

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ SÁCH GIÁO KHOA

a) Khái niệm tính đơn điệu của hàm số

Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y = f(x)$ là hàm số xác định trên K .

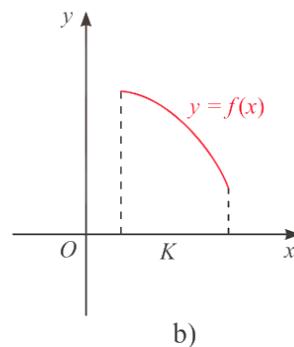
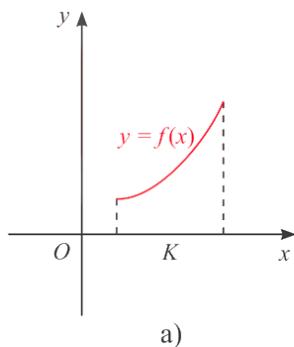
- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Chú ý

- Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị của hàm số đi lên từ trái sang phải (H.a).

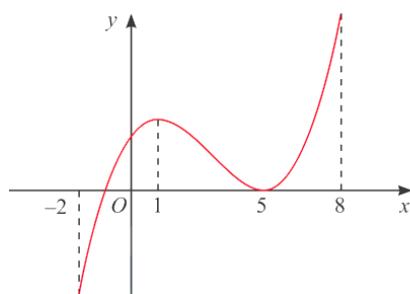
- Nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị của hàm số đi xuống từ trái sang phải (H.b).



- Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên K còn được gọi chung là đơn điệu trên K . Việc tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số còn được gọi là tìm các khoảng đơn điệu (hay xét tính đơn điệu) của hàm số.

- Khi xét tính đơn điệu của hàm số mà không chỉ rõ tập K thì ta hiểu là xét trên tập xác định của hàm số đó.

Ví dụ 1. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị cho ở Hình.



Giải

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(5;8)$, nghịch biến trên khoảng $(1;5)$.

ĐỊNH LÍ

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

a) Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K .

b) Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng K .

Chú ý

- Định lí trên vẫn đúng trong trường hợp $f'(x)$ bằng 0 tại một số hữu hạn điểm trong khoảng K .

- Người ta chứng minh được rằng, nếu $f'(x) = 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng K .

Ví dụ 2. Tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 2$.

Giải

Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

Ta có: $y' = 2x - 4$; $y' > 0$ với $x \in (2; +\infty)$; $y' < 0$ với $x \in (-\infty; 2)$.

Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

b) Sử dụng bảng biến thiên xét tính đơn điệu của hàm số

Các bước để xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$:

1. Tìm tập xác định của hàm số.

2. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i = 1, 2, \dots)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.

3. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.

4. Nhận kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

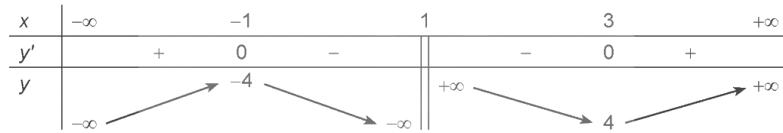
Ví dụ 3. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$.

Giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2 - 2x + 5)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3.$

Lập bảng biến thiên của hàm số:



Từ bảng biến thiên, ta có:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$.

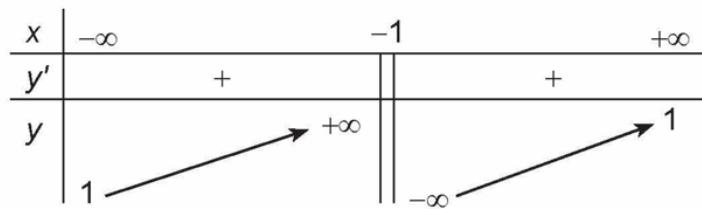
Ví dụ 4. Xét chiều biến thiên của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Giải

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $y' = \frac{(x+1)-(x-2)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$, với mọi $x \neq -1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:



Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Ví dụ 5. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 5$.

Giải

- Hàm số đã cho có tập xác định là \mathbb{R} .

- Ta có: $y' = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2$; $y' \leq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	0	-
y	$+\infty$	↗	

Vậy hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

B. TỰ LUẬN

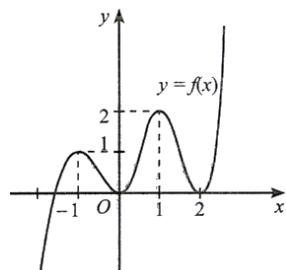
Dạng 1. Sử dụng bảng biến thiên, đồ thị hàm số để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

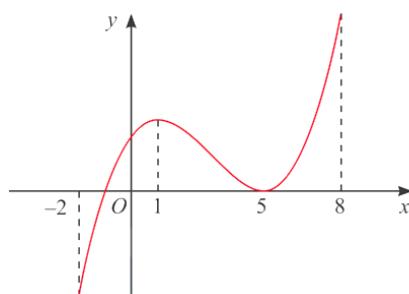
Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số đó.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như Hình.



Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số đó.

Câu 3. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị cho ở Hình.



Dạng 2. Sử dụng dấu của đạo hàm để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

Câu 4. Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = -x^3 + 2x^2 - 3$

b) $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$

Câu 5. Tìm các khoảng đơn điệu của mỗi hàm số sau:

a) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x - 1$

b) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

c) $y = x^4 + x^2 - 2$

d) $y = -x^4 + 2x^2 - 1$;

e) $y = \frac{2x - 3}{x - 4}$

g) $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2}$.

