

Fundada en 1936

MODELADO



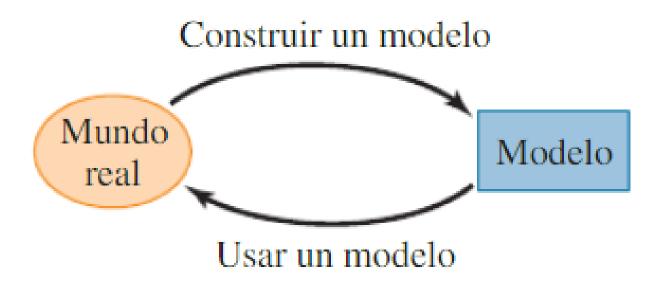
Vigilada Mineducación



- Construcción y uso de modelos Problemas acerca del interés Problemas de área o longitud
- Problemas de mezclas Problemas del tiempo necesario para realizar un trabajo Problemas de distancia, rapidez y tiempo

En esta sección un **modelo matemático** es una ecuación que describe un objeto o un proceso del mundo real. El modelado es el proceso de determinar estas ecuaciones. Una vez que se ha encontrado el modelo o ecuación se utiliza entonces para obtener información acerca de aquello que se está modelando. El proceso se describe en el diagrama al margen. En esta sección aprendemos cómo hacer y usar modelos para resolver problemas reales.





GUÍA PARA MODELAR CON ECUACIONES

- 1. Identifique la variable. Identifique la cantidad que el problema le pide determinar. En general, esta cantidad se puede determinar con una cuidadosa lectura de la pregunta que se formula al final del problema. Después introduzca la notación para la variable (llámela x o alguna otra letra).
- 2. Transforme palabras en álgebra. De nuevo lea cada oración del problema y exprese, en términos de la variable que haya definido en el paso 1, todas las cantidades mencionadas en el problema. Para organizar esta información a veces es útil trazar un diagrama o hacer una tabla.
- 3. Formule el modelo. Encuentre en el problema el dato de importancia decisiva que dé una relación entre las expresiones que haya citado en el paso 2. Formule una ecuación (o modelo) que exprese esta relación.
- 4. Resolver la ecuación y verificar su respuesta. Resuelva la ecuación, verifique su respuesta y exprésela como una oración que responda la pregunta planteada en el problema.



Fundada on 103

EJEMPLO 1 Rentar un auto

Una compañía de renta de autos cobra \$30 al día y \$0.15 por milla para rentar un auto. Helen renta un auto durante dos días y su cuenta llega a \$108. ¿Cuántas millas recorrió?



Identifique la variable. Nos piden hallar el número de millas que Helen ha recorrido. Por tanto, hacemos

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

x = número de millas recorridas

Convierta las palabras en álgebra. Ahora convertimos toda la información dada en el problema a un lenguaje de álgebra.

En palabras	En álgebra
Número de millas recorridas	X
Costo del recorrido (a \$0.15 por milla	a) $0.15x$
Costo diario (a \$30 por día)	2(30)

Formule el modelo. Ahora proponemos el modelo.

$$0.15x + 2(30) = 108$$

Resuelva. Ahora despejamos x.

$$0.15x = 48$$
 Reste 60

$$x = \frac{48}{0.15}$$

Divida entre 0.15

$$x = 320$$

Con calculadora



VERIFIQUE SUS RESPUESTAS

costo total = costo del recorrido + costo diario

$$= 0.15(320) + 2(30)$$



Problemas acerca de interés

Cuando usted pide un préstamo en un banco o cuando un banco le "pide prestado" a usted al mantener el dinero en una cuenta de ahorros, quien pide el préstamo en este caso debe pagar por el privilegio de usar el dinero. La cuota que se paga se llama **interés.** El tipo más básico de interés es el **interés simple,** que es precisamente un porcentaje anual de la cantidad total solicitada en préstamo o depositada. La cantidad de un préstamo o depósito se llama **principal** *P*. El porcentaje anual pagado por el uso de este dinero es la **tasa de interés** *r*. Usaremos la variable *t* para representar el número de años que el dinero está en depósito y la variable *I* para representar el interés total ganado. La siguiente **fórmula de interés simple** da la cantidad de interés *I* ganado cuando un principal *P* es depositado durante *t* años a una tasa de interés *r*.



