

OLYMPIC CƠ HỌC TOÀN QUỐC -2016

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

1. CƠ HỌC KỸ THUẬT

Bài 1.(15 điểm)

Câu 1.(7 điểm)

a) Biểu thức động năng: (4 điểm)

Viết các biểu thức động học:

$$v_A = v_B = v = \omega r_2; \omega_1 = \omega_2 = \omega;$$

$$v_A = \omega r_1 = \frac{v}{r_2} r_1; \omega_B = v / r$$

Mômen quán tính khối của các trục quay và của đĩa lăn:

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2; J_2 = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2); J_B = \frac{1}{2} m r^2$$

Biểu thức động năng của hệ

$$T = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} J_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} \gamma l \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 v^2$$

$$= \frac{1}{2} \left[m_1 \left(\left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right) + 0.5 m_2 + m_3 + 1.5 m + \gamma l \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] v^2$$

$$T = \frac{1}{2} m_{tg} v^2;$$

(1)

$$m_{tg} = m_1 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 + 0.5 m_2 + m_3 + 1.5 m + \gamma l \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2.$$

b) Biểu thức công suất các lực: (4 điểm)

- Lực ma sát: $F_{ms} = fN = f m_3 g \cos \alpha$;

- Tính công suất các lực:

$$W = W_{dc} + W_{F_{ms}} + W_{P_2} + W_P = M_{dc} \omega - F_{ms} v - (m_3 + m) g v$$

$$W = W_{dc} - [(m_3 + m) \sin \alpha + f m_3 \cos \alpha] g v \quad (2)$$

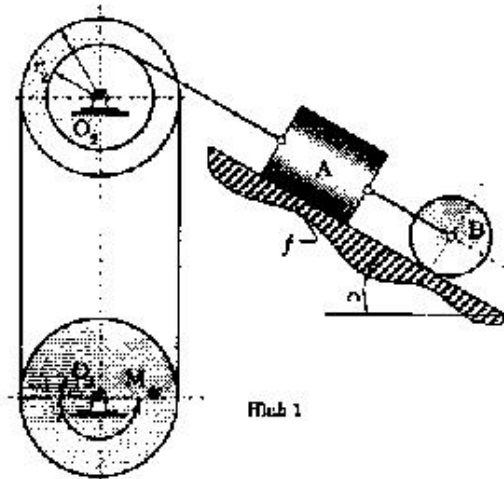
Áp dụng định lý động năng dạng đạo hàm:

$$m_{tg} v a = W_{dc} - [(m_3 + m) \sin \alpha + f m_3 \cos \alpha] g v; \quad (3)$$

c) Công suất động cơ: (1 điểm)

Từ đây tính được công suất cần thiết để vật A chuyển động với vận tốc v và gia tốc a

$$W_{dc} = m_{tg} v a + [(m_3 + m) \sin \alpha + f m_3 \cos \alpha] g v \quad (4)$$



Câu 2. (6 điểm)

a) Biểu thức vận tốc hàm của t: (4 điểm)

Biểu thức (3) có thể viết trong dạng

$$M_{\omega} \frac{v}{r_2} = m_{\omega} v \frac{dv}{dt} + [(m_3 + m) \sin \alpha + f m_3 \cos \alpha] g v. \quad (5)$$

Thay biểu thức mô men M_{dc} vào (5) ta nhận được:

$$m_{\omega} \frac{dv}{dt} = \frac{a_0}{r_2} - [(m_3 + m) \sin \alpha + f m_3 \cos \alpha] g - \frac{b_0}{r_2^2} v; \quad (6)$$

Phân ly biến ta có:

$$\frac{d(A - Bv)}{(A - Bv)} = -B dt; \quad (7)$$

Trong đó: $A = \left[\frac{a_0}{r_2} - (m_3 + m)g \sin \alpha - f m_3 g \cos \alpha \right] \frac{1}{m_{\omega}}$; $B = \frac{b_0}{r_2^2 m_{\omega}}$ Với điều kiện đầu $v(0) = 0$ ta tính được:

$$v = \frac{A}{B} (1 - e^{-Bt})$$

b) Vận tốc của chế độ bình ổn và thời gian T^0 : (2 điểm)

$$v_{\infty} = \frac{A}{B} \quad (8)$$

Vận tốc góc của động cơ:

$$\omega_{dc} = \frac{v}{r_1} = \frac{v_{b0}}{r_1} (1 - e^{-Bt})$$

Thời gian T^0 để vật A đạt được 95% v_{∞} là nghiệm củaphương trình sau: $B T^0 = -\ln 0.05$ Từ đó: $T^0 = \frac{1}{B} \ln 20$ **Câu 3: Tính lực căng (2 điểm)**

