

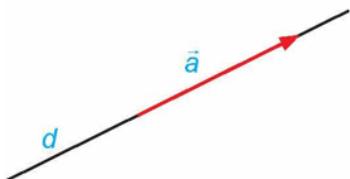
PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ

1. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

- Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.
- Độ dài của vectơ trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

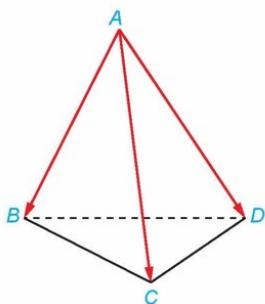
Chú ý. Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, đối với vectơ trong không gian ta cũng có các ký hiệu và khái niệm sau:

- Vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là \overrightarrow{AB} .
- Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vectơ thì vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$
- Độ dài của vectơ \overrightarrow{AB} được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, độ dài của vectơ \vec{a} được kí hiệu là $|\vec{a}|$.
- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ



được gọi là giá của vectơ đó.

Ví dụ 1: Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1.



- Có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?
- Trong các vectơ tìm được ở câu a, những vectơ nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) ?
- Tính độ dài của các vectơ tìm được ở câu a.

Giải

- Có ba vectơ là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và \overrightarrow{AD} .

b) Trong ba vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và \overrightarrow{AD} chỉ có hai vecto \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .

c) Vì tứ diện $ABCD$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = 1$.

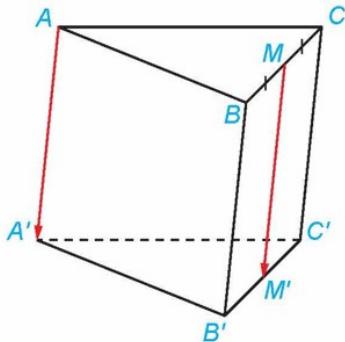
Tương tự như trường hợp của vecto trong mặt phẳng, ta có các khái niệm sau đối với vecto trong không gian:

- Hai vecto được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.
- Nếu hai vecto cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.
- Hai vecto \vec{a} và \vec{b} được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.

Chú ý. Tương tự như vecto trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vecto trong không gian:

- Trong không gian, với mỗi điểm O và vecto \vec{a} cho trước, có duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.
- Các vecto có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \dots$ gọi là các vecto-không.
- Ta quy ước vecto-không có độ dài là 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vecto. Do đó, các vecto-không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

Ví dụ 2: Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.



a) Trong ba vecto $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{B'B}$, vecto nào bằng vecto $\overrightarrow{AA'}$? Giải thích vì sao.

b) Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.

Giải

a) Hai đường thẳng AA' và BC chéo nhau nên hai vecto $\overrightarrow{AA'}$ và \overrightarrow{BC} không cùng phương. Do đó, hai vecto $\overrightarrow{AA'}$ và \overrightarrow{BC} không bằng nhau.

Tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành nên $AA' \parallel CC'$ và $AA' = CC'$. Hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{CC'}$ có cùng độ dài và cùng hướng nên hai vectơ đó bằng nhau.

Tương tự, hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{B'B}$ có cùng độ dài và ngược hướng nên hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{B'B}$ không bằng nhau.

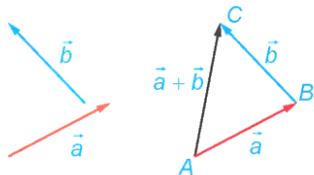
b) Gọi M' là trung điểm của cạnh $B'C'$. Vì tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành nên $MM' \parallel BB'$ và $MM' = BB'$. Hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có $AA' \parallel BB'$ và $AA' = BB'$, suy ra $MM' \parallel AA'$ và $MM' = AA'$. Hai vectơ $\overrightarrow{MM'}$ và $\overrightarrow{AA'}$ có cùng độ dài và cùng hướng nên $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$. Vậy trung điểm của cạnh $B'C'$ là điểm M' cần tìm.

2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

a) Tổng của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Lấy một điểm A bất kì và các điểm B, C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó, vectơ \overrightarrow{AC} được gọi là tổng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ.

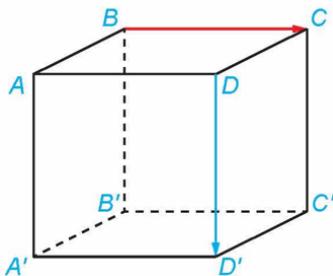


Nhận xét. Quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng vẫn đúng trong không gian:

- Nếu A, B, C là ba điểm bất kì thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;

- Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Ví dụ 3: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$.



Giải

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Do đó $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD'}$.

Tứ giác $ADD'A'$ là hình vuông nên $AD' = \sqrt{AD^2 + DD'^2} = \sqrt{2}$, suy ra $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = \sqrt{2}$.

Chú ý. Tương tự như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, phép cộng vectơ trong không gian có các tính chất sau:

- Tính chất giao hoán: Nếu \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- Tính chất kết hợp: Nếu \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} là ba vectơ bất kì thì $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
- Tính chất cộng với vectơ $\vec{0}$: Nếu \vec{a} là một vectơ bất kì thì $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

Từ tính chất kết hợp của phép cộng vectơ trong không gian, ta có thể viết tổng của ba vectơ \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} là $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ mà không cần sử dụng các dấu ngoặc. Tương tự đối với tổng của nhiều vectơ trong không gian.

Ví dụ 4: Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

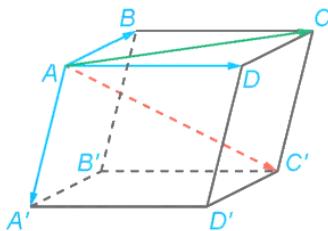
Giải

Theo quy tắc ba điểm trong không gian, ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$.

Từ đó lần lượt áp dụng tính chất của phép cộng vectơ trong không gian, ta được:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}.\end{aligned}$$

Quy tắc hình hộp.



Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Khi đó, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Ví dụ 5: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Giải

Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

Áp dụng quy tắc hình hộp suy ra $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

b) Hiệu của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với vectơ \vec{a} được gọi là vectơ đối của vectơ \vec{a} , kí hiệu là $-\vec{a}$.

Chú ý

- Hai vectơ là đối nhau nếu và chỉ nếu tổng của chúng bằng $\vec{0}$.

- Vectơ \overrightarrow{BA} là một vectơ đối của vectơ \overrightarrow{AB} .

- Vectơ $\vec{0}$ được coi là vectơ đối của chính nó.

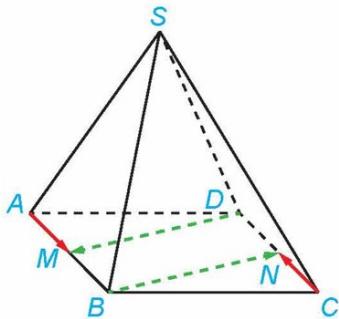
Tương tự như hiệu của hai vectơ trong mặt phẳng, ta có định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian:

Vectơ $\vec{a} + (-\vec{b})$ được gọi là hiệu của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} và kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là phép trừ vectơ.

Nhận xét. Với ba điểm O, A, B bất kì trong không gian, ta có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.

Ví dụ 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Chứng minh rằng:



a) \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{CN} là hai vectơ đối nhau;

b) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.

Giải

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB = CD$ và $AB // CD$, suy ra $AM = CN$ và $AM // CN$. Hai vectơ \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{CN} có cùng độ dài và ngược hướng nên chúng là hai vectơ đối nhau.

b) Từ câu a, ta có $\overrightarrow{CN} = -\overrightarrow{AM}$.

Suy ra $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SN} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{SA}$.

3. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Tương tự như tích của một số với một vectơ trong mặt phẳng, ta có định nghĩa về tích của một số với một vectơ trong không gian:

Trong không gian, tích của một số thực $k \neq 0$ với một vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

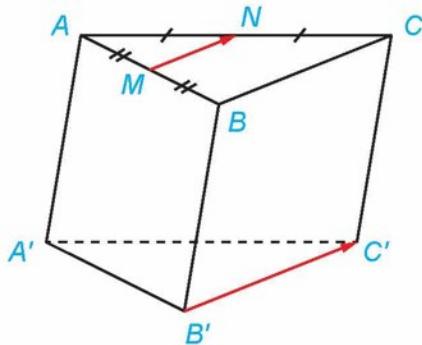
- Cùng hướng với vectơ a nếu $k > 0$; ngược hướng với vectơ \vec{a} nếu $k < 0$;
- Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

Trong không gian, phép lấy tích của một số với một vectơ được gọi là phép nhân một số với một vectơ.

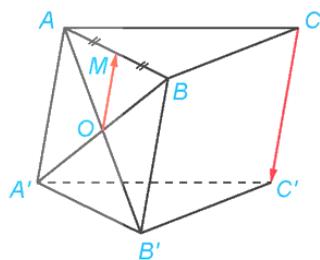
Chú ý

- Quy ước $k\vec{a} = \vec{0}$ nếu $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.
- Nếu $k\vec{a} = \vec{0}$ thì $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.
- Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vectơ \vec{a} và \vec{b} ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số thực k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

Ví dụ 7: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .



Gọi O là giao điểm của AB' và $A'B$.



Chứng minh rằng $\overrightarrow{CC'} = (-2)\overrightarrow{OM}$.

Giải

Vì O là trung điểm của AB' nên OM là đường trung bình của tam giác $AB'B$. Suy ra $B'B \parallel OM$ và $B'B = 2OM$. Từ giác $BCC'B'$ là hình bình hành nên $B'B \parallel C'C$ và $B'B = C'C$.

Do đó $C'C \parallel OM$ và $C'C = 2OM$. Vì hai vecto $\overrightarrow{CC'}$ và \overrightarrow{OM} ngược hướng nên $\overrightarrow{CC'} = -2\overrightarrow{OM}$.

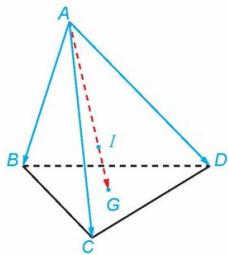
Chú ý. Tương tự như phép nhân một số với một vecto trong mặt phẳng, phép nhân một số với một vecto trong không gian có các tính chất sau:

- Tính chất kết hợp: Nếu h, k là hai số thực và \vec{a} là một vecto bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

- Tính chất phân phối: Nếu h, k là hai số thực và \vec{a}, \vec{b} là hai vecto bất kì thì $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$ và $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

- Tính chất nhân với 1 và -1 : Nếu \vec{a} là một vecto bất kì thì $1\vec{a} = \vec{a}$ và $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

Ví dụ 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.



Giải

Vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

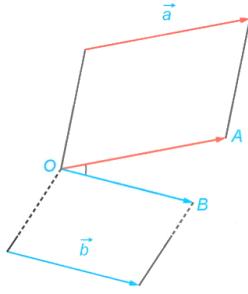
$$\begin{aligned} \text{Do đó ta có: } & \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} \\ & = 3\overrightarrow{AG} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 3\overrightarrow{AG} + \vec{0} = 3\overrightarrow{AG}. \end{aligned}$$

Chú ý. Tương tự như trong mặt phẳng, nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với điểm O tuỳ ý, ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.

4. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO TRONG KHÔNG GIAN

a) Góc giữa hai vecto trong không gian

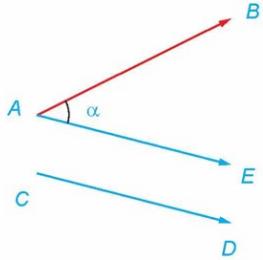
Trong không gian, cho hai vecto \vec{a}, \vec{b} khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O bất kì và gọi A, B là hai điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Khi đó, góc AOB ($0^\circ \leq AOB \leq 180^\circ$) được gọi là góc giữa hai vecto \vec{a} và \vec{b} , ký hiệu là (\vec{a}, \vec{b}) .



Nếu góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 90° thì ta nói hai vectơ \vec{a} và \vec{b} vuông góc với nhau và kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$.

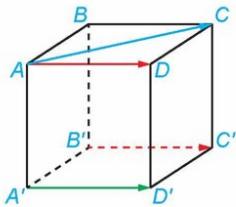
Chú ý

- Để xác định góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} trong không gian ta có thể lấy điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD}$, khi đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = BAE$.