Fundada en 19

I = Prt



Cuando use esta fórmula, recuerde convertir el porcentaje r a decimal. Por ejemplo, en forma decimal, 5% es 0.05. Entonces, a una tasa de interés de 5%, el interés pagado sobre un depósito de \$1000 en un período de 3 años es I = Prt = 1000(0.05)(3) = \$150.

EJEMPLO 2 Interés sobre una inversión

María hereda \$100,000 y los invierte en dos certificados de depósito. Uno de los certificados paga 6% y el otro paga $4\frac{1}{2}$ % de interés simple al año. Si el interés total de María es \$5025 al año, ¿cuánto dinero se invierte a cada una de las tasas de interés?



SOLUCIÓN

Identifique la variable. El problema pide la cantidad que ella ha invertido a cada una de las tasas. Por lo tanto, hacemos



Fundada en 1936

x = 1a cantidad invertida al 6%

Convierta las palabras en álgebra. Como la herencia total que recibió María es \$100,000, se deduce que ella invirtió 100,000 - x al $4\frac{1}{2}\%$. Convertimos toda la información dada en lenguaje de álgebra.

En palabras	En álgebra	
Cantidad invertida al 6%	X	
Cantidad invertida al $4\frac{1}{2}\%$	100,000 - x	
Cantidad ganada al 6%	0.06x	
Cantidad ganada al $4\frac{1}{2}$ %	0.045(100,000 - x)	

Formule el modelo. Usamos el dato de que el interés total de María es \$5025 para proponer el modelo.

interés al
$$6\%$$
 + interés al $4\frac{1}{2}\%$ = interés total

$$0.06x + 0.045(100,000 - x) = 5025$$

Fundada en 1936

Resuelva. A continuación despeje la x.

$$0.06x + 4500 - 0.045x = 5025$$

Propiedad Distributiva

$$0.015x + 4500 = 5025$$

Combine términos en x

$$0.015x = 525$$

Reste 4500

$$x = \frac{525}{0.015} = 35,000$$

Divida entre 0.015

VERIFIQUE SU RESPUESTA

Entonces María ha invertido \$35,000 al 6% y los restantes \$65,000 al $4\frac{1}{2}$ %.

interés total

$$= 6\% \text{ de } \$35,000 + 4\frac{1}{2}\% \text{ de } \$65,000$$

$$= $2100 + $2925 = $5025$$



Problemas de área o longitud

Cuando usamos álgebra para modelar una situación física, a veces debemos usar fórmulas básicas de geometría. Por ejemplo, es posible que necesitemos una fórmula para un área o un perímetro, o la fórmula que relaciona los lados de triángulos semejantes, o el Teorema de Pitágoras. Casi todas estas fórmulas aparecen al final de este libro. Los dos ejemplos que siguen usan estas fórmulas geométricas para resolver algunos problemas prácticos.



EJEMPLO 3 Dimensiones de un jardín

Un jardín cuadrado tiene un andador de 3 pies de ancho alrededor de su borde exterior, como se ve en la Figura 1. Si el área de todo el jardín, incluyendo los andadores, es de 18,000 pies², ¿cuáles son las dimensiones del área plantada?



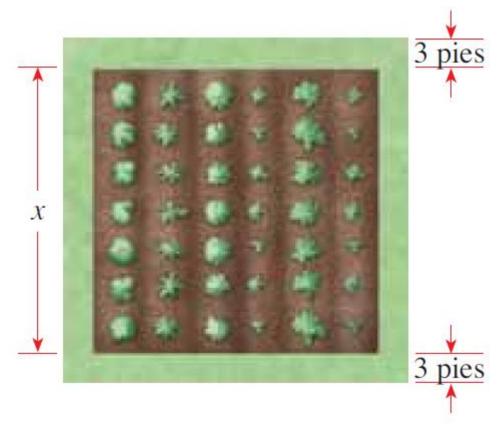


FIGURA 1

SOLUCIÓN

Identifique la variable. Nos piden hallar la longitud y ancho del área plantada. Por lo tanto, hacemos



Fundada en 1936

x =longitud del área plantada

Convierta las palabras en álgebra. A continuación, convierta la información de la Figura 1 en el lenguaje de álgebra.

