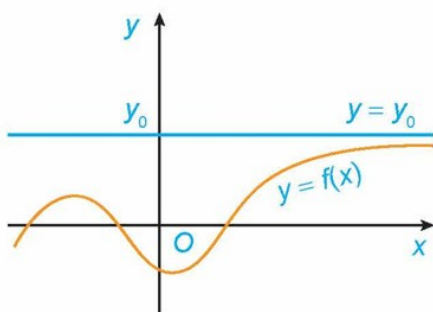


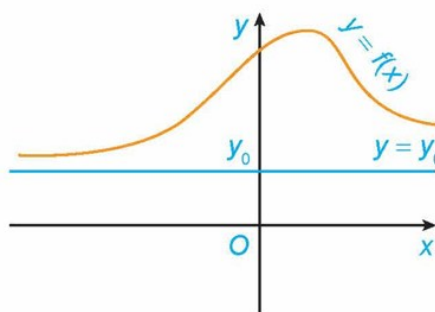
## PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ SÁCH GIÁO KHOA

### 1. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

Đường thẳng  $y = y_0$  gọi là đường tiệm cận ngang (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$ .



Đường thẳng  $y = y_0$  là tiệm cận ngang của đồ thị (khi  $x \rightarrow +\infty$ ).



Đường thẳng  $y = y_0$  là tiệm cận ngang của đồ thị (khi  $x \rightarrow -\infty$ ).

**Ví dụ 1.** Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ .

**Giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 3$ . Tương tự,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ .

Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 3$ .

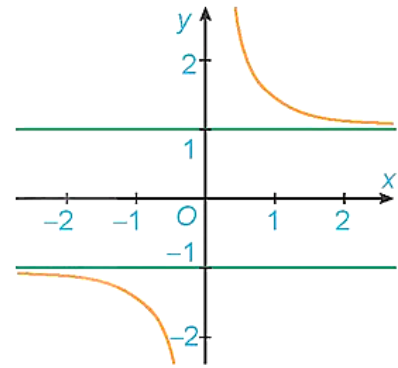
**Ví dụ 2.** Tìm các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ .

**Giải**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} \right) = -1.$$



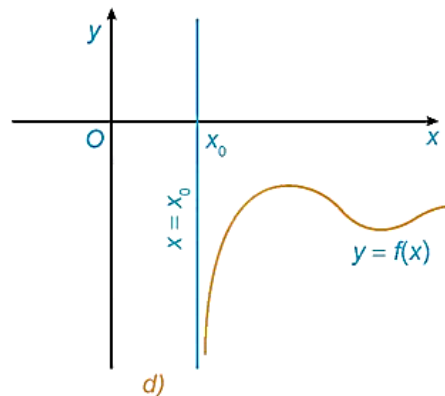
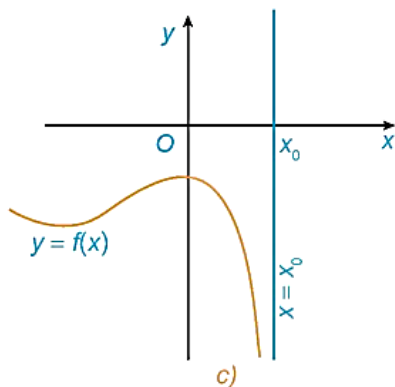
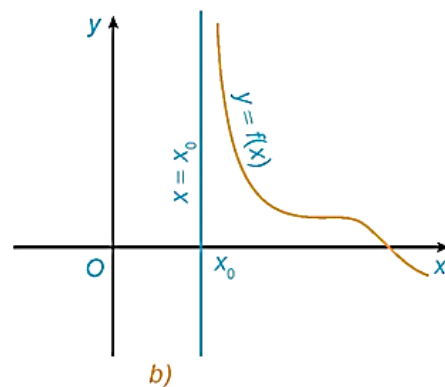
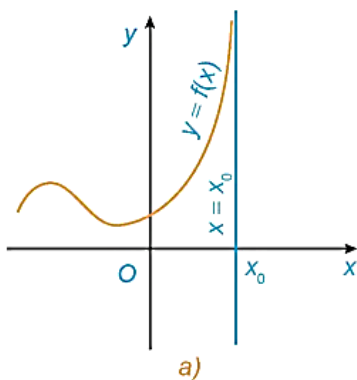
Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai tiệm cận ngang là  $y=1$  và  $y=-1$ .

**Nhận xét.** Đồ thị hàm số  $f(x)$  như Hình.

## 2. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

Đường thẳng  $x = x_0$  gọi là đường tiệm cận đứng (gọi tắt là tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thoả mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty.$$



a) và c). Đường thẳng  $x = x_0$  là tiệm cận đứng của đồ thị (khi  $x \rightarrow x_0^-$ ).

b) và d). Đường thẳng  $x = x_0$  là tiệm cận đứng của đồ thị (khi  $x \rightarrow x_0^+$ ).

**Ví dụ 3.** Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{3-x}{x+2}$ .

### Giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3-x}{x+2} = +\infty$ . Tương tự,  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ . Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$ .

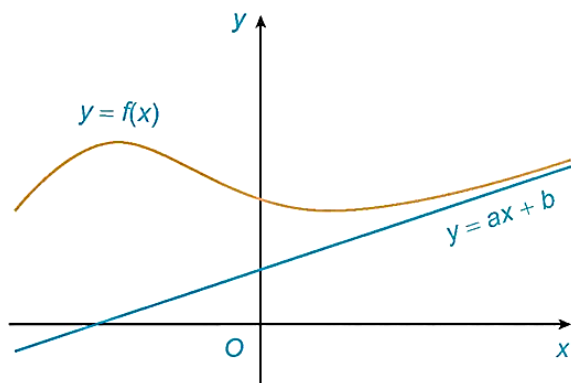
**Ví dụ 4.** Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 2}{x}$ .

### Giải

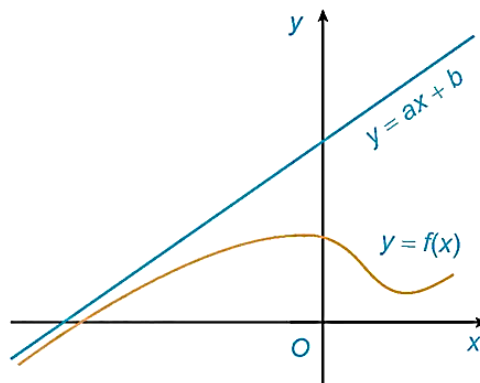
Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + 2}{x} = +\infty$ . Tương tự,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ . Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 0$ .

### 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN XIÊN

Đường thẳng  $y = ax + b (a \neq 0)$  gọi là đường tiệm cận xiên (gọi tắt là tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$



Đường thẳng  $y = ax + b$  là tiệm cận xiên của đồ thị (khi  $x \rightarrow +\infty$ ).



Đường thẳng  $y = ax + b$  là tiệm cận xiên của đồ thị (khi  $x \rightarrow -\infty$ ).