- Quy ước góc giữa một vectơ bất kì và $\vec{0}$ có thể nhận một giá trị tùy ý từ 0° đến 180° .

Ví dụ 9: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Tính góc giữa các cặp vectơ sau:



a) \overrightarrow{AD} và $\overrightarrow{B'C'}$;

b) \overrightarrow{AC} và $\overrightarrow{AD'}$.

Giải

- a) Hai vectơ \overrightarrow{AD} và $\overrightarrow{B'C'}$ cùng hướng nên $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{B'C'}) = 0^\circ$.

b) Vì tứ giác $ADD'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'}$. Do đó $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) = CAD$. Tam giác ADC vuông cân tại D nên $CAD = 45^\circ$, vì vậy $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'}) = 45^\circ$.

b) Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

Hãy nhắc lại công thức xác định tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng.

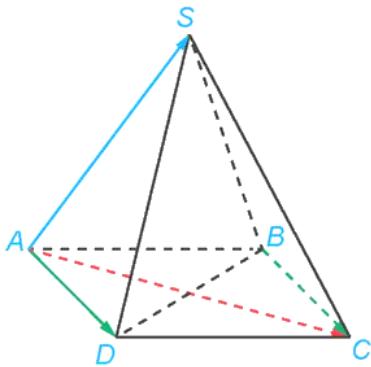
Trong không gian, cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Chú ý

- Quy ước nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Khi đó: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- Với mọi vectơ \vec{a} , ta có $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.
- Nếu \vec{a}, \vec{b} là hai vectơ khác $\vec{0}$ thì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Ví dụ 10: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Tính các tích vô hướng sau:



a) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Giải

a) Tam giác SAD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều, suy ra $SAD = 60^\circ$. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, suy ra $(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AD}) = SAD = 60^\circ$.

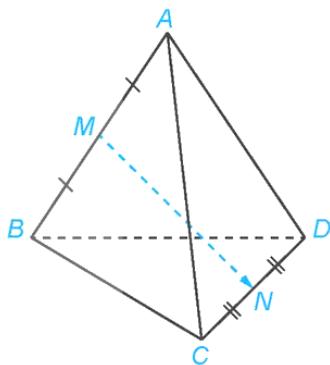
$$\text{Do đó } \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

b) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông có độ dài mỗi cạnh là a nên độ dài đường chéo AC là $\sqrt{2}a$. Tam giác SAC có $SA = SC = a$ và $AC = \sqrt{2}a$ nên tam giác SAC vuông cân tại S , suy ra $SAC = 45^\circ$. Do đó $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos SAC = a \cdot \sqrt{2}a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.

Nhận xét. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian cũng có các tính chất giống như các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng. Cụ thể, nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là các vectơ trong không gian và k là một số thực thì ta có:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$;
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.

Ví dụ 11: Cho tứ diện $ABCD$ có AC và BD cùng vuông góc với AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, CD . Chứng minh rằng:



a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

b) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Giải

a) Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$.

$$\text{Do đó } 2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN}).$$

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN} = \vec{0}$.

Suy ra $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$, hay $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

b) Từ giả thiết, ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Vì vậy, $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

B. TỰ LUẬN

Dạng 1. Chỉ ra các yếu tố của vecto

- Câu 1.** **(CD12)** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Hãy chỉ ra hai vecto có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lăng trụ sao cho hai vecto đó:
- Bằng vecto $\overrightarrow{BB'}$;
 - Là vecto đối của vecto $\overrightarrow{BB'}$.
- Câu 2.** **(KNTT12)** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Trong các vecto có điểm đầu và điểm cuối là hai đỉnh phân biệt của hình lăng trụ:
- Những vecto nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) ?
 - Những vecto nào bằng vecto $\overrightarrow{A'}$?
 - Những vecto nào là vecto đối của vecto \overrightarrow{AC} ?
- Câu 3.** **(KNTT12)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{y}$ và $\overrightarrow{AD} = \vec{z}$. Hãy biểu diễn các vecto sau qua ba vecto $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$:
- \overrightarrow{AC}
 - \overrightarrow{AC} .
- Câu 4.** **(KNTT12)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Trong các vecto có điểm đầu và điểm cuối phân biệt thuộc tập $\{S, A, B, C, D\}$:
- Những vecto nào có điểm đầu là S ?
 - Những vecto nào có giá nằm trong mặt phẳng (SAB) ?
 - Vecto nào là vecto đối của vecto \overrightarrow{BC} ?
- Câu 5.** **(KNTT12)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các vecto có điểm đầu và điểm cuối là hai đỉnh phân biệt của hình hộp:
- Vecto nào cùng phương với vecto \overrightarrow{AC} ?
 - Vecto nào bằng vecto \overrightarrow{AD} ?
 - Những vecto nào là vecto đối của vecto $\overrightarrow{AA'}$?

Câu 6. (KNNT12) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = AD = 1$ và $AA' = 2$. Tính độ dài của các vectơ sau:

a) \overrightarrow{BD} ;

b) $\overrightarrow{CD'}$;

c) $\overrightarrow{AC'}$.

Câu 7. (KNNT12) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{y}$ và $\overrightarrow{AC} = \vec{z}$. Hãy biểu diễn các vectơ sau qua ba vectơ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$:

a) \overrightarrow{AD} ;

b) $\overrightarrow{AC'}$

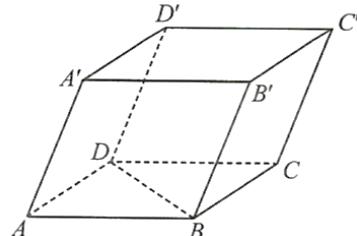
c) $\overrightarrow{BD'}$.

Câu 8. (CTST12) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Hãy chỉ ra ba vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp sao cho ba vectơ đó:

a) Bằng vectơ \overrightarrow{AD} ;

b) Là vectơ đối của vectơ \overrightarrow{AD} .

Câu 9. (CTST12) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$.



a) Chỉ ra các vectơ có điểm đầu là B và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp không cùng nằm trên một mặt của hình hộp với điểm B .

b) Tìm các vectơ bằng vectơ \overrightarrow{BC} .

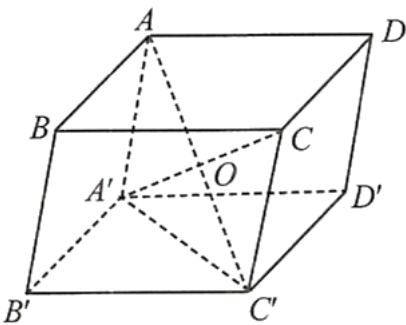
c) Tìm các vectơ đối của vectơ \overrightarrow{BD} .

Câu 10. (CTST12) Cho tứ diện $OABC$. Tìm các vectơ:

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC}$;

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

Câu 11. (CTST12) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có AC' và $A'C$ cắt nhau tại O . Cho biết $AO = a$. Tính theo a độ dài các vectơ:

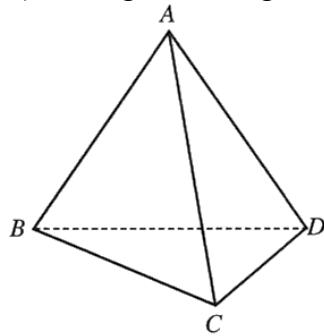


a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'};$

b) $\overrightarrow{CB'} + \overrightarrow{CD'} + \overrightarrow{AA'}.$

Dạng 2. Chứng minh các đẳng thức về vectơ

Câu 12. (CD12) Cho tứ diện $ABCD$ (Hình). Chứng minh rằng:



a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC};$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}.$

Câu 13. (CD12) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm tam giác $AB'D'$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 14. (KNTT12) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi G là trung điểm của MN . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB});$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

Câu 15. (KNTT12) Trong không gian, cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DE};$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CD}.$

Câu 16. (KNTT12) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, CD sao cho $AE = \frac{1}{3}AB$ và $CF = \frac{1}{3}CD$. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

b) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

c) $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Câu 17. (KNTT12) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, BD . Gọi E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{EF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MN}$

b) $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

Câu 18. (KNTT12) Trong không gian, cho hai hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$;

b) $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{CC'}$.

Câu 19. (KNTT12) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Gọi G là giao điểm của MP và NQ . Chứng minh rằng $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 20. (CTST12) Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 21. (CTST12) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 22. (CTST12) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trung điểm của EF . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Câu 23. (CTST12) Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$; I là giao điểm của AC' và $A'C$. Chứng minh rằng:

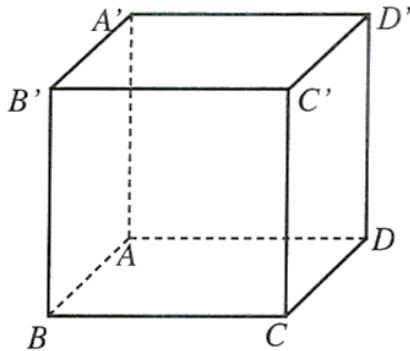
a) $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4\overrightarrow{OO'}$;

b) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DD'} = 2\overrightarrow{DI}$.

Câu 24. (CTST12) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi x, y, z theo thứ tự là số đo các góc hợp bởi vecto \overrightarrow{AC} với các vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$.
Chứng minh $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$.

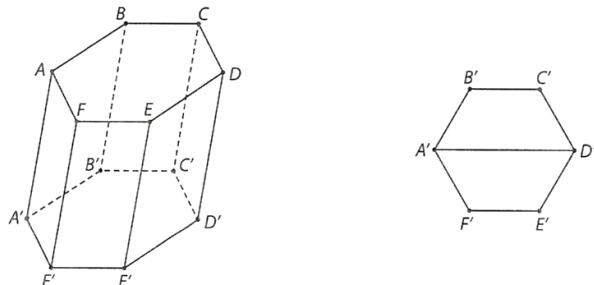
Dạng 3. Ứng dụng của tích vô hướng

Câu 25. (CD12) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (Hình). Tính:



- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{D'C}; \overrightarrow{D'A} \cdot \overrightarrow{BC}$;
- b) Các góc $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{B'C}); (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD})$.

Câu 26. (KNTT12) Cho hình lăng trụ $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có hai đáy là các hình lục giác đều với độ dài cạnh bằng 1.



Tính góc giữa các cặp vecto sau rồi tính tích vô hướng của chúng:

- a) \overrightarrow{BA} và $\overrightarrow{B'C'}$;
- b) \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{A'D'}$.

Câu 27. (KNTT12) Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BAC = BAD$. Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$
- b) $AB \perp CD$.

Câu 28. (KNTT12) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết rằng $AA' = 2$ và tứ giác $ABCD$ là hình thoi có $AB = 1$ và $ABC = 60^\circ$, hãy tính góc giữa các cặp vecto sau và từ đó tính tích vô hướng của mỗi cặp vecto đó:

a) \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{AD'}$;

b) $\overrightarrow{AA'}$ và \overrightarrow{BD} ;

c) \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{AC'}$

Câu 29. (KNTT12) Trong không gian, cho hai vecto \vec{a} và \vec{b} thoả mãn $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$ và $(\vec{a}, \vec{b})=45^\circ$. Tính các tích vô hướng sau:

a) $(\vec{a} + \vec{b})^2$;

b) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$;

c) $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b})$.

Câu 30. (KNTT12) Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng a . Tính các tích vô hướng sau theo a:

a) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'D'}$;

b) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{B'C'}$;

c) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AC'}$.

Câu 31. (KNTT12) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Câu 32. (CTST12) Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.

a) Tính góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{AC'}$.

b) Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AC'}$ theo a .

Câu 33. (CTST12) Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = AD = 1$.

Gọi M là trung điểm của BC .

a) Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}$.

b) Tính góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD}$.