Dạng 3. Sử dụng đồ thị của hàm số $f'(x)$ để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến, của hàm số $f(x)$

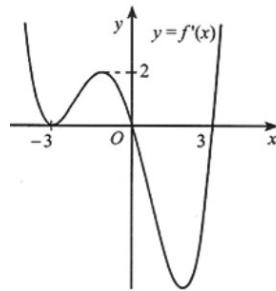
Phương pháp:

- Xác định hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f'(x)$ với trục hoành để tìm nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

- Xác định vị trí của đồ thị hàm số $f'(x)$ so với trục hoành để tìm dấu của $f'(x)$: nếu đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm phía trên trục hoành thì $f'(x)$ nhận giá trị dương, nếu đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm phía dưới trục hoành thì $f'(x)$ nhận giá trị âm.

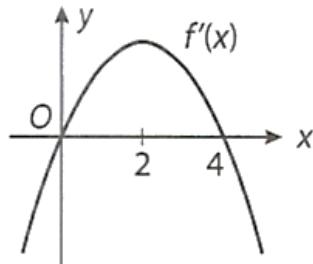
- Lập bảng xét dấu của $f'(x)$, rồi kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như Hình.



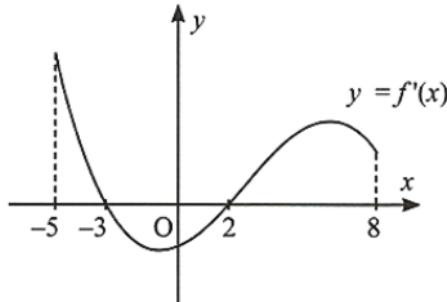
Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Sử dụng đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, hãy cho biết:



Các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$

Câu 11. Đạo hàm $y = f'(x)$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình.



Xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$.

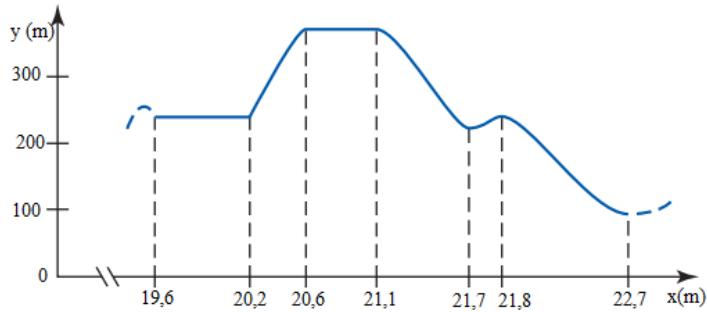
Câu 12. (Nâng cao) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f(5 - 2x)$

Dạng 4. Ứng dụng

Câu 13. Đồ thị của hàm số f được vẽ trong hình kèm theo cho độ cao của một đoạn đường trong giải Boston Marathon, trong đó có ngọn đồi khét tiếng Heartbreak Hill.



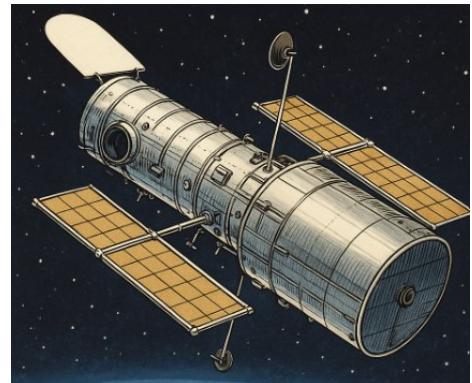
Xác định các khoảng (các đoạn của đường chạy) mà:

- f tăng (vận động viên đang leo dốc vất vả),
- f hằng (vận động viên đang "nghỉ chân"),
- f giảm (vận động viên đang chạy xuống dốc).

Nguồn: The Boston Globe.

Câu 14. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng ft/s , $1ft = 0,3048m$)

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi?



Câu 15. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 con vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây } (t \geq 0) \quad (\text{Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014}).$$

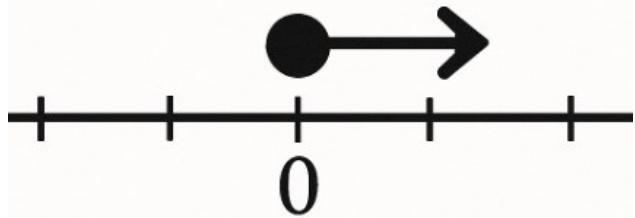
Trong khoảng thời gian nào từ lúc nuôi cấy, số lượng vi khuẩn sẽ tăng lên?

Câu 16. Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 6t^2 + 14t + 1$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng thời gian nào của 5 giây đầu tiên thì vận tốc tức thời của chất điểm tăng lên?

Câu 17. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử toạ độ $x(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm $t \geq 0$ (giây) được cho bởi công thức: $x(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 3$.

- a) Trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang phải, trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang trái?
- b) Khi nào chất điểm chuyển hướng?
- c) Khi nào vận tốc của chất điểm tăng và khi nào vận tốc của chất điểm giảm?

Câu 18. Doanh thu hằng tháng R của một sản phẩm mới trong một khoảng thời gian dự kiến tuân theo hàm logistic: $R = R(t) = \frac{20000}{1+50e^{-t}} - \frac{20000}{51}$, $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng tháng.



- a) Tìm tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng $R'(t)$. Có nhận xét gì về doanh thu bán hàng hằng tháng?
- b) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng khi nào và giảm khi nào?

Câu 19. Một nhà phân phối đồ chơi trẻ em xác định hàm chi phí $C(x)$ và hàm doanh thu $R(x)$ (đều tính bằng trăm nghìn đồng) cho một loại đồ chơi như sau:

$$C(x) = 1,2x - 0,0001x^2, 0 \leq x \leq 6000$$

$$R(x) = 3,6x - 0,0005x^2, 0 \leq x \leq 6000$$

trong đó x là số lượng đồ chơi loại đó được sản xuất và bán ra. Xác định khoảng của x để hàm lợi nhuận $P(x) = R(x) - C(x)$ đồng biến trên khoảng đó. Giải thích ý nghĩa thực tiễn của kết quả nhận được.