**Ví dụ 5.** Cho hàm số  $y = f(x) = x + \frac{1}{x+2}$ . Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $f(x)$ .

### Giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+2} = 0$ . Tương tự  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$ .

Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x$ .

**Chú ý.** Ta biết rằng nếu đường thẳng  $y = ax + b (a \neq 0)$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  thì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ .

Do đó  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] \cdot \frac{1}{x} = 0$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] \cdot \frac{1}{x} = 0$ .

Từ đây suy ra  $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  hoặc  $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

Khi đó, ta có  $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$  hoặc  $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$ .

Ngược lại, với  $a$  và  $b$  xác định như trên, đường thẳng  $y = ax + b (a \neq 0)$  là một tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Đặc biệt, nếu  $a = 0$  thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

**Ví dụ 6.** Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ .

**Giải**

Ta có:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^2 + x} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x + 2}{x + 1} = -2.$$

$$(\text{Tương tự, } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = -2.)$$

Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x - 2$ .

Nhận xét. Trong thực hành, để tìm tiệm cận xiên của hàm phân thức trong Ví dụ 6, ta viết:

$$y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1} = x - 2 + \frac{4}{x + 1}.$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x + 1} = 0;$$

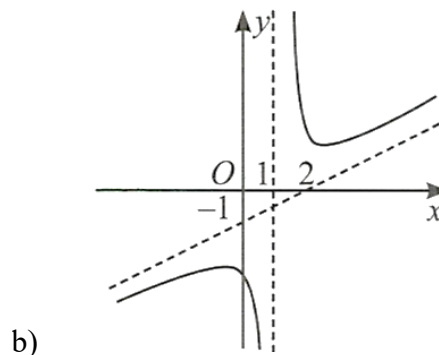
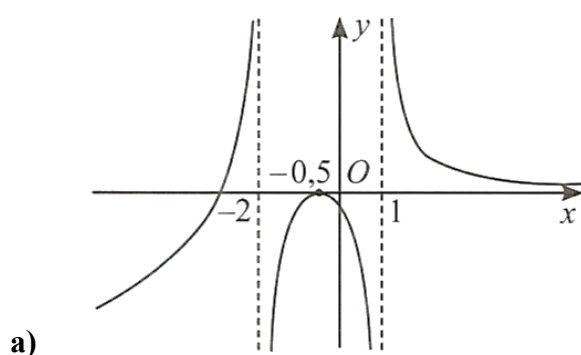
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x + 1} = 0.$$

Do đó, đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x - 2$ .

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

### Dạng 1. Tìm đường tiệm cận của đồ thị hàm số

**Câu 1.** (CTST12) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:



**Câu 2.** (CTST12) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:

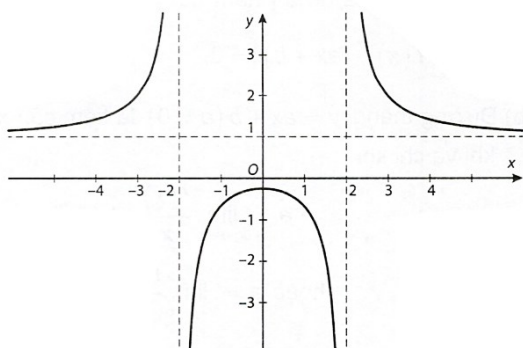
a)  $y = f(x) = \frac{4x+3}{x-5}$

b)  $y = f(x) = \frac{2x^2-3x-21}{x-4}$ .

**Câu 3.** (KNTT12) Tìm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x-1}{2x-3}$ .

**Câu 4.** (KNTT12) Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{-x^2+x+9}{3-x}$ .

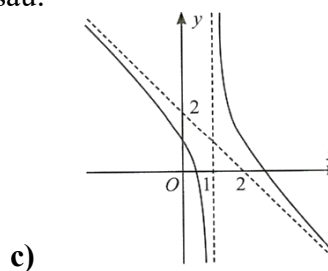
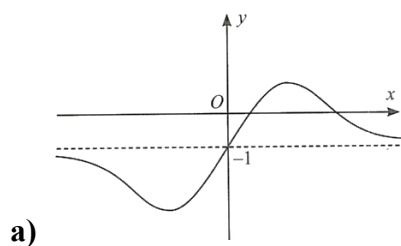
**Câu 5.** (KNTT12) Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$  có đồ thị như hình bên:

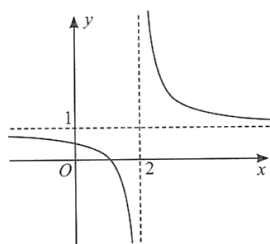


Hãy chỉ ra các tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

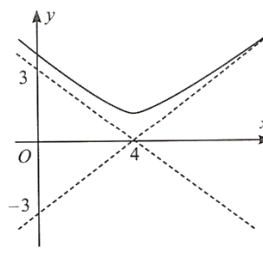
**Câu 6.** (KNTT12) Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2+3x-10}{x-2}$ . Đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận đứng không?

**Câu 7.** (CTST12) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:





b)



d)

**Câu 8. (CTST12)** Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:

a)  $y = \frac{x-5}{2x+1}$

b)  $y = \frac{2x}{x-3}$

c)  $y = -\frac{6}{3x+2}$ .

**Câu 9. (CTST12)** Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:

a)  $y = 2x+1 + \frac{1}{x-3}$

b)  $y = \frac{-3x^2+16x-3}{x-5}$ ;

c)  $y = \frac{-6x^2+7x+1}{3x+1}$ .

**Câu 10. (CTST12)** Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:

a)  $y = \frac{x^2+2}{x^2+2x-3}$

b)  $y = \sqrt{x^2-16}$

**Câu 11. (CD12)** Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, tiệm cận xiên (nếu có) của đồ thị mỗi hàm số sau:

a)  $y = f(x) = \frac{x}{2-x}$ ;

b)  $y = f(x) = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}$

c)  $y = f(x) = x-3 + \frac{1}{x^2}$

**Câu 12. (CD12)** Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị mỗi hàm số sau:

a)  $y = \frac{x-1}{2x+3}$

b)  $y = -3 + \frac{5}{x-4}$

c)  $y = \frac{3x-7}{x^2}$

d)  $y = \frac{-2x^2+1}{x^2-2x+1}$

**Câu 13. (CD12)** Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị mỗi hàm số sau:

a)  $y = 5x - 2 + \frac{1}{x+3}$

b)  $y = -7x + \frac{x-1}{x^2}$

c)  $y = \frac{x^2+2x}{-x+2}$

d)  $y = \frac{2x^2+9x}{x+1}$ .

