

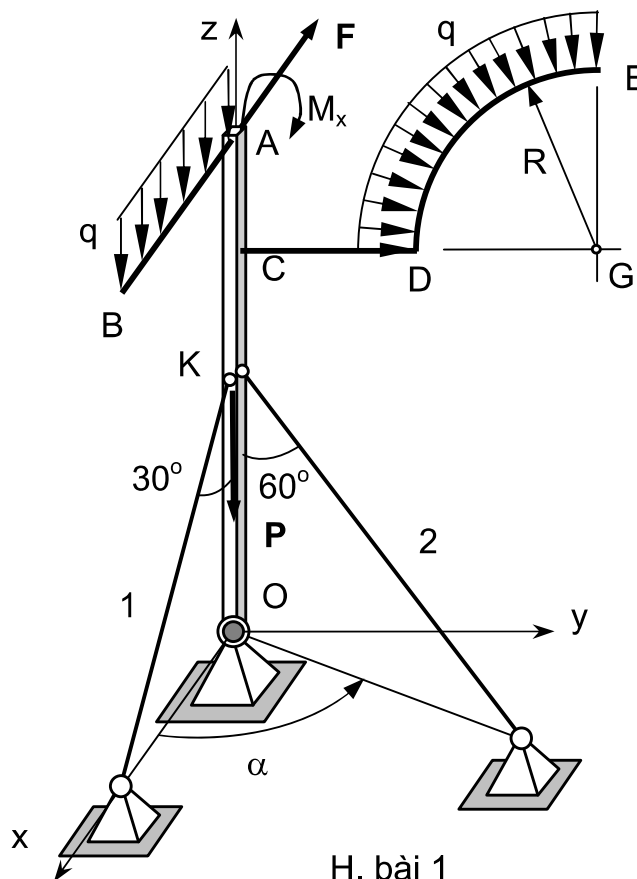
## 8. ỨNG DỤNG TIN HỌC TRONG CƠ HỌC

### 8.1. Ứng dụng tin học trong Cơ học kỹ thuật

#### BÀI 1 (8 điểm)

Cột OA được giữ cân bằng thẳng đứng nhờ bản lề cầu O, hai thanh không trọng lượng (1 và 2) như hình vẽ. Các thanh AB//Ox và CDE (CDG//Oy, cung DE là  $\frac{1}{4}$  đường tròn tâm G nằm trong Oyz) được hàn chặt vào cột OA. Trọng lượng cột  $P = 5000 \text{ N}$ .

Lực  $\vec{F} // x$  tại A, trị số  $F = 500 \text{ N}$ . Ngẫu lực trong mặt phẳng yz có mômen  $M_x = 300 \text{ Nm}$ . Các lực phân bố đều có cường độ  $q = 100 \text{ N/m}$  (trên đoạn AB lực phân bố thẳng đứng và trên cung DE lực phân bố nằm trong mặt phẳng Oyz và hướng về tâm G). Cho biết các khoảng cách:  $OK = KA$



H. bài 1

$= 3\text{m}$ ,  $AB = CD = R = 2\text{m}$ ;  $KC = CA$ ;  $\alpha_{\min} = 45^\circ$ ,  $\alpha_{\max} = 135^\circ$ .

**Thí sinh tính trên máy, ghi và vẽ vào giấy thi các kết quả sau:**

- 1) Các thành phần hình chiếu của lực thu gọn của lực phân bố trên DE.
- 2) Biểu thức lực liên kết tại bản lề cầu O và ứng lực  $S_1(\alpha)$ ,  $S_2(\alpha)$  của các thanh 1 và 2 phụ thuộc góc  $\alpha$ .
- 3) Đồ thị  $S_1(\alpha)$  và  $S_2(\alpha)$  với  $\alpha = [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ .
- 4) Trị số của lực liên kết tại O và ứng lực hai thanh khi  $\alpha = 90^\circ$ .

#### BÀI 2 (8 điểm)

Cơ cấu chuyển động trong mặt phẳng đứng Bxy như hình vẽ. Tay quay OA quay đều quanh trục ngang O với vận tốc góc  $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ ,  $\varphi = \omega t$ . Nhờ con trượt A, thanh BC quay quanh trục ngang B. Nhờ

thanh nối CD, thanh DE chuyển động theo phương ngang. Cho biết  $OA = 10$ ,  $OB = 20$ ,  $BC = 50$ ,  $CD = 20$ ,  $OK = 40$  cm.

**Thí sinh tính trên máy, ghi và vẽ vào giấy thi các kết quả sau:**

1) đồ thị trong khoảng thời gian  $t \in [0, 8\pi]$  s

của:

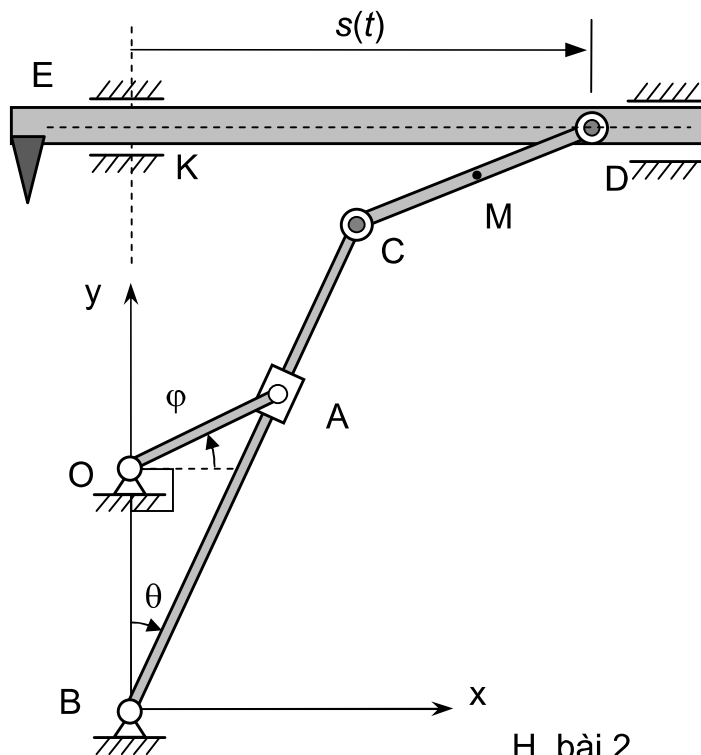
a) Góc  $\theta(t)$ , vận tốc góc, và gia tốc góc của thanh BC.