Câu 34. (CTST12) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a và cho biết $BAD = BAA' = DAA' = 60^\circ$. Tính các tích vô hướng sau:

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$;

b) $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC}$;

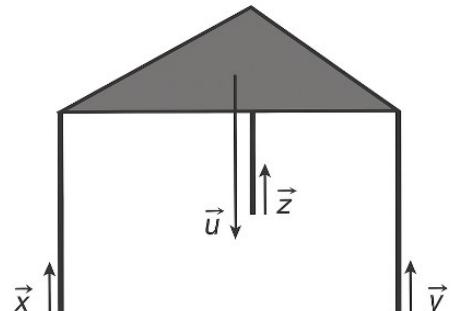
c) $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Dạng 4. Ứng dụng

Câu 35. (KNTT12) Một tòa chung cư có chiều cao của các tầng nhu nhau. Một thang máy di chuyển từ tầng 10 lên tầng 26 của tòa nhà, sau đó di chuyển từ tầng 26 xuống tầng 18. Hãy cho biết mối liên hệ về phương, hướng và độ dài của các vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của thang máy trong hai lần di chuyển đó, từ đó phát biểu một đẳng thức liên hệ giữa hai vectơ đó.

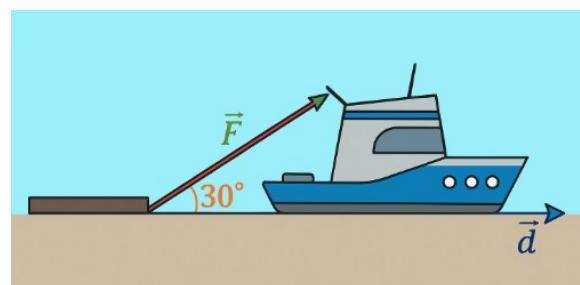
Câu 36. (KNTT12) Một chiếc bàn cân đôi được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn và ba chân bàn vuông góc với mặt sàn. Trọng lực tác động lên bàn (biểu thị bởi vectơ \vec{u}) phân tán đều qua các chân bàn và tạo nên các phản lực từ mặt sàn lên các chân bàn (biểu thị bởi các vectơ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$). Hãy giải thích vì sao

$$\vec{x} = \vec{y} = \vec{z} = -\frac{1}{3}\vec{u}.$$

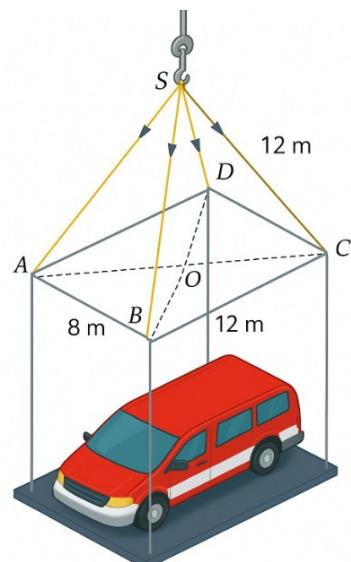


Câu 37. (CTST12) Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 10 N và 8 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 6 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

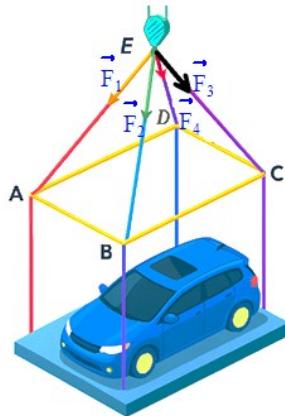
Câu 38. (CTST12) Một tàu kéo một xà lan trên biển chuyển được 3 km với một lực kéo có cường độ 2000 N và có phương hợp với phương dịch chuyển một góc 30° . Tính công thực hiện bởi lực kéo nói trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của Jun).



Câu 39. (CTST12) Tính độ lớn của các lực căng trên mỗi sợi dây cáp trong Hình. Cho biết khối lượng xe là 1900 kg, gia tốc là $10 m/s^2$, khung nâng có khối lượng 100 kg và có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = 8 m$, $BC = 12 m$, $SC = 12 m$ và SO vuông góc với $(ABCD)$. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của Newton.



- Câu 40.** (CD12) Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng ($ABCD$) song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng ($ABCD$) một góc bằng 60° (Hình).



Câu 41.

Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.

- (CD12) Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn (Hình).

Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L (inch). Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 inch (1 inch = 2,54 cm). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L .

- Xác định công thức tính hàm số $F = F(L)$.
- Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $F = F(L)$.
- Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

- Câu 2.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

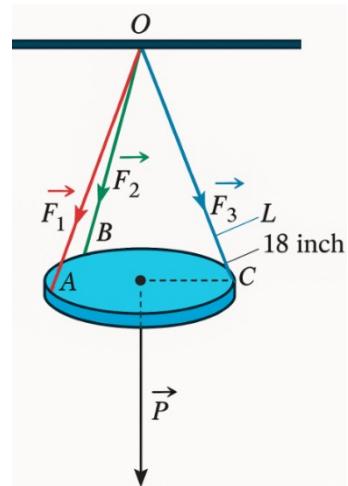
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

- C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

- Câu 3.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

- C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.



Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$.

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\overrightarrow{A'B'}$.

B. $\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{A'C'}$.

D. $\overrightarrow{A'B}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ

Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức véctơ sau đây, biểu thức nào **đúng**?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 14. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ \overrightarrow{AB} là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. \overrightarrow{BA} . C. \overrightarrow{CD} . D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn **đẳng thức đúng**?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn **đẳng thức sai**.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn **khẳng định đúng**?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

- A. $k = 2$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = 3$.

Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$. D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.

- A. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. B. $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.
 C. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$. D. $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $\vec{x} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$

- A. $\vec{x} = \overrightarrow{CE}$. B. $\vec{x} = \overrightarrow{CH}$. C. $\vec{x} = \overrightarrow{EC}$. D. $\vec{x} = \overrightarrow{GE}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. G, S không thẳng hàng. B. $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$.
 C. $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$. D. $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$

- A. $k = 4$. B. $k = 1$. C. $k = 0$. D. $k = 2$.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 28. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

- A. $k = \frac{1}{4}$. B. $k = 2$. C. $k = 4$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Chọn đẳng thức đúng.

- A. $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$. B. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

C. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$.

D. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$.

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm của GA và mp (BCD) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$. B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$. C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$. D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$.

Câu 32. Cho tứ diện đều $ABCD, M$ và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{NM}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} - 4\overrightarrow{MN} = \vec{0}$.

Câu 33. Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, với K là trung điểm CC_1 . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

B. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA_1}$

C. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

D. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với $M = CD_1 \cap C_1D$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

Câu 35. Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, trong các khẳng định sau khẳng định sai:

A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$

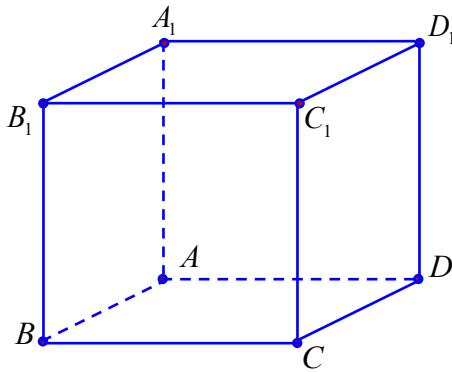
C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$ D. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi O là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{OG}$ B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{OG}$

C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{OG}$ D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{OG}$

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).

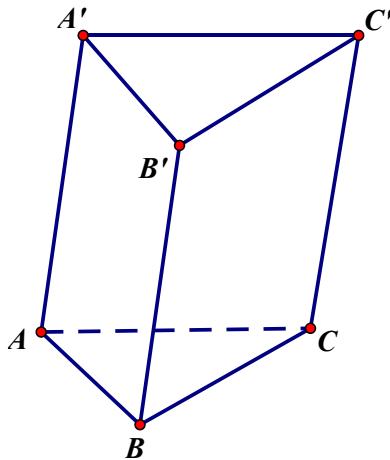


Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}$.
- B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$.
- C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
- D. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
- B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
- C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
- D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



Câu 39. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vecto $\overrightarrow{BC'}$ qua các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

- A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
- B. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
- C. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
- D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

- A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.
- B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$, gọi M là trung điểm của BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

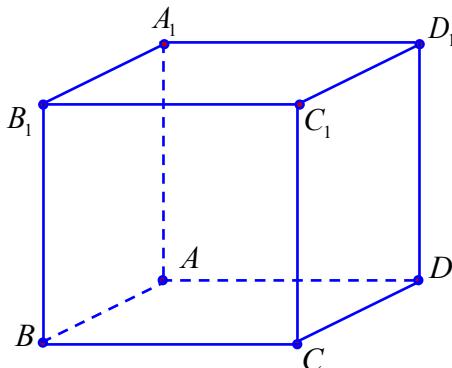
C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của BC và AD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$. C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. D.

$\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Các véc tơ $\overrightarrow{A_1C_1}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}$ đồng phẳng. B. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

C. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. D. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

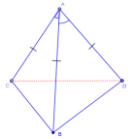
C. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$.

- C. Ba vecto $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng. D. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{A'C'}$.

- Câu 46.** Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
 A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.
 C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.
- Câu 47.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Bộ 3 vecto nào sau đây đồng phẳng:
 A. $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$. B. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{C'D}, \overrightarrow{A'B'}$. D. $\overrightarrow{B'D}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'}$.
- Câu 48.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm AB và CD . Ba véc tơ nào đồng phẳng:
 A. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$.
- Câu 49.** Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào sau đây khẳng định $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?
 A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p=0$ và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$.
 B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p \neq 0$ và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$.
 C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$.
 D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng qui.
- Câu 50.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
 A. Các vecto $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.
 B. Các vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
 C. Các vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
 D. Các vecto $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- Câu 51.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vecto \overrightarrow{SB} và \overrightarrow{AC} bằng
 A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 52.** Cho tứ diện $ABCD$ có $CAB = DAB = 60^\circ$, $AB = AD = AC$ (tham khảo như hình vẽ bên).



Gọi φ là góc giữa hai vecto \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} . Chọn mệnh đề **đúng**?

- A.** $\varphi = 60^\circ$. **B.** $\cos \varphi = \frac{1}{4}$. **C.** $\varphi = 90^\circ$. **D.** $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

Câu 53. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C})$

- A.** $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}) = 0$. **B.** $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}) = 1$.
C. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}) = \frac{1}{2}$. **D.** $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai vecto \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} .

- A.** 90° . **B.** 30° . **C.** 120° . **D.** 60° .

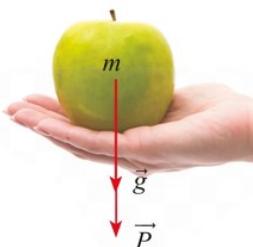
Câu 55. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}$ bằng

- A.** $\frac{a^2}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3a^2}{2}$.

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC$, $SAC = SAB$. Tính số đo của góc giữa hai vecto \overrightarrow{SA} và \overrightarrow{BC} .

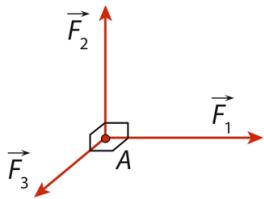
- A.** 45° . **B.** 60° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Câu 57. Nếu một vật có khối lượng $m(kg)$ thì lực hấp dẫn \vec{P} của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó \vec{g} là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 m/s^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 102 gam (Hình).



- A. $0,9996N$. B. $0,5996N$. C. $0,9196N$. D. $0,8996N$.

Câu 58. Một chất điểm chịu tác động bởi 3 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có chung điểm đặt A và có giá vuông góc với nhau từng đôi một. Biết cường độ của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là $10N, 8N$ và $5N$, xác định hợp lực của 3 lực và tính cường độ của hợp lực (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



- A. $13,7$. B. $12,7$. C. $14,7$. D. $11,7$.

Câu 59. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc đường thẳng CC' sao cho $C'I = 3C'C, G$ điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = 0$. Biểu diễn vectơ \overrightarrow{IG} qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)$. B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$.

C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} (\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$. D. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4} \left(\vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} - 2\vec{a} \right)$

Câu 60. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó \overrightarrow{AG} bằng

A. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$. B. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$. C. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$. D. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$

Câu 61. Cho tam giác $x = 1, x = -3$. có $AB = 2; AC = 5$, gọi AD là phân giác trong của góc A (D thuộc cạnh BC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7} \overrightarrow{AB} - \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AD} = \frac{-5}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7} \overrightarrow{AB} - \frac{2}{7} \overrightarrow{AC}$.

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AB}, \vec{y} = \overrightarrow{AC}, \vec{z} = \overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$. B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$. D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.

