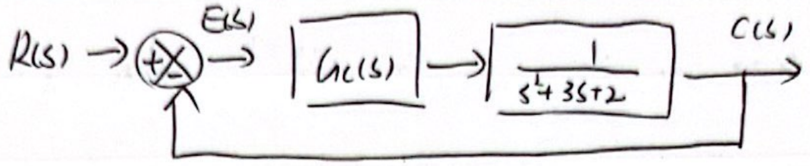
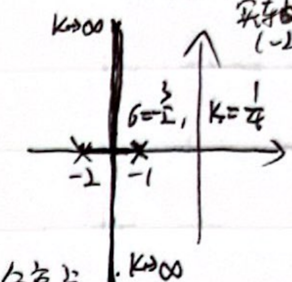
1.



1) $G_c(s)=K_p$, $G(s)=\frac{K_p}{(s+1)(s+2)}$ $H(s)=1$. 即 $1+\frac{K_p}{(s+1)(s+2)}=0$

实轴上 (-2,-1) 满足辐角

$p_1=-1$, $p_2=-2$



$\angle GH=-\angle s+1-\angle s+2$. $\lim_{s\to\infty}\angle GH=-2\angle s=\pm(2k+1)\pi$

$\Rightarrow \angle s=\frac{\pi}{2}$, $\sigma_a=\frac{\sum p_i-\sum z_i}{n-m}=\frac{-3}{2}$

$K_p=-s^2-3s-2$, $\frac{dK_p}{ds}=0\Rightarrow s=-\frac{3}{2}$, $K_p=\frac{1}{4}$. 是分离点.

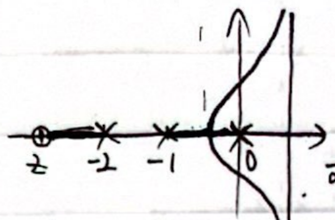
在 $s=-1$ 的出射角 $\phi_1=\pi-0=\pi$, 在 $s=-2$ 的出射角 $\phi_2=\pi-\pi=0$. 根轨迹如上.

2) $G_c(s)=1+\frac{1}{T_i s}$, $G(s)=\frac{1+T_i s}{T_i s}\frac{1}{(s+1)(s+2)}$ $1+GH=0\Rightarrow 1+\frac{s+\frac{1}{T_i}}{s(s+1)(s+2)}=0$

$p_1=0$, $p_2=-1$, $p_3=-2$, $z=-\frac{1}{T_i}$

$\lim_{s\to\infty}\angle GH=-2\angle s=\pm(2k+1)\pi$.

$\sigma=\frac{-3+\frac{1}{T_i}}{3-1}=-\frac{3}{2}+\frac{1}{2T_i}$



$\frac{1}{9}<T_i<\frac{1}{3}$.

① $T_i<\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{T_i}<-2$, 当 $\frac{1}{T_i}-3>0\Rightarrow\frac{1}{9}<T_i<\frac{1}{3}$ 时, $\sigma>0$. 系统条件稳定

$\boxed{s^3+3s^2+3s+\frac{1}{T_i}=0 \quad \therefore T_i>\frac{1}{9}}$

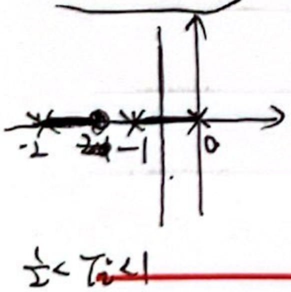
当 $\frac{1}{3}<T_i<\frac{1}{2}$ 时, 系统稳定

s^3	1	3
s^2	3	$\frac{1}{T_i}$
s^1	$\frac{9-\frac{1}{T_i}}{3}$	0
s^0	$\frac{1}{T_i}$	

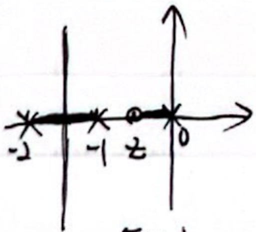
在 ξ 一定时, T_i 越小, 主导极点(闭环)的实部 σ 越小, 调整时间越大.

② $\frac{1}{2}<T_i<1$, 系统稳定. 调整时间随 T_i 变大而减小

③ $T_i>1$, 系统稳定, 调整时间很小.



$\frac{1}{2}<T_i<1$



$T_i>1$.

$T_i>1$ 时, 主导极点为单个实数, 瞬态响应变为类似过阻尼的形式.

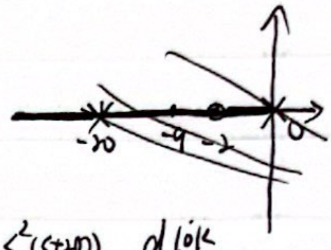
随 T_i 增大, t_s 变大, 瞬态响应变慢.

2. $G(s)=\frac{K(0.5s+1)}{s^2(0.05s+1)}$ $H(s)=1$.

1) $1+GH=0 \Rightarrow 1+\frac{K(0.5s+1)}{s^2(0.05s+1)}=0 \Rightarrow 1+\frac{10K(s+2)}{s^2(s+20)}=0$

$z_1=-2,\ p_1=0,\ p_2=-20$

$\lim_{s\to\infty}\angle GH=-2\angle s=\pm(2k+1)\pi \Rightarrow \angle s=\pm\frac{\pi}{2}$



实轴上 $(-20,-2)$ 符合辐角条件.