En palabras	En álgebra
Longitud del área plantada	X
Longitud de todo el jardín	x + 6
Área de todo el jardín	$(x + 6)^2$

Formule el modelo. A continuación proponemos el modelo.

$$(x + 6)^2 = 18,000$$

Resuelva. A continuación despejamos x.

$$x + 6 = \sqrt{18,000}$$
 Tome raíces cuadradas $x = \sqrt{18,000} - 6$ Reste 6 $x \approx 128$

El área plantada del jardín es de unos 128 pies por 128 pies.



EJEMPLO 4 Dimensiones de un lote para construcción

Un lote rectangular para construcción mide 8 pies más largo de lo que es de ancho y tiene un área de 2900 pies². Encuentre las dimensiones del lote.



SOLUCIÓN

Identifique la variable. Nos piden hallar el ancho y largo del lote. Entonces, hacemos



Fundada en 1936

$$w =$$
 ancho del lote

Convierta las palabras en álgebra. A continuación convertimos la información dada en el problema en el lenguaje de álgebra (vea Figura 2).

En palabras	En álgebra
Ancho del lote	w
Longitud del lote	w + 8

Formule el modelo. Ahora formulamos el modelo

Resuelva. A continuación despejamos w.

$$w^2 + 8w = 2900$$

Expanda

$$w^2 + 8w - 2900 = 0$$

Reste 2900

$$(w - 50)(w + 58) = 0$$

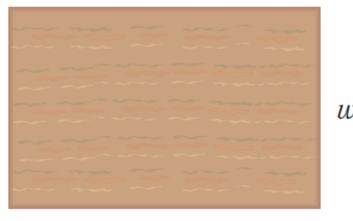
Factorice

$$w = 50$$

or
$$w = -5$$

w = 50 or w = -58 Propiedad de producto cero

Como el ancho del lote debe ser un número positivo, concluimos que w = 50 pies. La longitud del lote es w + 8 = 50 + 8 = 58 pies.



w + 8

FIGURA 2

EJEMPLO 5 Determinar la altura de un edificio usando triángulos semejantes



Fundada en 1936

Un hombre que mide 6 pies de alto desea hallar la altura de cierto edificio de cuatro pisos. Mide su sombra y encuentra que es de 28 pies de largo, mientras que su propia sombra es de $3\frac{1}{2}$ pies de largo. ¿Cuál es la altura del edificio?

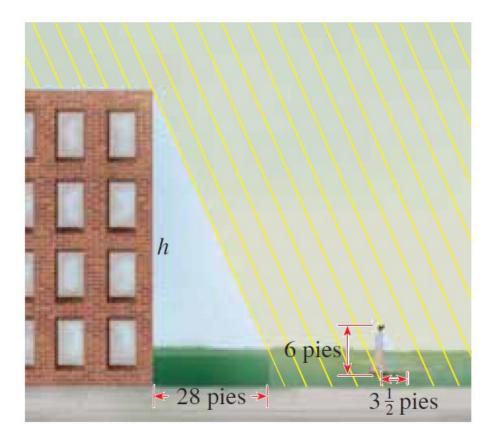


FIGURA 3

SOLUCIÓN

Identifique la variable. El problema pide la altura del edificio. Por lo tanto, hagamos



Fundada en 1936

h =la altura del edificio

Convierta las palabras en álgebra. Usamos el dato que los triángulos de la Figura 3 son semejantes. Recuerde que para cualquier par de triángulos semejantes las relaciones entre lados correspondientes son iguales. Ahora convierta estas observaciones en lenguaje de álgebra.