b) Độ dài  $u(t) = BA$ , vận tốc và gia tốc tương đối của A dọc BC.

c) Di chuyển  $s(t)$  và vận tốc của thanh DE.

2) quỹ đạo trung điểm M của CD trong mặt phẳng Bxy.

3) trị số của góc  $\theta$ , độ dài BA, và di chuyển  $s$  khi:  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$ .



H. bài 2

### BÀI 3 ( 12 điểm)

Cơ hệ chuyển động trong mặt phẳng đứng. Đĩa tròn đồng chất 1 có mô men quán tính khối đối với trục quay  $O_1$  là  $J_1$ , chịu tác dụng của ngẫu lực

$M_1 = M_0 - \alpha\dot{\varphi}$ . Thanh chữ T nằm ngang có khối lượng  $m_2$  chuyển động theo phương ngang do có con trượt A (khối lượng không đáng kể) lắp với đĩa 1 bằng chốt A cách  $O_0$  đoạn bằng  $r$ .

Các chất điểm B và C có khối lượng  $m_3$  và  $m_4$  được gắn vào thanh không khối lượng  $BO_2C$ , ( $O_2B \perp O_2C$ ) thanh này quay được quanh trục ngang  $O_2$ . Chất điểm B nối với thanh 2 bằng lò xo độ cứng  $k_1$  và cản nhớt hệ số cản  $c_1$ . Một lò xo xoắn độ cứng  $k_2$  nối giữa giá cố định với thanh  $BO_2C$ .

Khi  $\varphi = 0$  và  $x = 0$ , lò xo 1 không biến dạng, lò xo xoắn 2 bị biến dạng một góc nhỏ để giữ  $O_2B$  cân bằng tại vị trí thẳng đứng ( $x=0$ ). Biết rằng khi hệ chuyển động di chuyển ngang  $x$  của  $m_3$  là nhỏ, ( $\theta \approx x/a$ ).

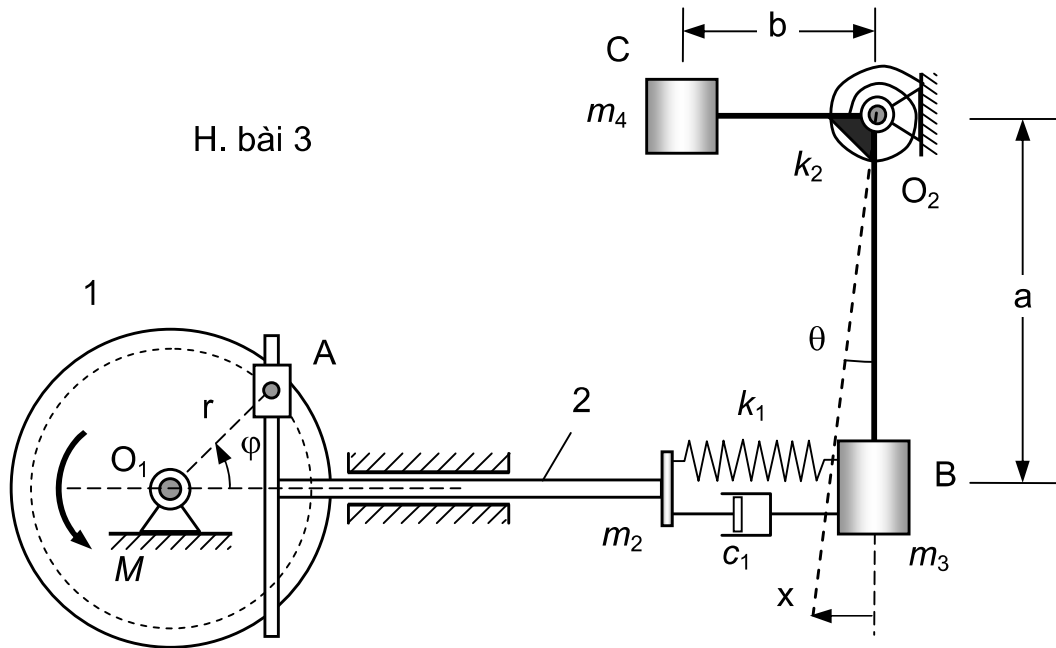
Số liệu:  $r = 0.1$ ;  $a = 0.8$ ;  $b = 0.2$  m

$J_1 = 2.0 \text{ kgm}^2$ ;  $m_2 = 0.5 \text{ kg}$ ;  $m_3 = 10 \text{ kg}$ ;

$m_4 = 1 \text{ kg}$ ,  $k_1 = 200 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 300 \text{ Nm/rad}$  ,

$c_1 = 10 \text{ Ns/m}$   $M_0 = 30 \text{ Nm}$ ,  $\alpha = 6 \text{ Nms/rad}$  ;

$\varphi(0) = 0$ ;  $\dot{\varphi}(0) = 0 \text{ rad/s}$ ;  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$ ;  $t_f = 5 \text{ s}$ .



