

P116.2

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{C_{n+1}}{C_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n+1}{n} e \right| = e \quad \therefore R = e.$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{C_{n+1}}{C_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} \quad \therefore R = 2$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{f_{n+1}(z)}{f_n(z)} \right| = \frac{z^2}{2} \leq 1 \Rightarrow R = \sqrt{2}$$

P116.3

$$|z| < 1 \text{ 时 } \sum_{n=0}^{+\infty} |C_n z^n| \leq \sum_{n=0}^{+\infty} |C_n|$$

$$|z| < 1 \text{ 时 } \sum_{n=0}^{+\infty} C_n z^n \text{ 收敛.}$$

$$\therefore \sum_{n=0}^{+\infty} C_n z^n \text{ 收敛. } z=1$$

$$\therefore \sum_{n=0}^{+\infty} C_n z^n = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n \text{ 收敛. } \therefore \text{在 } |z| < 1 \text{ 时收敛.}$$

当 $|z| > 1$ 时, 若收敛, 则 $z=1$ 时绝对收敛, 与 $\sum_{n=0}^{+\infty} |C_n|$ 发散矛盾.

$$\therefore R=1$$