En palabras	En álgebra
Altura del edificio	h
Razón entre altura y base en el triángulo grande	$\frac{h}{28}$
Razón entre altura y base en el triángulo pequeño	$\frac{6}{3.5}$

Formule el modelo. Como los triángulos grande y pequeño son semejantes, obtenemos la ecuación



Fundada en 1936

razón entre altura y base en triángulo grande razón entre altura y base en triángulo pequeño

$$\frac{h}{28} = \frac{6}{3.5}$$

Resuelva. A continuación despeje h.

$$h = \frac{6 \cdot 28}{3.5} = 48$$
 Multiplique por 28

Entonces el edificio mide 48 pies de altura.

▼ Problemas de mezclas

Numerosos problemas reales se refieren a la mezcla de diferentes tipos de sustancias. Por ejemplo, trabajadores de la construcción deben mezclar cemento, grava y arena; el jugo de fruta de un concentrado puede tener mezcla de diferentes tipos de jugos. Los problemas de mezclas y concentraciones hacen uso del hecho de que si una cantidad x de una sustancia se disuelve en una solución con volumen V, entonces la concentración C de la sustancia está dada por



Fundada en 19

$$C = \frac{x}{V}$$

Por lo tanto, si 10 g de azúcar se disuelven en 5 L de agua, entonces la concentración de azúcar es C = 10/5 = 2 g/L. Resolver un problema de mezclas por lo general nos pide analizar la cantidad x de la sustancia que está en la solución. Cuando despejamos x de esta ecuación, vemos que x = CV. Observe que en muchos problemas de mezcla la concentración C se expresa como porcentaje, como en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 6 | Mezclas y concentración

Un fabricante de bebidas gaseosas anuncia su refresco de naranja como "con sabor natural", aun cuando contiene sólo 5% de jugo de naranja. Un nuevo reglamento federal estipula que para ser llamada "natural", una bebida debe contener al menos 10% de jugo de fruta. ¿Cuánto jugo de naranja puro debe agregar este fabricante a 900 galones de refresco de naranja para apegarse al nuevo reglamento?



Fundada en 1936

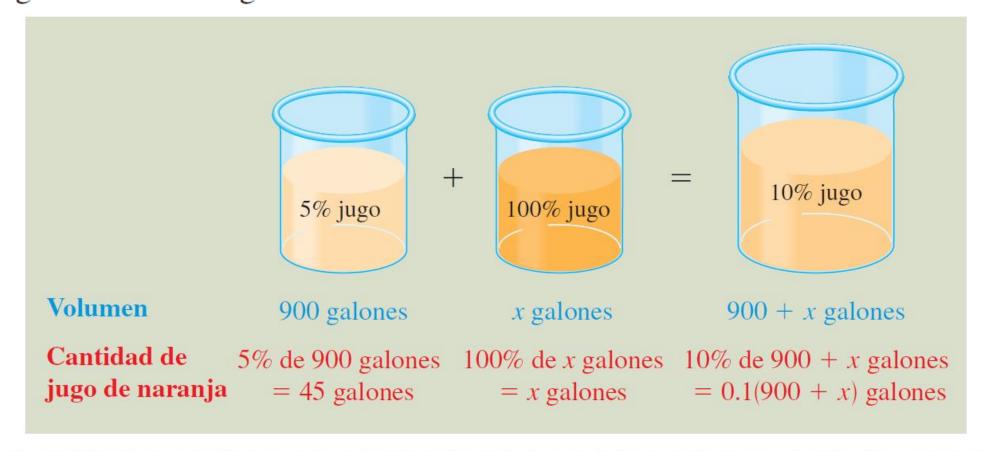


FIGURA 4

SOLUCIÓN

Identifique la variable. El problema pide la cantidad de jugo de naranja puro a ser agregado. Por lo tanto, hacemos



Fundada en 1936

x =la cantidad (en galones) de jugo de naranja puro a agregar

Convierta las palabras en álgebra. En cualquier problema de este tipo, en el que dos sustancias diferentes han de mezclarse, trazar un diagrama nos ayuda a organizar la información dada (vea Figura 4).