Câu 63. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

B. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

D. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $3\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AD}$, $3\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{BC}$. Các vecto $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MQ}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng khi chúng thỏa mãn đẳng thức vecto nào sau đây:

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MP} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MQ}$.

B. $\overrightarrow{MQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MP}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MQ}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MP} + \frac{3}{2}\overrightarrow{MQ}$.

Câu 65. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Phân tích vecto \overrightarrow{MG} theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

D. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$.

Câu 66. Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Các vecto $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}, \vec{y} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$ đồng phẳng.

B. Các vecto $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ đồng phẳng.

C. Các vecto $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ đồng phẳng.

D. Các vecto $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c}, \vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{NB} = -3\overrightarrow{NC}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Các vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

B. Các vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

C. Các vecto $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

D. Các vecto $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 68. Cho tứ diện $ABCD$. M và N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD . Bộ ba vecto nào dưới đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{MA}$.

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm trên đoạn AB và $MB = 2MA$. N là điểm trên đường thẳng CD mà $\vec{CN} = k\vec{CD}$. Nếu $\vec{MN}, \vec{AD}, \vec{BC}$ đồng phẳng thì giá trị của k là:

- A. $k = \frac{2}{3}$. B. $k = \frac{3}{2}$. C. $k = \frac{4}{3}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

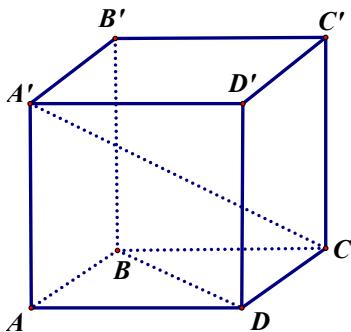
Câu 70. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC, BD lần lượt lấy M, N sao cho $AM=3MD; BN=3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD, BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Các vec tơ $\vec{BD}, \vec{AC}, \vec{MN}$ không đồng phẳng
 B. Các vec tơ $\vec{MN}, \vec{DC}, \vec{PQ}$ đồng phẳng
 C. Các vec tơ $\vec{AB}, \vec{DC}, \vec{PQ}$ đồng phẳng
 D. Các vec tơ $\vec{AC}, \vec{DC}, \vec{MN}$ đồng phẳng

Câu 71. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai vectơ \vec{BC} và \vec{OM} bằng

- A. 135° . B. 150° . C. 120° . D. 60° .

Câu 72. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đây $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .



- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 73. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a , tính $|\cos(\vec{AB'}, \vec{BC'})|$

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 74. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc hợp bởi hai vec tơ \vec{BC} và \vec{OM} bằng

- A. 120° . B. 150° . C. 135° . D. 60° .

Câu 75. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . M là trung điểm cạnh CC' . Tính cosin góc α giữa hai vecto $\vec{AA'}$ và \vec{BM} .

$$\text{A. } \cos\alpha = \frac{2\sqrt{22}}{11}. \quad \text{B. } \cos\alpha = \frac{\sqrt{33}}{11}. \quad \text{C. } \cos\alpha = \frac{\sqrt{11}}{11}. \quad \text{D. } \cos\alpha = \frac{\sqrt{22}}{11}.$$

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và góc $CAB = 30^\circ$. Giá trị $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC})$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 0,83. B. 0,37. C. 0,45. D. 0,71.

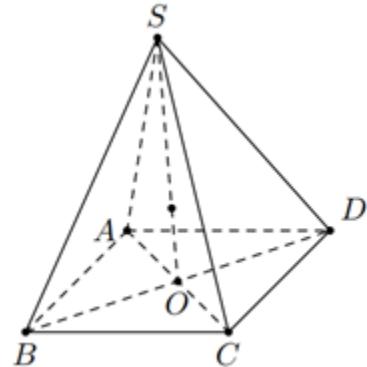
Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{CB}$ bằng

$$\text{A. } \frac{a^2}{2}. \quad \text{B. } -\frac{a^2}{2}. \quad \text{C. } \frac{a^2}{3}. \quad \text{D. } \frac{\sqrt{2}a^2}{2}.$$

D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

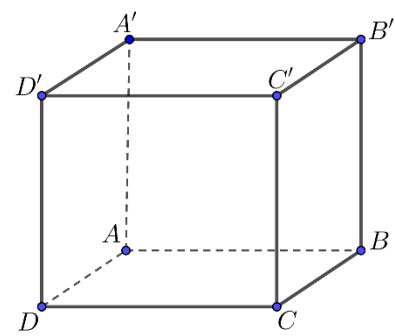
Câu 1. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O .

- a) Có bốn vectơ khác vectơ – không có điểm đầu là S và điểm cuối là các đỉnh còn lại của hình chóp.
- b) Trong bốn vectơ $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ thì có hai vectơ có giá nằm trên mặt phẳng (SAB) là $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}$.
- c) Hai vectơ \overrightarrow{SD} và \overrightarrow{AC} là hai vectơ cùng phương.
- d) Hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} là hai vectơ bằng nhau.



Câu 2. Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O .

- a) Có bảy vectơ khác vectơ – không có điểm đầu là A và điểm cuối là các đỉnh còn lại của hình hộp.
- b) Trong bốn vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AA'}$ thì có ba vectơ cùng phương là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và \overrightarrow{CD} .
- c) Trong bốn vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ thì có ba vectơ có giá nằm trên mặt phẳng (ABC) là vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ và \overrightarrow{AD} .
- d) Có ba vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp bằng \overrightarrow{AB} .



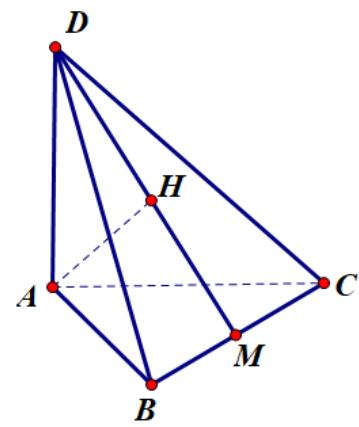
Câu 3. (THPT Văn Giang - Hưng Yên 2025) Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Cạnh $AB = AC = a$. Gọi M là trung điểm của BC , H là trung điểm của MD .

a) $\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{2}$

b) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{BC} bằng 60°

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$

d) $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{4}$



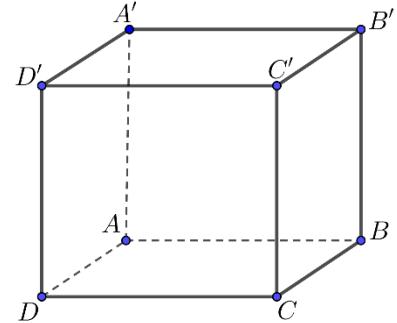
Câu 4. (THPT Gia Bình - Bắc Ninh 2025) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$ (tham khảo hình vẽ).

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DD'} = 0$.

d) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC'}) = 30^\circ$.



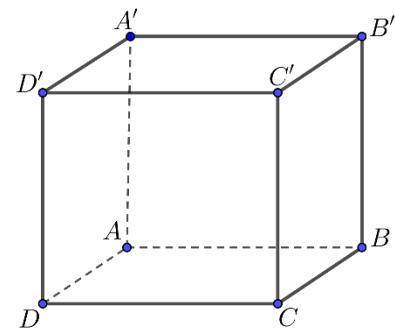
Câu 5. (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc 2025) Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

a) $|\overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{DC'}| = a$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

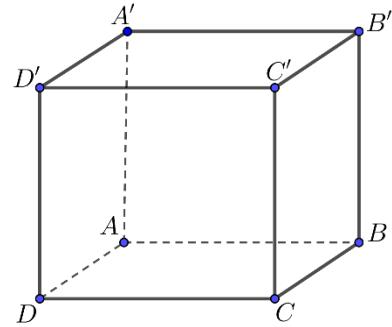
c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} = a^2$.

d) Gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$. Khi đó $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.



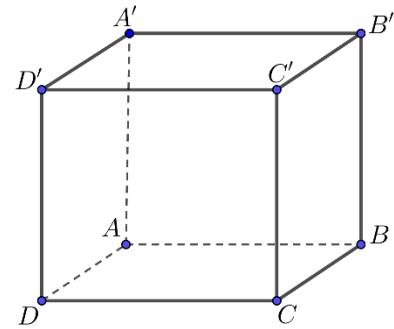
Câu 6. (THPT Bắc Đông Quan - Thái Bình 2025) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh có độ dài bằng a . Đường thẳng $A'C$ tạo với đáy $ABCD$ góc α sao cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

- a) Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $2a^3$
- b) Góc nhí diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng 45° .
- c) Khoảng cách giữa BD và CD' bằng $\frac{a}{3}$.
- d) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.



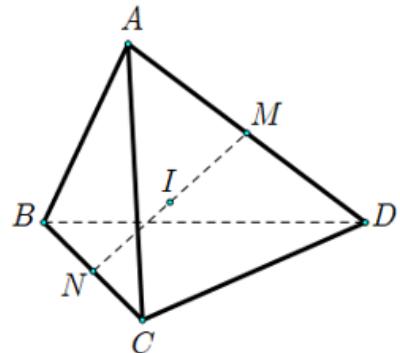
Câu 7. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau là đúng hay sai ?

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{A'C}$.
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{B'A}$.
- c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{D'B'}$.
- d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DC}$.



Câu 8. Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và I là trung điểm MN . Các mệnh đề sau là đúng hay sai ?

- a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MN}$.
- d) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.



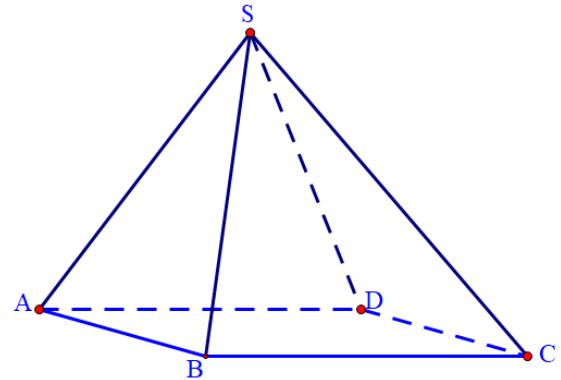
Câu 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bằng a . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$

c) Độ dài của tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ bằng $2a$.

d) $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD}| = 2a\sqrt{2}$.



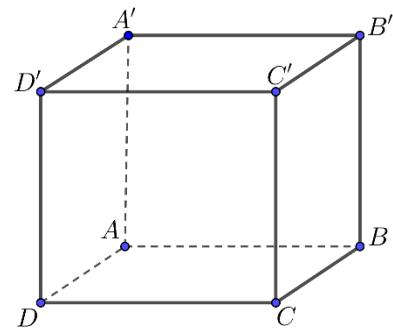
Câu 10. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = AD = 1$ và $AA' = 2$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{2}$;

b) $|\overrightarrow{CD'}| = \sqrt{5} |\overrightarrow{CD}|$;

c) $AC = \sqrt{2}$.

d) $|\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{6}$



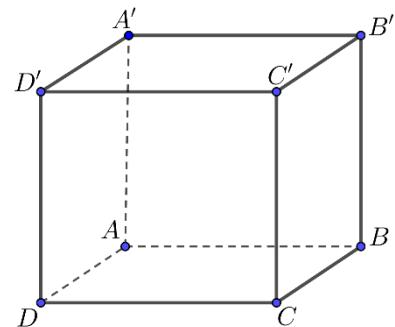
Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{y}$ và $\overrightarrow{AC} = \vec{z}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AD} = \vec{z} - \vec{y}$;

b) $\overrightarrow{AC'} = \vec{x} - \vec{z}$

c) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DD'}$.

d) $\overrightarrow{BD'} = \vec{x} - 2\vec{y} + \vec{z}$



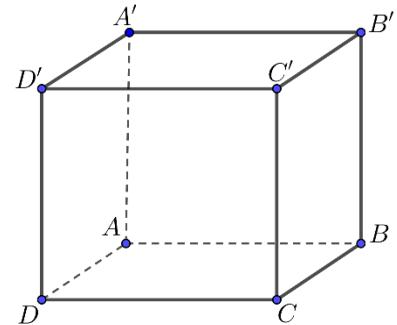
Câu 12. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết rằng $AA' = 2$ và tứ giác $ABCD$ là hình thoi có $AB = 1$ và $ABC = 60^\circ$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'D'} \right) = 120^\circ$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'D'} = -\frac{1}{2}$

c) $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC'} = -\frac{1}{2}$



Câu 13. Trong không gian, cho hai vecto \vec{a} và \vec{b} thoả mãn $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$ và $(\vec{a}, \vec{b})=45^\circ$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$

b) $(\vec{a} + \vec{b})^2 = 5 + 2\sqrt{2}$;

c) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -3$

d) $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b}) = 10 - 5\sqrt{2}$.