Câu 20. Hàm chi phí và hàm doanh thu (đều tính bằng triệu đồng) của một loại sản phẩm lần lượt là $C(x) = 25,5x + 1000$ và $R(x) = 75,5x$, trong đó x là số đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra.

- a) Tìm hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x}$.
- b) Tìm lợi nhuận trung bình khi mức sản xuất x lần lượt là 100,500 và 1000 đơn vị sản phẩm.
- c) Xét tính đơn điệu của hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ và tính giới hạn của hàm số này khi $x \rightarrow +\infty$. Giải thích ý nghĩa thực tiễn của kết quả nhận được.

Câu 21. Một chất điểm chuyển động lên, xuống theo phương thẳng đứng. Độ cao $h(t)$ của chất điểm tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 12t + 1$ với $0 \leq t \leq 8$.

- a) Viết công thức tính vận tốc của chất điểm.

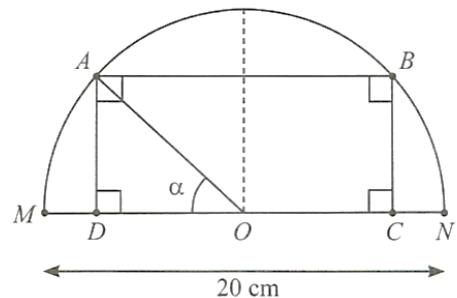
b) Trong khoảng thời gian nào chất điểm chuyển động lên, trong thời gian nào chất điểm chuyển động đi xuống?

Câu 22. Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau t (giây) ($0 \leq t \leq 20$) từ lúc bắt đầu được cho bởi công thức

$$h(t) = -\frac{4}{255}t^3 + \frac{49}{85}t^2 - \frac{98}{17}t + 20.$$
 Trong khoảng thời gian nào tàu lượn đi xuống, trong khoảng thời gian nào tàu lượn đi lên?



Câu 23. Cho điểm A di động trên nửa đường tròn tâm O đường kính $MN = 20\text{ cm}$, $MOA = \alpha$ với $0 \leq \alpha \leq \pi$. Lấy điểm B thuộc nửa đường tròn và C, D thuộc đường kính MN được xác định sao cho $ABCD$ là hình chữ nhật. Khi A di động từ trái sang phải, trong các khoảng nào của α thì diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ tăng, trong các khoảng nào của α thì diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ giảm?



Câu 24. Một cửa hàng ước tính số lượng sản phẩm q ($0 \leq q \leq 100$) bán được phụ thuộc vào giá bán p (tính bằng nghìn đồng) theo công thức $p + 2q = 300$. Chi phí cửa hàng cần chi để nhập về q sản phẩm là $C(q) = 0,05q^3 - 5,7q^2 + 295q + 300$ (nghìn đồng)

a) Viết công thức tính lợi nhuận I của cửa hàng khi nhập về và bán được q sản phẩm.

b) Trong khoảng nào của q thì lợi nhuận sẽ tăng khi q tăng, trong khoảng nào thì lợi nhuận giảm khi q tăng?

Câu 25. Một công ty con của Electra Electronics sản xuất máy nghe nhạc MP3. Tổng chi phí sản xuất hàng ngày (tính bằng đô la) khi sản xuất x máy được cho bởi

$$C(x) = 0.0001x^3 - 0.08x^2 + 40x + 5000$$

Cho hàm chi phí bình quân $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$.

Xác định khoảng x mà \bar{C} đang giảm và khoảng mà \bar{C} đang tăng.

Biết $x = 500$ là nghiệm của phương trình $\bar{C}'(x) = 0$.

Câu 26. Mực nước (tính bằng feet) ở cảng Boston trong khoảng 24 giờ được xấp xỉ bởi

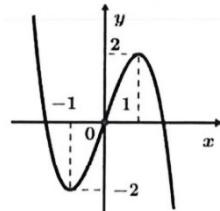
$$H(t) = 4.8 \sin\left(\frac{\pi}{6}(t-10)\right) + 7.6, \quad 0 \leq t \leq 24 \text{ với } t=0 \text{ ứng với nửa đêm.}$$



Xác định khoảng thời gian mực nước đang lên và đang xuống.

C. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

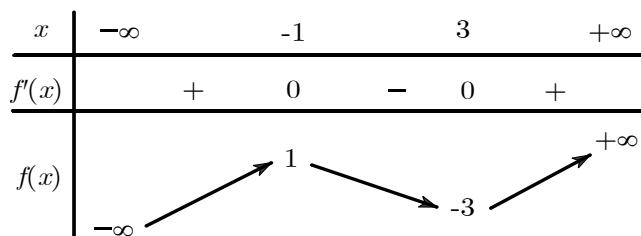
Câu 1. (Đề Tham Khảo 2025) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

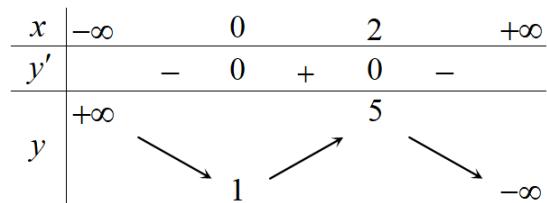
Câu 2. (THPT Đào Duy Tù - Thanh Hóa 2025) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 3. (THPT Hàm Rồng - Thanh Hóa 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(3; 2024)$.

