对于方阵 A, 如果 v 是其一个特征向量, λ 是其对应的特征值, 那么

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \boldsymbol{\lambda}\mathbf{v}$$

对于 n 个线性不想关的 特征向量 $\{\mathbf{v}^{\{1\}}, \mathbf{v}^{\{2\}}, \ldots, \mathbf{v}^{\{n\}}\}$ 和 对应的特征值 $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n,\}$, 我们很容易得到下面的等式

$$\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{V}\boldsymbol{\lambda},$$

其中 V 是 n 个特征向量组成的矩阵, **λ** 是 n 个特征值组成的列向量。以上等式又可以写成

$$\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{V}\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{V}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{\lambda}),$$
$$\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{\lambda})\,\mathbf{V}^{-1},$$

所以就得到了

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\,\mathrm{diag}(\boldsymbol{\lambda})\,\mathbf{V}^{-1}$$

如果 **V** 是 正交矩阵的话, 我们用 **Q** 代替 字母 **V**, **Λ** 代替 diag(**λ**)。上式又可以写成

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}\,\Lambda\,\mathbf{Q}^{T},$$

因为对于正交矩阵, $\mathbf{Q}^{T} = \mathbf{Q}^{-1}$。

所有的实数对称矩阵 **A** 都可以分解成 $\mathbf{Q}\,\Lambda\,\mathbf{Q}^{T}$。