**Câu 14. (CD12)** Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, tiệm cận xiên (nếu có) của đồ thị mỗi hàm số sau:

a)  $y = \frac{3x+5}{x^2-4}$

b)  $y = \frac{-x^2-1}{4x^2+9}$

c)  $y = \frac{3x^2+x}{1-x}$

**Câu 15. (KNTT12)** Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau:

a)  $y = \frac{x+1}{2x-3}$

b)  $y = \frac{3x-1}{x+2}$

**Câu 16. (KNTT12)** Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị các hàm số sau:

a)  $y = \frac{x^2-x-5}{x-2}$

b)  $y = \frac{3x^2+8x-2}{x+3}$

**Câu 17. (KNTT12)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	0	2	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	3	$+\infty$	3

Hãy tìm các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 18. (KNTT12)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	-1	$+\infty$	1

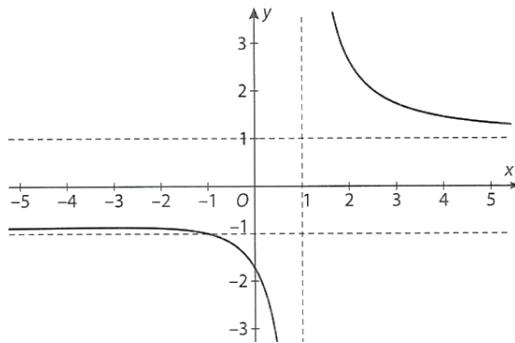
Tìm các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = g(x) = \frac{1}{2 + f(x)}$ .

**Câu 19. (KNTT12)** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ .

Tính tích khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc  $(C)$  đến hai đường tiệm cận của nó.

**Câu 20. (KNTT12)** Gọi  $I$  là giao điểm giữa tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-2}$ . Cho điểm  $K(3;5)$ , tính hệ số góc của đường thẳng qua  $I$  và  $K$ .

**Câu 21. (KNTT12)** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x-1}$  có đồ thị như hình sau:



Hãy tìm các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 22. (KNTT12)** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x+2}{x-3}$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi tổng khoảng cách từ một điểm  $(x; y) \in (C)$ , với  $x > 3$ , tới hai đường tiệm cận của  $(C)$  là  $g(x)$ . Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = g(x)$ .



## Dạng 2. Ứng dụng

- Câu 23. (CD12)** Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong  $x$  (tháng) được tính theo công thức  $S(x) = 200\left(5 - \frac{9}{2+x}\right)$ , trong đó  $x \geq 1$  (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).
- a) Xem  $y = S(x)$  là một hàm số xác định trên nửa khoảng  $[1; +\infty)$ , hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- b) Nêu nhận xét về số lượng sản phẩm bán được của công ty đó trong  $x$  (tháng) khi  $x$  đủ lớn.
- Câu 24. (CD12)** Tốc độ đánh máy trung bình  $S$  (tính bằng từ trên phút) của một học viên sau  $t$  tuần học được cho bởi công thức:  $S(t) = \frac{100t^2}{65+t^2}$  với  $t > 0$ .
- a) Xem  $y = S(t) = \frac{100t^2}{65+t^2}$  là một hàm số xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- b) Nêu nhận xét về tốc độ đánh máy trung bình của học viên đó khi thời gian  $t$  càng lớn.
- Câu 25. (CD12)** Tổng chi phí để sản xuất  $x$  sản phẩm của một xí nghiệp được tính theo công thức  $T = 20x + 100000$  (nghìn đồng).
- a) Viết công thức tính chi phí trung bình  $C(x)$  của 1 sản phẩm khi sản xuất được  $x$  sản phẩm.
- b) Xem  $y = C(x)$  là một hàm số xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hãy tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- c) Xét tính đơn điệu của hàm số  $y = C(x)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .
- d) Nêu nhận xét về chi phí để tạo ra 1 sản phẩm khi  $x$  càng lớn.
- Câu 26. (KNTT12)** Một bình chứa 200 ml dung dịch muối với nồng độ  $5\text{mg/ml}$ .
- a) Tính nồng độ dung dịch muối trong bình sau khi thêm vào  $x\text{ml}$  dung dịch muối với nồng độ  $10\text{mg/ml}$ .
- b) Phải thêm bao nhiêu mililit vào bình để có dung dịch muối với nồng độ  $9\text{mg/ml}$ ? Nồng độ muối trong bình có thể đạt đến  $10\text{mg/ml}$  được không?
- Câu 27. (CTST12)** Chi phí để làm sạch  $p$  lượng dầu loang từ một sự cố trên biển có thể được xấp xỉ bởi công thức  $C(p) = \frac{2000p}{100-p}$  (tỉ đồng)
- a) Tính chi phí để làm sạch 95%, 96%, 97%, 98% và 99% lượng dầu loang.
- b) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số  $C(p)$ .

- Câu 28. (CTST12)** Hằng tháng, một công ty chuyên sản xuất mặt hàng A phải trả chi phí cố định là 50 triệu đồng (để thuê mặt bằng và lương nhân viên) và chi phí cho nguyên liệu là  $10000x$  (đồng) với  $x$  là số lượng sản phẩm A được nhập về.
- a) Viết công thức tính chi phí trung bình  $\bar{C}(x)$  mà công ty cần chi để sản xuất một sản phẩm.
- b) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số  $\bar{C}(x)$ .

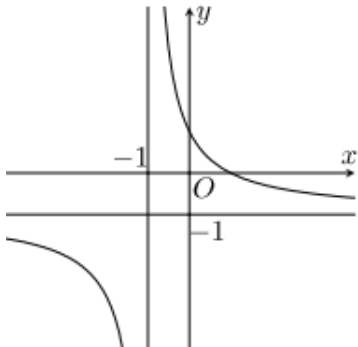
### C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1. (Mã 0104 - BGD 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ac \neq 0, ad-bc \neq 0)$  có bảng biến thiên như dưới đây

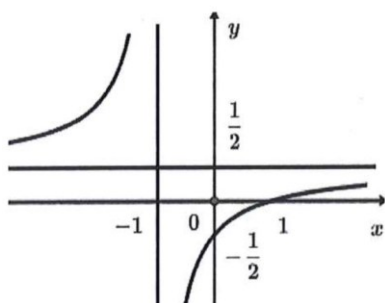
$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$y'$		$-$	$-$
$y$	$1$	$+\infty$	$1$

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $y = -2$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $x = -2$ .
- Câu 2. (THPT Đào Duy Từ - Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho



- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $y = -1$ .
- Câu 3. (THPT Hàm Rồng - Thanh Hóa 2025)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$  có phương trình là:
- A.  $x = -2$ .                      B.  $y = 3$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $y = 2$ .
- Câu 4. (Đề Tham Khảo 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d} (c \neq 0, ad-bc \neq 0)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:



- A.  $x = -1$ .      B.  $y = \frac{1}{2}$ .      C.  $y = -1$ .      D.  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 5. (THPT Tiên Du - Bắc Ninh 2025)** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 + x - 5}{x + 3}$  có đường tiệm cận xiên là đường thẳng  $\Delta: y = ax + b$  với  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ . Giá trị của tổng  $a + b$  bằng

A.  $-3$ .      B.  $7$ .      C.  $3$ .      D.  $-5$ .

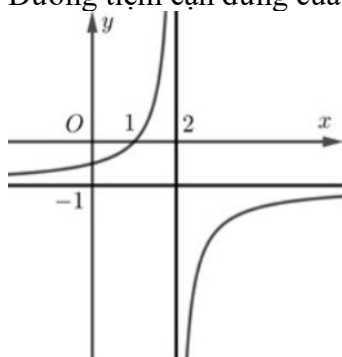
**Câu 6. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  là đường thẳng có phương trình

