLO 5 Encuentre el rectángulo de mayor área que puede ser inscrito en un semicírculo de radio r.

SOLUCIÓN 1 Tomemos la semicircunferencia como la mitad superior de la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ con centro en el origen. Entonces la palabra *inscrita* significa que el rectángulo tiene dos vértices sobre la semicircunferencia y dos vértices sobre el eje x, como se muestra en la figura 9.

Sea (x, y) el vértice que se encuentra en el primer cuadrante. Entonces, el rectángulo tiene lados de longitud $2x$ e y, por lo que su área es

$$A = 2xy$$

Para eliminar y recurrimos al hecho de que (x, y) se encuentra sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$, así que $y = \sqrt{r^2 - x^2}$. Por tanto,

$$A = 2x\sqrt{r^2 - x^2}$$

El dominio de esta función es $0 \leqslant x \leqslant r$. Su derivada es

$$A' = 2\sqrt{r^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{r^2 - x^2}} = \frac{2(r^2 - 2x^2)}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

que es 0 cuando $2x^2 = r^2$, es decir, $x = r/\sqrt{2}$ (ya que $x \geqslant 0$). Este valor de x da un valor máximo de A porque $A(0) = 0$ y $A(r) = 0$. Por tanto, el rectángulo inscrito de mayor área es

$$A\left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right) = 2\frac{r}{\sqrt{2}}\sqrt{r^2 - \frac{r^2}{2}} = r^2$$

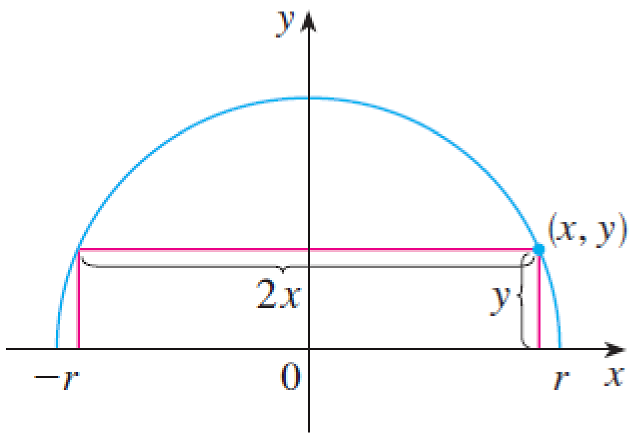


FIGURA 9

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

SOLUCIÓN 2 Es posible una solución más sencilla si consideramos utilizar un ángulo como una variable. Sea θ el ángulo mostrado en la figura 10. Entonces el área del rectángulo es

$$A(\theta) = (2r\cos\theta)(r\,\mathrm{sen}\,\theta) = r^2(2\,\mathrm{sen}\,\theta\,\cos\theta) = r^2\,\mathrm{sen}\,2\theta$$

Sabemos que sen 2θ tiene un valor máximo de 1 y se produce cuando $2\theta = \pi/2$. Así, $A(\theta)$ tiene un valor máximo de r^2 y se produce cuando $\theta = \pi/4$.

Observe que esta solución trigonométrica no implica derivación. De hecho, no tenemos que utilizar cálculo en absoluto.