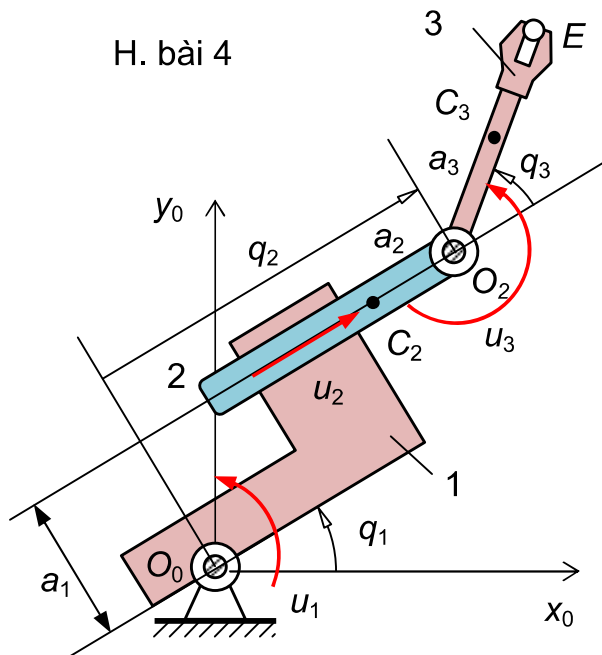
Hãy thiết lập phương trình vi phân chuyển động của cơ hệ theo tọa độ suy rộng  $\varphi(t), x(t)$  và giải phương trình vi phân bằng phương pháp số.

**Thí sinh tính trên máy, ghi và vẽ vào giấy thi các kết quả sau:**

- 1) Biểu thức chữ động năng và thế năng của cơ hệ.
- 2) Đồ thị  $\dot{\varphi}(t), \dot{x}(t)$   $t = [0, t_f]$  và cho biết giá trị  $\varphi, \dot{\varphi}$  lúc  $t = 1 \text{ s}$ .
- 3) Đồ thị  $x(t), \dot{x}(t)$  , nếu đĩa 1 quay đều với vận tốc góc  $\dot{\varphi} = 5 \text{ rad/s}$  . Biết điều kiện đầu  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$  .

#### BÀI 4 (12 điểm)

Robot gồm ba khâu (1-2-3) chuyển động trong mặt phẳng đứng. Khâu 1 có mômen quán tính khối đối với trục quay  $O_0$  là  $J_1$ , khối tâm nằm trên trục quay  $O_0$ , chịu tác dụng của mômen  $u_1$  quay quanh trục  $O_0z_0$  (vuông góc mặt phẳng hình vẽ), góc quay  $q_1(t)$ . Khâu 2 có khối lượng  $m_2$ , khối tâm  $C_2$ ,  $O_2C_2 = a_2$ , mômen quán tính khối đối với khối tâm của nó là  $J_2$ , chịu lực đẩy  $u_2$  từ khâu 1, độ dịch chuyển  $q_2(t)$ .



Khâu 3 có khối lượng  $m_3$ , khối tâm  $C_3$ ,  $O_2C_3 = a_3$ ,  $O_2E = 2a_3$ , mômen quán tính khối đối với khối tâm của nó là  $J_3$ , chịu tác dụng của mômen  $u_3$  từ khâu 2, góc quay  $q_3(t)$ . Chọn các tọa độ suy rộng cho hệ là  $q_1, q_2$ , và  $q_3$ . Hãy thiết lập phương trình vi phân chuyển động và giải bằng số phương trình vi phân chuyển động.

Cho số liệu:

$$J_1 = 1.0 \text{ kgm}^2; a_1 = 0.2 \text{ m}; \quad m_2 = 3 \text{ kg}; \quad a_2 = 0.5 \text{ m}; \quad J_2 = 0.2 \text{ kgm}^2;$$

$$m_3 = 1.5 \text{ kg}; \quad a_3 = 0.3 \text{ m}; \quad J_3 = 0.2 \text{ kgm}^2; \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$u_1 = -500(q_1 - 0) - 50\dot{q}_1; \quad u_2 = -400(q_2 - 0.5) - 60\dot{q}_2; \quad t_f = 2 \text{ s.}$$

$$u_3 = -300(q_3 - 1.5) - 30\dot{q}_3$$

Các điều kiện đầu:

$$q_1(0) = 0.5; \quad \dot{q}_1(0) = 0; \quad q_2(0) = 1.0; \quad \dot{q}_2(0) = 0; \quad q_3(0) = 0; \quad \dot{q}_3(0) = 0;$$

**Thí sinh tính trên máy, ghi và vẽ vào giấy thi các kết quả sau:**

1) Biểu thức chữ: tổng động năng của khâu 1 và khâu 2; và biểu thức thế năng hệ.

2) Đưa ra các giá trị của  $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2$  tại thời điểm  $t = 1 \text{ s}$ .

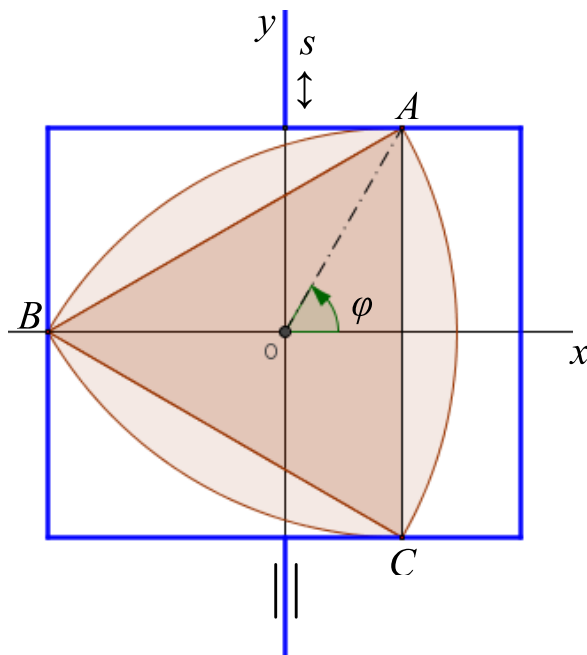
3) Đồ thị các đại lượng  $q_1(t), q_2(t), q_3(t)$  theo biến thời gian  $t, t = [0, t_f]$ .

