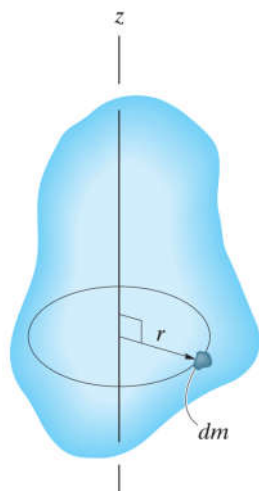


MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ MOMENT QUÁN TÍNH KHỐI LƯỢNG

(TLTK: [1] R.C.Hibbeler, Engineering Mechanics, Dynamics, 14th ed., chapter 17, Pearson Prentice Hall, 2016)

I. Moment quán tính của vật rắn quanh 1 trục ^[1]



Hình 1^[1]

Moment quán tính khối lượng I của vật rắn quanh trục quay z (Hình 1):

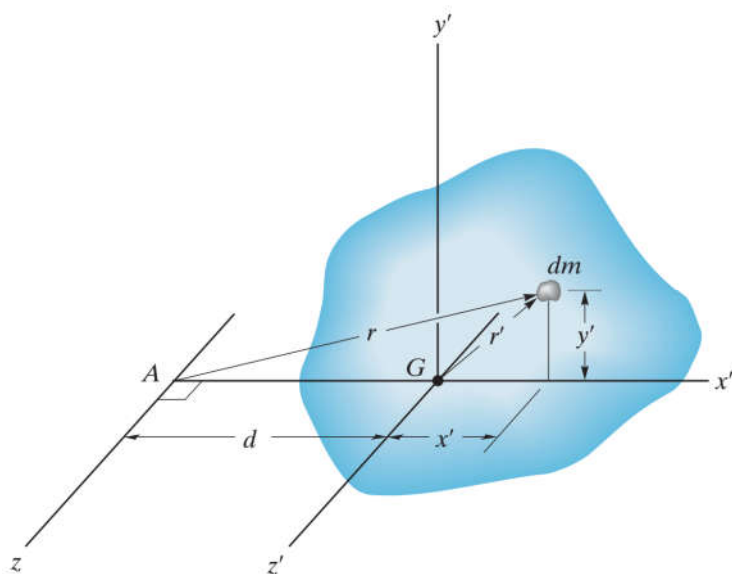
$$I = \int_m r^2 dm$$

$$I = \int_V r^2 \rho dV$$

Trong đó:

- m : khối lượng của toàn vật rắn
- V : thể tích của vật rắn
- ρ : khối lượng riêng của vật liệu làm nên vật rắn tại vị trí r đang xét ($dm = \rho dV$)

II. Công thức dời trục song song (Định lý Huygens–Steiner, định lý Steiner)



Hình 2^[1]

Moment quán tính khối lượng I của vật rắn quanh trục quay z (Hình 2):

$$I = I_G + md^2$$

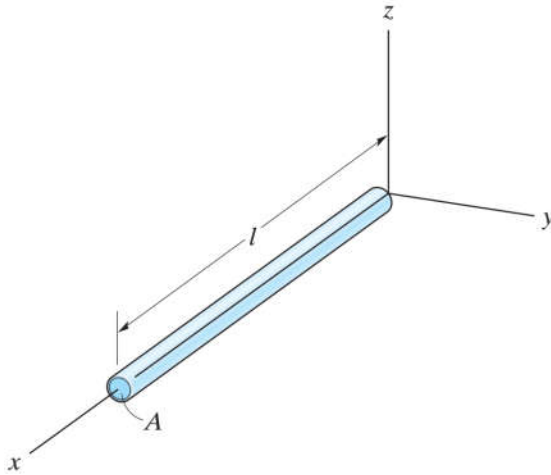
Trong đó:

- G : khối tâm của vật rắn
- I_G : moment quán tính khối lượng của vật rắn quanh trục quay z' (trục song song với trục z và đi qua khối tâm G)
- m : khối lượng của toàn vật rắn
- d : Khoảng cách giữa hai trục z và z'

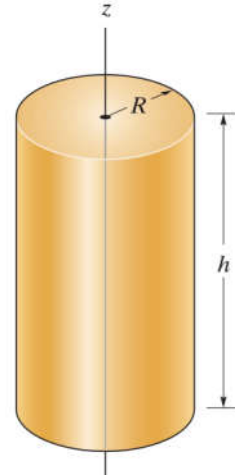
Hãy sử dụng công cụ tích phân để tính moment quán tính khối lượng của vật rắn quanh trục như trên hình trong các ví dụ dưới đây:

VD 1: (17-1^[1]) Cho thanh mảnh đồng chất có khối lượng m . Biết khối lượng phân bố đều và các kích thước như **Hình P1**. Xác định các thành phần moment quán tính khối lượng I_y và I_z của thanh quanh các trục y và z tương ứng theo các thông số l và m .