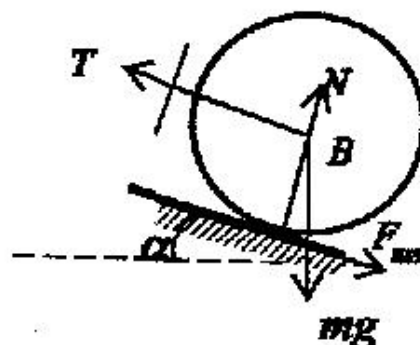
Lực căng trong nhánh dây giữa vật A và đĩa lăn B:

Viết PTPV của đĩa đối với tâm vận tốc của đĩa. Ta nhận được:

$$T_d = \frac{1}{r} (J\varepsilon + mgr \sin \alpha);$$

$$J = (J_c + mr^2) = (0.5mr^2 + mr^2) = 1.5mr^2;$$

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{A}{r} e^{-Bt};$$

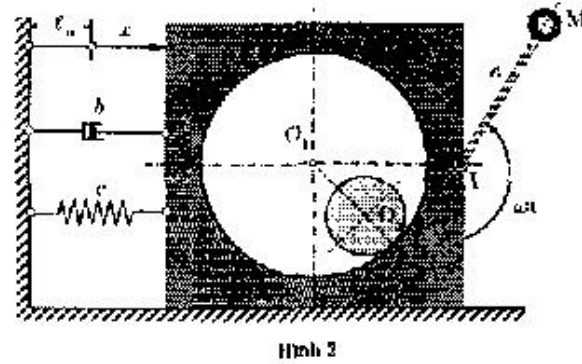


Bài 2 (14 điểm)

Câu 1. Thành lập phương trình vi phân chuyển động (7 điểm)

a) Biểu thức động năng: (4 điểm)

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + J_2 \omega_2^2 + m v_M^2); \\ v_1 &= \dot{x}; \\ v_2^2 &= \dot{x}^2 + (R-r)^2 \dot{\theta}^2 + 2(R-r) \cos \theta \dot{x} \dot{\theta}; \\ v_M^2 &= \dot{x}^2 + e \omega^2 + 2e \omega \cos \omega t \dot{x}; \\ \bar{\omega}_2 &= -\frac{(R-r) \dot{\theta}}{r}; \end{aligned} \quad (1)$$



Hình 2

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m) \dot{x}^2 + \frac{1}{2}(1.5m_2(R-r)^2) \dot{\theta}^2 + m_2(R-r) \cos \theta \dot{x} \dot{\theta} \\ &+ \frac{1}{2}m(e^2 \omega^2 + 2e \omega \cos \omega t \dot{x}); \end{aligned} \quad (2)$$

b) Biểu thức lực suy rộng (2 điểm)

$$Q_x = -cx - b\dot{x}; \quad Q_\theta = -m_2 g(R-r) \sin \theta \quad (3)$$

c) Phương trình vi phân chuyển động: (1 điểm)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} &= Q_x; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial T}{\partial \theta} = Q_\theta \rightarrow \\ (m_1 + m_2 + m) \ddot{x} + m_2(R-r) \cos \theta \ddot{\theta} - m_2(R-r) \sin \theta \dot{\theta}^2 + cx + b\dot{x} &= m e \omega^2 \sin \omega t \cos \theta \dot{x} + 1.5(R-r) \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

Chú thích:

Nhận xét: Bàn nghiên có chuyển động tịnh tiến. Chuyển động quả văng đối với bàn nghiên là chuyển động quay đều đã cho (chuyển động tương đối đã cho). Đặt lực quán tính tương đối của chất điểm văng M:

$$\vec{F}_M^{qr} = m \omega^2 e \vec{\rho};$$

Trong đó: $\vec{\rho}$ - vectơ đơn vị dọc IM (từ I hướng đến M)

Biểu thức động năng toàn hệ sẽ là:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}[(m_1 + m) v_1^2 + m_2 v_2^2 + J_2 \omega_2^2] \\ T &= \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m) \dot{x}^2 + \frac{1}{2}(1.5m_2(R-r)^2) \dot{\theta}^2 + m_2(R-r) \cos \theta \dot{x} \dot{\theta}; \end{aligned}$$

Biểu thức các lực suy rộng:

$$Q_x = -cx - b\dot{x} + m e \omega^2 \sin \omega t; \quad Q_\theta = -m g(R-r) \sin \theta$$

Phương trình vi phân chuyển động được viết như sau:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = Q_\theta$$

Để nhận được PTVP chuyển động có thể thực hiện các phép tính trực tiếp hoặc sử dụng phương trình dạng ma trận.