4) Quỹ đạo điểm E trong khoảng thời gian

## 8.2. Ứng dụng tin học trong Nguyên lý máy

Cho cơ cấu cam phẳng (hình vẽ) trong đó cần đẩy là khung *chữ nhật* tịnh tiến theo phương  $Oy$  song song với cạnh ngắn, cam quay quanh trọng tâm  $O$ , có dạng *tam giác lồi rộng đều*  $ABC$  (mỗi cạnh là một cung tròn có tâm là đỉnh đối diện và bán kính bằng cạnh ngắn của khung). Đặt  $OA = a$  (nửa cạnh dài của khung) và  $\varphi$  là góc định vị của  $OA$ . Hãy :

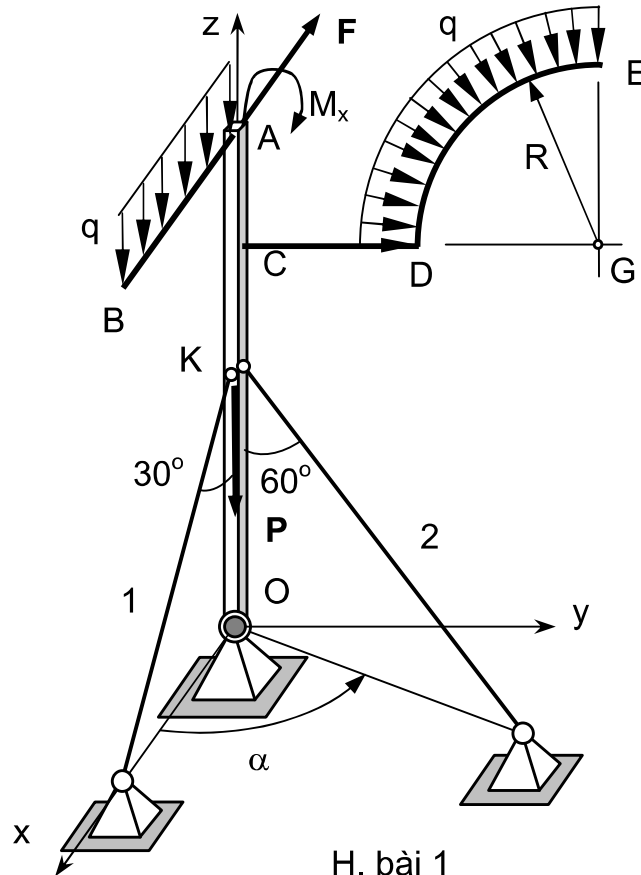
1. Mô phỏng 2D chuyển động của cơ cấu cam đã cho, xác định hàm chuyển vị  $s = s(a, \varphi)$  của cần *sau một vòng quay của cam*, vẽ đồ thị chuyển vị  $s(a, \varphi)$ .
2. Vẽ *họa đồ* vận tốc và gia tốc của cơ cấu khi cam quay đều với vận tốc góc  $\omega = d\varphi/dt = \text{hằng}$ .
3. Tìm những cơ cấu phẳng 3 khâu và 4 khâu trong đó khâu dẫn quay toàn vòng, được nối với trục cam  $O$  bằng cách nào đó, sao cho khâu bị dẫn tịnh tiến đồng bộ với khung chữ nhật theo hàm chuyển vị  $s(a, \varphi)$  trên đây.
4. Mô phỏng 2D chuyển động của cơ cấu cam  $ABC$  đã cho khi khâu bị dẫn là *khung vuông* ngoại tiếp cam và di chuyển được theo cả hai trục  $Ox, Oy$ . Xác định chuyển động của khung vuông trong trường hợp này.
5. Đề xuất một phương án cấu tạo 3D khả thi cho cơ cấu cam trong câu 4 và mô phỏng 3D chuyển động của cơ cấu đó.
6. Từ cơ cấu cam 3D trong câu 5, đổi khung vuông làm giá, quan sát chuyển động của cam trong cơ cấu đổi giá, từ đó mô phỏng 2D chuyển động của cam và vẽ quỹ đạo của một trong 3 đỉnh  $A, B, C$  trong mặt phẳng giá. Nêu nhận xét nếu có.