A.  $y = -1$ .      B.  $y = -1$ .      C.  $y = 2$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 7. (THPT Nguyễn Đăng Đạo - Bắc Ninh 2025)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = 2x - 1 + \frac{1}{x}$  có phương trình là:

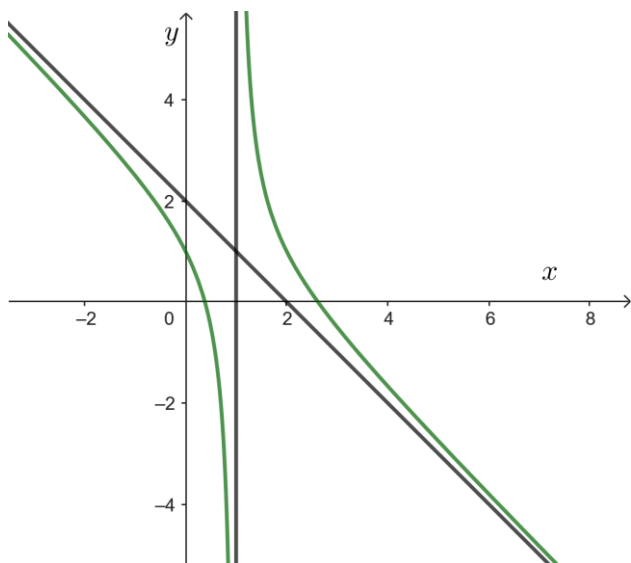
A.  $y = 1 - 2x$ .      B.  $y = 2x$ .      C.  $y = 2x - 1$ .      D.  $y = -2x$ .

**Câu 8. (THPT Gia Bình - Bắc Ninh 2025)** Hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị dưới đây. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:



- A.  $x = -1$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $y = -1$ .

**Câu 9. (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



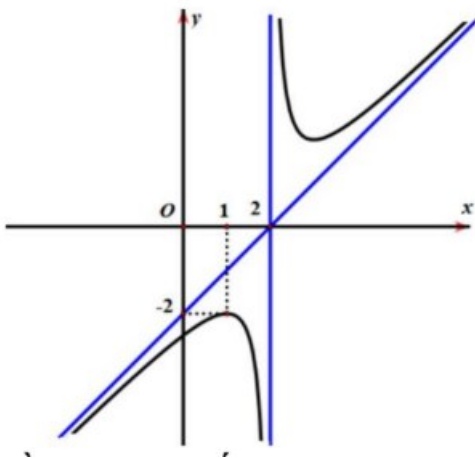
Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 10. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  là

- A.  $y = 2$                       B.  $x = -1$                       C.  $y = -1$                       D.  $x = 2$

**Câu 11. (Sở Ninh Bình 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a \neq 0; m \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:

- A.  $y = 2x + 2$ .                      B.  $y = x - 2$ .                      C.  $y = 2x - 2$ .                      D.  $y = x + 2$ .

**Câu 12. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025)** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 3}$  đi qua điểm nào sau đây?

A.  $M(2024;2025)$ .    B.  $Q(2027;2024)$ .    C.  $N(2025;2022)$ .    D.  $P(2024;2024)$ .

**Câu 13. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	-		- 0 +	
$y$	-1		$+\infty$	2

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.    B. 2.    C. 1.    D. 4.

**Câu 14. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông 2025)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $(-\infty; 0) \setminus \{-2\}$  và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

$x$	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	1	0

A. 1.    B. 3.    C. 0.    D. 2.

**Câu 15. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}$  là

A.  $y = x$ .    B.  $x = 2$ .    C.  $y = 2$ .    D.  $y = x + 4$ .

**Câu 16. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2025)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$  là

A.  $x = 1$ .    B.  $x = 2$ .    C.  $y = 1$ .    D.  $y = 2$ .

**Câu 17. (THPT Triệu Sơn 1-Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	-		- 0 +	
y	-3	$-\infty$	$+\infty$ -5	2

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 18. (THPT Cụm trường Hải Dương 2025)** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$  có tiệm cận xiên là đường thẳng

- A.  $y = x$ .                      B.  $y = 2x - 1$ .                      C.  $y = x - 1$ .                      D.  $y = x + 1$ .

**Câu 19. (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $ad - bc \neq 0; c \neq 0$ ) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

- A.  $y = -1$ .                      B.  $y = 2$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = -1$ .

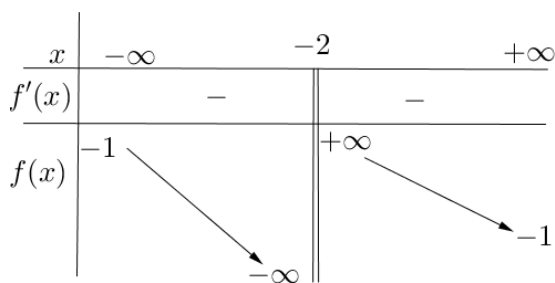
**Câu 20. (THPT Diễn Châu 5 - Nghệ An 2025)** Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$  có phương trình lần lượt là:

- A.  $x = -1, y = 2$ .                      B.  $x = \frac{1}{2}, y = -1$ .                      C.  $x = 1, y = -2$ .                      D.  $x = -1, y = \frac{1}{2}$

**Câu 21. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa 2025)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x - 1}{x + 2}$  là

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 2$ .

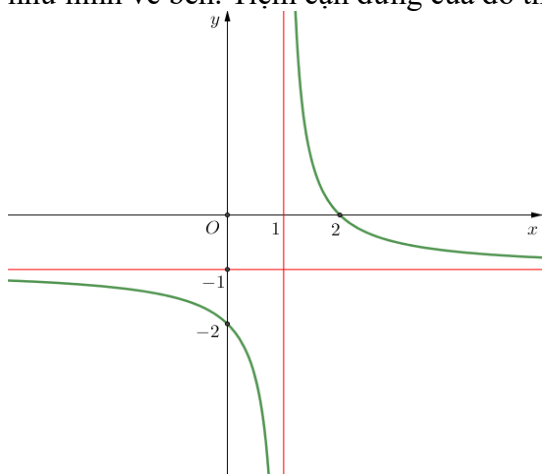
**Câu 22. (THPT Triệu Sơn 4 - Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = -2$ .      C.  $y = -1$ .      D.  $y = -2$ .

**Câu 23. (THPT Triệu Sơn 4 - Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:



- A.  $x = -1$ .      B.  $y = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $y = 1$ .

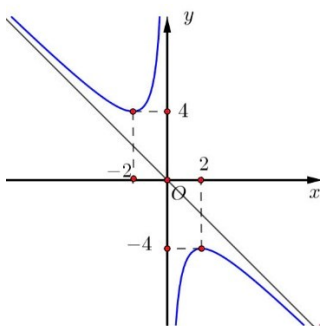
**Câu 24. (Cụm trường THPT Bắc Ninh 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	-		-   0   +	
$f(x)$	$-3$	$+\infty$	$5$	$2$

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng:

- A. 4.      B. 2.      C. 3.      D. 1.

