

1) 设 $P = (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$

1. $(A \rightarrow B) \rightarrow P$ 公理1

2. $\neg P \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$ 用定理13及 \neg mp

3. $\neg(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow P$ 定理6

4. $\neg P \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow B))$ 用定理14及 \neg mp

5. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg A)$ 定理13

6. $\neg P \rightarrow (\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg A)$ 4,5 用定理8

7. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理6

8. $(\neg P \rightarrow \neg(A \rightarrow B)) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg A)$ 6 用公理2及 \neg mp

9. $\neg P \rightarrow \neg A$ 2,8 用 \neg mp

10. $\neg P \rightarrow (A \rightarrow B)$ 9,7 用定理8

11. $(\neg P \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow ((\neg P \rightarrow A \rightarrow B) \rightarrow P)$ 定理16

12. $(\neg P \rightarrow \neg(A \rightarrow B)) \rightarrow P$ 10,11 用 \neg mp

13. P 2,12 用 \neg mp

(3) 设 $P = \neg(A \rightarrow C)$

1. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow C)$ 定理6

2. $\neg(A \rightarrow C) \rightarrow A$ 用定理14及 \neg mp

3. $A \rightarrow B$ 假设

4. $C \rightarrow (A \rightarrow C)$ 公理1

5. $\neg(A \rightarrow C) \rightarrow \neg C$ 用定理13及 \neg mp

6. $(B \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C)$ 定理1

7. ~~$(B \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B)$ 用定理13~~

8. ~~$(B \rightarrow C) \rightarrow \neg C \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow \neg B)$ 7 用定理2~~

7. $B \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow C)$ 6 用定理2

8. $((B \rightarrow C) \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg(B \rightarrow C))$ 用定理13

9. $B \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg(B \rightarrow C))$

10. $\neg(A \rightarrow C) \rightarrow B$ 2,3 用定理8

11. $\neg(A \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg(B \rightarrow C))$ 10,9 定理8

12. $(\neg P \rightarrow \neg C) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg(B \rightarrow C))$ 公理2及 \neg mp

13. $\neg P \rightarrow \neg(B \rightarrow C)$ 5,12 \neg mp

14. $\neg P \rightarrow \neg A$ 假设

15. $\neg P \rightarrow \neg A$ 13,14 定理8

16. $(\neg P \rightarrow A) \rightarrow ((\neg P \rightarrow \neg A) \rightarrow P)$ 定理16

17. $(\neg P \rightarrow \neg A) \rightarrow P$ 2,16 \neg mp

18. P 15,17 \neg mp

- (5) 设 $P = (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D)))$
1. $((C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D))) \rightarrow P$ 公理1
 2. $\neg P \rightarrow \neg ((C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D)))$ 定理13及 $\neg mp$
 3. $\neg (C \rightarrow D) \rightarrow ((C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D)))$ 定理6
 4. $\neg ((C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D))) \rightarrow (C \rightarrow D)$ 3 定理14及 $\neg mp$
 5. $(A \rightarrow (B \rightarrow D)) \rightarrow ((C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D)))$ 公理1
 6. $\neg ((C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D))) \rightarrow \neg (A \rightarrow (B \rightarrow D))$ 5 定理14及 $\neg mp$
 7. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D))$ 定理6
 8. $\neg (A \rightarrow (B \rightarrow D)) \rightarrow A$ 7 定理14及 $\neg mp$
 9. $(B \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D))$ 公理1
 10. $\neg (A \rightarrow (B \rightarrow D)) \rightarrow \neg (B \rightarrow D)$ 9 定理14及 $\neg mp$
 11. $\neg P \rightarrow \neg (A \rightarrow (B \rightarrow D))$ 2.6 定理8
 12. $\neg P \rightarrow A$ 11.8 定理8
 13. $\neg P \rightarrow \neg (B \rightarrow D)$ 11.10 定理8
 14. $\neg P \rightarrow (C \rightarrow D)$ 2.4 定理8
 15. $(C \rightarrow D) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow D))$ 定理4
 16. $\neg P \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow D))$ 14.15 定理8
 17. $(\neg P \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (\neg P \rightarrow (B \rightarrow D))$ 16 公理2及 $\neg mp$
 18. $\neg (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow P$ 定理6
 19. $\neg P \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ 18 定理14及 $\neg mp$
 20. $(\neg P \rightarrow A) \rightarrow (\neg P \rightarrow (B \rightarrow C))$ 19 公理2及 $\neg mp$
 21. $\neg P \rightarrow (B \rightarrow C)$ 12.20 用 $\neg mp$
 22. $\neg P \rightarrow (B \rightarrow D)$ 21.16 用 $\neg mp$
 23. $(\neg P \rightarrow (B \rightarrow D)) \rightarrow ((\neg P \rightarrow \neg (B \rightarrow D)) \rightarrow P)$ 定理16
 24. $(\neg P \rightarrow \neg (B \rightarrow D)) \rightarrow P$ 22.23 $\neg mp$
 25. P 13.24 $\neg mp$

