

## EXAMEN D'ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

**DURÉE : 3 HEURES**

26 mars 2018

### Modalités :

- ☐ Le test se déroule sur les machines de l'École.
- ☐ Pour démarrer l'examen, ouvrir une session sur l'ordinateur et créer un répertoire qui portera votre nom pour stocker vos programmes.
- ☐ Vous avez le droit d'utiliser tout document en votre possession et/ou de vous servir de tout fichier apporté sur clé USB.
- ☐ Tout objet électronique est interdit (téléphones portables, tablette, etc.).

### Exercice I : (Promesse électorale <sup>1</sup>)

Le réseau routier d'une petite commune rurale X a été laissé à l'abandon si longtemps qu'une bonne partie des routes est devenue impraticable (des chemins). Lors des dernières élections, le maire a promis qu'il allait remettre en état suffisamment de routes pour que toutes les habitations de la commune puissent rejoindre le centre-bourg par une route digne de ce nom. Il lui faut maintenant tenir sa promesse, mais bien sûr, il voudrait engager un minimum de dépenses pour cela.

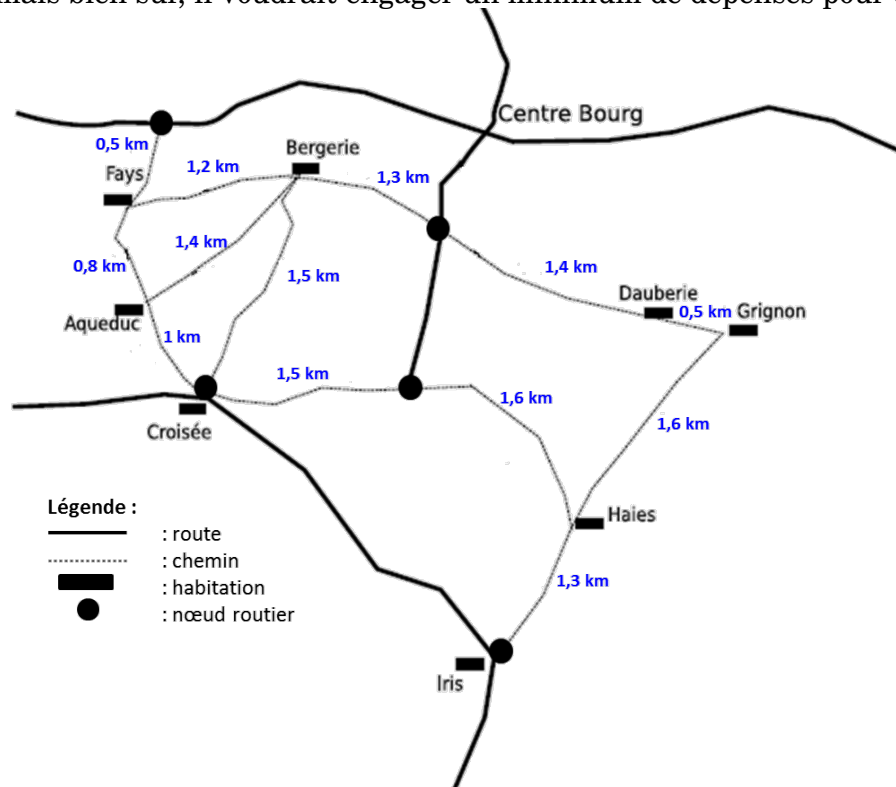


FIGURE 1 – Carte de la commune, contenant la longueur des chemins en kilomètres (km)

1. Eric Lallet and Jean-Luc Raffyt. Techniques quantitatives de gestion. *Document de cours. TELECOM Ecole de Management*, 2014

La carte de la commune X et la liste des habitations à relier au centre-bourg sont données dans la Fig. 1.

Développer une application capable de déterminer le budget minimum nécessaire pour relier les habitations de la commune au centre-bourg par des routes respectant les normes du transport routier. Plus précisément :

- ❑ (3 points) Modéliser le problème. Justifier vos choix (en commentaire dans le programme).
- ❑ (2 points) Représenter le réseaux routier dans un fichier texte. Implémenter une fonction capable de lire ce fichier.
- ❑ (6 points) Proposer et implémenter une approche de résolution.

*Rappel* : Soit  $G = (V, E)$  un graphe non-orienté de fonction de poids  $w$ . On appelle *arbre couvrant de poids minimum* de  $G$  tout arbre couvrant dont la somme des poids des arêtes le constituant est minimal. Il existe de nombreux algorithmes de construction d'un arbre couvrant de poids minimal, e.g. : l'algorithme de Prim, l'algorithme de Kruskal, etc.

---

**Algorithm 1** : Algorithme de Prim ( $G = (V, E), w, s$ )

---

```

/*****
• Initialiser l'arbre  $\mathcal{A} = (V_A, A)$  par un seul sommet  $s$  choisi arbitrairement
• À chaque étape, choisir une arête  $(u, v) \in E$  de poids minimal reliant les deux
ensembles  $V_A$  et  $V \setminus V_A$ , où  $V_A$  est l'ensemble des sommets connectés par des
arêtes de  $A$ 
• Ajouter  $(u, v)$  à  $A$ 
*****/
1:  $A = \emptyset$ 
2:  $V_A = \{s\}$ 
3: while  $|V_A| < |V|$  do
4:    $(u, v) = \text{"arête appartenant à } E \text{ de poids minimal, où } u \in V_A \text{ et } v \in V \setminus V_A \text{"}$ 
5:    $V_A = V_A \cup \{v\}$ 
6:    $A = A \cup \{(u, v)\}$ 
7: end while
8: return  $\mathcal{A} = (V_A, A)$ 

```

---

- ❑ (1 point) Afficher la solution proposée de façon détaillée : le budget estimé et l'ensemble de chemins à réparer.

**Exercice II** : (Une file via deux piles)

- ❑ (4 points) Implémenter la structure de données *pile*. Écrire les deux opérations de base *empiler* et *depiler*.
- ❑ (4 points) Montrer comment implémenter une file avec deux piles. Implémenter une structure de *file* uniquement par l'intermédiaire de deux piles. Écrire les deux opérations de base *enfiler* et *défiler*. Discuter la complexité de ces opérations de base.