

实验一 采样定理

一、 实验目的

通过实验进一步加深对奈奎斯特采样定理的理解，并观察在欠采样情况下（不满足奈奎斯特抽样定理）信号的恢复情况。

二、 背景介绍（BOLD fMRI）

功能磁共振成像(functional MRI, fMRI)是指应用磁共振成像技术对人体（或动物体）的功能进行研究和检测，已被广泛用于神经科学及认知科学领域的研究，其中最常用的为血氧水平依赖功能成像(Blood Oxygen Level Dependent, BOLD)。当大脑受到某种刺激或执行一项任务时，相应区域大脑皮层活动增加，引起局部区域血流量增加，进而导致脑静脉血管内氧合血红蛋白（具有弱逆磁性属性）增加，脱氧血红蛋白（具有强顺磁性属性）含量比例相对减少，影响 $T2^*$ 弛豫时间延长，导致磁共振信号有所增强(图 1)。

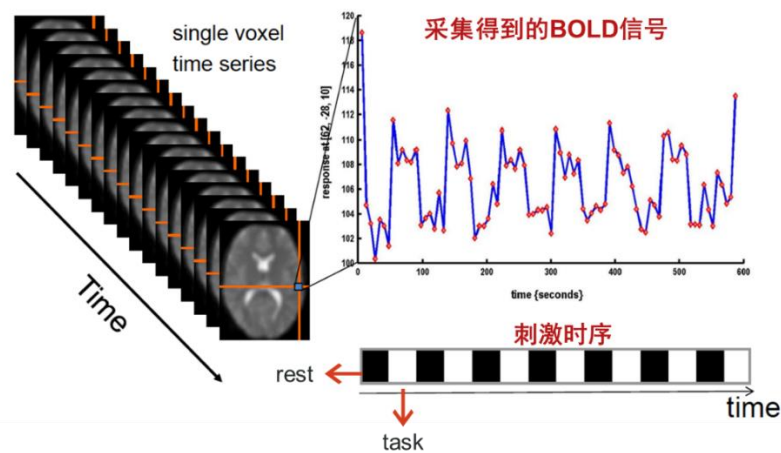


图 1 fMRI 任务设计与信号采集

fMRI 图像采集空间分辨率较高(1-4 mm)，被广泛应用于认知神经科学领域（比如感知运动功能、语言、视觉空间、注意、记忆、人格、决策、执行功能）以及成瘾等；此外也广泛应用于临床治疗，例如在肿瘤手术前，通过简单任务探测对应激活功能区（图 2），确定手术去除与保留区域，从而在尽量切除病灶的同时最大程度地减少对邻近重要功能皮层的损伤，进而避免正常功能的丧失并对手术的风险进行准确的评估。

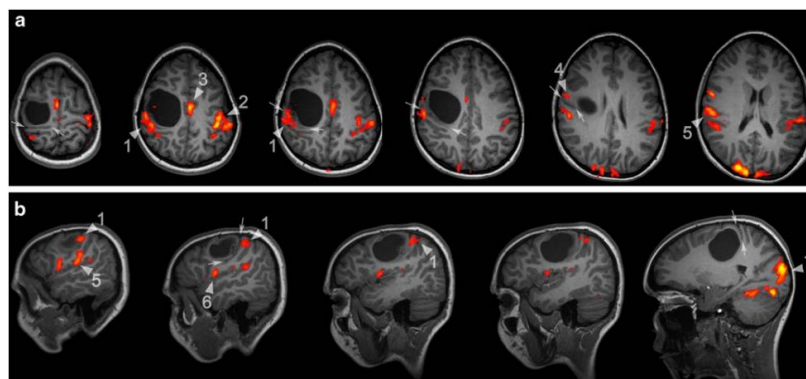


图 2 双侧手指敲击激活脑区（毛细胞星形细胞瘤患者，Ulmer JL, et al.）

三、 实验要求安装环境

任一版本的 MATLAB 或者 Python

四、 实验内容

现有一名被试者某脑区的一维血氧水平依赖信号（BOLD 信号）

$$signal(t) = 1 + 3\sin\left(2\pi \cdot \frac{8}{512}t\right) + \cos\left(2\pi \cdot \frac{4}{512}t\right) + \sin\left(2\pi \cdot \frac{32}{512}t\right)$$

1. 需对信号进行采样(观测时间长度为 512s)，得到采样序列，请画出分别以 0.1Hz, 0.2Hz, 0.5Hz 采样频率（fs）进行采样后的离散时间信号。
2. 对不同采样频率下的采样序列进行频谱分析（采用 matlab 中的 fft 函数或 python 中 numpy.fft 或 scipy.fftpack.fft 函数），绘制其幅频曲线 (abs(fft(signal))), 对比各频率下采样序列的幅频曲线。

五、 实验结果

1. 作图一：画出原始**连续**信号 $signal(t)$ ，变量 $t=0:0.5:512$ ，和以采样频率分别为 0.1Hz, 0.2Hz, 0.5Hz 采样后的三个**离散**序列波形，横坐标为时间（s），纵坐标为信号强度。并将 4 幅子图的 x 轴都限制在 0~512s 对结果进行对比。
2. 作图二：画出原始信号 $signal(t)$ 的频谱、采样频率分别为 0.1Hz, 0.2Hz, 0.5Hz 采样后的三个序列的频谱，横坐标为频率（Hz），纵坐标为幅值。并将 4 幅子图的 x 轴都限制在 0~0.25Hz 对结果进行对比（仅显示频率范围为 0~fs/2 的频谱）。

3. 实验报告附上实验源代码。

4. 思考题：

若需将该信号无失真地恢复，则理论上采样频率最小需为多少？请说出理由。