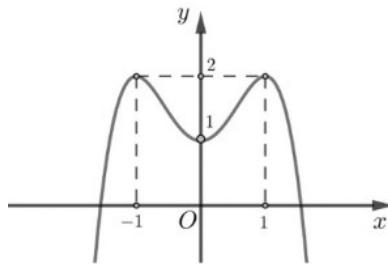
Câu 4. (THPT Lương Tài 2 - Bắc Ninh 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có bảng xét dấu $f'(x)$ cho như hình vẽ.

x	$-\infty$	-	-2	-	0	+	2	-	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 2)$.

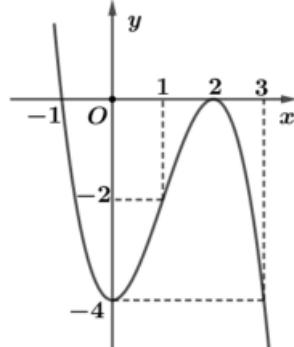
Câu 5. (THPT Văn Giang - Hưng Yên 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 6. (THPT Tiên Du - Bắc Ninh 2025) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

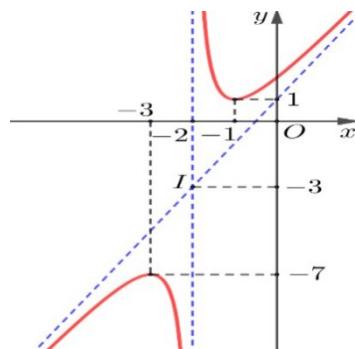
Câu 7. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

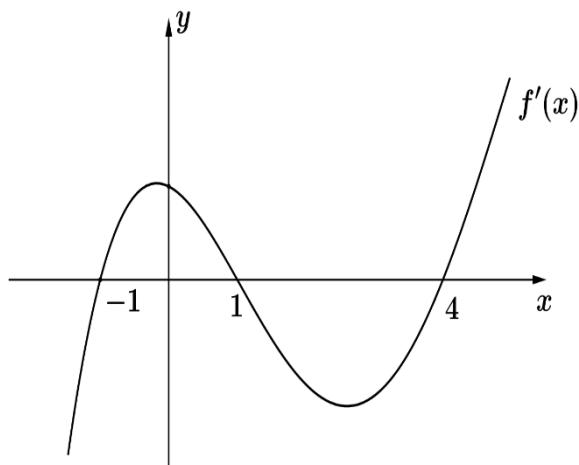
- A. $(-2; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 8. (THPT Gia Bình - Bắc Ninh 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ đồ thị hàm số như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?



- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-2; -1)$.

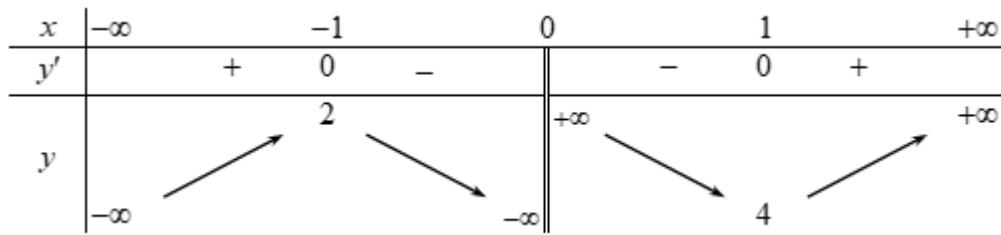
Câu 9. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$

Câu 10. (THPT Triệu Sơn 3 - Thanh Hóa 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(0;1)$. C. $(4;+\infty)$. D. $(-\infty;2)$.

Câu 11. (THPT Triệu Sơn 4 - Thanh Hóa 2025) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;+\infty)$. B. $(-3;0)$. C. $(0;2)$. D. $(-\infty;-3)$.

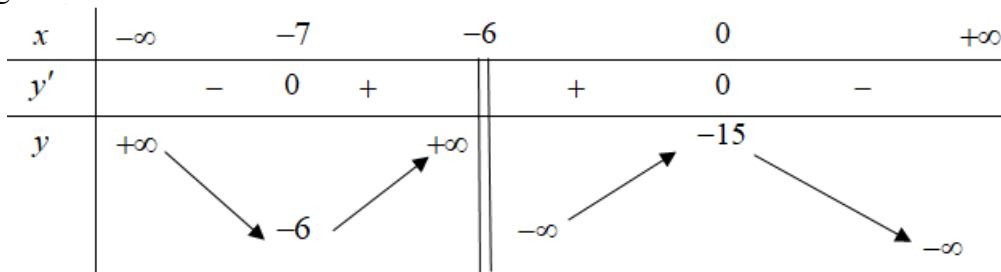
Câu 12. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;2)$. B. $(2;3)$. C. $(0;1)$. D. $(-10;-5)$.

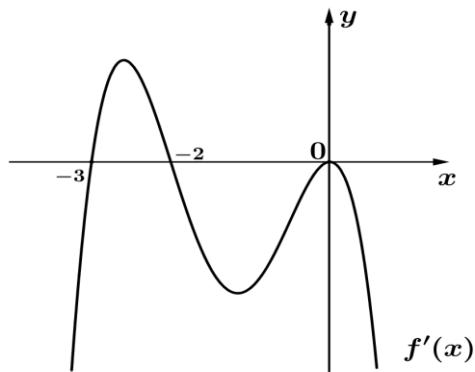
Câu 13. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-6\}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-10;1)$. B. $(-6;+\infty)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-7;-6)$.