Thiết lập các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + m & m_2(R-r)\cos\theta \\ m_2(R-r)\cos\theta & 1.5m_2(R-r)^2 \end{bmatrix}; \partial_r A = 0; \partial_\theta A = \begin{bmatrix} 0 & -m_2(R-r)\sin\theta \\ -m_2(R-r)\sin\theta & 0 \end{bmatrix}$$

Phương trình chuyển động được viết như sau;

$$A \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = Q + Q_0 - Q^*; \quad (5)$$

Trong đó:

$$Q = \begin{bmatrix} -cx - b\dot{x} + m\omega^2 \sin\omega t \\ -mg(R-r)\sin\omega t \end{bmatrix}; Q^0 = \begin{bmatrix} Q_x^0 \\ Q_\theta^0 \end{bmatrix}; Q^* = \partial_r A \begin{bmatrix} \dot{x}^2 \\ \dot{x}\dot{\theta} \end{bmatrix} + \partial_\theta A \begin{bmatrix} \dot{x}\dot{\theta} \\ \dot{\theta}^2 \end{bmatrix};$$

$$Q_x^0 = 0.5 \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{\theta} \end{bmatrix} \partial_r A \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = 0; Q_\theta^0 = 0.5 \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{\theta} \end{bmatrix} \partial_\theta A \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix};$$

$$Q_x^* = \partial_r A \begin{bmatrix} \dot{x}^2 \\ \dot{x}\dot{\theta} \end{bmatrix}; Q_\theta^* = \partial_\theta A \begin{bmatrix} \dot{x}\dot{\theta} \\ \dot{\theta}^2 \end{bmatrix}$$

$$Q_x^0 = 0; Q_\theta^0 = -m(R-r)\sin\theta\dot{x}\dot{\theta}; Q_x^* = -m_2(R-r)\sin\theta\dot{\theta}^2; Q_\theta^* = -m_1(R-r)\sin\theta\dot{x}\dot{\theta}$$

Thay các kết quả tính được vào (5) ta nhận lại được kết quả (4)

Câu 2 (5 điểm)

a) Chuyển động bình ổn của hàn nghiên (2 điểm):

(điều kiện $m_2 \ll m_1, \theta \approx 0, \rightarrow m_2 \sin\theta = 0; \cos\theta = 1, m_1 \sin\theta = 0$);

Phương trình chuyển động trong trường hợp này sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2 + m)\ddot{x} + m_2(R-r)\ddot{\theta} + cx + b\dot{x} &= m\omega^2 \sin\omega t \\ m_2\ddot{x} + 1.5m_2(R-r)\ddot{\theta} &= 0; \end{aligned} \quad (6)$$

Từ đây ta có:

$$\begin{aligned} [1.5(m_1 + m) + 0.5m_2]\ddot{x} + 1.5cx + 1.5b\dot{x} &= 1.5m\omega^2 \sin\omega t; \\ m_2\ddot{x} + 1.5m_2(R-r)\ddot{\theta} &= 0; \end{aligned} \quad (7)$$

Phương trình (7)₁ có thể đưa về dạng:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2x = H \sin\omega t \quad (8)$$

Trong đó:

$$2n = \frac{b}{1.5(m_1 + m) + 0.5m_2}; k = \frac{c}{1.5(m_1 + m) + 0.5m_2}; H = \frac{1.5m\omega^2}{1.5(m_1 + m) + 0.5m_2}$$

b) Biểu thức nghiệm (3 điểm)

Giả thiết sức cản bé, bỏ qua dao động tự do tắt dần, nghiệm bình ổn của phương trình (8) sẽ có dạng:

$$x(t) = \frac{H}{k^2} \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{k^2})^2 + 4 \frac{n^2}{k^2} \frac{\omega^2}{k^2}}} \sin(\omega t - \varepsilon); \quad \varepsilon = \arctan \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2} \quad (9)$$

Từ phương trình (7)₂ tìm được:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}(t) &= -\frac{1}{1.5(R-r)} \ddot{x}(t) \rightarrow \dot{\theta} = -\frac{1}{1.5(R-r)} \dot{x}(t) + C_1; \\ \theta(t) &= -\frac{1}{1.5(R-r)} x(t) + C_1 t + C_2 \end{aligned} \quad (10)$$

Trong đó C_1, C_2 được xác định từ điều kiện đầu:

$$C_1 = \dot{\theta}_0 + \frac{1}{1.5(R-r)} \dot{x}_0; \quad C_2 = \theta_0 + \frac{1}{1.5(R-r)} x_0$$

