

Homework 4: 上下文无关文法

李鹏达 10225101460

1. 为下列语言设计上下文无关文法。也请思考下列语言可不可以设计正规表达式？

- a) 满足这样条件的二进制串: 每个 0 之后都紧跟着至少一个 1;

$$S \rightarrow 1S \mid 01S \mid \epsilon$$

写成正规表达式: $(1^*011^*)^*$

- b) 0 和 1 个数相等的二进制串;

$$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid SS \mid \epsilon$$

无法写成正规表达式。

- c) 不含 011 子串的二进制串;

$$S \rightarrow 0A \mid 1S \mid \epsilon$$

$$A \rightarrow 0A \mid 1B \mid \epsilon$$

$$B \rightarrow 0A \mid \epsilon$$

写成正规表达式: $1^*|(1^*0(0|10)^*)(1^*0(0|10)^*1)$

- d) 具有形式 xy 的二进制串, $x \neq y$;

$$S \rightarrow 1S1 \mid 0S0 \mid A$$

$$A \rightarrow 1B0 \mid 0B1$$

$B \rightarrow 1B \mid 0B \mid \epsilon$ 无法写成正规表达式。

- e) 形如 xx 的二进制串;

$$S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \epsilon$$

无法写成正规表达式。

2. 考虑文法

$$S \rightarrow (L) \mid a$$

$$L \rightarrow L, S \mid S$$

a) 列出终结符、非终结符和开始符号；

终结符：“ a ”，“ $,$ ”，“ $($ ”，“ $)$ ”；非终结符： S, L ；开始符号： S

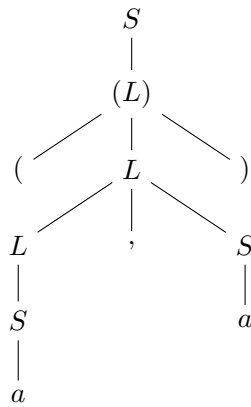
b) 给出下列句子的语法树

i) (a, a)

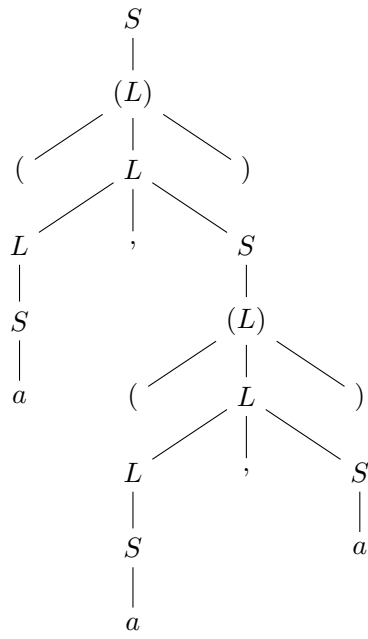
ii) $(a, (a, a))$

iii) $(a, ((a, a), (a, a)))$

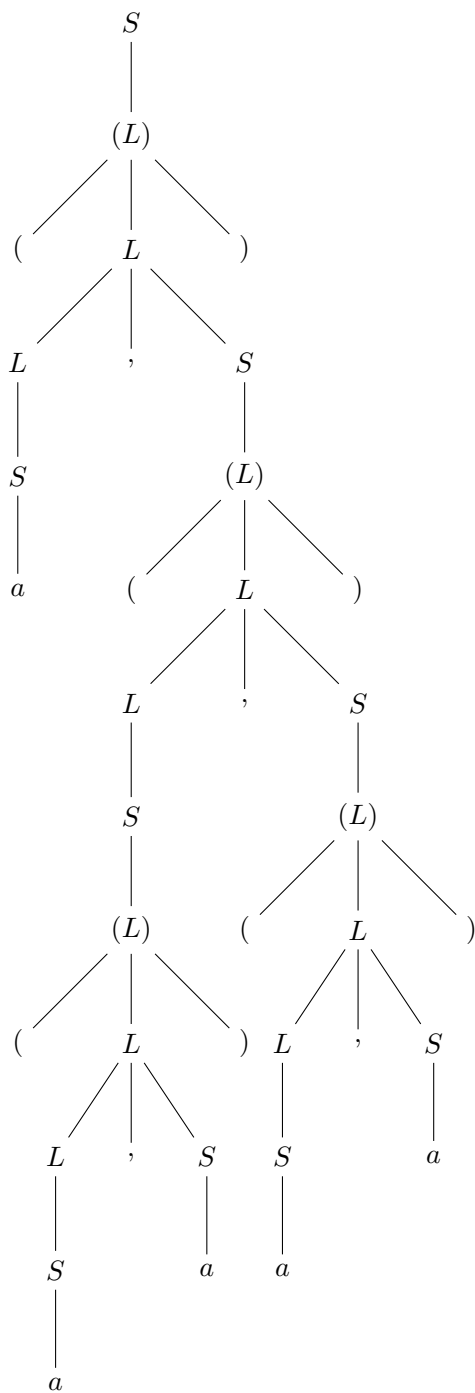
i) (a, a)