La información de la figura puede convertirse en lenguaje de álgebra, como sigue:

En palabras	En álgebra
Cantidad de jugo de naranja a agregar	X
Cantidad de la mezcla	900 + x
Cantidad de jugo de naranja en la primera tina	0.05(900) = 45
Cantidad de jugo de naranja en la segunda tina	$1 \cdot x = x$
Cantidad de jugo de naranja en la mezcla	0.10(900 + x)

Formule el modelo. Para formular el modelo, usamos el dato de que la cantidad total de jugo de naranja en la mezcla es igual al jugo de naranja de las dos primeras tinas.



cantidad de jugo primera tina

cantidad de jugo de naranja en la + de naranja en la = segunda tina

cantidad de jugo de naranja en la mezcla

Divida entre 0.9

$$45 + x = 0.1(900 + x)$$
 De la Figura 4

Resuelva. A continuación despeje la x.

$$45 + x = 90 + 0.1x$$
 Propiedad Distributiva
 $0.9x = 45$ Reste $0.1x$ y 45
 $x = \frac{45}{0.0} = 50$ Divida entre 0.9

El fabricante debe agregar 50 galones de jugo de naranja puro al refresco.

Problemas del tiempo necesario para realizar un trabajo

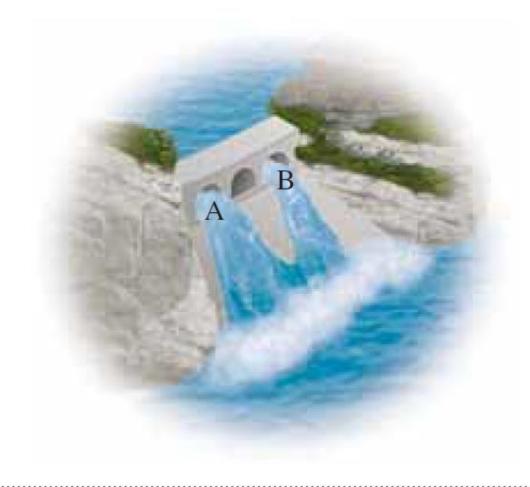
Cuando se resuelva un problema que trate de determinar el tiempo que tardan varios trabajadores en terminar un trabajo, usamos el dato de que si una persona o máquina tarda H unidades de tiempo para terminar el trabajo, entonces en una unidad de tiempo la parte del trabajo que se ha terminado es 1/H. Por ejemplo, si un trabajador tarda 5 horas para podar un césped, entonces en 1 hora el trabajador podará 1/5 del césped.



EJEMPLO 7 | Tiempo necesario para realizar un trabajo

Debido a una fuerte tormenta anticipada, el nivel de agua en un estanque debe bajarse 1 pie. Abrir el vertedero A baja el nivel en esta cantidad en 4 horas, mientras que abrir el más pequeño vertedero B hace el trabajo en 6 horas. ¿Cuánto tardará en bajar el nivel de agua 1 pie con ambos vertederos abiertos?





SOLUCIÓN Identifique la variable. Nos piden hallar el tiempo necesario para bajar el nivel 1 pie si ambos vertederos están abiertos. Por lo tanto, hacemos



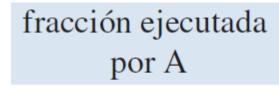
Fundada en 1936

x = tiempo (en horas) necesario para bajar el nivel de agua
 1 pie si ambos vertederos están abiertos

Convierta las palabras en álgebra. No es fácil hallar una ecuación que relacione x a las otras cantidades de este problema. Ciertamente x no es sólo 4 + 6, porque eso significaría que los dos vertederos juntos necesitarían más tiempo para bajar el nivel del agua que cualquiera de ellos solo. En cambio, vemos la parte del trabajo que puede ejecutar en 1 hora cada uno de los vertederos.

En palabras	En álgebra
Tiempo que tarda en bajar el nivel 1 pie con A y B juntos	x h
Distancia que A baja el nivel en 1 h	$\frac{1}{4}$ pie
Distancia que B baja el nivel en 1 h	$\frac{1}{6}$ pie
Distancia que A y B juntas bajan niveles en 1 h	$\frac{1}{x}$ pie

Formule el modelo. A continuación formulamos el modelo.