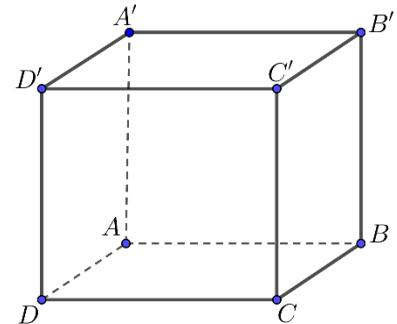
Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng a . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 0$;

b) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{B'C'} = a^2$;

c) $\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$

d) $\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{AC'} = 4a^2$.



Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (Hình). Tính:

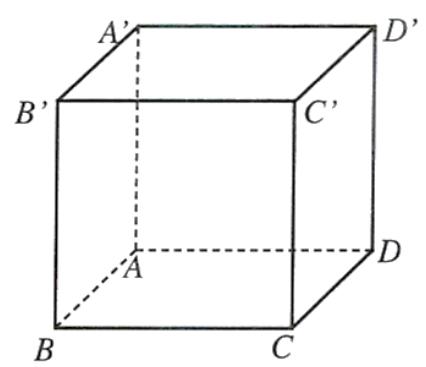
Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{D'C} = a^2$;

b) $\overrightarrow{D'A} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$

c) $\left(\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{B'C} \right) = 45^\circ$

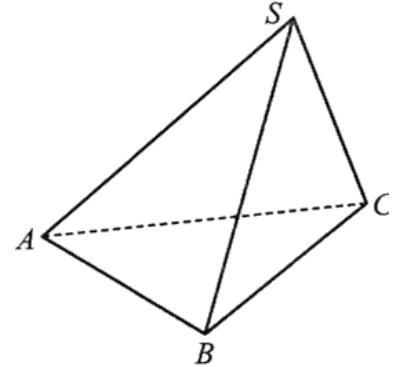
d) $\left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD} \right) = 120^\circ$



Câu 16. Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

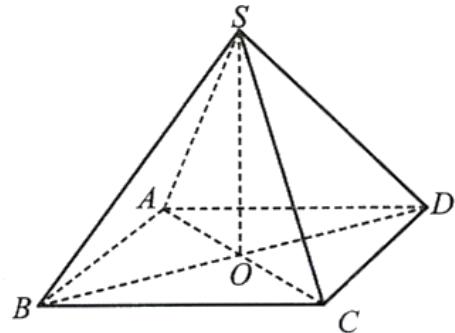
- a) Tam giác ABC vuông tại A và tam giác SAB đều.
- b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ và $(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ$.
- c) $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.
- d) $\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}$.



Câu 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

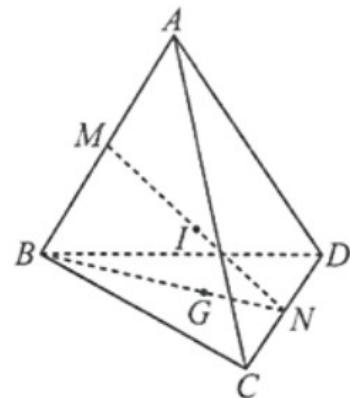
- a) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.
- b) Tam giác SAC vuông cân tại S .
- c) $(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AC}) = 45^\circ$.
- d) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2$.



Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD (Hình).

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

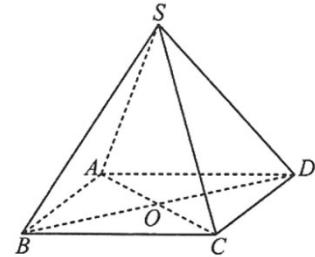
- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.
- c) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.
- d) $3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AG} = \vec{0}$.



Câu 19. Cho hình chóp đều $S \cdot ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD (Hình).

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

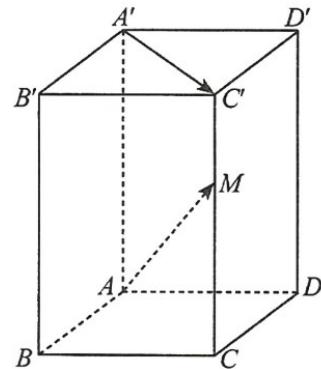
- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.
- d) $(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}) \cdot (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 0$.



Câu 20. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB=1$, $AD=2$, $AA'=3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM=2MC'$ (Hình).

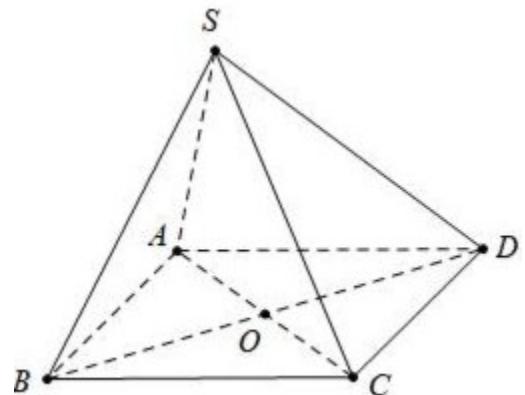
Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.
- b) $\cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC'}) = \frac{2}{3}$.
- c) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$.
- d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = 0$.



Câu 21. Trong không gian cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
- b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$
- c) $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD}$
- d) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$



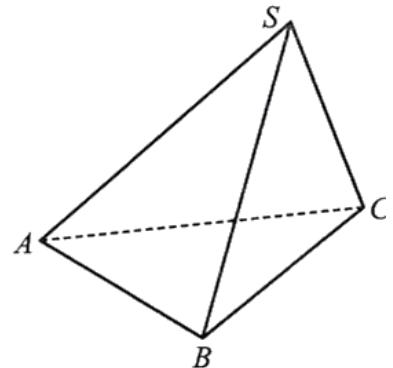
Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$



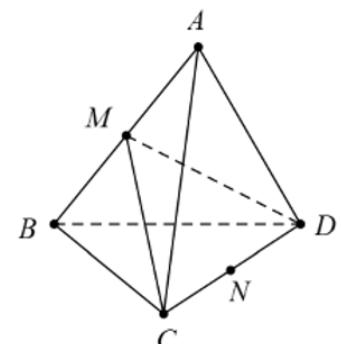
Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} là hai vectơ đối nhau.

b) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

d) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.



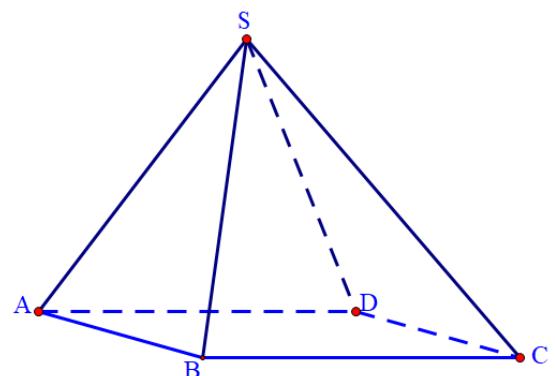
Câu 24. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$.

b) Nếu $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

c) Nếu $ABCD$ là hình thang thì $\overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SC}$.

d) Nếu $\overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SC}$ thì $ABCD$ là hình thang.

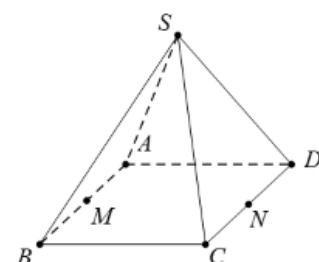


Câu 25. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{CN} là hai vectơ đối nhau.

b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$

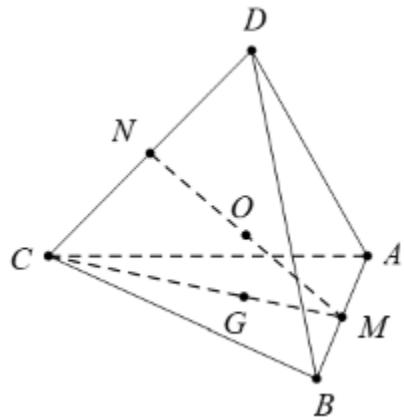
c) $\overrightarrow{SM} + \overrightarrow{SN} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$



d) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.

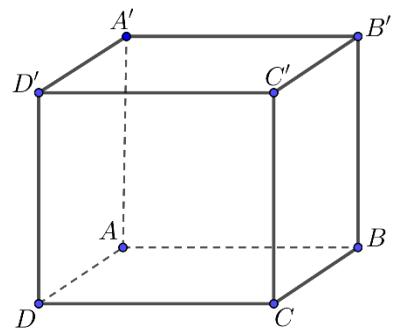
Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN và G là trọng tâm tam giác ABC . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DM}$.
- b) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DO}$
- c) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DG}$
- d) $\overrightarrow{DO} = 2\overrightarrow{DG}$



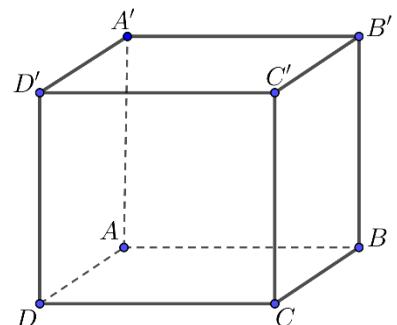
Câu 27. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
- c) $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B'D}$.
- d) $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{CB'} - \overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{BD'}$.



Câu 28. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{CC'}$.
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$.
- d) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$.



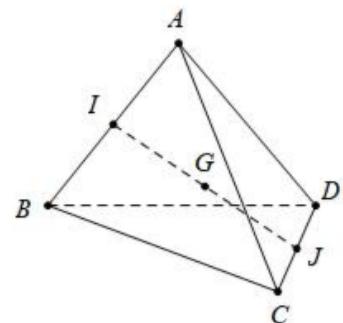
Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng IJ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$ với M là một điểm tùy ý

c) $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ với A' là trọng tâm tam giác BCD .

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AA'}$ với A' là trọng tâm tam giác BCD .



Câu 30. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$.

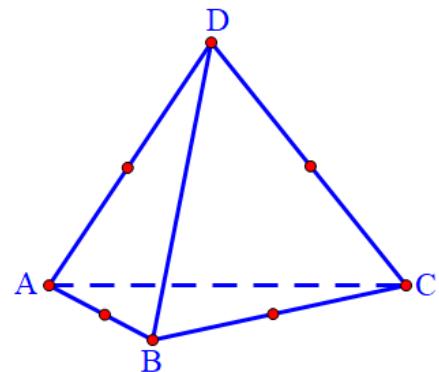
Gọi M, N, P và Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD và DA . Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\vec{c}$

b) $\overrightarrow{MQ} = \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{c})$

c) $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

d) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ}$



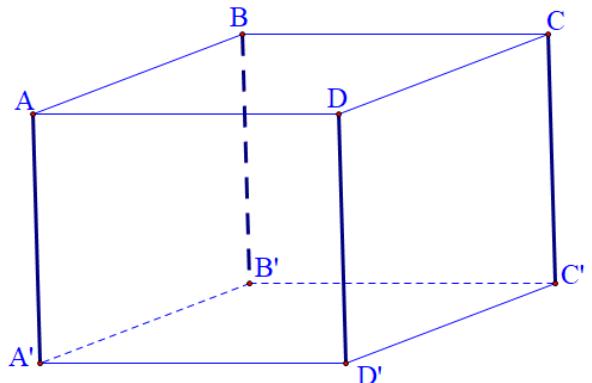
Câu 31. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ với tâm O . Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{AO}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$



Câu 32. Cho hình hộp $ABCD \cdot A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD .

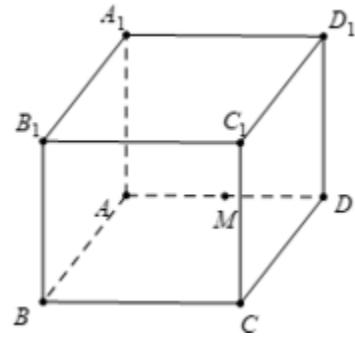
Các mệnh đề sau đúng hay sai:

a) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$

b) $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1};$

c) $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

d) $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$



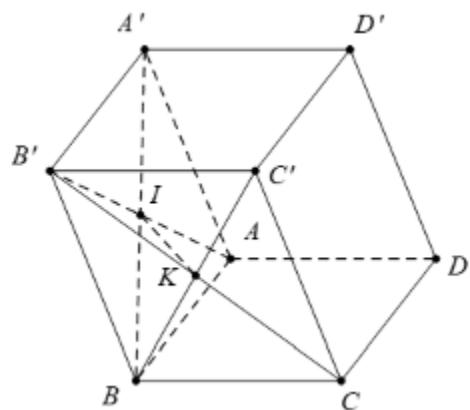
Câu 33. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'}$

b) $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{DA'} + \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CI}$

d) $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$.



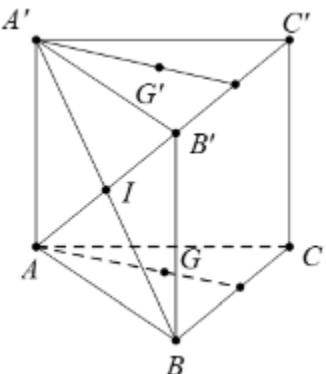
Câu 34. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$, I là giao điểm của AB' và $A'B$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Các khẳng định sau đúng hay sai.

a) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

b) $\overrightarrow{CG} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$.

c) $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$.

d) $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CG'}$



Câu 35. Trong không gian cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng có độ dài bằng 1. Biết góc giữa hai vectơ đó bằng 60° . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}$

b) $(\vec{a} + \vec{b})^2 = 3$

c) $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{5}$.

d) $(\vec{a} + 3\vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b}) = -\frac{7}{2}$.

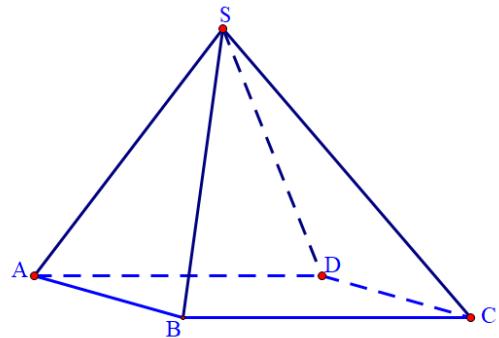
Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{a^2}{2}$

b) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.

c) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$.

d) $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$



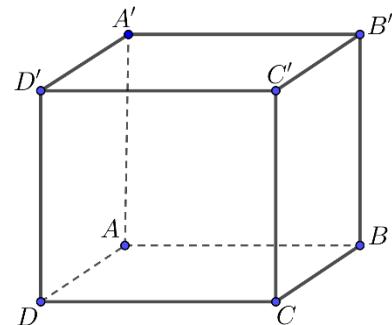
Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'} = a^2$

b) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = 0$

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{C'D'} = a^2$

d) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC'} = a^2$



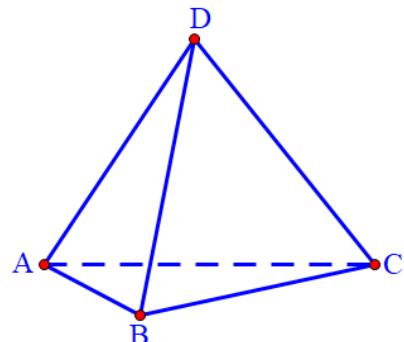
Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đều bằng a . Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$



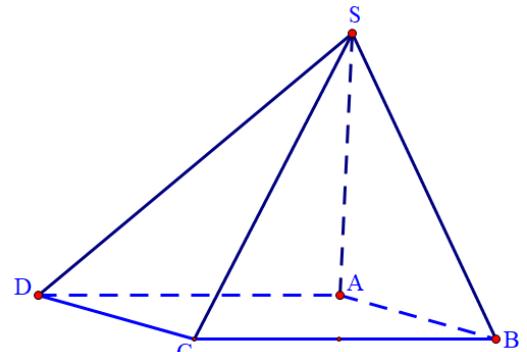
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SB} và \overrightarrow{CD} bằng 45° .

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$

c) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = -\frac{a^2}{2}$.

d) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{BD} bằng 60° .



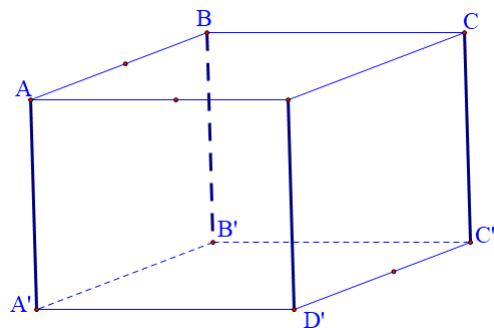
Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và $C'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

b) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CP} = \frac{1}{4}a^2$.

c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và \overrightarrow{AD} bằng 60° .

d) Gọi α là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{CP}$ thì $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$



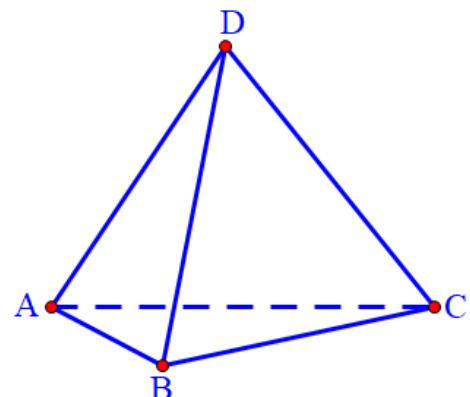
Câu 41. Cho tứ diện đều $ABCD$, gọi M là trung điểm của AC, N là trung điểm của AD . Gọi α là góc tạo bởi \overrightarrow{BM} và \overrightarrow{CN} . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $BM = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

b) $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD})$

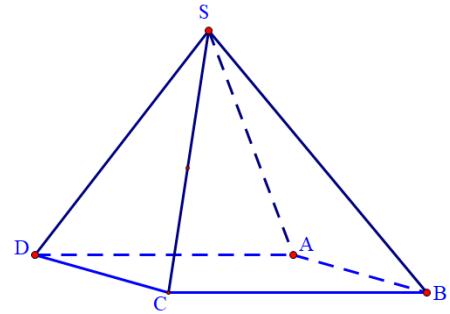
c) $\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{BM} = \frac{a^2}{8}$

d) $\cos \alpha = \frac{1}{6}$.



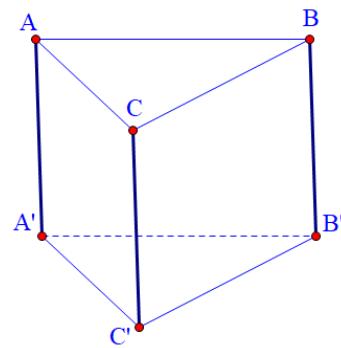
Câu 42. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SC . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Góc giữa hai vecto \overrightarrow{SA} và \overrightarrow{SC} bằng 90° .
- b) Góc giữa hai vecto \overrightarrow{SA} và \overrightarrow{BC} bằng 60° .
- c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = \frac{a^2}{2}$
- d) Cosin góc giữa hai vecto \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BM} bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}$.



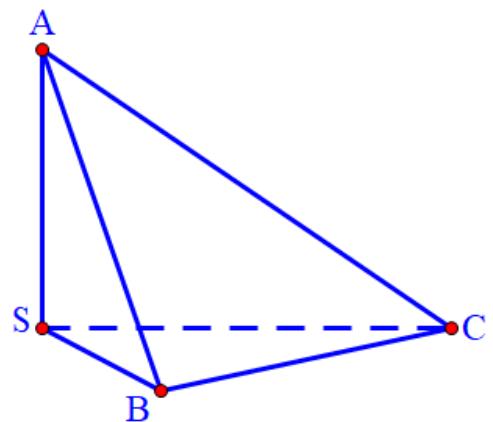
Câu 43. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Góc giữa vecto $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}$ bằng 60°
- b) $|\overrightarrow{BC}| = a\sqrt{5}$
- c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 3a^2$
- d) Gọi α là góc giữa hai vecto \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} thì $\cos \alpha = \frac{7}{10}$.



Câu 44. Cho tứ diện $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $SM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- b) $\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AB} = a^2$
- c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$
- d) Góc giữa hai vecto \overrightarrow{SM} và \overrightarrow{AB} bằng 60° .

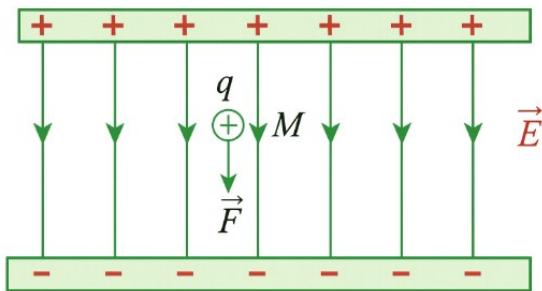


PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

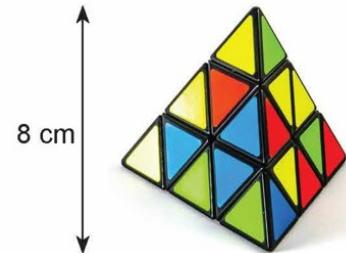
Câu 1. Trọng lực \vec{P} là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật được tính bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), \vec{g} là vecto gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8m/s^2$. Xác định hướng và độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam.



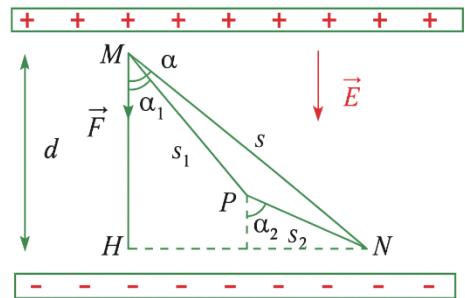
- Câu 2.** Trong điện trường đều, lực tĩnh điện \vec{F} (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, trong đó \vec{E} là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính được độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9} C$ và độ lớn điện trường $E = 10^5 N/C$ bằng $a \cdot 10^b (N), (a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{Z})$. Tìm $a+b$



- Câu 3.** Ta đã biết trọng tâm của tứ diện ABCD là một điểm I thoả mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó (đơn vị cm), biết rằng chiều cao của khối rubik là 8cm.



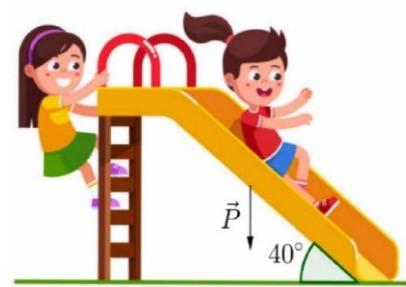
- Câu 4.** Một lực tĩnh điện \vec{F} tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MNP (Hình). Biết $q = 2 \cdot 10^{-12} C$, vectơ điện trường có độ lớn $E = 1,8 \cdot 10^5 N/C$ và $d = MH = 5mm$. Tính được công A sinh bởi lực tĩnh điện \vec{F} bằng $a \cdot 10^b (J), (a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{Z})$. Tìm $a+b$



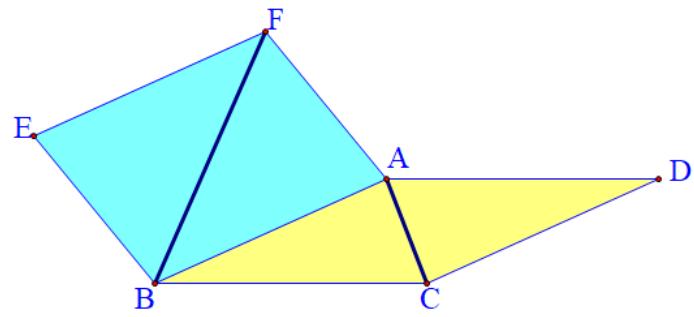
- Câu 5.** Theo định luật II Newton: gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$, trong đó $\vec{a} (m/s^2)$ là vectơ gia tốc, $\vec{F} (N)$ là vectơ lực tác dụng lên vật, $m (kg)$ là khối lượng của vật. Muốn truyền cho quả bóng khối lượng 0,5 kg một gia tốc 100 m/s² thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu (N)?