## 8. ỨNG DỤNG TIN HỌC TRONG CƠ HỌC

### 8.1. Ứng dụng tin học trong Cơ học kỹ thuật

#### BÀI 1 (8 điểm)



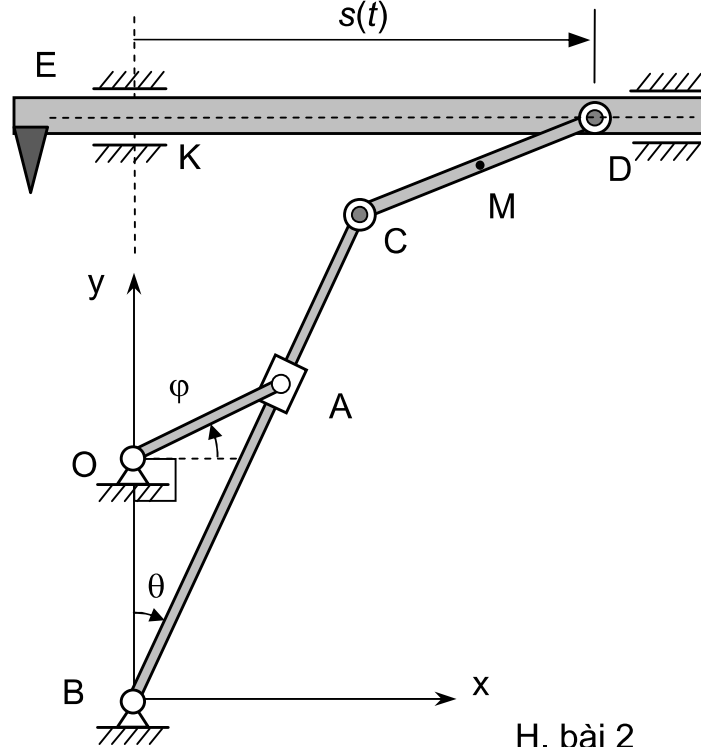
H. bài 1

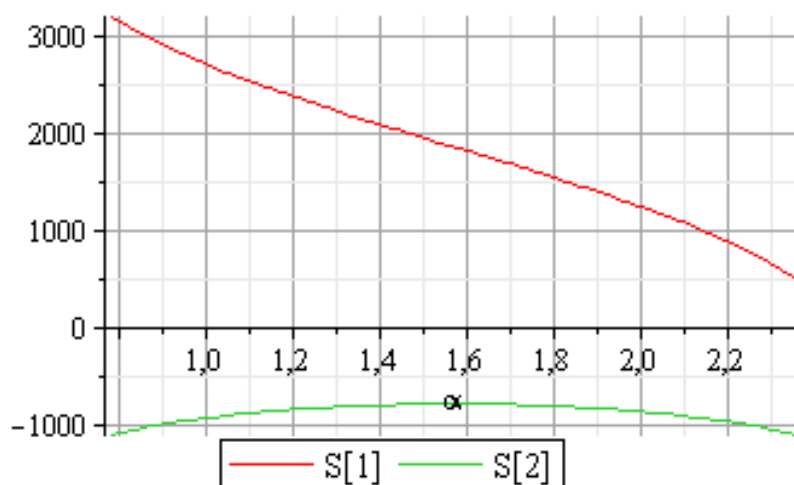
- 1) Các thành phần hình chiếu của lực thu gọn của lực phân bố trên DE.  
 $\mathbf{Q2y} = 200; \mathbf{Q2z} = 200;$
- 2) Biểu thức lực liên kết tại bản lề cầu O và ứng lực  $S_1(\alpha), S_2(\alpha)$  của các thanh 1 và 2 phụ thuộc góc  $\alpha$ .

$$\begin{aligned}
res &:= \left\{ S1 = \frac{800}{3} \frac{7 \sin(\alpha) + 5 \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}, S2 = -\frac{4000}{9} \frac{\sqrt{3}}{\sin(\alpha)}, XO \right. \\
&= -\frac{1300}{3}, YO = \frac{1400}{3}, ZO \\
&= \frac{200}{9} \frac{1}{\sin(\alpha)} (42\sqrt{3} \sin(\alpha) + 30\sqrt{3} \cos(\alpha) - 10\sqrt{3} \\
&\quad \left. + 243 \sin(\alpha)) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S1 &= \frac{266.6666667(7. \sin(\alpha) + 5. \cos(\alpha))}{\sin(\alpha)}, S2 = -\frac{769.8003590}{\sin(\alpha)}, \\
XO &= -433.3333333, YO = 466.6666667, ZO \\
&= \frac{1}{\sin(\alpha)} (22.22222222(315.7461339 \sin(\alpha) \\
&\quad + 51.96152424 \cos(\alpha) - 17.32050808))
\end{aligned}$$

3) Đồ thị  $S_1(\alpha)$  và  $S_2(\alpha)$  với  $\alpha = [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ .





4) Trị số của lực liên kết tại O và ứng lực hai thanh khi  $\alpha = 90^\circ$ .

> **alpha0:=Pi/2:**

$X0 := \{-433.333333\}$      $Y0 := \{466.666667\}$      $Z0 := \{6631.680573\}$

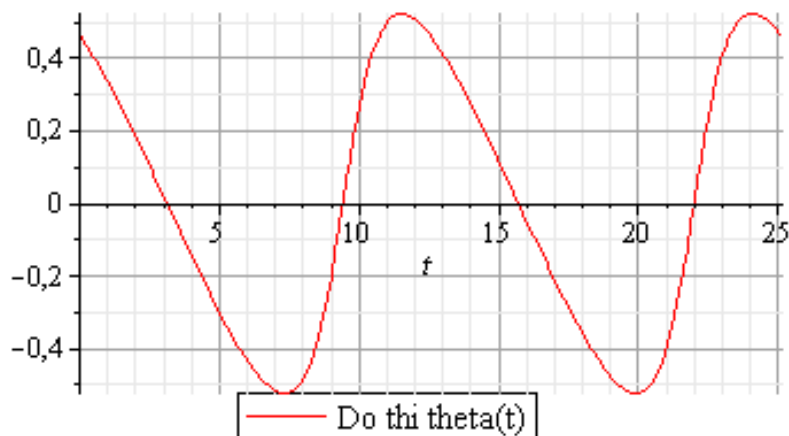
$S1 := \{1866.66667\}$      $S2 := \{-769.800359\}$