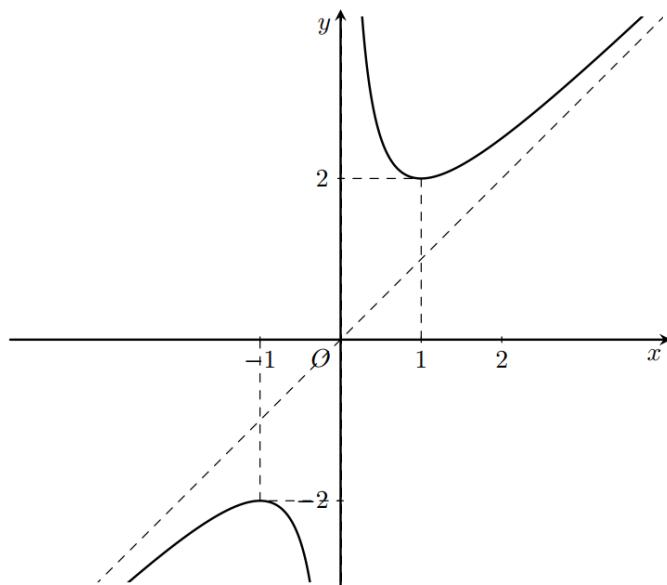
Câu 14. (THPT Triệu Sơn 1-Thanh Hóa 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -2\right)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $-2; +\infty$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $-\infty; -3$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 15. (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.

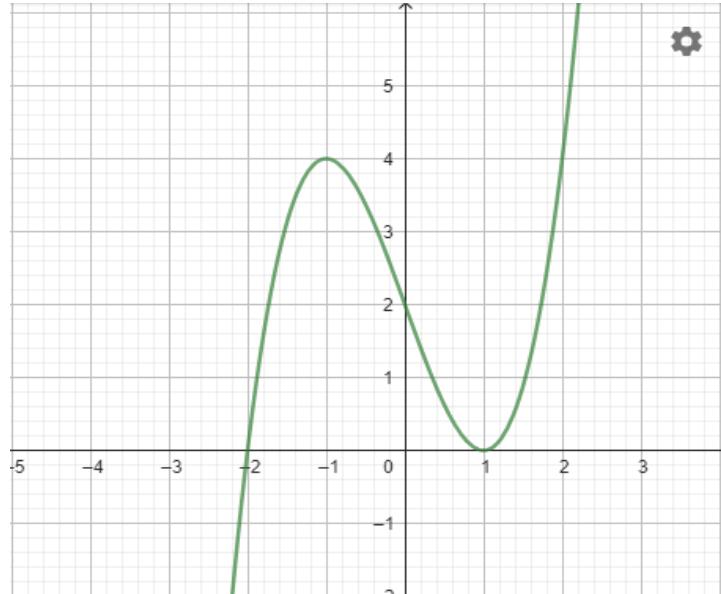


Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;0)$.

Câu 16. (Cụm trường THPT Bắc Ninh 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x) - 2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;-2)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(1;3)$.

Câu 17. (Sở Hà Tĩnh 2025) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = -x^3 - 2x + 1$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. D. $y = 2x^3 - 5x + 1$

Câu 18. (Sở Vĩnh Phúc 2025) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)$, $\forall x \in R$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2;1)$. B. $(-\infty;-2)$. C. $(-2;+\infty)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 19. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025) Cho hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 3)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty;1)$ B. $(-1;+\infty)$ C. $(-\infty;-1)$ D. $(1;+\infty)$

Câu 20. (Cụm trường Nghệ An 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq 2$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

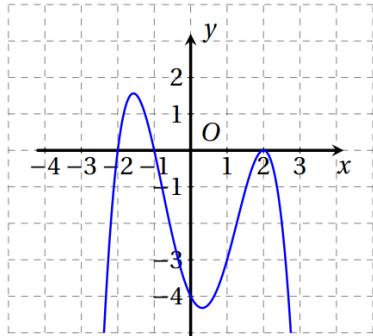
x	$-\infty$	-1	2	7	$+\infty$
y'	-	0	+	+	0
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	-9	$-\infty$

- A. $(-1; 7)$. B. $(2; 7)$. C. $(-1; 7) \setminus \{2\}$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 21. (Cụm trường Hải Dương 2025) Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \left(\frac{2024}{2025}\right)^x$. B. $y = \log_{2025} x$. C. $y = \ln x$. D. $y = e^x$.

Câu 22. (THPT Sào Nam - Quảng Nam 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -2\right)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 23. (Cụm trường Quảng Nam 2025) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?

- A. $y = -x^3 - 3x$. B. $y = \frac{x-2}{x-1}$. C. $y = -x^3 + 5x^2$. D. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Câu 24. (Sở Ninh Bình 2025) Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x+2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây.

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 25. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2025) Hàm số nào sau đây nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

- A. $y = e^{-x}$. B. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. C. $y = (\sqrt{2})^x$. D. $y = \ln x$.

Câu 26. (THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyên 2025) Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$?

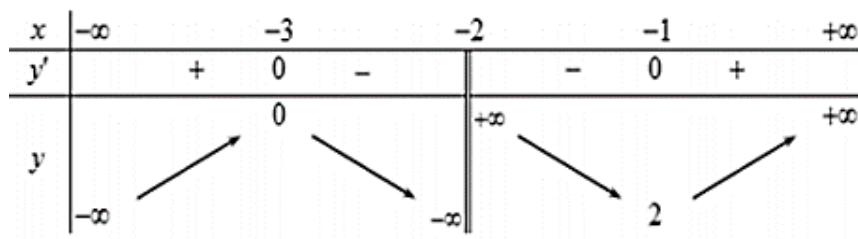
- A. $y = \ln x$. B. $y = \log_{\frac{1}{7}} x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{6}\right)^x$. D. $y = e^x$.