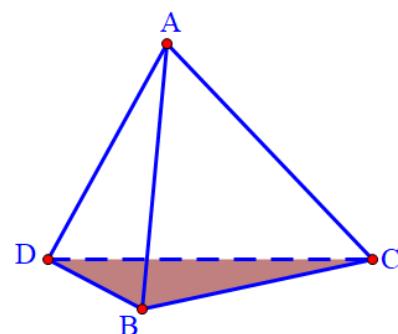
- Câu 6.** Một em bé cân nặng $m = 20 kg$ trượt trên cầu thang trượt dài 2 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 40° . Cho biết công A(J) sinh bởi một lực \vec{F} có độ dịch chuyển \vec{d} được tính theo công thức $\vec{A} = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực \vec{P} khi em bé trượt hết chiều dài cầu trượt biết $g \approx 10 m/s^2$. (làm tròn đến hàng đơn vị).



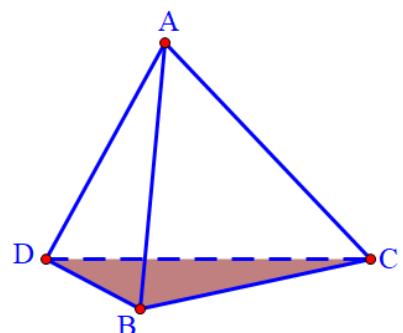
- Câu 7.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên các đường chéo AC và BF lấy các điểm M, N sao cho $MC = 2MA, NF = 2NB$. Khi đó biểu diễn vectơ \overrightarrow{MN} theo ba vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF}$ ta được:
 $\overrightarrow{MN} = a \cdot \overrightarrow{AB} + b \cdot \overrightarrow{AD} + c \cdot \overrightarrow{AF}$. Tính giá trị của $12a - 3b + 6c$



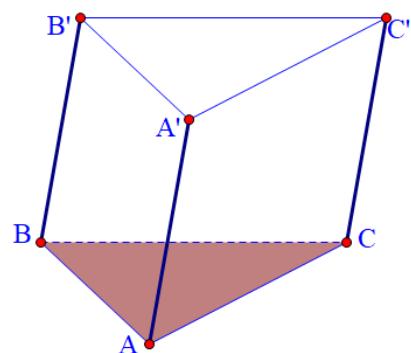
- Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 2NC$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN . Biết rằng $\overrightarrow{AO} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}, (m, n, p \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của $m + n + p$



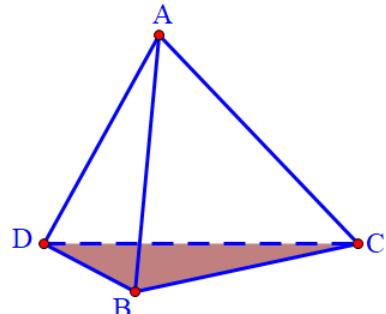
- Câu 9.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên cạnh AD, BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BQ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$. Biết rằng $\overrightarrow{MN} = \alpha \cdot \overrightarrow{MP} + \beta \cdot \overrightarrow{MQ}$. Hãy tính tổng $\alpha + \beta$



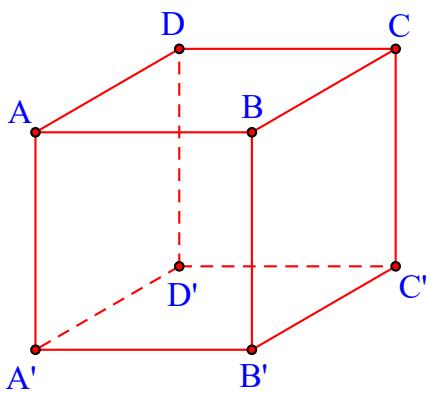
- Câu 10.** Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$, điểm K thuộc $B'C'$ sao cho $\overrightarrow{KC'} = -2\overrightarrow{KB}$. Khi đó ta có $\overrightarrow{AK} = m\overrightarrow{AI} + n\overrightarrow{AJ}$, tính giá trị của $m+n$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



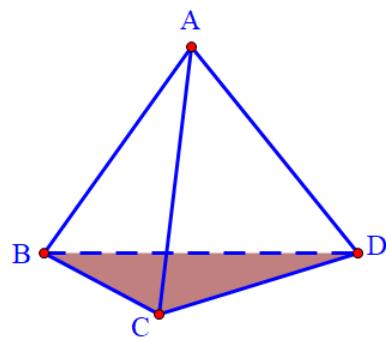
Câu 11. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó, $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi các điểm M, N lần lượt trên AC và DC' sao cho $MN \parallel BD'$. Tính tỉ số $\frac{MN}{BD'}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

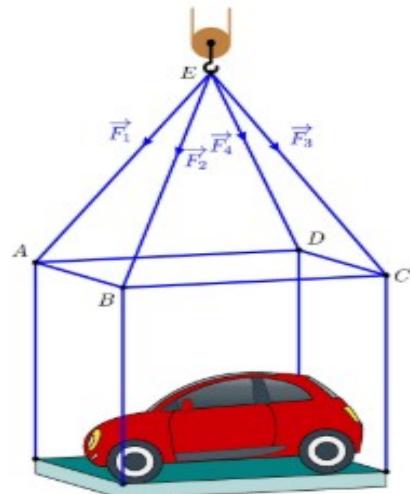


Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $\overrightarrow{AN} = -4\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AA'} - 2\overrightarrow{AD}$, ($k \in \mathbb{R}$) và $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}$. Khi $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AM}$ thì giá trị của k bằng bao nhiêu?

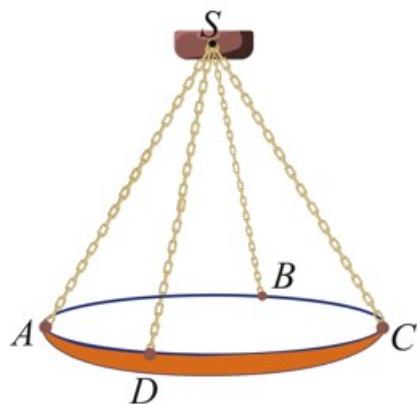


Câu 14. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD . Số đo của góc giữa hai vecto \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{MN} bằng bao nhiêu độ?

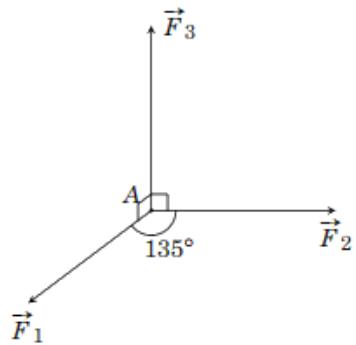
- Câu 15.** Trong không gian, một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng ($ABCD$) song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng ($ABCD$) một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700N . Tính $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3|$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của Niu-ton).



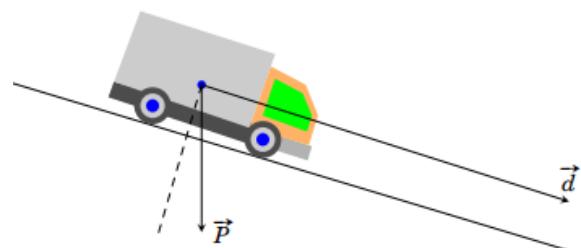
- Câu 16.** Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn sợi xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 60^\circ$. Biết $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động lên vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng bao nhiêu Niu-ton (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



- Câu 17.** Một chất diêm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α), chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có giá nằm trong (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, còn lực \vec{F}_3 có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ bằng bao nhiêu Niu-ton, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là $20\text{ N}, 15\text{ N}$ và 10 N (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



- Câu 18.** Cho biết công A (đơn vị: Jun) sinh bởi lực \vec{F} tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó \vec{d} là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị: mét) khi chịu tác dụng của lực \vec{F} . Một chiếc xe có khối lượng $1,5$ tấn thả trôi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Công sinh ra bởi trọng lực \vec{P} khi xe trôi hết đoạn đường dốc dài 7 m bằng bao nhiêu Jun



(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực \vec{P} được xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, với m (kg) là khối lượng của vật và \vec{g} là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$?

- Câu 19.** Người ta vận chuyển một thùng hàng có dạng hình hộp chữ nhật bằng cách móc 4 dây cáp vào 4 góc trên của thùng hàng và đâu còn lại móc vào cần cẩu như hình vẽ. Biết rằng các đoạn dây cáp có độ dài bằng nhau và góc tạo bởi hai đoạn dây cáp đối diện nhau là 60° . Chiếc cần cẩu kéo thùng hàng lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ biểu diễn lực căng của 4 sợi dây, chịu được tối đa lực căng là $5000N$. Hỏi cần cẩu nâng được thùng hàng có khối lượng (đơn vị kg) tối đa là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

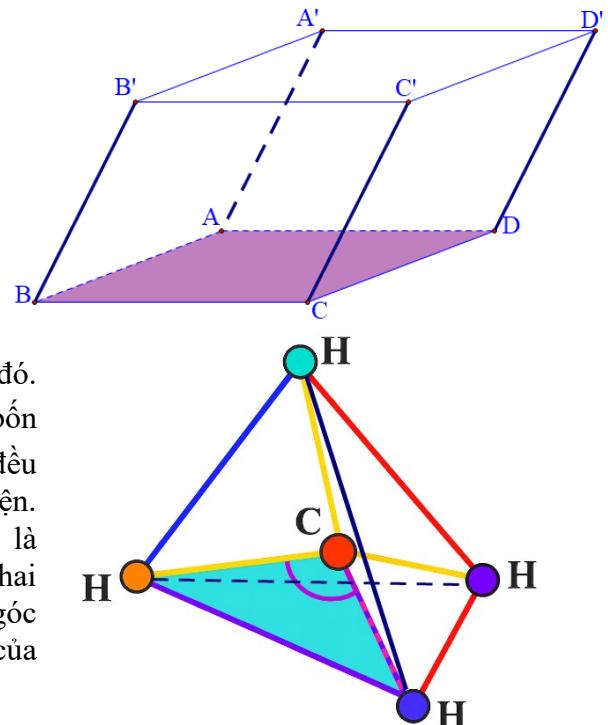


- Câu 20.** Có ba lực F_1, F_2, F_3 cùng tác động vào một vật. Ba lực này đôi một hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn lần lượt là $3N, 6N$ và $9N$. Tính độ lớn (N) của hợp lực của ba lực trên.

- Câu 21.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 1, AD = AA' = 4$. Độ dài của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC'}$ bằng bao nhiêu?

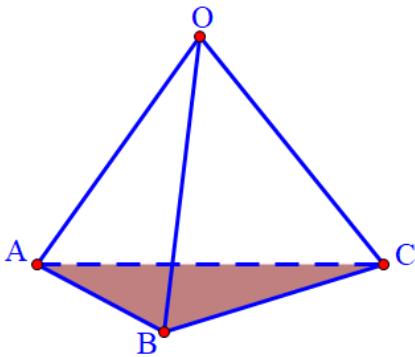
- Câu 22.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N . Tính độ lớn của hợp lực (N) của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

- Câu 23.** Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các mặt bên là hình thoi cạnh $2\sqrt{6}$, các góc $BAA' = BAD = DAA' = 60^\circ$. Tính độ dài đường chéo AC' .