## BÀI 2 (8 điểm)

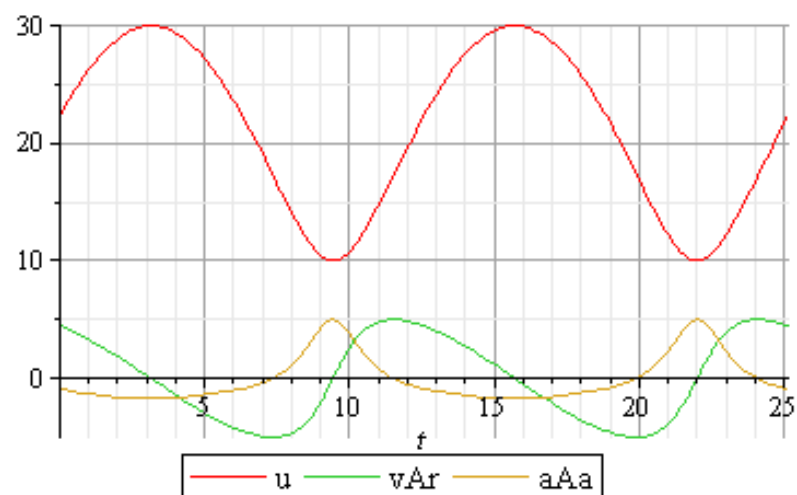
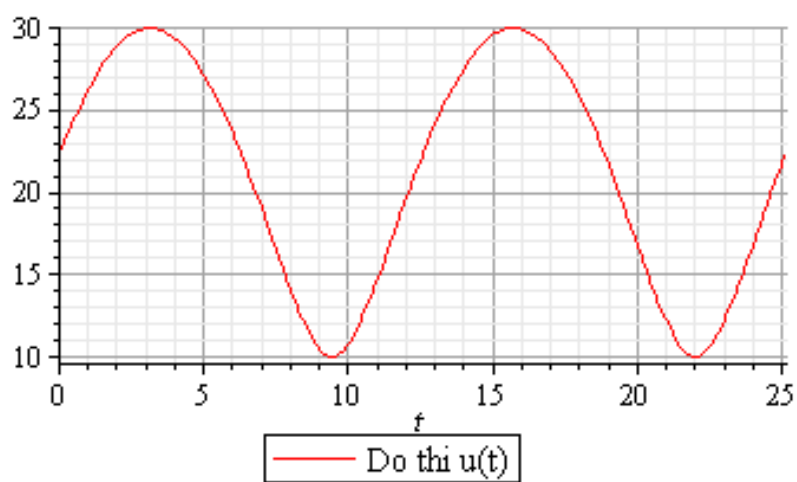
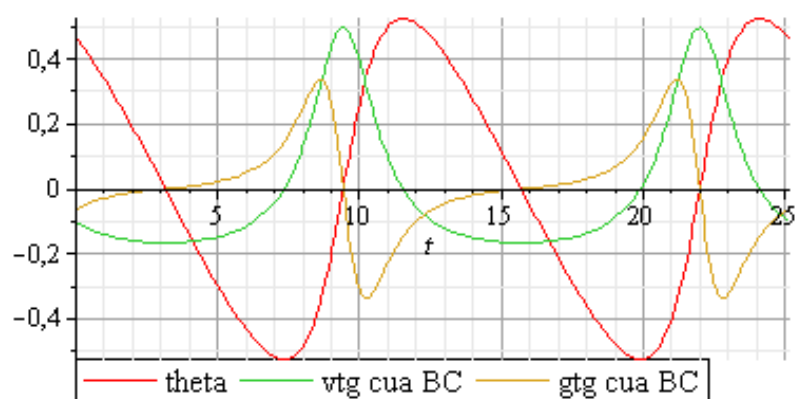
1) đồ thị trong khoảng thời gian  $t \in [0, 8\pi]$  s của:

- Góc  $\theta(t)$ , vận tốc góc, và gia tốc góc của thanh BC.
- Độ dài  $u(t) = BA$ , vận tốc và gia tốc tương đối của A dọc BC.
- Di chuyển  $s(t)$  và vận tốc của thanh DE.

$$u := 10 \sqrt{5 + 4 \sin(0.5 t)}, \quad \theta := \arcsin\left(\frac{\cos(0.5 t)}{\sqrt{5 + 4 \sin(0.5 t)}}\right)$$







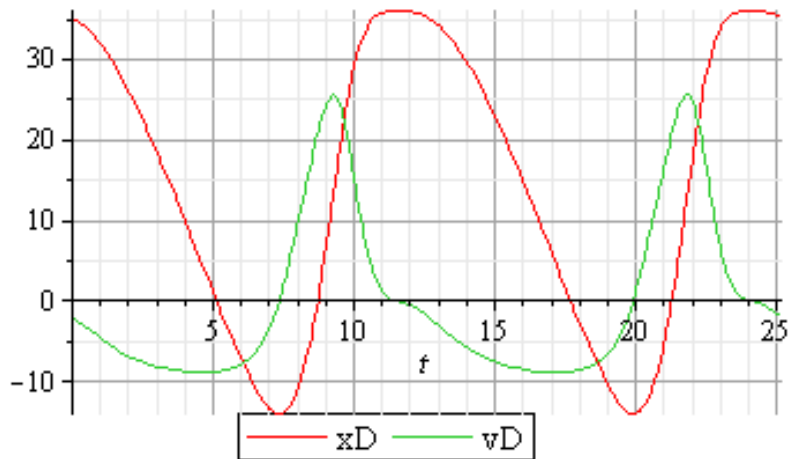
**BK:=OB+OK:**

**$\sin D := (BK - BC \cdot \cos(\theta)) / CD$ :**

**$x_D := BC \cdot \sin(\theta) + CD \cdot \cos D$ :**

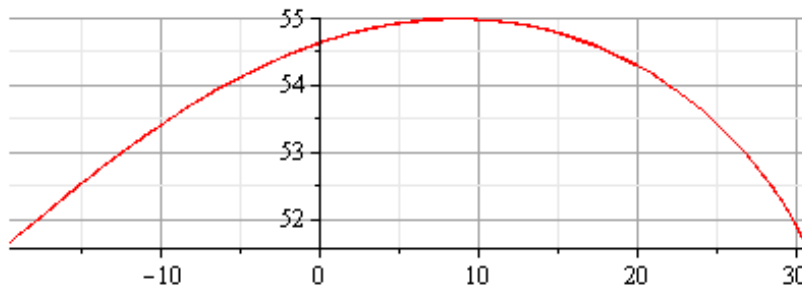
**$\cos D := \sqrt{1 - \sin^2 D}$ :**

**$v_D := \text{diff}(x_D, t)$ :**



2) quỹ đạo trung điểm M của CD trong mặt phẳng Bxy.