**Câu 25. (Sở Hà Tĩnh 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$ , ( $ac \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình



- A.  $y = x$ .      B.  $y = -x$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $y = 2x$ .

**Câu 26. (THPT Cẩm Xuyên - Hà Tĩnh 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến như sau:

$x$	$-\infty$		$-3$		$3$		$+\infty$
$y'$		+		+		+	
$y$		$0 \nearrow$	$+\infty$		$-\infty \nearrow$	$+\infty$	$0 \nearrow$

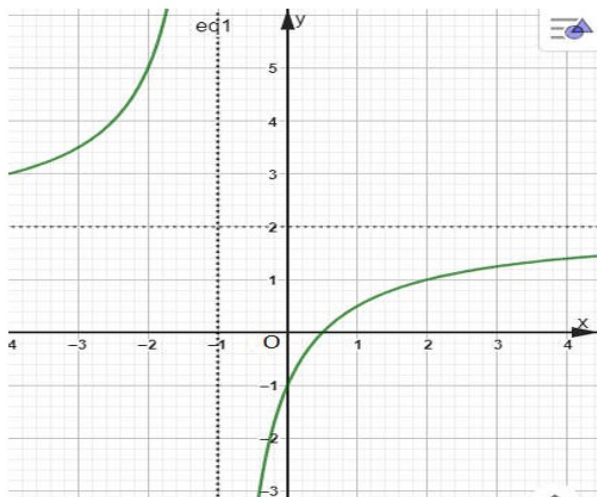
Số đường tiệm cận **đứng** của đồ thị hàm số là

- A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.

**Câu 27. (Chuyên KHTN Hà Nội 2025)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$  có phương trình là

- A.  $y = x - 1$ .      B.  $y = x - 3$ .      C.  $y = x + 1$ .      D.  $y = x$ .

**Câu 28. (Chuyên Hạ Long 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $c \neq 0$ ;  $ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A.  $x = 2$ .      B.  $y = 1$ .      C.  $y = 2$ .      D.  $x = 2$ .



**Câu 29. (Chuyên Thái Bình 2025)** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 3}$  đi qua điểm nào sau đây?

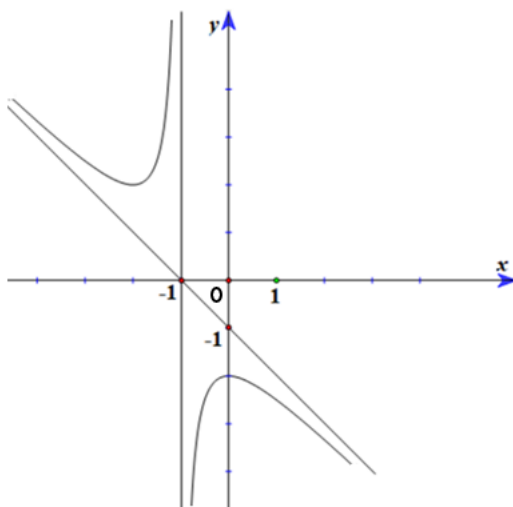
- A.  $M(1; 2)$ .                      B.  $Q(1; -3)$ .                      C.  $N(3; 1)$ .                      D.  $P(2; 2)$ .

**Câu 30. (Chuyên Thái Bình 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	-		-    0    +	
y	-3	$-\infty$	$+\infty$	-5

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

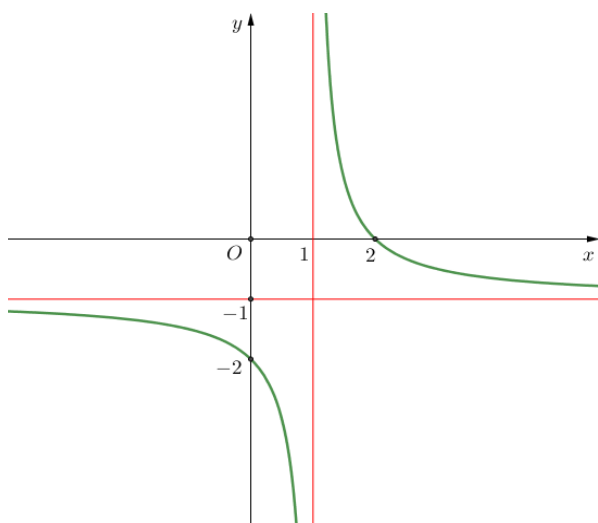
**Câu 31. (Chuyên Vinh 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  có đồ thị như hình bên.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A.  $y = -x + 1$ .                      B.  $y = x - 1$ .                      C.  $y = -x - 1$ .                      D.  $y = x + 1$ .

**Câu 32. (Sở Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $c \neq 0; ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



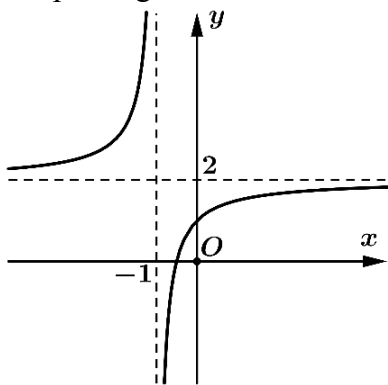
Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là:

- A.  $y = 0$ .                      B.  $y = -1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $y = 1$ .

**Câu 33. (THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc 2025)** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  là

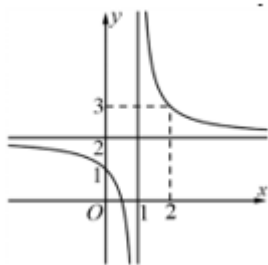
- A.  $y = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $y = -1$ .

**Câu 34. (Cụm trường Hải Dương 2025)** Đồ thị dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số cho ở các phương án  $A, B, C, D$ ?



- A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .                      B.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .                      C.  $y = 2x + \frac{1}{x+1}$ .                      D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Câu 35. (Sở Thừa Thiên Huế 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad-bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình sau:



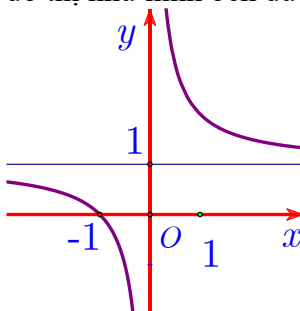
Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $y = 2$ .

**Câu 36. (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ . Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số này là

- A.  $y = \frac{1}{2}$ .                      B.  $y = -1$ .                      C.  $x = \frac{1}{2}$ .                      D.  $x = -1$ .

**Câu 37. (Cụm trường Nguyễn Hiền - Lê Hồng Phong - Quảng Nam 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 0$ , không có tiệm cận ngang.  
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = 0$ , có tiệm cận đứng  $x = 1$ .  
 C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = 0$ , không có tiệm cận đứng.  
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 0$ , tiệm cận ngang  $y = 1$ .

**Câu 38. (Cụm trường Nguyễn Hiền - Lê Hồng Phong - Quảng Nam 2025)** Tìm tiệm cận xiên (d) của đồ thị hàm số  $y = \frac{-x^2 + 2x + 5}{x + 1}$ .