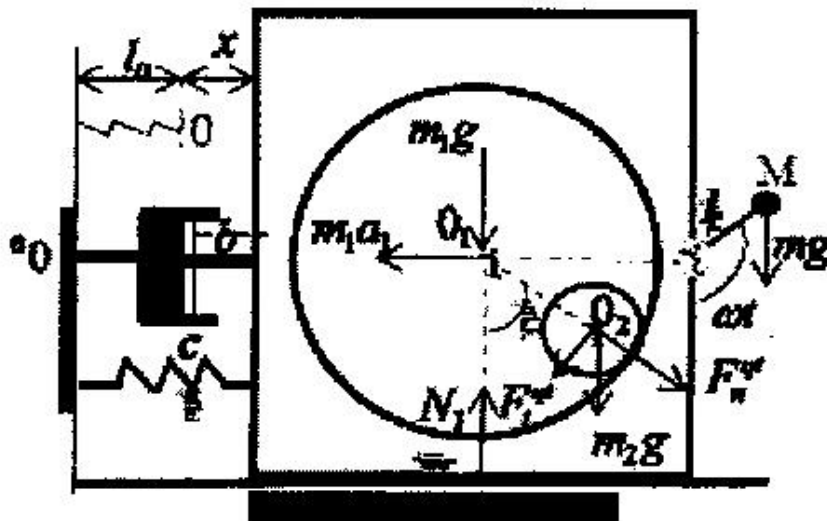
$$\theta(t) = -\frac{1}{1.5(R-r)} x(t) + (\dot{\theta}_0 + \frac{1}{1.5(R-r)} \dot{x}_0)t + \theta_0 + \frac{1}{1.5(R-r)} x_0$$

Câu 3: (2 điểm)

a) Tính phản lực giữa bàn nghiêng và nền ngang (1 điểm)

Sử dụng phương pháp Tĩnh hình học – Động lực

a) Phương án “hóa rắn-tách vật”



Bước 1: Hóa rắn: Xét toàn bộ hệ. Đặt các lực quán tính

– Đặt lực quán tính của bàn nghiêng: lực theo phương ngang hướng sang

phải: $\vec{F}_1^* = -m_1 \vec{a}_1$, trong đó \vec{a}_1 – gia tốc của tâm O_1 , lực quán tính của

con lăn: $\vec{F}_n^* = -m_2(R-r)\dot{\theta}^2 \vec{n}$; $F_t^* = -m_2(R-r)\ddot{\theta}$; $F_c^* = -m_2 \ddot{x}$;

Trong đó \vec{n} -vec tơ đơn vị hướng từ $O_2 \rightarrow O_1$; $\vec{\tau}$ -vec tơ đơn vị theo phương tiếp \perp với O_1O_2 theo chiều tăng góc θ , \vec{i} -vec tơ đơn vị theo phương ngang

-Viết phương trình “cân bằng” theo phương đứng:

$$\sum F_r = N_1 - (m + m_2)g - m_2(R - r) \cos \theta \ddot{\theta} - m_2(R - r) \sin \theta \ddot{\theta} - m\omega^2 \cos \omega t = 0$$

Từ đây tính được phản lực nền lên bàn nghiêng theo phương đứng

$$N_1 = (m + m_2)g + m_2(R - r) \cos \theta \ddot{\theta} + m_2(R - r) \sin \theta \ddot{\theta} + m\omega^2 \cos \omega t; \quad (a)$$

b) Bước 2: Tính phản lực tại điểm tiếp xúc giữa đĩa và bàn nghiêng

Tách con lăn: Tính phản lực giữa vành và bàn nghiêng: đặt lực quán tính của đĩa thu gọn về tâm O_2 . Sử dụng phương trình tổng hình chiếu các lực quán tính và các lực đặt vào theo phương \vec{n} và phương $\vec{\tau}$, ta tính

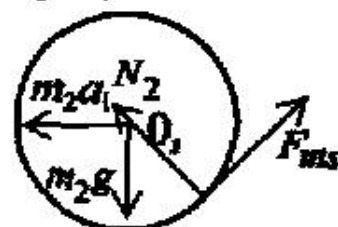
$$\sum F_n = N_2 + m_2 a_1 \sin \theta - m_2(R - r) \ddot{\theta} - m_2 g \cos \theta = 0;$$

$$\sum F_r = F_{ms} - m_2 a_1 \cos \theta - m_2(R - r) \ddot{\theta} - m_2 g \sin \theta = 0;$$

Từ đây tính được:

$$N_2 = m_2 \ddot{x}(t) \sin \theta(t) + m_2(R - r) \ddot{\theta}(t) + m_2 g \cos \theta(t); \quad (b)$$