ii) $(a, (a, a))$



- iii) $(a, ((a, a), (a, a)))$



c) 构造 b) 中句子的最左推导;

i) (a, a)

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow (L) \\ &\Rightarrow (L, S) \\ &\Rightarrow (S, S) \\ &\Rightarrow (a, S) \\ &\Rightarrow (a, a) \end{aligned}$$

ii) $(a, (a, a))$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow (L) \\ &\Rightarrow (L, S) \\ &\Rightarrow (S, S) \\ &\Rightarrow (a, S) \\ &\Rightarrow (a, (L)) \\ &\Rightarrow (a, (L, S)) \\ &\Rightarrow (a, (S, S)) \\ &\Rightarrow (a, (a, S)) \\ &\Rightarrow (a, (a, a)) \end{aligned}$$

iii) $(a, ((a, a), (a, a)))$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow (L) \\ &\Rightarrow (L, S) \\ &\Rightarrow (S, S) \\ &\Rightarrow (a, S) \\ &\Rightarrow (a, (L)) \\ &\Rightarrow (a, (L, S)) \\ &\Rightarrow (a, (S, S)) \\ &\Rightarrow (a, ((L), S)) \\ &\Rightarrow (a, ((L, S), S)) \\ &\Rightarrow (a, ((S, S), S)) \\ &\Rightarrow (a, ((a, S), S)) \\ &\Rightarrow (a, ((a, a), S)) \\ &\Rightarrow (a, ((a, a), (L))) \\ &\Rightarrow (a, ((a, a), (L, S))) \\ &\Rightarrow (a, ((a, a), (S, S))) \\ &\Rightarrow (a, ((a, a), (a, S))) \\ &\Rightarrow (a, ((a, a), (a, a))) \end{aligned}$$

d) 构造 b) 中句子的最右推导;

i) (a, a)

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow (L) \\ &\Rightarrow (L, S) \\ &\Rightarrow (L, a) \\ &\Rightarrow (S, a) \\ &\Rightarrow (a, a) \end{aligned}$$

ii) $(a, (a, a))$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow (L) \\ &\Rightarrow (L, S) \\ &\Rightarrow (L, (L)) \\ &\Rightarrow (L, (L, S)) \\ &\Rightarrow (L, (L, a)) \\ &\Rightarrow (L, (S, a)) \\ &\Rightarrow (L, (a, a)) \\ &\Rightarrow (S, (a, a)) \\ &\Rightarrow (a, (a, a)) \end{aligned}$$