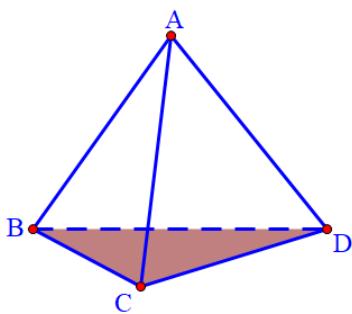


- Câu 24.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tính số đo góc liên kết này (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

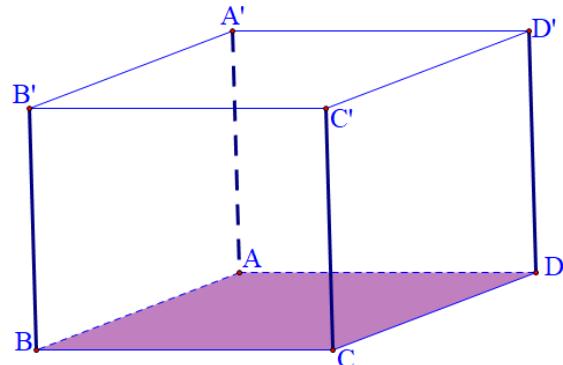
Câu 25. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $BAD = A'AB = A'AD = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}, \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{DC}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).



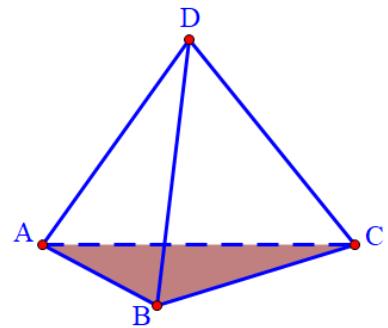
Câu 27. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm của cạnh AB và N thuộc cạnh CD thoả mãn $ND = 2NC$. Tính độ dài đoạn thẳng MN (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



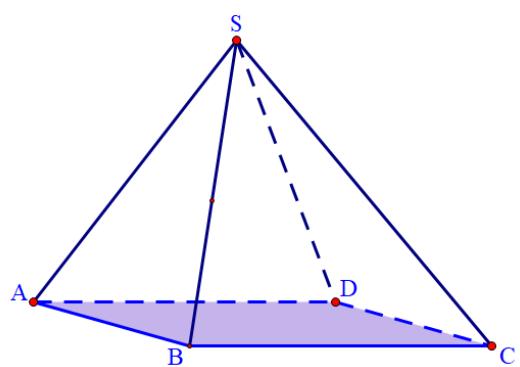
Câu 29. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 2, cạnh bên $SA = 3\sqrt{3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ trong đó M là một điểm bất kì trong không gian.



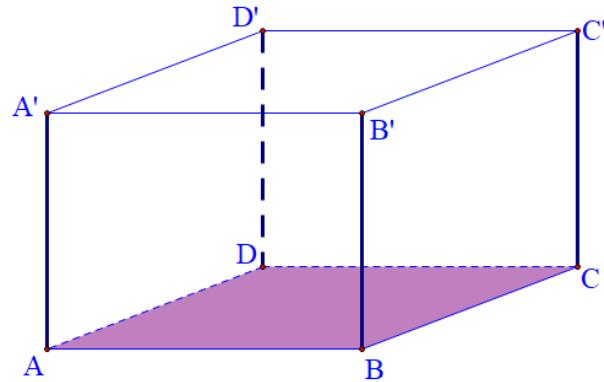
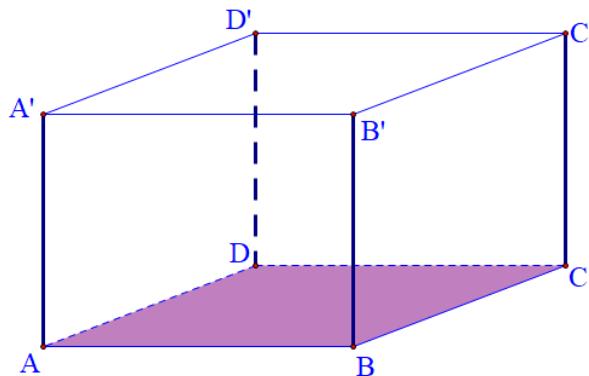
Câu 26. Cho tứ diện đều $O \cdot ABC$ có cạnh bằng 3. Trên đoạn OA lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MO} = -2\overrightarrow{MA}$ và trên đoạn BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$. Tính độ dài vecto \overrightarrow{MN} (làm tròn đến một chữ số thập phân)



Câu 28. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ trong đó M là một điểm bất kì trong không gian.



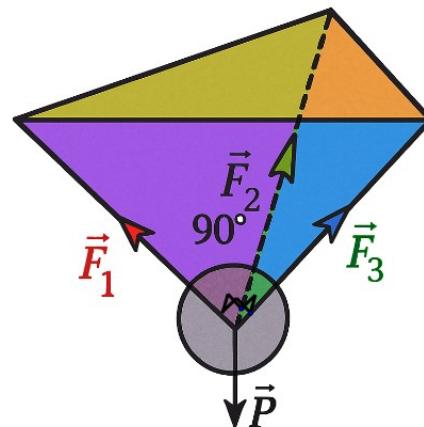
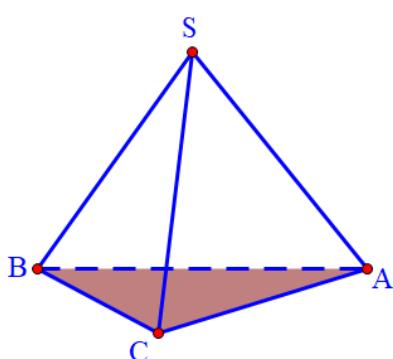
- Câu 30.** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vecto \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{AB} . Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ?



- Câu 31.** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CB} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

- Câu 32.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 10 N và 8 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 6 N . Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

- Câu 33.** Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90° như Hình. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực \vec{F}_1 bằng bao nhiêu Niuton? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



- Câu 34. (THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc 2025)** Cho tứ diện $SABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC và I là trọng tâm tam giác GBC . Biết $\overrightarrow{SI} = x\overrightarrow{SA} + y\overrightarrow{SB} + z\overrightarrow{SC}$, tính giá trị biểu thức $9(x-y+z)$

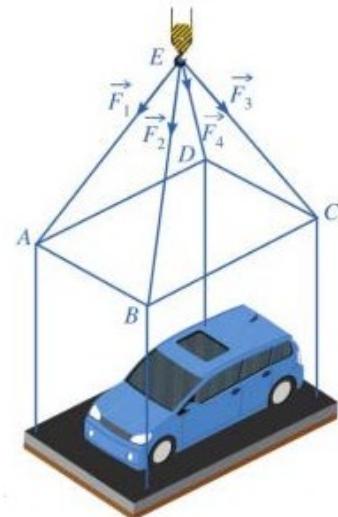
- Câu 35. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025)** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N . Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên (làm tròn đến hàng phần chục).

- Câu 36. (Cụm Chương Mỹ - Thanh Oai 2025)** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 hợp với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là 24 N và 16 N . Lực \vec{F}_3 vuông góc với mặt

phẳng tạo bởi hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên (đơn vị N, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

- Câu 37.** (THPT Phúc Thọ - Hà Nội 2025) Người ta treo một chiếc đèn trang trí có trọng lượng 200N lên trần nhà bằng ba sợi dây không giãn, bằng nhau tại ba điểm A,B,C tạo thành tam giác đều. Mỗi sợi dây tạo với mặt phẳng trần nhà một góc 30° đến được giữ ở trạng thái cân bằng (tham khảo hình vẽ). Hãy tính lực căng trong mỗi sợi dây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- Câu 38.** (THPT Gia Bình - Bắc Ninh 2025) Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng ($ABCD$) song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng ($ABCD$) một góc bằng 60° (hình vẽ).



Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Trọng lượng của chiếc xe ô tô bằng bao nhiêu Newton? (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 3500N và trọng lượng của khung sắt là 2500N .

- Câu 39.** (THPT Triệu Sơn 3 - Thanh Hóa 2025) Một chiếc đèn trang trí (gồm các bóng đèn gắn vào một giá hình tròn) như hình bên dưới. Đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên giá sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L , trọng lượng của chiếc đèn là $27N$, bán kính của giá hình tròn là $0,5m$.

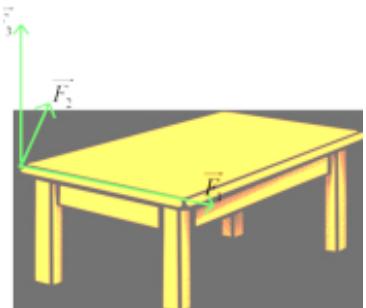
Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. Hỏi chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



- Câu 40.** (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025) Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bổ thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên ba chân của giá đỡ. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60° . Hỏi độ lớn của lực \vec{F}_1 là bao nhiêu N (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



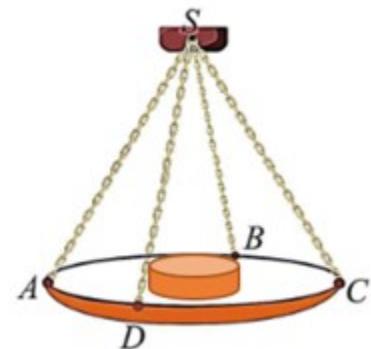
- Câu 41. (Sở Hà Tĩnh 2025)** Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có giá nằm trên mặt phẳng chửa mặt bàn, tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là $9N$ và $4N$, lực \vec{F}_3 vuông góc với mặt bàn và có độ lớn $7N$. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là $a(N)$, tìm giá trị của a . (kết quả quy tròn về số nguyên).



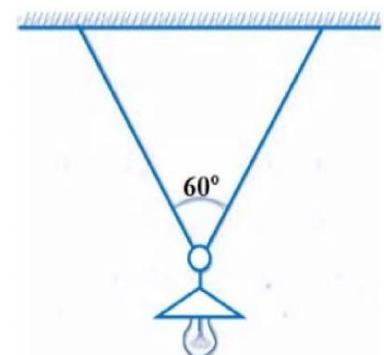
- Câu 42. (Chuyên Thái Bình 2025)** Một giỏ hoa treo trong nhà làm bằng 3 sợi dây không giãn, mỗi sợi dài 60 cm miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính 20 cm , ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều (giả sử mối thắt của 3 sợi dây và mối nối của mỗi sợi dây với miếng gỗ không đáng kể). Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi dây chịu không quá $15N$ trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$. Tính trọng lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt (đơn vị N , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



- Câu 43. (THPT Trần Nguyên Hãn - Hải Phòng 2025)** Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}(N)$. Biết trọng lượng của vật nặng được tính theo công thức $P = mg$, lấy $g = 10\text{ m/s}^2$. Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

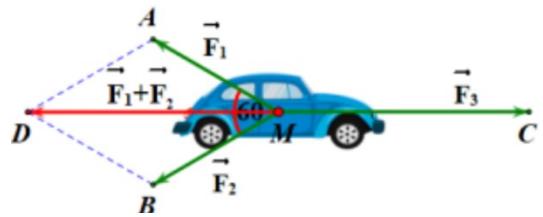


- Câu 44.** Người ta treo một bóng đèn có khối lượng $m = 1\text{ kg}$ bằng cách luồn sợi dây qua một cái móc của đèn và hai đầu dây được gắn chặt trên trần nhà. Hai nửa sợi dây có chiều dài bằng nhau và hợp với nhau một góc bằng 60° . Tính lực căng của mỗi nửa sợi dây là bao nhiêu? Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.



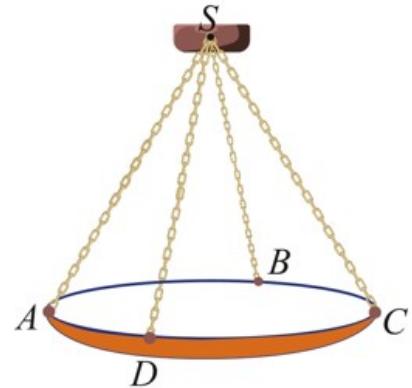
(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- Câu 45.** Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 25 N và góc $AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực \vec{F}_3 là (Kết quả làm tròn đến hàng phần mươi)



- Câu 46.** Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 8\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 60^\circ$ (Hình).

Biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $9,8\text{ m/s}^2$, \vec{P} là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Tính độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích (tính chính xác đến hàng phần mươi).



- Câu 47.** Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 20\text{ (N)}$ (xem hình vẽ). Trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó bằng bao nhiêu Niu-ton (làm tròn kết quả đến hàng phần mươi)?

