

P35.1

n 个 node, 分为了 k 个连通支

设每个支 n_i $\therefore \sum_{i=1}^k n_i = n$ $\therefore m \leq \sum_{i=1}^k \frac{1}{2} (n_i^2 - n_i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k (n_i - 1) n_i$

$n_i \leq n - k + 1$, 当且仅当 $(k-1)$ 个连通支为单个 node 时取等.

$\therefore m \leq \frac{1}{2} (n - k + 1) \sum_{i=1}^k (n_i - 1) = \frac{1}{2} (n - k) (n - k + 1)$

P35.2.

设 $|V| = n, |E| = m, G = (V, E)$.

$\therefore m \leq C_n^2 = \frac{1}{2} n(n-1)$, 当且仅当 G 为完全图时取等.

~~$\bar{G} = \frac{1}{2} n(n-1)$~~ $\bar{G} = (\bar{V}, \bar{E}), |\bar{E}| = \frac{1}{2} n(n-1) - m$

若 G 不连通, $m \leq \frac{1}{2} n(n-1) - n + 1 = \frac{1}{2} (n-2)(n-1)$

设 G 由 n 个连通分量组成, $G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$

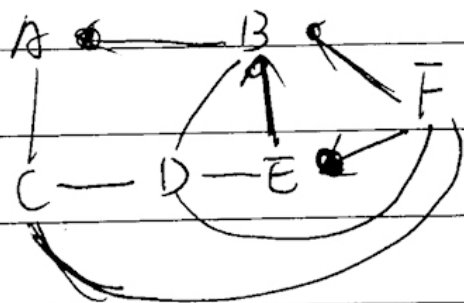
对 \bar{G} 的结点 u_i, v_j

- ① $u_i, v_j \in G_s \therefore \exists v_k \in G_s, u_i \rightarrow v_k \exists P_1, v_k \rightarrow v_j \exists P_2 \therefore P_1 + P_2$
 $\therefore u_i \rightarrow v_j$
- ② $u_i, v_j \notin$ 同- G_s , 由于是补图, $u_i \rightarrow v_j \exists P$

P36.6

化为下图. 求欧拉道路. $d_a = 2, d_b = 4, d_c = 3, d_d = 4$

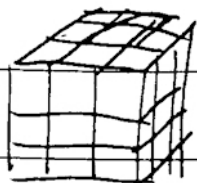
$d_e = 3, d_f = 4 \therefore \exists$ 欧拉道路.



$C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C$

P36.12

$d=3$ 的块有 ~~8~~⁸ 个, $d=4$ 的块有 ~~8~~¹² 个.

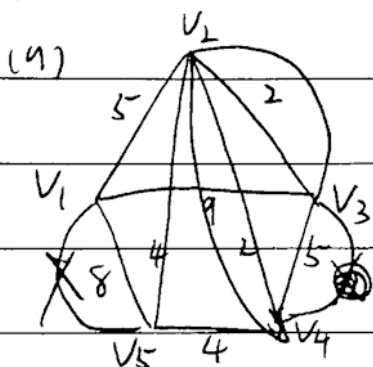


$d=5$ 的块有 ~~6~~⁶ 个, $d=6$ 的块有 1 个

角块, 面中心记 A, 棱中心记 B

从 A 出发, 走 27 个必是 A. \therefore 不行

P36.16



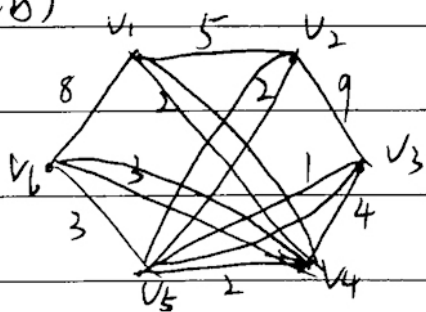
V_1, V_3, V_4, V_5 的度为奇.

V_1, V_5 ; V_3, V_4 一组

在 V_2, V_3, V_4 中不行.

\therefore 在原图上, 添加 $V_1 \leftrightarrow V_5, V_3 \leftrightarrow V_2 \leftrightarrow V_4$ 的边. 不行, 超了; V_1, V_3 ; V_4, V_5 ; 加 $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_3$, $V_4 \rightarrow V_5$

(b).



V_1, V_2, V_3, V_6 的度为奇.

V_1, V_6 ; V_2, V_3 .

加 $V_1 \leftrightarrow V_4 \leftrightarrow V_6$ 和 $V_2 \leftrightarrow V_5 \leftrightarrow V_3$

~~不行~~