$$x_M := BC \cdot \sin(\theta) + CD/2 \cdot \cos D; \quad y_M := BC \cdot \cos(\theta) + CD/2 \cdot \sin D;$$



3) trị số của góc  $\theta$ , độ dài BA, và di chuyển  $s$  khi:  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$ .

$$\varphi = 0: \quad [\theta, u, x_D] = [0.4636476091, 22.36067977, 35.26661432]$$

$$\varphi = \pi/2: \quad [\theta, u, x_D] = [-6.83677935910^{-11}, 30.00000000, 17.32050808]$$

### BÀI 3 ( 12 điểm)

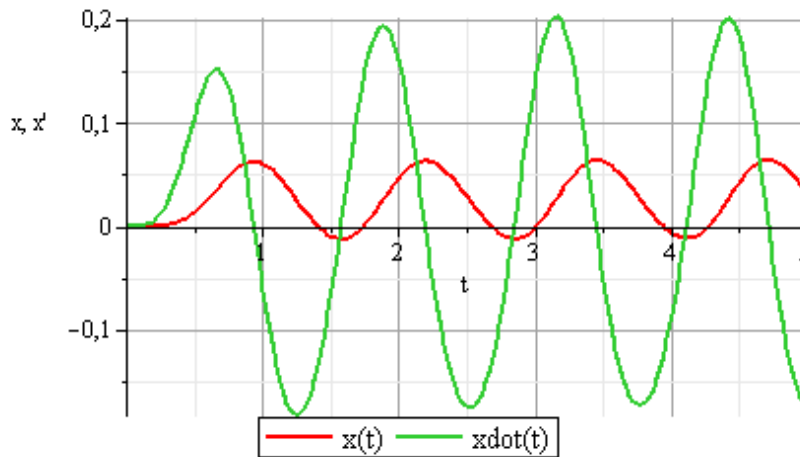
*Thí sinh tính trên máy, ghi và vẽ vào giấy thi các kết quả sau:*

1) Biểu thức chữ động năng và thế năng của cơ hệ.

$$T1 := \frac{1}{2} J_1 (\ddot{\phi})^2 \quad T2 := \frac{1}{2} m_2 r^2 \sin(\phi)^2 (\ddot{\phi})^2$$

$$T3 := \frac{1}{2} \frac{(m_3 a^2 + m_4 b^2) \dot{x}^2}{a^2} \quad \theta_0 := \frac{m_4 g b}{k_2}$$

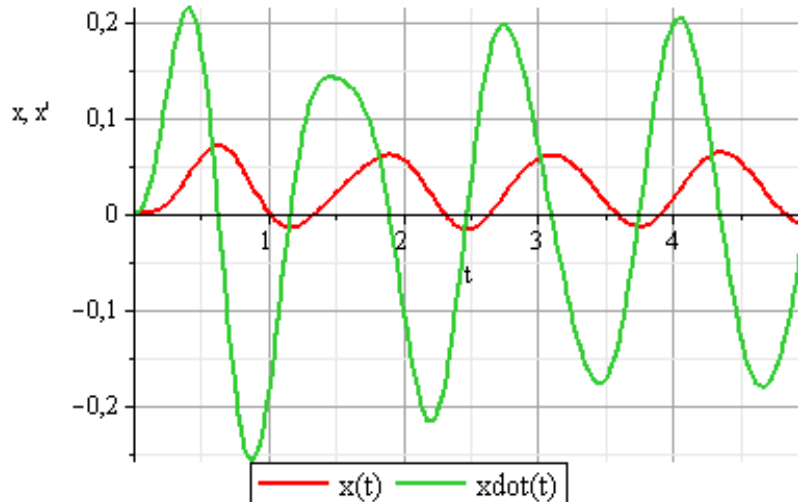




> res(1);

$$\begin{aligned} & \left[ t(1) = 1., \phi(1) = 3.33269373633551824, \phi''(1) \right. \\ & \quad = 4.5990893384875493, \alpha(1) = 0.060678397535076082, \alpha'(1) = \\ & \quad \left. -0.055363075801544745 \right] \end{aligned}$$

3) Đồ thị  $x(t), \dot{x}(t)$ , nếu đĩa 1 quay đều với vận tốc góc  $\dot{\varphi} = 5 \text{ rad/s}$ . Biết điều kiện đầu  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$ .