- A. (d)  $y = -x + 1$ .                      B. (d)  $y = -x - 1$ .                      C. (d)  $y = -x + 3$ .                      D. (d)  $y = x + 3$ .

**Câu 39. (THPT Nông Công 3 - Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$
$y'$	$-$		$+$	$-$
$y$	$+\infty$		$+\infty$	$1$
		$1$	$-\infty$	$0$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Câu 40. (THPT Anh Sơn 3 - Nghệ An 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$
$y'$	$-$		$-$	$0$
$y$	$1$		$2$	$3$
		$-\infty$	$-3$	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

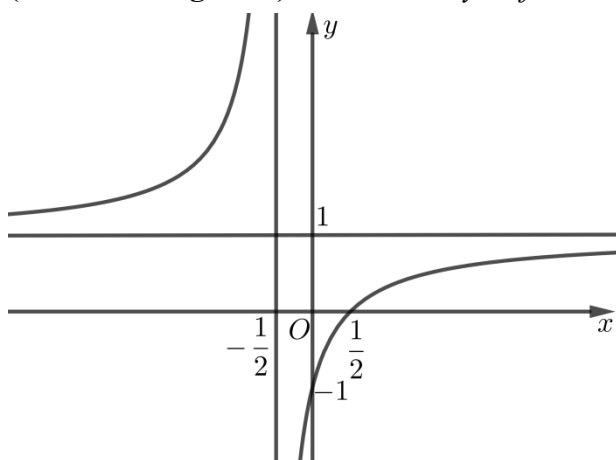
- A. 4.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 3

**Câu 41. (THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyến HCM 2025)** Đường thẳng  $y = -2x + 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A.  $y = -2x + 1 - \frac{3}{x-2}$ .    B.  $y = x + 1 + \frac{1}{-2x+1}$ .

C.  $y = 3x - 2 + \frac{3}{2x-1}$ .    D.  $y = \frac{1}{-2x+1}$ .

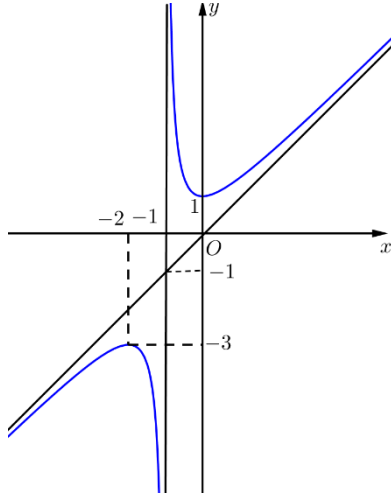
**Câu 42. (Sở Bắc Giang 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A.  $x=1$ .                      B.  $y=1$ .                      C.  $x=-\frac{1}{2}$ .                      D.  $y=-\frac{1}{2}$ .

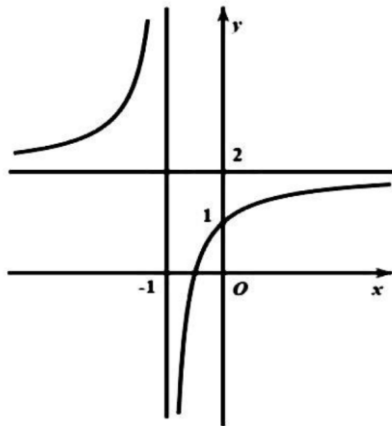
**Câu 43. (Sở Phú Thọ 2025)** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}, ad \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A.  $y = -x$ .                      B.  $y = x$ .                      C.  $y = x - 1$ .                      D.  $y = x + 1$ .

**Câu 44. (Sở Ninh Bình 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  (với  $c \neq 0; ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

- A.  $x - 2 = 0$                       B.  $x + 1 = 0$                       C.  $y + 1 = 0$                       D.  $y - 2 = 0$

**Câu 45. (THPT Sào Nam - Quảng Nam 2025)** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x - 5}{x + 3}$  có đường tiệm cận xiên là đường thẳng  $\Delta: y = ax + b$  và tiệm cận đứng là đường thẳng  $\Delta': x = c$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Giá trị của tổng  $S = a + b + c$  bằng

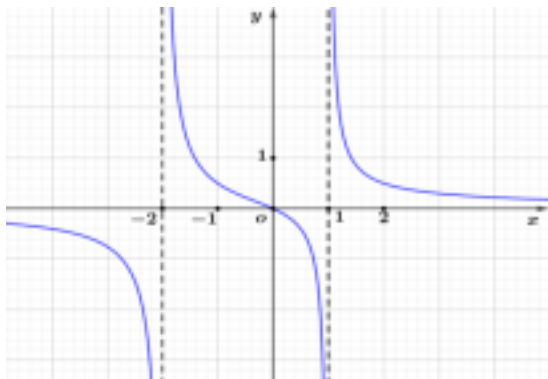
A.  $S = -1$ .

B.  $S = -2$ .

C.  $S = 1$ .

D.  $S = 4$ .

**Câu 46. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau:



Tiem cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A.  $y = 1$  và  $y = -2$ .

B.  $x = 1$  và  $x = -2$ .

C.  $y = 0$ .

D.  $x = 0$ .

**Câu 47. (THPT Trục Ninh - Nam Định 2025)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+2}{-x+1}$$
 là

A.  $x = 1$ .

B.  $y = 1$ .

C.  $x = -1$ .

D.  $y = -1$ .

**Câu 48. (Sở Thái Nguyên 2025)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x - 7}{x - 2}$  là

A.  $y = x - 6$ .

B.  $y = -x - 6$ .

C.  $y = -x + 6$ .

D.  $y = x + 6$ .

**Câu 49. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn:

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng  $x = 0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

B. Đường thẳng  $y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

C. Đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

D. Đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 50. (THPT Lê Hồng Phong - Hải Phòng 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$		$-$	$0$	$+$	
$y$	$2$		$+\infty$		$-2$		$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2.                                      B. 4.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 51. (Sở Bạc Liêu 2025)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

- A.  $x=1$ .                                      B.  $y=-2$ .                                      C.  $x=-1$ .                                      D.  $y=1$ .

**Câu 52. (THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyến 2025)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+4}{x-1}$  bằng:

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 53. (Sở Hà Nội 2025)** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x - 1 - \frac{2}{x+1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = x - 1$ .                                      B.  $y = -x - 1$ .                                      C.  $y = x + 1$ .                                      D.  $y = -x + 1$ .

**Câu 54. (Chuyên KHTN Hà Nội 2025)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x+1}$  có phương trình là

- A.  $y = 2x - 3$ .                                      B.  $y = 2x + 3$ .                                      C.  $y = x + 1$ .                                      D.  $y = 2x - 1$ .

**Câu 55. (Sở Tuyên Quang 2025)** Đồ thị hàm số  $y = 2x + 1 - \frac{3}{x+1}$  có đường tiệm cận xiên là:

- A.  $y = 2x - 3$ .                                      B.  $y = 2x + 1$ .                                      C.  $y = 2x - 1$ .                                      D.  $y = x + 1$ .