Câu 27. (Sở Yên Bái 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
 C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
 D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 28. (Sở Đà Nẵng 2025) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2025$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:
 A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 29. (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; -2) \cup (-2; -1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -1)$.

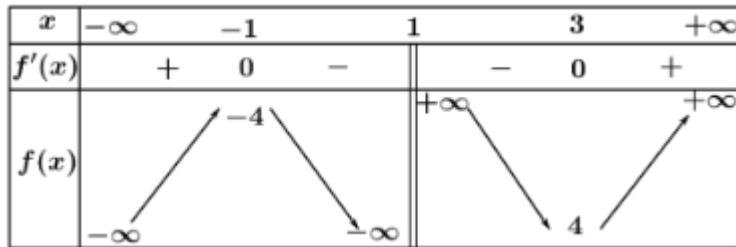
Câu 30. (THPT Tư Nghĩa 1 - Quảng Ngãi 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq 0$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-		- 0 +

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-4; 1)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 31. (THPT Khoa Học Giáo Dục - Hà Nội 2025) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 3)$. D. $(1; +\infty)$

D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+	0	+

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 d) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$.

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
 d) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^x$.

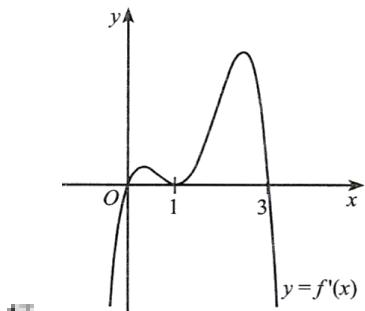
- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)^3$ với mọi x thuộc \mathbb{R} . Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- c) $f(1) > f(2)$.
- d) $f(5) < f(4)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như Hình.

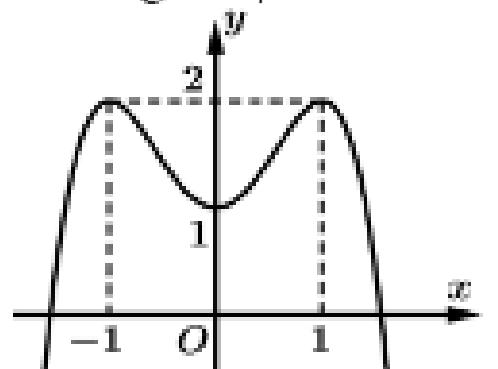
- a) $f'(x) = 0$ khi $x = 0, x = 1, x = 3$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- c) $f'(x) > 0$ khi $x \in (0; 3)$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.



Câu 6. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có dạng đồ thị như hình vẽ.

Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- b) $f'\left(\frac{1}{2}\right) > 0$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.



Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
y'	+	0	+	-
y	$-\infty$	0	5	$-\infty$

Khi đó:

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; -2)$
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 5)$
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$
- d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	0	3	$+\infty$
y'	+	0	-		-	+

Khi đó:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Khi đó

- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- c) Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- d) Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

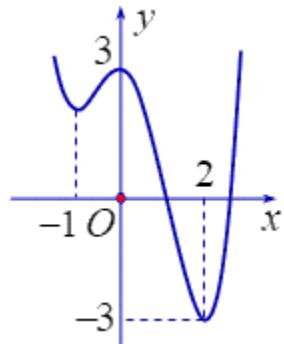
Câu 12. Cho hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$. Khi đó:

- a) Tập xác định $D = [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = |x+1|(x-2)$. Khi đó:

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 15. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức



$$f(t) = \frac{26t+10}{t+5} \quad (f(t) \text{ được tính bằng nghìn người}).$$

- a)** Số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là 18 nghìn người.
- b)** Số dân của thị trấn vào đầu năm 1995 là 23 nghìn người.
- c)** Xem f là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Vậy hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.
- d)** Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm).



Vào năm 1998 thì tốc độ tăng dân số là 0,125 nghìn người/năm

- Câu 16.** Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:
 $N(t) = 100e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$)

- a)** Dân số của quốc gia vào năm 2030 là: 108,763 (triệu người)
- b)** Dân số của quốc gia vào năm 2035 là: 125,488 (triệu người)
- c)** Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0; 50]$. Khi đó hàm số $N(t)$ đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.
- d)** Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vậy vào năm 2040 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

- Câu 17.** Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t); v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

- a)** Hàm $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$
- b)** Hàm $a(t) = 6t - 12$
- c)** Trong khoảng từ $t = 0$ đến $t = 2$ thì vận tốc của chất điểm tăng
- d)** Từ $t = 2$ trở đi thì vận tốc của chất điểm giảm

Câu 18. Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho toạ độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.



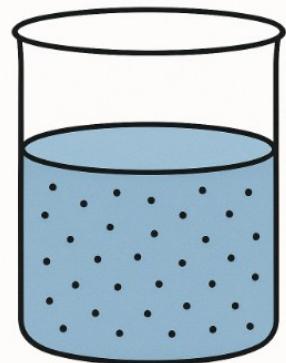
- a) Hàm vận tốc là: $v(t) = 3t^2 - 12, t \geq 0$
- b) Hạt chuyển động xuống dưới khi $t > 2$
- c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ là 9 m
- d) Khi $t > 0$ thì hạt tăng tốc

Câu 19. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử toạ độ $x(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm $t \geq 0$ (giây) được cho bởi công thức: $x(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 3$.

- a) Chất điểm chuyển động sang phải khi $t \in (0; 1)$ hoặc $t \in (5; +\infty)$;
- b) Chất điểm chuyển động sang trái khi $t \in (1; 5)$
- c) Chất điểm chuyển hướng tại thời điểm $t = 1$ giây hoặc $t = 5$ giây.
- d) Vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0; 3)$ và giảm khi $t \in (3; +\infty)$.

