哈工大 2017 年 秋 季学期

《计算方法》期末试题

学号	QQ2842305604
姓名	资源分享站

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
分数									

注意行为规范 遵守考场纪律

主管领导审核签字

一.（10 分）已知 $\sqrt{2500}=50$，$\sqrt{2809}=53$，$\sqrt{3249}=57$，用二次插值方法，求$\sqrt{2929}$ 的近似值，结果保留小数点后 4 位。

二．（10 分）试确定两点高斯求积公式 $\int_{-8}^{-2} f(x)dx = \mathrm{A}_1 f(x_1)+A_2 f(x_2)$ 的求积节点 x_1, x_2 及求积系数 A_1, A_2。

三. (10 分). 试用复化梯形求积公式或复化抛物线求积公式计算定积分$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ 的近似值（取 n=4）.

四.（10 分）应用 Newton 法解方程 $x^3-a=0$，导出求立方根$\sqrt[3]{a}$ 的近似公式.

解

$$f(x)=x^3-a$$

$$x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}=x_k-\frac{x_k^3-a}{3x_k^2}=\frac{1}{3}(2x_k+\frac{a}{x_k^2}) \qquad k=0,1,2,\ldots$$

五． （10 分）

设 $A=\begin{bmatrix} -2017 & -9999 & -8888 \\ -9999 & -2013 & -7777 \\ -8888 & -7777 & -1920 \end{bmatrix}$， $x=(-8,-7,-6,-5)^T$ ，

求 $\|A\|_1, \|A\|_\infty, \|x\|_1, \|x\|_2, \|x\|_\infty$。

六．（10 分）试对方程组 $\begin{cases} x_1+5x_2-24x_3=8 \\ -16x_1+4x_2+5x_3=4 \\ 2x_1+8x_2-x_3=5 \end{cases}$ 建立收敛的高斯-赛德尔迭代格式，并取初值 $x^{(0)}=(0,0,0)'$，计算到 $x^{(3)}$ 。结果保留到小数点后 4 位。

七． （10 分）

取步长 $h=0.2$，用标准 4 阶 Runge-Kutta 公式：

$$\begin{cases} y_{n+1}=y_n+(k_1+2k_2+2k_3+k_4)/6 \\ k_1=hf(x_n,y_n) \\ k_2=hf(x_n+h/2,y_n+k_1/2) \\ k_3=hf(x_n+h/2,y_n+k_2/2) \\ k_4=hf(x_n+h,y_n+k_3) \end{cases}$$

求初值问题 $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx}=2y-\dfrac{x}{y} \\ y(0)=1 \end{cases}$ 的数值解 y_1,y_2,y_3，结果保留小数点后 3 位。

八.（10 分）

设 $h(x)$ 在[3,6]上二阶导数连续，证明：若 $h(3)=h(6)=0$ ，

则 $$\max_{3\le x\le 6}\left|h''(x)\right|\ge\frac{4}{9}\left|\int_3^6 h(x)dx\right|$$

解：根据梯形求积公式的误差估计（pp50, th3.1）

$$R(x)=\int_3^6 h(x)dx-\frac{3}{2}(h(3)+h(6))$$

$$=-\frac{(6-3)^3}{12}h''(\xi)$$