**Câu 56. (Sở Yên Bái 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(-2; 1)$  và có  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 2$ .
- B. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và một tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 2$ .
- C. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  không có tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ .

**Câu 57. (Chuyên Phan Bội Châu - Hà Tĩnh 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus -1$  có bảng biến thiên như hình bên

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$		$-$	$-$
$y$	$2$	$+\infty$	$-2$

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 0.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.

**Câu 58. (Sở Bắc Ninh 2025)** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 9x - 6}{x}$  có phương trình là

- A.  $y = 2x - 18$ .                      B.  $y = x - 9$ .                      C.  $y = x + 9$ .                      D.  $y = x - 9$ .

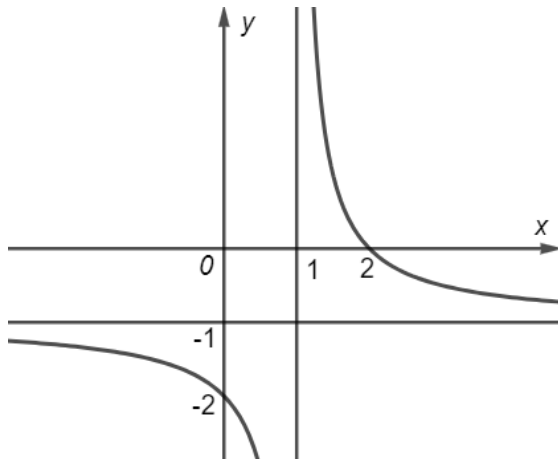
**Câu 59. (Sở Đà Nẵng 2025)** Đồ thị hàm số  $y = -x + 2 + \frac{1}{x}$  có đường tiệm cận xiên là

- A.  $y = -x + 2$ .                      B.  $y = \frac{1}{x}$ .                      C.  $y = x - 2$ .                      D.  $y = -\frac{1}{x}$ .

**Câu 60. (Sở Hòa Bình 2025)** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$  có đường tiệm cận xiên là

- A.  $y = x + 3$ .                      B.  $y = x + 1$ .                      C.  $y = x - 1$ .                      D.  $y = -x + 1$ .

**Câu 61. (Sở Sơn La 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là đường thẳng

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $y = -1$ .



**Câu 62. (Sở Lào Cai 2025)** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{-2x-1}{x-2}$  là

A.  $y = -2$ .                      B.  $y = 2$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = -2$ .

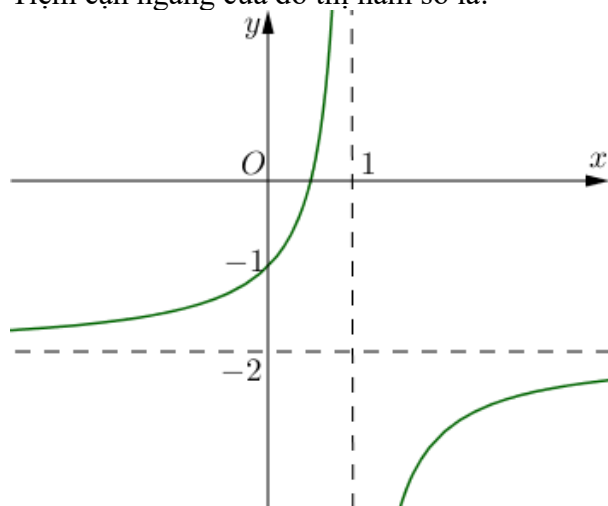
**Câu 63. (Sở Quảng Nam 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	-		-      0      +	
		$+\infty$		
			$-\infty$	
				2
$y$	-3		-5	
				$-\infty$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A.  $x = 2$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $y = -3$ .                      D.  $y = 2$ .

**Câu 64. (Sở Long An 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:



A.  $x = -2$ .                      B.  $y = 1$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $y = -2$ .

**Câu 65. (THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang 2025)** Đường thẳng  $2y + 1 = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây?

A.  $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$ .                      B.  $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ .

C.  $y = \frac{x+1}{2x+1}$ .

D.  $y = \frac{2x+1}{1-x}$ .

**Câu 66. (Sở Quảng Ninh 2025)** Cho hàm số  $y = 2x - 1 - \frac{3}{x+2}$ . Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm

số đã cho là:

A.  $y = -2x + 1$ .

B.  $y = 2x - 1$ .

C.  $y = 2x + 1$ .

D.  $y = -2x - 1$ .

**Câu 67. (THPT Hoàng Hóa 2-Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-
$f(x)$	-2	-1	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2f(x)+3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

**Câu 68. (Đề thi vào ĐHSPTN 2025)** Đồ thị hàm số  $y = \frac{-x^2 + 4x - 3}{x+2}$  có đường tiệm cận xiên là:

A. Đường thẳng  $y = -1$ .

B. Đường thẳng  $y = -x + 6$ .

C. Đường thẳng  $x = -2$ .

D. Đường thẳng  $y = -x$ .

**Câu 69. (Cụm Ninh Giang - Tứ Kỳ - Gia Lộc 2025)** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2-4}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Câu 70. (THPT Tư Nghĩa 1 - Quảng Ngãi 2025)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x^2 + 8x + 2}{2x^2 - 2}$  là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

**Câu 71. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh 2025)** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-4}$  tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 8

B. 4

C. 2

D. 6

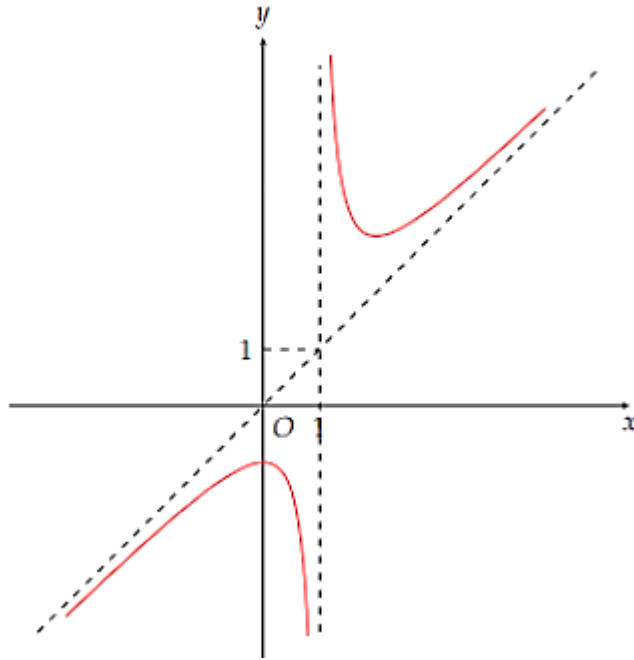
**Câu 72. (THPT Triệu Quang Phục - Hưng Yên 2025)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{1-4x}{2x-1}$  là đường thẳng có phương trình là

- A.  $y = 2$ .                      B.  $y = 4$ .                      C.  $y = \frac{1}{2}$ .                      D.  $y = -2$ .