VD 2: (17-2^[1]) Cho trụ đặc có bán kính ngoài là R , chiều cao h (**Hình P2**). Trụ được làm từ vật liệu có khối lượng riêng thay đổi từ tâm trụ ra bên ngoài dọc phương bán kính theo quy luật $\rho = k + a.r^2$, trong đó k và a là các hằng số cho trước. Xác định khối lượng m của trụ và moment quán tính khối lượng I_z của trụ quanh trục z theo các thông số R , h , k và a .

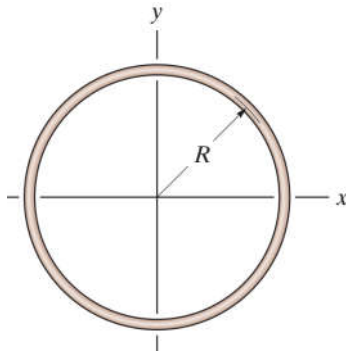


Hình P1.



Hình P2.

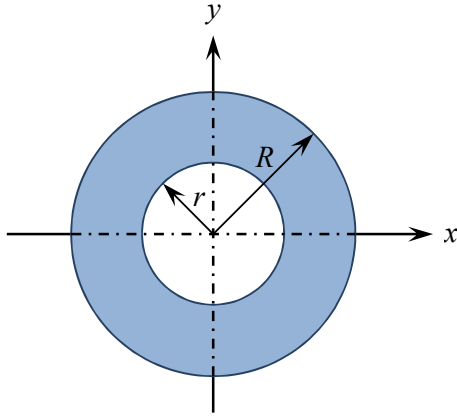
VD 3: (17-3^[1]) Xác định moment quán tính khối lượng I_x , I_y , I_z quanh các trục x , y và z tương ứng của vòng mảnh đồng chất (**Hình P3**). Biết vòng có bán kính R và khối lượng m , trục z vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.



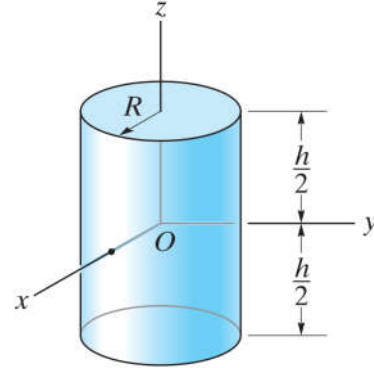
Hình 3.

VD 4: Xác định moment quán tính khối lượng I_x , I_y , I_z quanh các trục x , y và z tương ứng của đĩa mỏng, đồng chất hình vành khăn như **Hình P4**. Biết đĩa có bán kính ngoài R , bán kính trong r , và khối lượng m .

VD 5*: Cho trụ đặc có bán kính ngoài là R , chiều cao h (**Hình P5**). Trụ được làm từ vật liệu có khối lượng riêng thay đổi từ tâm trụ ra bên ngoài dọc phương bán kính theo quy luật $\rho = k + a.r^2$, trong đó k và a là các hằng số cho trước. Xác định khối lượng m của trụ và moment quán tính khối lượng I_x của trụ quanh trục x theo các thông số R, h, k và a .

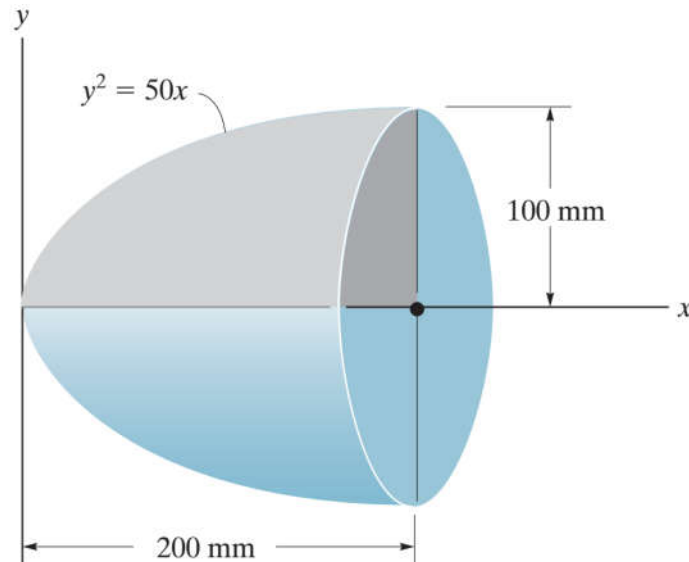


Hình P4



Hình P5

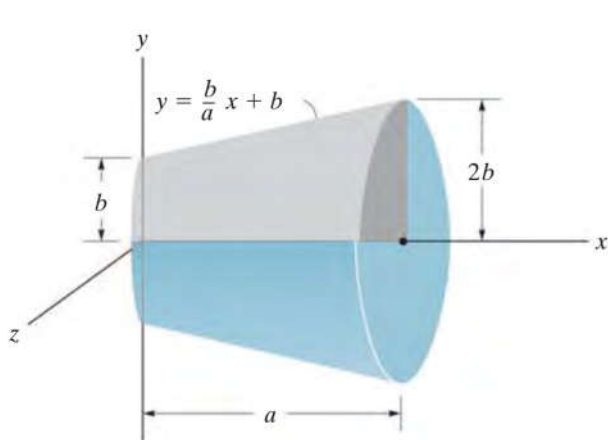
VD 6*: (17-4^[1]) Xác định bán kính quán tính quanh trục x của vật rắn đồng chất dạng tròn xoay như trên **Hình 6**. Biết vật rắn làm bằng vật liệu có khối lượng riêng $\rho = 5 \text{ Mg/m}^3$.