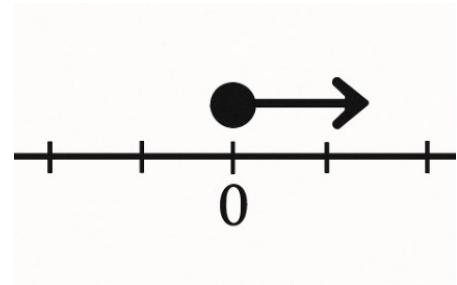
Câu 20. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch $x(\text{gam})$ muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

- a) Hàm số $f(x) = \frac{100(x+200)}{x+30}$.
- b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.
- c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.
- d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100.



Câu 21. Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Vận tốc của chất điểm tăng trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây.
- b) Vận tốc của chất điểm tăng trong khoảng thời gian từ 2 giây đến 4 giây.
- c) Vận tốc của chất điểm tăng trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 3 giây.



d) Gia tốc của chất điểm là $a(t) = v'(t)$ giảm trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây.

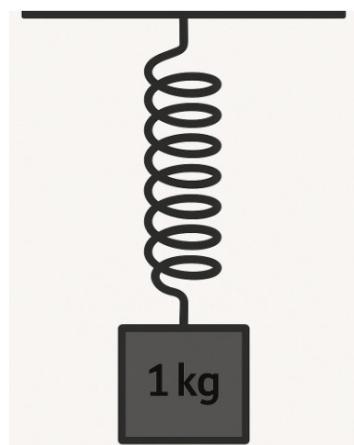
Câu 22. Trong 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) so với mặt đất của khinh khí cầu vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$.

- a) Tại thời điểm ban đầu, khinh khí cầu đang ở mặt đất.
- b) Sau 1 phút khinh khí cầu ở độ cao là 250 mét so với mặt đất.
- c) Trong ba phút đầu tiên, khinh khí cầu tăng dần độ cao.
- d) Từ phút thứ 3 đến phút thứ 8 khinh khí cầu đang tăng dần độ cao.



Câu 23. Một con lắc lò xo, gồm một vật nặng có khối lượng 1 kg được gắn vào một lò xo được cố định một đầu, dao động điều hoà với biên độ $A = 0,24\text{m}$ và chu kì $T = 4$ giây. Vị trí x (mét) của vật tại thời điểm t được cho bởi $x(t) = A \cos(\omega t)$, trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc và thời gian t tính bằng giây.

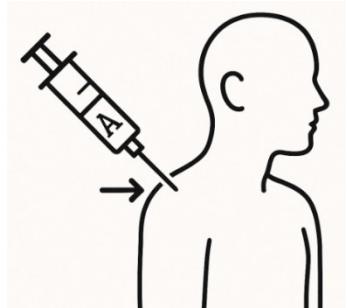
- a) Vị trí của vật tại thời điểm $t = 0,5$ giây là $0,12\sqrt{2}(\text{m})$.
- b) Vận tốc của vật khi $t = 0,5$ giây là $-0,06\pi\sqrt{2}(\text{m/s})$.
- c) Gia tốc của vật là $a(t) = v'(t) = -0,06\pi \cos \frac{\pi t}{2} (\text{m/s}^2)$.



d) Sử dụng Định luật thứ hai của Newton $F = ma$, thì độ lớn và hướng của lực tác dụng lên vật khi $t = 0,5$ giây là $\pi^2\sqrt{2} N$

Câu 24. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $N(x) = \frac{Cx}{x^2 + 2}$, $x > 0$. Biết rằng sau một phút thì nồng độ thuốc trong máu là $6(\text{mg/l})$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau

- a) Giá trị của $C = 30$.
- b) Sau 4 phút thì nồng độ thuốc trong máu là $7(\text{mg/l})$.
- c) Trong 2 phút đầu tiên nồng độ thuốc trong máu tăng dần.
- d) Tại một thời điểm nào đó, nồng độ thuốc trong máu sẽ đạt $8(\text{mg/l})$.



Câu 25. Để loại bỏ x chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là: $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ (triệu đồng) $0 \leq x < 100$. Xét tính đúng sai của mệnh đề sau:

a) $C'(x) = \frac{-30000}{(100-x)^2}$ với mọi $x \in [0;100]$.

b) Để loại bỏ được 50% chất gây ô nhiễm cần 300 triệu đồng.

c) Chi phí bỏ ra luôn tăng khi x tăng.

d) Không thể loại bỏ 100% chất gây ô nhiễm dù bỏ ra chi phí là bao nhiêu đi chăng nữa



Câu 26. Ước tính chi phí hằng năm (tính bằng tỉ đồng) để một nhà máy loại bỏ $p\%$ chất gây ô nhiễm được cho bởi công thức $C = C(p) = \frac{528p}{100-p}$, $0 \leq p < 100$

a) Hàm chi phí C đồng biến trên nửa khoảng $[0;100]$.

b) Chi phí cần bỏ ra sẽ luôn tăng khi tăng tỉ lệ loại bỏ $p\%$ chất gây ô nhiễm.

c) Nhà máy không thể loại bỏ được hoàn toàn chất gây ô nhiễm.

d) Hàm số $C(p)$ nghịch biến trên $[0;100]$.

Câu 27. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử toạ độ $x(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 5$ ($0 \leq t \leq 10$)

a) Trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 1$ giây đến thời điểm $t = 3$ giây thì chất điểm chuyển động sang trái.

b) Tại thời điểm $t = 4$ giây thì chất điểm đó chuyển hướng.

c) Gia tốc của chất điểm luôn dương.

d) Chất điểm tăng tốc sau thời điểm $t = 2$ giây.