iii) $(a, ((a, a), (a, a)))$

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow (L) \\
 &\Rightarrow (L, S) \\
 &\Rightarrow (L, (L)) \\
 &\Rightarrow (L, (L, S)) \\
 &\Rightarrow (L, (L, (L))) \\
 &\Rightarrow (L, (L, (L, S))) \\
 &\Rightarrow (L, (L, (L, a))) \\
 &\Rightarrow (L, (L, (S, a))) \\
 &\Rightarrow (L, (L, (a, a))) \\
 &\Rightarrow (L, (S, (a, a))) \\
 &\Rightarrow (L, ((L), (a, a))) \\
 &\Rightarrow (L, ((L, S), (a, a))) \\
 &\Rightarrow (L, ((L, a), (a, a))) \\
 &\Rightarrow (L, ((S, a), (a, a))) \\
 &\Rightarrow (L, ((a, a), (a, a))) \\
 &\Rightarrow (S, ((a, a), (a, a))) \\
 &\Rightarrow (a, ((a, a), (a, a)))
 \end{aligned}$$

e) 该文法产生的语言是什么? (可以用自然语言描述出来, 也可以用集合的形式表示出来)

可以嵌套的二元组或 a , 其中二元组形式为 (x_1, x_2) , 其中 x_1 和 x_2 可以是二元组或 a 。

3. 考虑文法

$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$

为某个句子构造两个不同的最左推导, 以证明它是二义性的。

句子: $abab$

1. $S \Rightarrow aSbS \Rightarrow abS \Rightarrow abaSbS \Rightarrow ababS \Rightarrow abab$

2. $S \Rightarrow aSbS \Rightarrow abSaSbS \Rightarrow abaSbS \Rightarrow ababS \Rightarrow abab$

存在 2 种不同的最左推导, 存在二义性。

1. 考虑文法

$$\begin{aligned} S &\rightarrow (L) \mid a \\ L &\rightarrow L, S \mid S \end{aligned}$$

消除左递归。

$$\begin{aligned} L &\rightarrow SL' \\ L' &\rightarrow ,SL' \mid \epsilon \end{aligned}$$

消除左递归后的文法:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow (L) \mid a \\ L &\rightarrow SL' \\ L' &\rightarrow ,SL' \mid \epsilon \end{aligned}$$

2. 下面文法 G[S]

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AbB \mid A \\ A &\rightarrow AB \mid caB \mid B \\ B &\rightarrow Aa \mid b \end{aligned}$$

消除左递归。

将 (3) 式带入，得到：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AbAs \mid Abb \mid A \\ A &\rightarrow AAa \mid Ab \mid caAa \mid cab \mid Aa \mid b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &\rightarrow caAaA' \mid cabA' \mid bA' \\ A' &\rightarrow AaA' \mid bA' \mid aA' \mid \epsilon \end{aligned}$$

消除后的文法：

$$\begin{aligned}S &\rightarrow AbAs \mid Abb \mid A \\A &\rightarrow caAaA' \mid cabA' \mid bA' \\A' &\rightarrow AaA' \mid bA' \mid aA' \mid \epsilon\end{aligned}$$

3. 下面文法 G[S]

$$\begin{aligned}S &\rightarrow aFbM \mid F \\F &\rightarrow M \mid abc \\M &\rightarrow abF \mid c\end{aligned}$$

消除形如 $A \rightarrow B$ 这种单产生式，并进行文法处理（左递归和公共左因子）。

(3) 式带入 (2) 式，得到：

$$F \rightarrow abF \mid c \mid abc$$

提取公共左因子，得到：

$$\begin{aligned}F &\rightarrow abF' \mid c \\F' &\rightarrow F \mid c\end{aligned}$$

带入 F ，得到

$$F' \rightarrow abF' \mid c$$

发现 F 和 F' 是相同的，用 F 替换 F' ，得到：

$$F \rightarrow abF \mid c$$

由于

$$M \rightarrow abF \mid c$$

F 和 M 是相同的，用 F 替换 M ，得到：

$$S \rightarrow aFbF \mid F$$

将 F 带入，得到

$$S \rightarrow aFbM \mid abF \mid c$$

提取公共左因子，得到：

$$S \rightarrow aS' \mid c$$

$$S' \rightarrow FbF \mid bF$$

文法最终化为

$$S \rightarrow aS' \mid c$$

$$S' \rightarrow FbF \mid bF$$

$$F \rightarrow abF \mid c$$