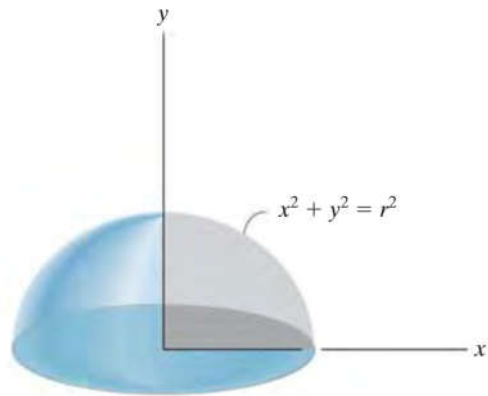
Hình P6

VD 7*: (17-7^[1]) Xác định moment quán tính khối lượng I_x và I_z của vật rắn hình nón cụt quanh các trục x và z tương ứng. Biết vật rắn đặc, đồng chất, khối lượng m và các kích thước a, b được cho trước như trên **Hình P7**.

VD 8: (17-8^[1]) Xác định moment quán tính khối lượng I_x và I_y của bán cầu quanh các trục x và y tương ứng. Biết bán cầu đặc đồng chất, có bán kính r và khối lượng m (**Hình P8**).

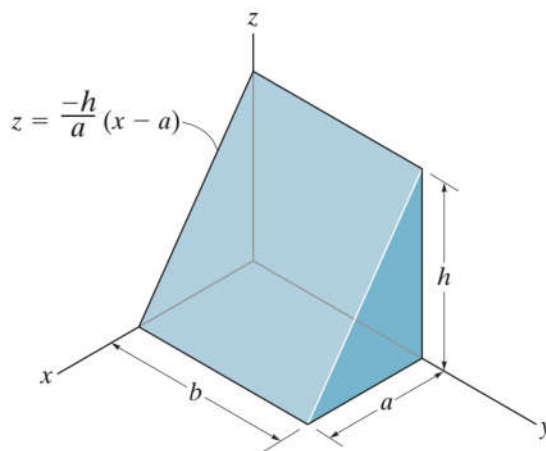


Hình P7



Hình P8

VD 9*: (17-9^[1]) Xác định moment quán tính khối lượng I_x , I_y , I_z quanh các trục x , y và z tương ứng của lăng trụ. Biết lăng trụ đặc, đồng chất, có khối lượng m và các kích thước a , b , h như trên **Hình P9**.



Hình P9

VD 10*: (17-16^[1]) Cho tấm mỏng đồng chất thuộc mặt phẳng hình vẽ bị khoét lỗ có kích thước như **Hình P10**. Biết khối lượng trên mỗi đơn vị diện tích của tấm là 20 kg/m^2 .

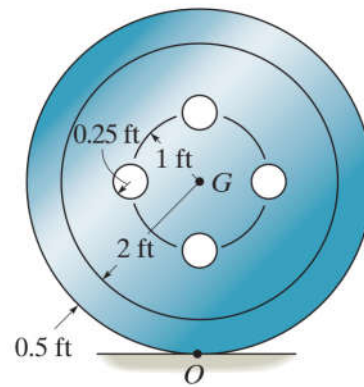
- Tấm có thể quay quanh trục qua điểm O (nằm trên biên tròn của tấm) và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Xác định moment quán tính khối lượng của tấm quanh trục quay này?
- Người ta thay liên kết tại O bằng 1 liên kết khác sao cho tấm có thể quay quanh trục thẳng đứng (thuộc mặt phẳng hình vẽ) qua O . Xác định moment quán tính khối lượng của tấm quanh trục quay mới này?

VD 11*: (17-20^[1]) Xác định moment quán tính khối lượng của bánh xe quanh trục đi qua O và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ (**Hình P11**). Biết bánh xe đồng chất và có trọng lượng

riêng là 90 lb/ft^3 (*Ghi chú:* Đơn vị đo lực pound (lb): $1 \text{ lb} \sim 4,448 \text{ N}$; đơn vị đo chiều dài foot (ft): $1 \text{ ft} \sim 0,3048 \text{ m}$; gia tốc trọng trường $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \sim 32,2 \text{ ft/s}^2$).



Hình P10



Hình P11