Câu 28. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $h(x) = 0,04x^2(27-x)$, trong đó x (mg) là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x \leq 27$). Khi đó:

a) Để bệnh nhân không giảm huyết áp thì cần tiêm 27 mg thuốc.

b) Độ giảm huyết áp càng lớn thì huyết áp của bệnh nhân đó càng cao.

c) Độ giảm huyết áp của bệnh nhân tăng lên khi $x \in (0;18)$.

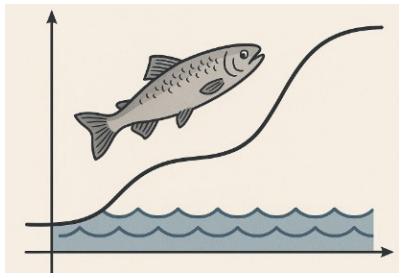
d) Để huyết áp bệnh nhân giảm thì liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân lớn hơn 18 mg.

E. TRẢ LỜI NGẮN

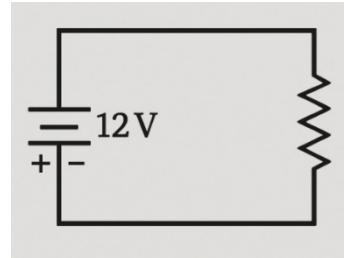
- Câu 1.** Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?
- Câu 2.** Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được là $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) tuân theo biểu thức sau: $s(t) = e^{t^2+3} + 2te^{3t+1}$ (km). Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm cấp một của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian)?
- Câu 3.** Giả sử lợi nhuận của một cửa hàng tạp hóa nhỏ trong ngày thứ x của một tháng nào đó được cho bởi công thức $h(x) = -2x^2 + 40x + 700$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử tháng đó có 30 ngày, hỏi có bao nhiêu ngày trong tháng đó cửa hàng có lợi nhuận tăng so với lợi nhuận ngày liền trước đó?
- Câu 4.** Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ (s) cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 26$ (s) được cho bởi hàm số sau: v được tính bằng $\text{ft/s}, 1 \text{ foot} = 0,3048 \text{ m}$.
Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi? Kết quả thời gian được tính bằng giây và làm tròn đến hàng phần mười
- Câu 5.** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 180t + 42t^2 - t^3, t = 0,1, \dots, 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (đơn vị: người/ngày) tại thời điểm t . Hỏi trong 30 ngày đó, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh giảm?
- Câu 6.** Tại một công ty sản xuất đồ chơi an toàn cho trẻ em, công ty phải chi 34567 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi X , công ty phải trả 8 USD cho nguyên liệu ban đầu và nhân công. Gọi $x (x \geq 1)$ là số đồ chơi X mà công ty đã sản xuất và $C(x)$ (đơn vị: USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi X . Khi đó chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi X là hàm số $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ xác định trên $[1; +\infty)$. Khi số đồ chơi sản xuất tăng lên thì chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi X giảm xuống nhưng không xuống dưới mức tối thiểu là bao nhiêu USD?
- Câu 7.** Một khách sạn có 50 phòng cho thuê. Giả sử doanh thu (tức là tổng số tiền thu được) là $T(x) = -\frac{1}{38}x^2 + 2x$ (triệu đồng) với x là số phòng cho thuê được. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x nằm trong miền doanh thu $T(x)$ tăng?



- Câu 8.** Một con cá bơi ngược dòng để vượt khoảng cách 250 km . Vận tốc dòng nước là 5 km/h . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là một hằng số và năng lượng E tính bằng J. Khi vận tốc bơi của cá nằm trong khoảng $(m; n)$ lớn nhất (m, n là số nguyên hoặc là phân số tối giản) thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Tính $m + 2n$.



- Câu 9.** Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin 12V được cho bởi công thức $P = 15I - 1,5I^2$, $0 \leq I \leq 10$, với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Biết công suất P tăng trong khoảng cường độ dòng điện từ 0 đến P_M thì giảm, tìm P_M ?



- Câu 10.** Một chất điểm chuyển động thẳng trên một trục số nằm ngang có chiều dương hướng sang phải theo quy luật $s(t) = -2t^3 + 24t^2 + 42t - 3$, với t (giây) ($0 \leq t \leq 10$) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và $s(t)(m)$ là vị trí của chất điểm tại thời điểm t . Hỏi kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm chuyển động sang phải trong khoảng thời gian bao nhiêu giây?

- Câu 11.** Một cửa hàng quần áo đã thông kê số lượng quần áo bán ra trong ngày thứ x ($1 \leq x \leq 30$) của một tháng xác định tuân theo quy luật được mô hình hóa bởi hàm số $f(x) = 3x^2 - 54x + 256$. Hỏi trong tháng đó, có bao nhiêu ngày có số lượng quần áo bán ra nhiều hơn ngày hôm trước?

- Câu 12.** Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$, $t \geq 0$. Hỏi chất điểm chuyển động sang trái trong khoảng thời gian bao nhiêu giây?

- Câu 13.** Vận tốc dòng xe trên một đoạn đường quốc lộ 123 từ 6 giờ sáng đến 10 giờ sáng trong ngày thường được xấp xỉ bởi $f(t) = 20t - 40\sqrt{t} + 52$, $0 \leq t \leq 4$ trong đó $f(t)$ đo bằng km/giờ và t đo bằng giờ, với $t = 0$ ứng với 6 giờ sáng. Qua đó người ta tìm được vào buổi sáng, tốc độ dòng xe giảm từ a giờ đến b giờ. Tìm b



- Câu 14.** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị là trăm người) và t là thời gian (tuần). Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian lâu nhất mà số người bị nhiễm bệnh tăng lên. Tính giá trị $P = 2a^2 - b^2$.