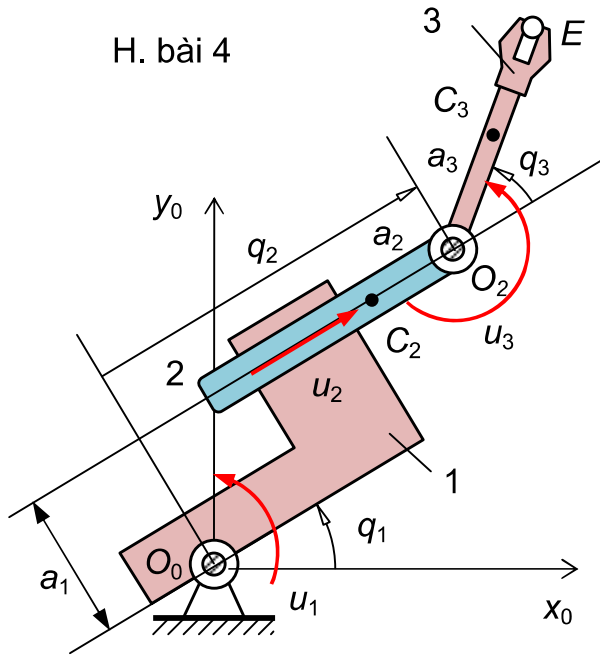


#### BÀI 4 (12 điểm)

1) Biểu thức chữ: tổng động năng của khâu 1 và khâu 2; và biểu thức thế năng hệ.

$$T1 := \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2$$

H. bài 4



$$T2 := \frac{1}{2} m_2 \left( -2 q1'^2 q2 a2 + a1^2 q1'^2 + q1'^2 q2^2 + q1'^2 a2^2 \right. \\ \left. + q2'^2 - 2 a1 q1' q2' \right) + \frac{1}{2} J_2 q1'^2$$

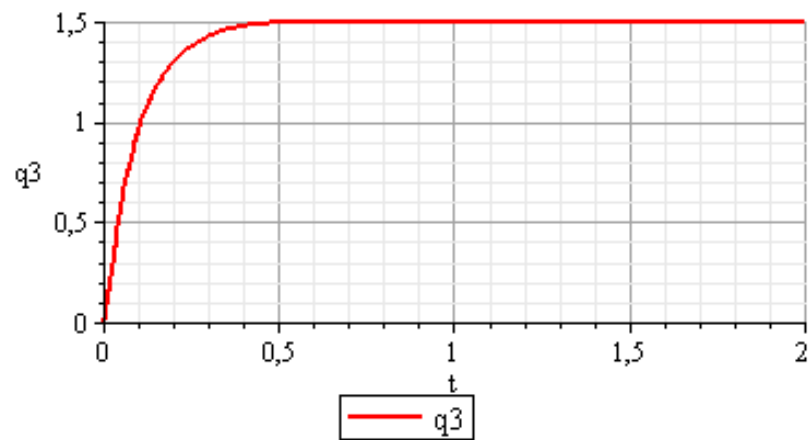
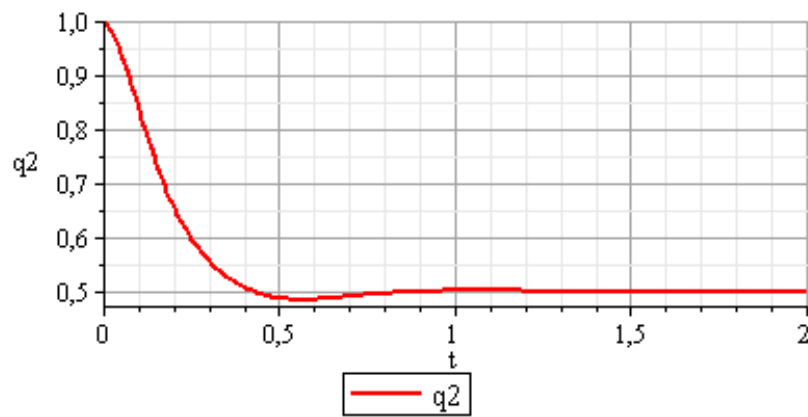
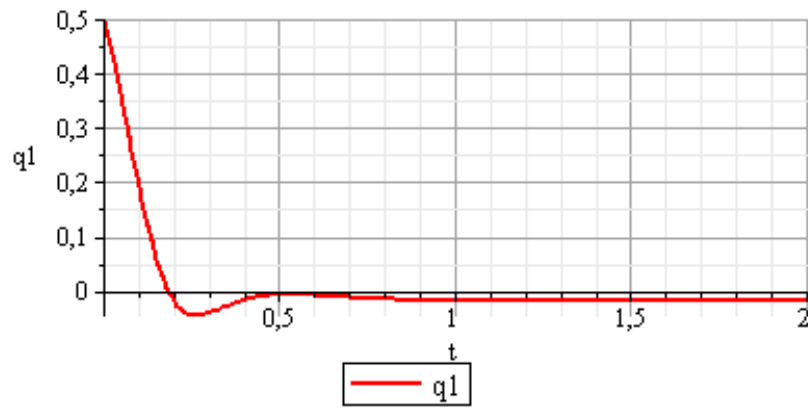
$$TN := m_2 g \left( a1 \cos(q1) + (q2 - a2) \sin(q1) \right) + m_3 g \left( a1 \cos(q1) \right. \\ \left. + q2 \sin(q1) + a3 \sin(q1 + q3) \right)$$

2) Đưa ra các giá trị của  $q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2$  tại thời điểm  $t = 1$  s.

> res(1);

$$\begin{aligned} & [t(1) = 1., q1(1) = -0.016954073952239776, q1'(1) \\ & = 5.0422690318374606 \cdot 10^{-7}, q2(1) = 0.502771249459945224, \\ & q2'(1) = 0.00498333894541761954, q3(1) = 1.4982625431669021, \\ & q3'(1) = 0.0011343915060892813] \end{aligned}$$

3) Đồ thị các đại lượng  $q_1(t), q_2(t), q_3(t)$  theo biến thời gian  $t, t = [0, t_f]$ .



4) Quỹ đạo điểm E trong khoảng thời gian  $[0, t_f]$ .

$$x_E := -0.2 \sin(q_1) + q_2 \cos(q_1) + 0.6 \cos(q_1 + q_3)$$

$$y_E := 0.2 \cos(q_1) + q_2 \sin(q_1) + 0.6 \sin(q_1 + q_3)$$