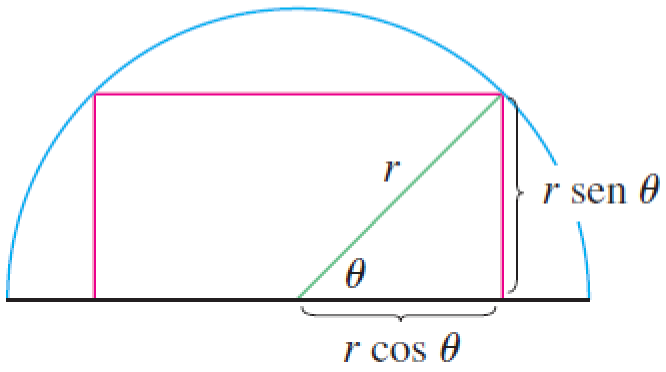


FIGURA 10

Ejemplo

2. Encuentre dos números cuya diferencia es 100 y cuyo producto es un mínimo.

$x - y = 100 \quad \rightarrow \quad x = 100 + y$

$P = xy$

$P = (100 + y)y = 100y + \ y^2$

$P' = 100 + 2y$

$C1D\colon\ P' > 0 \quad \rightarrow \qquad 100 + 2y > 0$

$y > -50$

-------- +++++

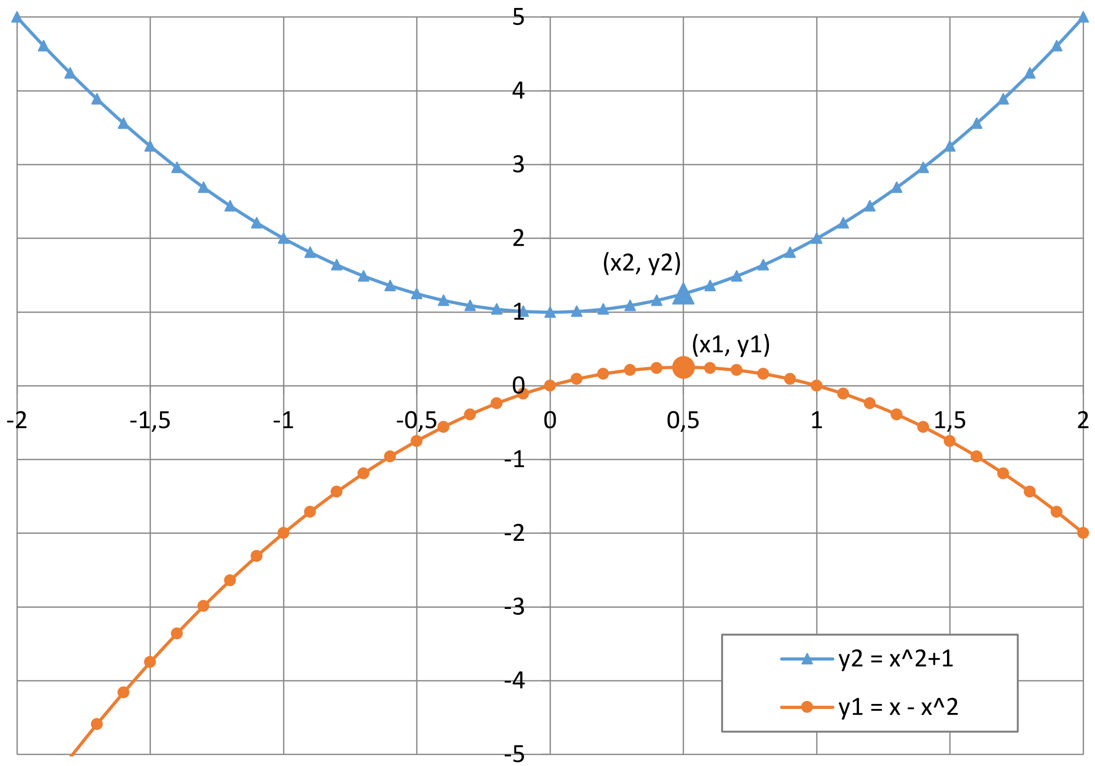
-50

En y = -50 existe un mínimo de P

x = 100 – 50 = 50

Ejemplo

6. ¿Cuál es la distancia vertical mínima entre las parábolas $y = x^2 + 1$ y $y = x - x^2$?



$$d = \sqrt{(y2 - y1)^2 + (x2 - x1)^2}\ ; \quad x1 = x2$$

$$d = \sqrt{(x^2 + 1 - x + x^2)^2} = 2x^2 - x + 1$$

$$d' = 4x - 1$$

$$C1D: d' > 0 \qquad \rightarrow \quad 4x - 1 > 0$$

$$x > 1/4$$

-------- +++++

1/4

En x = ¼ existe un mínimo de d

$$d = 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 1 = \frac{1 - 2 + 8}{8}$$

$$d = \frac{7}{8}\ u$$

Ejemplo

12. Considere el problema siguiente: se desea construir una caja con tapa abierta, utilizando una pieza cuadrada de cartón de 3 m de ancho, recortando un cuadrado en cada una de las cuatro esquinas y doblando los costados. Encuentre el volumen más grande que esa caja puede tener.

(a) Dibuje varios diagramas para ilustrar la situación, algunas cajas de poca altura con bases grandes y algunas cajas de mucha altura con bases pequeñas. Encuentre los volúmenes de varias de esas cajas. ¿Parece que existe un volumen máximo? Si es así, estímelo.