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$$



Fundada en 1936

Resuelva. A continuación despejamos x.

$$3x + 2x = 12$$
 Multiplique por el MCD, $12x$

$$5x = 12$$
 Sume
$$x = \frac{12}{5}$$
 Divida entre 5

Tardará $2\frac{2}{5}$ horas, o 2 h 24 min, para bajar el nivel del agua 1 pie si ambos vertederos están abiertos.

Problemas de distancia, rapidez y tiempo



El siguiente ejemplo trata sobre distancia, tasa (rapidez) y tiempo. La fórmula a recordar en estos casos es

Fundada en 1936

 $distancia = rapidez \times tiempo$

donde la rapidez es ya sea la rapidez constante o el promedio de rapidez de un cuerpo en movimiento. Por ejemplo, manejar en auto a 60 mi/h durante 4 horas lleva a una persona a una distancia de $60 \cdot 4 = 240 \text{ millas}$.

EJEMPLO 8 Un problema de distancia, rapidez y tiempo

Un jet voló de Nueva York a Los Ángeles, una distancia de 4200 kilómetros. La rapidez para el viaje de regreso fue de 100 km/h más rápido que la rapidez en el vuelo de ida. Si el viaje total duró 13 horas, ¿cuál fue la rapidez del jet de Nueva York a Los Ángeles?



SOLUCIÓN Identifique la variable. Nos piden la rapidez del jet de Nueva York a Los Ángeles. Aquí hacemos

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

s = rapidez de Nueva York a Los Ángeles

Entonces

$$s + 100 = \text{rapidez de Los Ángeles a Nueva York}$$

Convierta las palabras en álgebra. A continuación organizamos la información en una tabla. Primero llenamos la columna "Distancia" porque sabemos que las ciudades están a 4200 km entre sí. A continuación llenamos la columna "Rapidez", porque hemos expresado ambas magnitudes de rapidez en términos de la variable x. Por último, calculamos las entradas para la columna "Tiempo", usando

$$tiempo = \frac{distancia}{rapidez}$$

	Distancia (km)	Rapidez (km/h)	Tiempo (h)
N.Y. a L.A.	4200	S	$\frac{4200}{s}$
L.A. a N.Y.	4200	s + 100	$\frac{4200}{s+100}$



Formule el modelo. El viaje total tomó 13 horas, de modo que tenemos el modelo

Resuelva. Multiplicando por el común denominador, s(s + 100), tenemos

$$4200(s + 100) + 4200s = 13s(s + 100)$$

$$8400s + 420,000 = 13s^{2} + 1300s$$

$$0 = 13s^{2} - 7100s - 420,000$$



Fundada en 1936

Aun cuando esta ecuación se factoriza, con números tan grandes es probable que sea más rápido usar la Fórmula Cuadrática y una calculadora.

$$s = \frac{7100 \pm \sqrt{(-7100)^2 - 4(13)(-420,000)}}{2(13)}$$
$$= \frac{7100 \pm 8500}{26}$$
$$s = 600 \quad \text{o} \quad s = \frac{-1400}{26} \approx -53.8$$

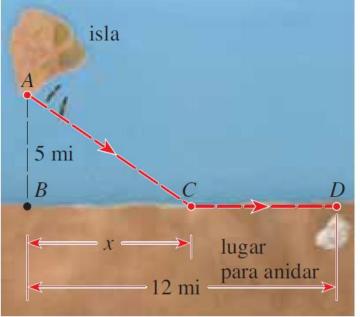
Como *s* representa la rapidez, rechazamos la respuesta negativa y concluimos que la rapidez del jet de Nueva York a Los Ángeles fue de 600 km/h.

EJEMPLO 9 | Energía consumida en el vuelo de un pájaro

Los ornitólogos han determinado que algunas especies de aves tienden a evitar vuelos sobre grandes cuerpos de agua durante horas del día, porque generalmente el aire se eleva sobre tierra y baja sobre el agua en el día, de modo que volar sobre el agua requiere de más energía. Un ave se suelta del punto A en una isla, a 5 millas de B, que es el punto más cercano a la playa en línea recta. El ave vuela al punto C en la playa y luego vuela a lo largo de la playa al lugar para anidar D, como se ve en la Figura 5. Suponga que el ave tiene 170 kcal de reservas de energía. Consume 10 kcal/milla volando sobre tierra y 14 kcal/milla volando sobre agua.