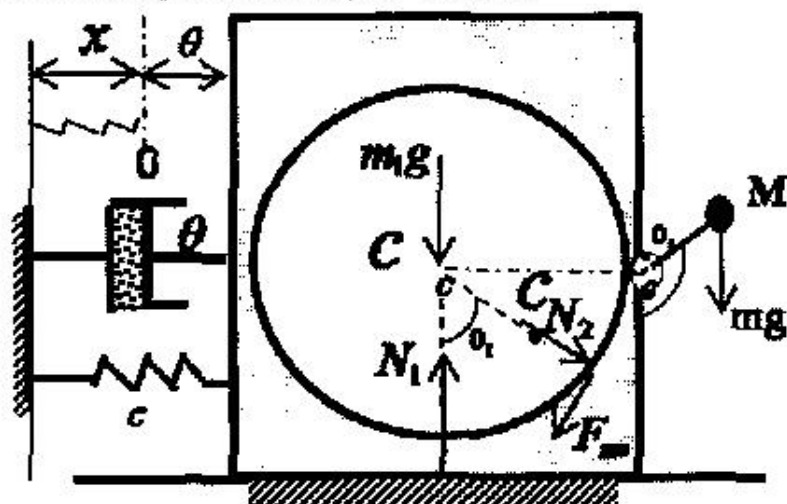
$$F_{ms} = m_2 \ddot{x} \cos \theta(t) + m_2(R - r) \ddot{\theta}(t) + m_2 g \sin \theta(t); \quad (c)$$



Trong đó: $\ddot{x}, \theta(t), \dot{\theta}(t), \ddot{\theta}(t)$ được tìm từ hệ phương trình (8), (9)

Chú ý: Có thể sử dụng phương pháp tách vật:

-Xét hệ lực quán tính và các lực đặt vào con lăn B và hệ lực quán tính và các lực đặt vào bàn nghiêng không có con lăn



Viết phương trình cân bằng theo phương đứng các lực tác dụng lên bàn nghiêng rung (lực đặt vào + lực liên kết) khi không có con lăn:

$$\sum F_v = N_1 - m_1 g - N_2 \cos \theta - F_{ms} \sin \theta - m\omega^2 \cos \omega t = 0$$

Từ đây tính được: $N_1 = m_1 g + N_2 \cos \theta + F_{ms} \sin \theta + m\omega^2 \cos \omega t$

Thay N_2, F_{ms} từ (b), (c) ta nhận được kết quả (a)

Bài 3 (11 điểm)

Câu 1.(6 điểm)

a) Viết phương trình vi phân chuyển động (6 điểm)

-Tính biểu thức động năng:(3 điểm)

$$\begin{aligned}
 T &= T_v + T_s = \frac{1}{2} J_o \omega_o^2 + \frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 \\
 &= \frac{1}{2} \frac{m_1 R^2}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \sum m_k [(v_k^e)^2 + (v_k^r)^2] \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{m_1 R^2}{2} + \frac{mr^2}{2} + m(R-r)^2 \sin^2 \theta \right] \dot{\varphi}^2 + m(R-r)^2 \dot{\theta}^2
 \end{aligned} \quad (1)$$

-Lực suy rộng: (2 điểm)

Biểu thức thế năng và lực suy rộng:

$$\begin{aligned}
 \pi &= -m_2 g(R-r) \cos \theta; \\
 Q_\varphi &= M; \quad Q_\theta = -m_2 g(R-r) \sin \theta
 \end{aligned} \quad (2)$$

-Phương trình chuyển động: (1 điểm)

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial T}{\partial \theta} = Q_\theta$$

Phương trình vi phân chuyển động sẽ là:

$$\begin{aligned}
 2m(R-r)\ddot{\theta} - 0.5m(R-r)\sin 2\theta \dot{\varphi}^2 \\
 = -mg \sin \theta; \\
 0.5(m_1 R^2 + mr^2) + m(R-r)^2 \sin^2 \theta \ddot{\varphi} \\
 + m(R-r)^2 \sin 2\theta \dot{\varphi} \dot{\theta} = M
 \end{aligned} \quad (3)$$

Chú ý:

1) Có thể sử dụng các phương pháp để viết phương trình vi phân chuyển động của hệ:

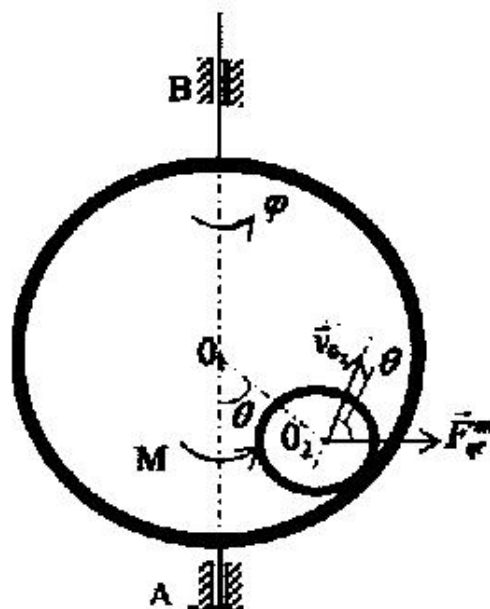
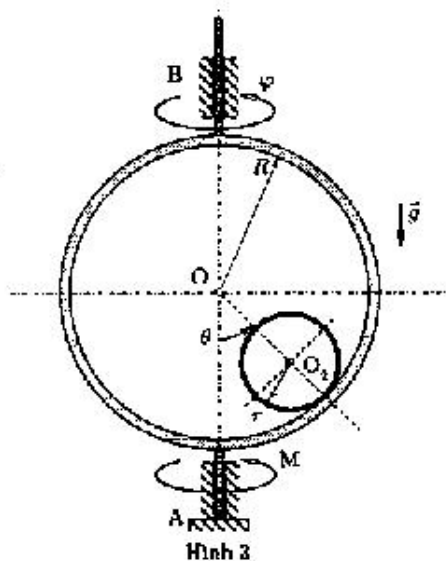
Phương pháp Đalămbe:

Đặt lực quán tính tương đối (của vòng lăn tâm O_2). Khi đó xem hệ là một vật rắn quay quanh trục đứng:

$$J_o \ddot{\varphi} = M + \sum m_k (\vec{F}_k^{qtc}) \quad (a)$$

Hệ lực quán tính Côriôlic tỷ lệ với khối lượng các phần tử khối lượng và gia tốc tương đối, có hợp lực đặt tại khối tâm O_2 , có phương vuông góc với mặt phẳng các vành, có giá trị:

$$R_o^c = 2m(R-r) \cos \theta \dot{\theta}$$



Chú ý: Chỉ có mô men của M và lực quán tính Côriôlic đối với trục quay, trong đó:

$$\vec{m}_s(\vec{R}_s^c) = R_s^c(R-r)\sin\theta = -2m_2(R-r)^2\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}$$

Phương trình (a) cho
$$[0.5(m_1R^2 + mr^2) + m(R-r)^2\sin^2\theta]\ddot{\varphi} = M - 2m(R-r)^2\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}$$

Đặt lực quán tính theo và lực quán tính Côriôlic và viết phương trình chuyển động cho vành O_2 lăn không trượt đối với vành O_1 (sử dụng định lý động năng dạng đạo hàm).

Nhận xét: Chỉ có công suất của trọng lực và còn các lực quán tính pháp \vec{F}_s^m , có hợp lực đặt tại O_2 , được ký hiệu \vec{R}_s^m vuông góc với phương đứng, hướng tâm và có giá trị $m(R-r)\sin\theta\dot{\varphi}^2$.

Tổng công suất của chúng sẽ bằng

$$\sum W(\vec{F}_s^m) = m(R-r)\sin\theta\dot{\varphi}^2 v_{O_2} \cos\theta = m(R-r)^2\sin\theta\cos\theta\dot{\varphi}^2\dot{\theta}$$

Viết phương trình tổng công suất của lực quán tính tương đối (chỉ còn thành phần tiếp), lực quán tính theo, trọng lực;

$$W = -m(R-r)^2\ddot{\theta} - mg(R-r)\sin\theta\dot{\theta} + m(R-r)^2\sin\theta\cos\theta\dot{\varphi}^2\dot{\theta} = 0; \quad (b)$$

Phương trình (b) cho :

$$m(R-r)^2\ddot{\theta} = -mg(R-r)\sin\theta + m(R-r)^2\sin\theta\cos\theta\dot{\varphi}^2$$

2) Cũng có thể sử dụng PTVPCĐ dạng ma trận

Câu 2. Xác định vị trí cân bằng tương đối: (3 điểm)

Điều kiện: $\dot{\varphi} = 0; \dot{\varphi} = \text{const} = \omega_0; \dot{\theta} = 0; \ddot{\theta} = 0$.

Từ phương trình (3)₁, ta có:

$$0.5(R-r)\sin 2\theta^*\omega_0^2 = g\sin\theta^* \rightarrow \begin{cases} \sin\theta^* = 0 \\ \cos\theta^* = \frac{g}{(R-r)\omega_0^2} \end{cases} \quad (4)$$

Từ phương trình thứ 2 của (3) tính được mô men M_0 cần thiết cho các chế độ này:

$$M_0 = 0 \quad (5)$$

Câu 3. Tìm qui luật dao động bé (2 điểm)

Xét trường hợp dao động bé quanh vị trí cân bằng tương đối θ^* khi có kích động đầu từ vị trí cân bằng bé: $\theta(t_0) = 0; \dot{\theta}(t_0) = \dot{\theta}_0 > 0$:

Từ giả thiết dao động bé ta có: $\sin\theta = \theta; \cos\theta = 1$. Phương trình thứ nhất của (3) có dạng:

$$\ddot{\theta} + k^2\theta = 0 \quad ; \quad k^2 = \frac{g}{2(R-r)} - 0.5\omega_0^2 \quad (6)$$

Điều kiện để có dao động bé $k^2 > 0$:

$$\omega^2 < \frac{g}{(R-r)} \quad (7)$$

Dao động bé có dạng:

$$\theta = A \sin(kt + \alpha)$$

Để xác định các hằng số A và α sử dụng điều kiện đầu:

$$\theta_0 = A \sin \alpha; \quad \dot{\theta}_0 = Ak \cos \alpha$$

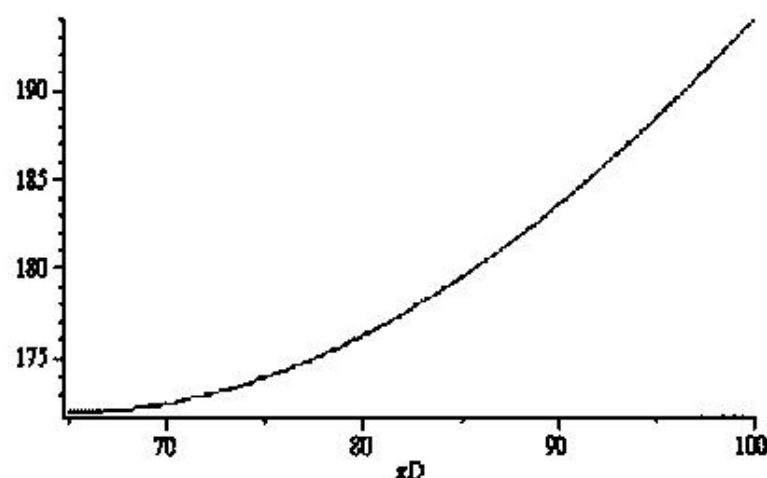
$$\theta(t) = \sqrt{\theta_0^2 + \frac{\dot{\theta}_0^2}{k^2}} \sin(kt + \alpha); \quad \alpha = \arctan \frac{k\theta_0}{\dot{\theta}_0}$$

8. ỨNG DỤNG TIN HỌC TRONG CƠ HỌC

8.1. Ứng dụng tin học trong Cơ học kỹ thuật

Bài 1.	Kết quả
Véc tơ lực \mathbf{F}_R	$[-400.00, 150.00, 250.00]$
Véc tơ mômen \mathbf{M}	$[-1240.8163, 465.30612, 775.5102]$
Tọa độ điểm P	$y = 2.06122449, z = 1.16326530$

Bài 2. a) Đồ thị lực thanh CD



Bài 2. b)

	Khi $z_D = 65$
Lực liên kết tại A	$[241.258741, 276.923076, 74.5454545]$
Lực liên kết tại B	$[-87.41258741, 5.4545455]$
Lực thanh CD	172.0052290

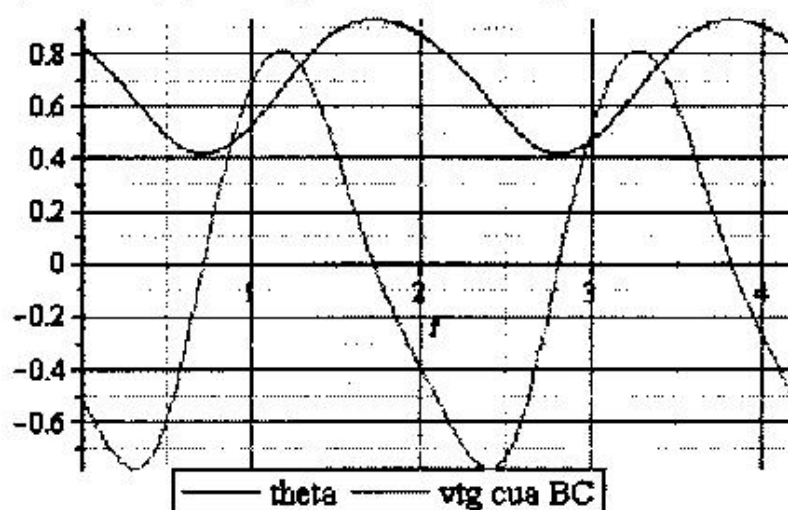
	Khi $z_D = 100$
Lực liên kết tại A	[241.258741, 276.9230769, 66.38694639]
Lực liên kết tại B	[-87.41258741, -76.1305361]
Lực thanh CD	194.0095635

Bài 3.