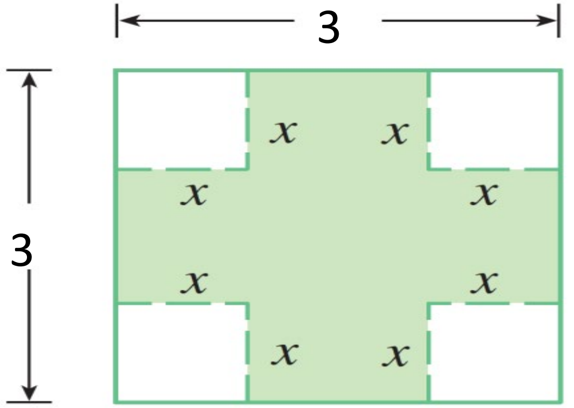
(b) Dibuje un diagrama que ilustre la situación general. Introduzca la notación y etiquete el diagrama con sus símbolos.

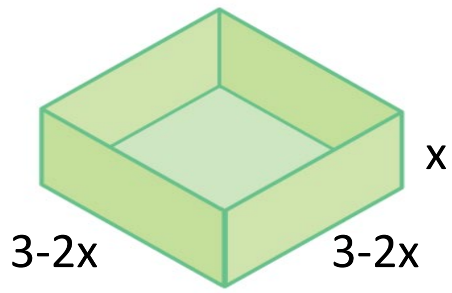
(c) Escriba una expresión para el volumen.

(d) Utilice la información dada para escribir una ecuación que relacione las variables.

(e) Utilice el inciso (d) para expresar el volumen como función de una variable.

(f) Termine de resolver el problema y compare la respuesta con su estimación en el inciso (a).





$$V = x\,(3-2x)^2 = x(9-12x+4x^2)$$
$$V = 9x - 12x^2 + 4x^3$$

$$V' = 9 - 24x + 12x^2$$

$$C2D:\quad V' = 0 \quad \rightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4\times 12\times 9}}{24}$$

$$x1 = 0{,}5;\quad x2 = 1{,}5$$

$$V'' = -24 + 24x$$

$V''(0{,}5) < 0 \quad \rightarrow$ Existe un máximo de V; $\;x = 0{,}5$ m

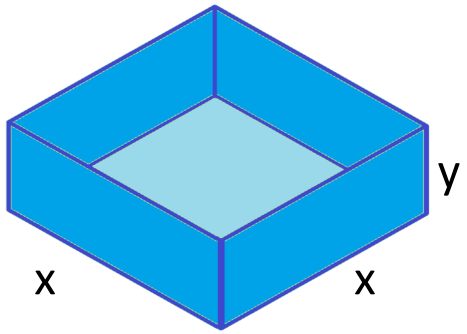
$V''(1{,}5) > 0 \quad \rightarrow$ Existe un mínimo de V

Ejemplo

14. Una caja con una base cuadrada, abierta en la parte superior, debe tener un volumen de 32 000 cm³. Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material utilizado.

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

$$V = x^2 y = 32000 \quad \rightarrow y = \frac{32000}{x^2}$$



$$A = x^2 + 4xy$$

$$A = x^2 + 4x\frac{32000}{x^2} = x^2 + \frac{128000}{x}$$

$$A' = 2x - \frac{128000}{x^2} = \frac{2x^3 - 128000}{x^2}$$

$$C1D: \quad A' > 0 \quad \rightarrow \quad 2x^3 - 128000 > 0$$

$x > 40$ -------- | +++++ (40)

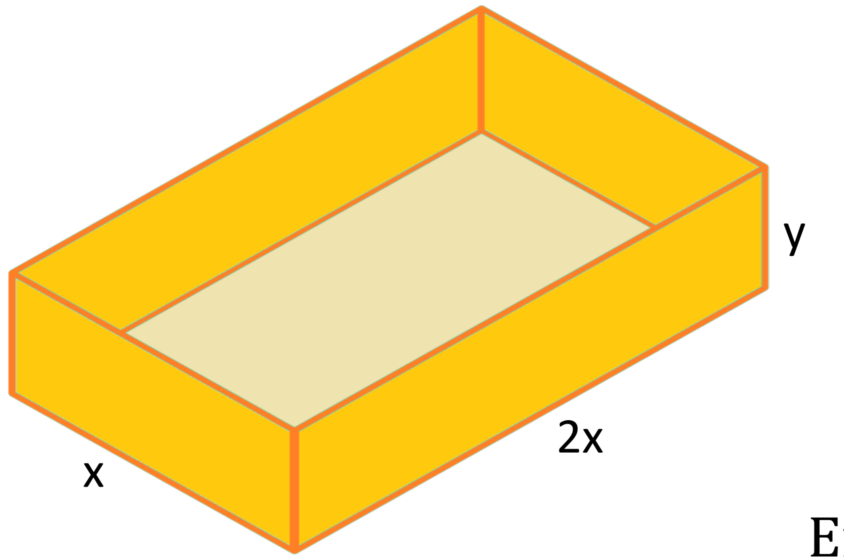
$x^2 > 0$ ++++++++++++

$A' > 0$ - | + (40)