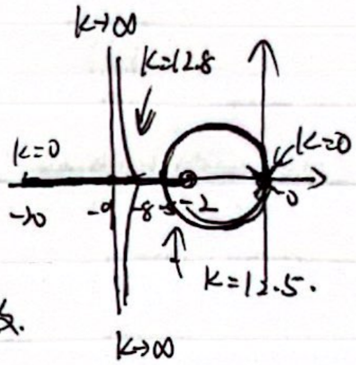
$\sigma_0=\frac{-20+2}{3-1}=-9$ 分离点: $10K=-\frac{s^2(s+20)}{s+2}$, $\frac{d\,10K}{ds}=0 \Rightarrow s=0,-5,-8$.

$s=0$时. $10K=0$, $s=-5$时 $10K=125$ ($K=12.5$), $s=-8$时. $10K=128$ ($K=12.8$). 都是分离点 ($s=-5,-8$).

$s=0$处有两条根轨迹出.

$s=-20$处的出射角 $\phi_1=180+180-180-180=0$.

$s=0$处的出射角 $2\phi_2=180+0-0 \Rightarrow \phi_2=\pm90^\circ$



2) 过阻尼, $\xi>1$. $\sigma/\omega_d=\xi/\sqrt{1-\xi^2}$, ω_d为实数.

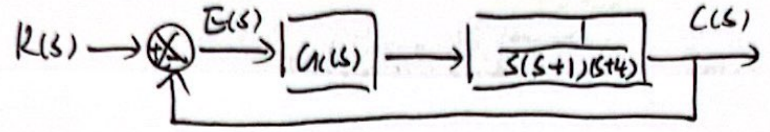
故此时 闭环极点均为实数.

∴ ~~$K\in(0,12.8)$~~ 所有根轨迹的K都要让 s_i在 σ轴上.

第一条 $K\in[12.5,+\infty)$, 第二条 $K\in[12.5,12.8]$ 第三条 $K\in[0,12.8]$.

∴ $K\in[12.5,12.8]$

3.



1) $G(s)=\frac{K_p}{s(s+1)(s+4)}$ $H(s)=1 \Rightarrow 1+\frac{K_p}{s(s+1)(s+4)}=0$ $P_1=0, P_2=-1, P_3=-4$

$\lim_{s\to\infty}\angle GH = -3\angle s = \pm(2k+1)\pi \Rightarrow \lim_{s\to\infty}\angle s=\frac{(2k+1)\pi}{3}=\frac{\pi}{3}, \pi, -\frac{\pi}{3}$

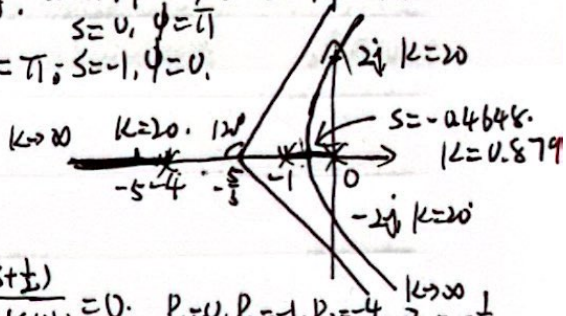
$\sigma_0=\frac{-5-0}{3-0}=-\frac{5}{3}$ 在实轴上，$(-\infty,-4)$，$(-1,0)$ 为根轨迹

$K_p=-s(s+1)(s+4)$，$\frac{dK_p}{ds}=0 \Rightarrow s=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{3}$

$s_1=\frac{-5+\sqrt{13}}{3}$，$K_p=0.8794$，$s_2=\frac{-5-\sqrt{13}}{3}$，$K_p=-6.0646$ 舍去。

$=-0.4648$ 与虚轴交点，代入 $s=j\omega$，解得，$\omega=0, K_p=0$，$\omega=\pm2, K_p=20$.

当 $K=20$，还有一个 $s_3=-5$；出射角：$s=-4, \phi=\pi$；$s=-1, \phi=0$.
$s=0, \phi=\pi$



2) 此时闭环极点为共轭复数。

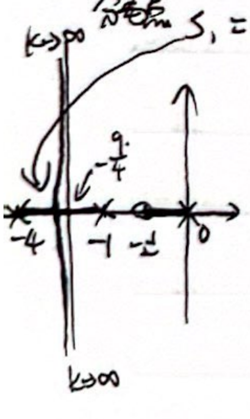
根据右图 $K\in(0.8794, 20)$

3) $G(s)=\frac{2K_p(s+\frac{1}{2})}{s(s+1)(s+4)}$ $H(s)=1 \Rightarrow 1+\frac{2K_p(s+\frac{1}{2})}{s(s+1)(s+4)}=0$. $P_1=0, P_2=-1, P_3=-4, Z_1=-\frac{1}{2}$

实轴上 $(-4,-1)$，$(-\frac{1}{2},0)$ 是根轨迹。 $\lim_{s\to\infty}\angle GH=-2\angle s=\pm(2k+1)\pi \Rightarrow \angle s=\pm\frac{\pi}{2}$

$\sigma=\frac{-\frac{9}{2}}{3-1}=-\frac{9}{4}$，$2K_p=-\frac{s(s+1)(s+4)}{s+\frac{1}{2}}$，$\frac{d2K_p}{ds}=0$

分离点 $s_1=-2.375$，$K=1.415$，剩一对共轭复数舍去。出射角：$s=-4, \phi=0$. $s=-1, \phi=\pi$
$s=0, \phi=\pi$.



(4) 比例控制器是条件稳定，$K<20$，而 PI 无这个要求，$\forall K$ 均稳定。但是 K 相同时，PI 控制的闭环极点 σ 更大，而调整时间 $t\propto\frac{1}{\sigma}$，PI 的调整时间更小，更稳定。