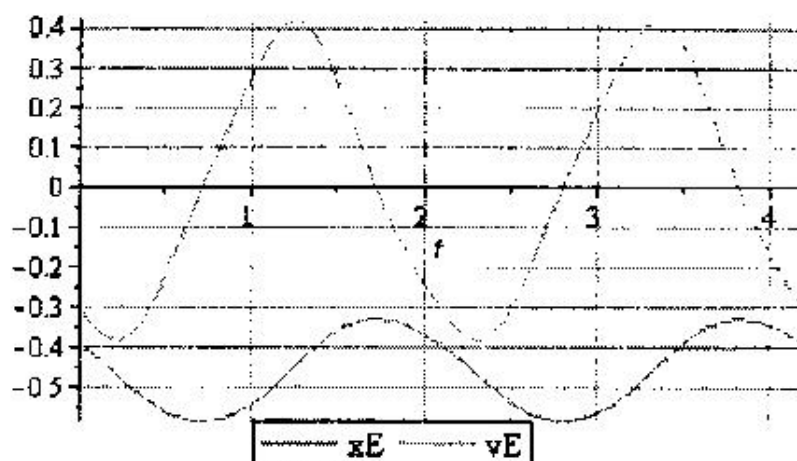
1) Trị số của góc θ và tọa độ x_E tại các vị trí của OA

TT	Khi $\varphi =$	θ [rad]	x_E [m]
1	0	0.8313838745	-0.3890831278
2	$\pi/2$	0.4725503360	-0.5623283022
3	π	0.5624742389	-0.5267505899
4	$3\pi/2$	0.9094435295	-0.3413479920

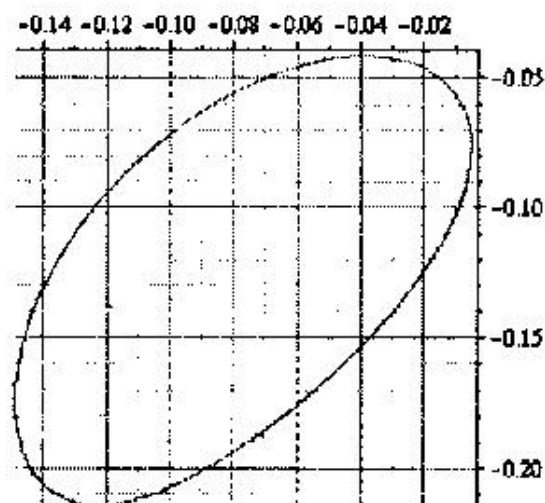
2a) Đồ thị góc $\theta(t)$ và vận tốc góc thanh BC



2b) Đồ thị di chuyển $x_E(t)$ và vận tốc của con trượt E



3) Quỹ đạo trung điểm M của AB



Bài 4.

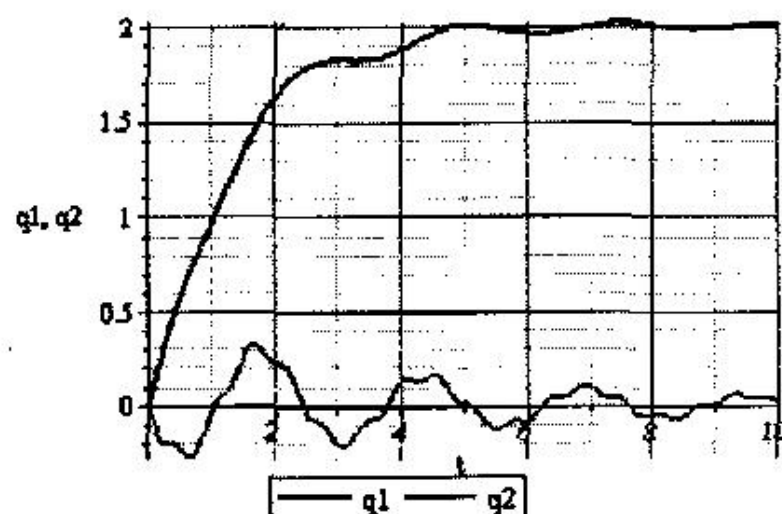
1) Các đại lượng trong biểu thức động năng

$m_{11} = m_1 + m_2$	$m_{22} = m_2 L^2$
$m_{12} = m_2 L \cos(q_2)$	$m_{23} = m_2 L r \cos(q_2 - q_3)$
$m_{13} = m_2 r \cos(q_3)$	$m_{33} = m_2 r^2 + J_2$

2) Giá trị các tọa độ suy rộng khi $t = 1$ s.

$x(1) =$	0.95197308699235
$\varphi(1) =$	-0.04465310552934
$\theta(1) =$	-0.15024351057738

3a) Đồ thị $x(t)$ và Đồ thị $\varphi(t)$



4) Quỹ đạo khối tâm C của tải trọng