En x = 40 cm existe un mínimo de A
y = 20 cm

Ejemplo

16. Un contenedor rectangular de almacenamiento sin tapa ha de tener un volumen de 10 m³. La longitud de su base es dos veces el ancho. El material para la base cuesta $10 por metro cuadrado y el material para los costados cuesta $6 por metro cuadrado. Encuentre el costo de los materiales que hagan más barato el contenedor.



$$V = 2x^2y = 10 \quad \rightarrow y = \frac{5}{x^2}$$

$$C = 10(2x^2) + 6(6xy) = 20x^2 + \frac{180}{x}$$

$$C' = 40x - \frac{180}{x^2} = \frac{40x^3 - 180}{x^2}$$

$$C2D: \quad C' = 0 \quad \rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{9}{2}} \approx 1{,}651$$

$$C'' = 40 + \frac{360}{x^3}$$

$$C''(1{,}651) > 0$$

En x = 1,651 m existe un mínimo para el costo del contenedor

$$\text{Cbase} = 10(2(1{,}651)^2) = 54{,}51 \text{ USD}$$

$$\text{Ctapas} = \frac{180}{1{,}651} = 109{,}03 \text{ USD}$$

$$\text{Ccontenedor} = 163{,}54 \text{ USD}$$

Ejercicios

3. Encuentre dos números positivos cuyo producto es 100 y cuya suma es un mínimo.

5. ¿Cuál es la distancia vertical máxima entre la recta $y = x + 2$ y la parábola $y = x^2$ para $-1 \leqslant x \leqslant 2$?

9. Un modelo utilizado para el rendimiento Y de una producción agrícola como una función del nivel de nitrógeno N en el suelo (medido en unidades adecuadas) es

$$Y = \frac{kN}{1 + N^2}$$

donde k es una constante positiva. ¿Qué nivel de nitrógeno ofrece el mejor rendimiento?

10. La rapidez (en mg carbono/m³/h) en que la fotosíntesis tiene lugar para una especie de fitoplancton está modelada por la función

$$P = \frac{100I}{I^2 + I + 4}$$

donde I es la intensidad de luz (medida en miles de pie-candela) ¿Para qué intensidad de luz P es máxima?

13. Un agricultor quiere cercar un área de 15 000 m² cuadrados en un terreno rectangular y luego dividirlo por la mitad, con una cerca paralela a uno de los lados del rectángulo. ¿Cómo puede el agricultor hacer esto para minimizar el costo de la cerca?

15. Si se dispone de 1200 cm² de material para hacer una caja con una base cuadrada y sin tapa; encuentre el mayor volumen posible de la caja.

17. Resuelva el ejercicio 16 suponiendo que el contenedor tiene una tapa fabricada con el mismo material que los lados.

11. Considere el problema siguiente: un agricultor que tiene 300 m de material para cercar quiere dividir un área rectangular en cuatro terrenos poniendo cercas paralelas a un lado del rectángulo. ¿Cuál es el área total más grande posible de los cuatro terrenos cercados?

(a) Dibuje varios diagramas que ilustren la situación, algunos con terrenos cortos, anchos y largos, angostos. Encuentre las áreas totales de estas configuraciones. ¿Parece que hay un área máxima? Si es así, calcúlela.

(b) Dibuje un diagrama que ilustre la situación general. Introduzca la notación y etiquete el diagrama con sus símbolos.

(c) Escriba una expresión para el área total.

(d) Utilice la información proporcionada para plantear una ecuación que relacione las variables.

(e) Utilice el inciso (d) para expresar el área total como una función de una variable.

(f) Termine de resolver el problema y compare la respuesta con su cálculo del inciso (a).

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

REFERENCIA

Stewart, J., Cálculo de una variable Trascendentes tempranas, Cengage Learning. Octava edición, 2018.


¡Soy orgullosamente UPB! • Sede central Medellín