- (7)
1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ 公理1
 2. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理6
 3. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ 2用定理14及 $\neg mp$
 4. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ 1,3用定理8
 5. $(B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow A)$ 定理1
 6. $((A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)) \rightarrow (B \rightarrow A)$ 定理18

(#)
(9)

1. $A \rightarrow A$ 定理1
2. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理6
3. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ 2用定理14及 $\neg mp$
4. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow A$ 1,3定理18

(11)

1. $C \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow C)$ 公理1
2. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理6
3. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ 定理14及 $\neg mp$
4. $(A \rightarrow C) \rightarrow (\neg(A \rightarrow B) \rightarrow C)$ 定理5及 $\neg mp$
5. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow C)$ 定理2
6. $((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow C)$ 1,5用定理18

- 设 $P = (A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C)$
1. $\neg P \rightarrow (A \rightarrow C)$
 2. $\neg P \rightarrow \neg ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C)$
 3. $\neg ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C)$
 4. $\neg ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow \neg ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C$
 5. $\neg ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C \rightarrow \neg C$
 6. $\neg ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow B$
 $(\neg C \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow C)$ 公理3
 7. $(B \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B)$ 定理13
 8. $\neg C \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow \neg B)$ 定理2
 9. $\neg P \rightarrow \neg ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow C$ 2,4 定理8
 10. $\neg P \rightarrow \neg C$ 9,5 定理8
 11. $\neg P \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow \neg B)$ 10,8 定理8
 12. $(\neg P \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg B)$ 11 用公理2及 \neg mp
 13. $\neg P \rightarrow \neg B$ 11,12 定理8
 14. $(A \rightarrow B) \rightarrow B \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow B$
 15. $((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$ 定理13
 16. $\neg B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$ 定理2
 17. $\neg P \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$ 13,15 定理8
 18. $\neg P \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$ 2,4,6 两次定理8
 19. $\neg P \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$ 17 用公理2及 \neg mp
 20. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ 定理6
 21. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow A$ 20 用定理14
 22. $\neg P \rightarrow A$ 19,21 用 \neg mp 定理8
 23. $(A \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg A)$ 定理14
 24. $\neg C \rightarrow (A \rightarrow C) \rightarrow \neg A$ 定理2
 25. $\neg P \rightarrow (A \rightarrow C) \rightarrow \neg A$ 10,24 定理8
 26. $(\neg P \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg A)$ 25 用公理2及 \neg mp
 27. $\neg P \rightarrow \neg A$ 1,26 用定理8
 28. $(\neg P \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg P \rightarrow A) \rightarrow P)$ 定理16
 29. $(\neg P \rightarrow A) \rightarrow P$ 27,28 \neg mp
 30. P 22,29 \neg mp