- (a) ¿En dónde debe estar ubicado el punto C para que el ave use exactamente 170 kcal de energía durante su vuelo?
- (b) ¿El ave tiene suficientes reservas de energía para volar directamente de A a D?



(a) Identifique la variable. Nos piden hallar la ubicación de C. Hacemos

$$x =$$
distancia de B a C



Convierta las palabras en álgebra. De la figura, y del dato

energía consumida = energía por milla × millas recorridas

determinamos lo siguiente.

En palabras	En álgebra	
Distancia de B a C	X	
Distancia de vuelo sobre agua (de A a C)	$\sqrt{x^2 + 25}$	Teorema de Pitágoras
Distancia de vuelo sobre tierra (de C a D)	12 - x	
Energía consumida sobre agua	$14\sqrt{x^2 + 25}$	
Energía consumida sobre tierra	10(12 - x)	

Formule el modelo. A continuación formulamos el modelo.



$$170 = 14\sqrt{x^2 + 25} + 10(12 - x)$$

Resuelva. Para resolver esta ecuación, eliminamos la raíz cuadrada al llevar primero todos los otros términos a la izquierda del signo igual y luego elevar al cuadrado ambos lados.

$$170 - 10(12 - x) = 14\sqrt{x^2 + 25}$$

$$50 + 10x = 14\sqrt{x^2 + 25}$$

$$(50 + 10x)^2 = (14)^2(x^2 + 25)$$

$$2500 + 1000x + 100x^2 = 196x^2 + 4900$$

$$0 = 96x^2 - 1000x + 2400$$
Aísle a la derecha el término de raíz cuadrada

Simplifique el lado izquierdo

Eleve al cuadrado ambos lados

Expanda

Esta ecuación podría factorizarse, pero como los números son tan grandes es más fácil usar la Fórmula Cuadrática y una calculadora:



Fundada en 1936

$$x = \frac{1000 \pm \sqrt{(-1000)^2 - 4(96)(2400)}}{2(96)}$$
$$= \frac{1000 \pm 280}{192} = 6\frac{2}{3} \text{ o } 3\frac{3}{4}$$

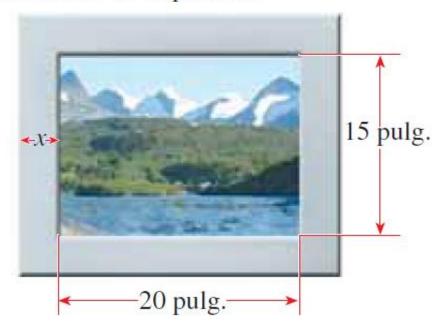
El punto C debe ser ya sea $6\frac{2}{3}$ o $3\frac{3}{4}$ millas desde B para que el ave consuma exactamente 170 kcal de energía durante su vuelo.

(b) Por el Teorema de Pitágoras (vea página 219), la longitud de la ruta directamente de A a D es $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$, de modo que la energía que el ave requiera para esa ruta es $14 \times 13 = 182$ kcal. Esto es más energía de la que dispone el ave, de modo que no puede seguir esa ruta.

- 19. Renta de un camión Una compañía que renta vehículos cobra \$65 al día y 20 centavos por milla por rentar un camión. Miguel rentó un camión durante 3 días y su cuenta fue de \$275. ¿Cuántas millas recorrió?
- **21. Inversiones** Felicia invirtió \$12,000, una parte de los cuales gana una tasa de interés simple de $4\frac{1}{2}\%$ al año y el resto gana una tasa de 4% al año. Después de 1 año, el interés total ganado sobre estas inversiones fue de \$525. ¿Cuánto dinero invirtió ella a cada una de las tasas?
- **39. Dimensiones de un jardín** Un jardín rectangular mide 10 pies más de largo que de ancho. Su área es 875 pies². ¿Cuáles son sus dimensiones?

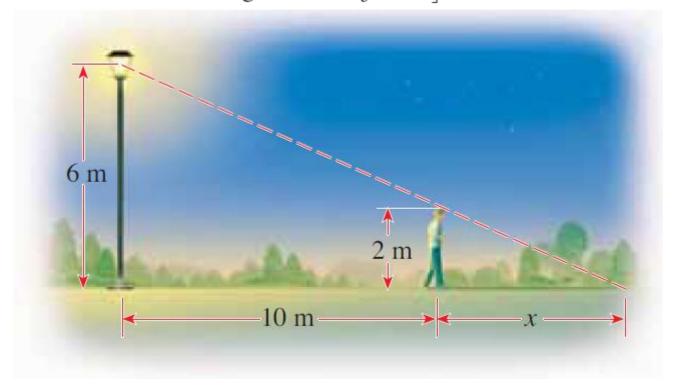


47. Enmarcar una pintura Ali pinta con acuarela en una hoja de papel de 20 pulgadas de ancho por 15 pulgadas de alto. A continuación pone esta hoja en un marco de cartón de modo que una franja de ancho uniforme del marco de cartón se ve a todo alrededor de la pintura. El perímetro del marco de cartón es de 102 pulgadas. ¿Cuál es el ancho de la franja del marco de cartón que se ve alrededor de la pintura?





51. Longitud de una sombra Un hombre está alejándose de un poste de alumbrado que tiene una fuente de luz a 6 m sobre el suelo. El hombre mide 2 m de alto. ¿Cuál es la longitud de la sombra del hombre cuando éste está a 10 m del poste? [Sugerencia: Use triángulos semejantes.]



53. Problema de mezclas ¿Qué cantidad de una solución ácida al 60% debe mezclarse con una solución al 30% para producir 300 mL de una solución al 50%?

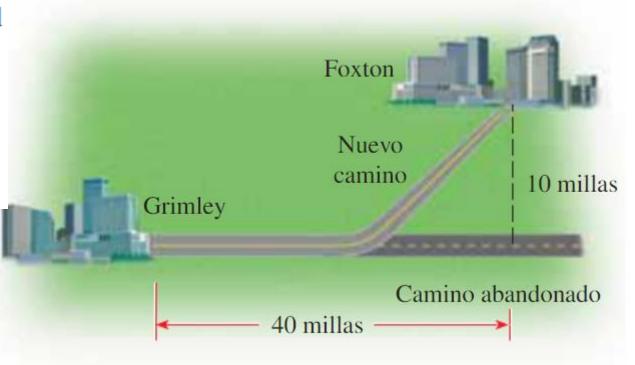


- 61. Compartir un trabajo Candy y Tim comparten una ruta para vender periódicos. Candy tarda 70 minutos en entregar todos los periódicos; Tim tarda 80 minutos. ¿Cuánto tiempo les lleva a los dos cuando trabajan juntos?
- 67. **Distancia, rapidez y tiempo** Wendy hizo un viaje de Davenport a Omaha, una distancia de 300 millas. En parte, viajó en autobús que llegó a la estación de ferrocarril justo a tiempo para que completara su viaje en tren. El autobús promedió 40 mi/h y el tren promedió 60 mi/h. Todo el viaje tomó 5,5 h ¿Cuánto tardó Wendy en el tren?



85. Costos de construcción La ciudad de Foxton está a 10 millas al norte de un camino abandonado de dirección este-oeste que pasa por Grimley, como se muestra en la figura. El punto del camino abandonado más cercano a Foxton está a 40 millas de Grimley. Oficiales del condado están por construir un nuevo camino que comunica las dos ciudades. Se ha determinado que restaurar el camino antiguo costaría 100 000 dólares por milla, mientras que construir un nuevo camino costaría 200 000 dólares por milla. ¿Cuánto del camino abandonado debe aprovecharse (como se indica en la figura) si los oficiales tienen intención de gastar exactamente 6.8 millones de dólares? ¿Costaría menos que esto la construcción de un nuevo camino que conectara las ciudades directamente?







REFERENCIA

Stewart, J., Precálculo Matemáticas para el Cálculo, Cengage Learning, séptima edición.

Referencia en línea

http://www.ebooks7-24.com.consultaremota.upb.edu.co/stage.aspx?il