**Câu 73. (THPT Triệu Quang Phục - Hưng Yên 2025)** Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{9-x^2}-2}{x^2-5}$  là

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 74. (Cụm Chương Mỹ - Thanh Oai 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số như hình sau:



Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

- A.  $y = x - 1$ .                      B.  $y = 2 - x$ .                      C.  $y = x$ .                      D.  $y = x + 1$ .

**Câu 75. (Sở Bình Phước 2025)** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ , ( $c \neq 0$ ,  $ad - bc \neq 0$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	$-1$	$+\infty$	$-1$

$\swarrow$   $-\infty$                        $\searrow$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A.  $x = -2$ .                      B.  $y = -1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $y = -2$ .

## D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.  
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho

b) Đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận ngang.

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là  $y_{CT} = -2$ .

d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	0	$-\infty$	2	$+\infty$

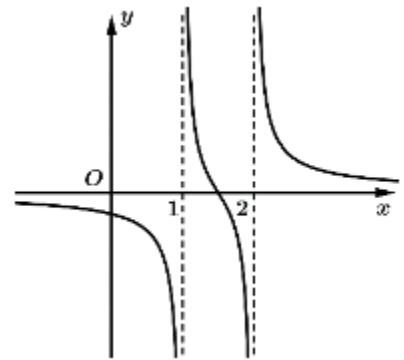
**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x-3}{5x^2-15x+10}$  có đồ thị như hình vẽ.  
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đồ thị hàm số  $f(x)$  có ba đường tiệm cận.

b) Đường thẳng  $x = 1, x = 2$  là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đường thẳng  $x = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.



**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.  
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng.

b) Đường thẳng  $y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

c) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

d) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 1.

$x$	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		+ -	
$f(x)$	$+\infty$	-1	$-\infty$	1

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.  
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+ 0 -		+
$f(x)$	2	$-\infty$	5	-2	$+\infty$

b)  $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$ .

c) Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một đường tiệm cận ngang.

d) Đường thẳng  $x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định là  $D = (-1; +\infty) \setminus \{4\}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$4$	$+\infty$
$f'(x)$			+	0	-
$f(x)$					

$f(x)$  has values:  $-\infty$  at  $x = -1$ ,  $0$  at  $x = 2$ ,  $-3$  at  $x = 4$ , and  $1$  at  $x = +\infty$ .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

b) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng.

c) Đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

d)  $\max_D f(x) = 0$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{3x-2}{2x-3}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$ .

c) Hàm số đã cho có một điểm cực trị.

d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = \frac{3}{2}$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = \frac{3-2x}{x+2}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = -2$ .

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm  $I(-2; -2)$ .

d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $y = 3$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

- c) Đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận ngang.  
 d) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - x - 7}{x - 3}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a)  $f(x) = x + 2 - \frac{1}{x - 3}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - x - 7}{x - 3} = +\infty$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x - 7}{x - 3} = 1$

d) Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận xiên.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$	$1$	$+\infty$	$-\infty$	$-2$	$-\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng.  
 b) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 c) Hàm số có hai giá trị cực trị là  $-1$  và  $3$ .  
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên nửa đoạn  $(1; 2]$  bằng  $-2$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm  $f'(x) = \frac{x(x - 2)}{(x - 1)^2}$  với  $x \neq 1$ .  
 b) Đường thẳng  $y = x - 2$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.  
 c) Hàm số có giá trị cực đại bằng  $5$ .  
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng  $(-1; 1)$  bằng  $1$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{2x + 4} - 2}{x^2 - x}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Tập xác định của hàm số là  $D = [-2; +\infty) \setminus \{0; 1\}$ .
- b) Đường thẳng  $x = 0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- d) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$ .

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng  $x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số
- b) Đường thẳng  $y = \sqrt{2}$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số
- c) Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng
- d) Đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = \frac{5\sqrt{x^2 + 6} + x - 12}{4x^3 - 3x - 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị  $(C)$  của hàm số không có tiệm cận.
- b) Đồ thị  $(C)$  của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang  $y = 0$ .
- c) Đồ thị  $(C)$  của hàm số có một tiệm cận ngang  $y = 0$  và hai tiệm cận đứng  $x = 1; x = -\frac{1}{2}$ .
- d) Đồ thị  $(C)$  của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang  $y = 0$  và một tiệm cận đứng  $x = 1$

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ .

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số có hai tiệm cận.
- b) Giao điểm của hai tiệm cận là  $I(-2; -6)$ .
- c) Khoảng cách từ  $O$  đến tiệm cận xiên bằng  $4\sqrt{2}$ .
- d) Tiệm cận xiên của hàm số đi qua điểm  $M(0; -4)$ .

**Câu 16.** (THPT Lương Tài 2 - Bắc Ninh 2025) Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 7}{x + 1}$ .

- a) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-4; -1)$ .
- c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng  $y = x - 2$ .

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng  $(-\infty; -1)$  bằng 3.

**Câu 17. (THPT Văn Giang - Hưng Yên 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

a) Hàm số có hai điểm cực trị.

b) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình  $x = 1$ .

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

d)  $M$  là điểm bất kì thuộc đồ thị  $(C)$ . Tích khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị  $(C)$  bằng  $\sqrt{2}$ .

**Câu 18. (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau: Xét tính **ĐÚNG, SAI**

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$	
$y'$		+	+	+	0	-
$y$		$+\infty$	$1$	$1$	$-\infty$	$-3$

a) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2

b) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai đường tiệm cận ngang  $y = 2; y = 3$

c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng  $(1; +\infty)$

d) Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị.

**Câu 19. (THPT Kinh Môn - Hải Dương 2025)** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ .

a) Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty; -3)$  và  $(-1; +\infty)$ .

b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng  $-4$ .

c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm  $A(0; 2)$ .

d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng  $y = -3x - 11$  đi qua điểm  $B(1; -6)$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình dưới.



$x$	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	0 ↘ -3	$+\infty$ ↘ -5	-2 ↗	

- a) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 4)$ .
- b) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 0$  và đường thẳng  $y = -2$ .

c) Đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{1}{f(x)+2}$  có 3 tiệm cận đứng.

d) Đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{1}{f(x)+2}$  có 2 tiệm cận ngang.

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$  có đồ thị là  $(C)$ .

- a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.
- c) Giao điểm của hai tiệm cận nằm trên trục hoành.
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng  $x + y = 0$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$  có đồ thị là  $(C)$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số  $(C)$  có đường tiệm cận đứng là  $x = 2$ .
- b) Giao điểm của hai tiệm cận là  $I(-2; -6)$ .
- c) Khoảng cách từ  $O$  đến tiệm cận xiên bằng  $4\sqrt{2}$ .
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $(C)$  đi qua điểm  $M(0; -4)$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{\sqrt{2x+4} - 4x - 2}{x^2 + 2x}$ .

- a) Đường thẳng  $x = 0$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- b) Đường thẳng  $y = 0$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- c) Đường thẳng  $x = -2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**d)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = g(x) = \frac{2x^2 + 9x + 8}{x + 3}$  tại điểm  $M(-2; -2)$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$

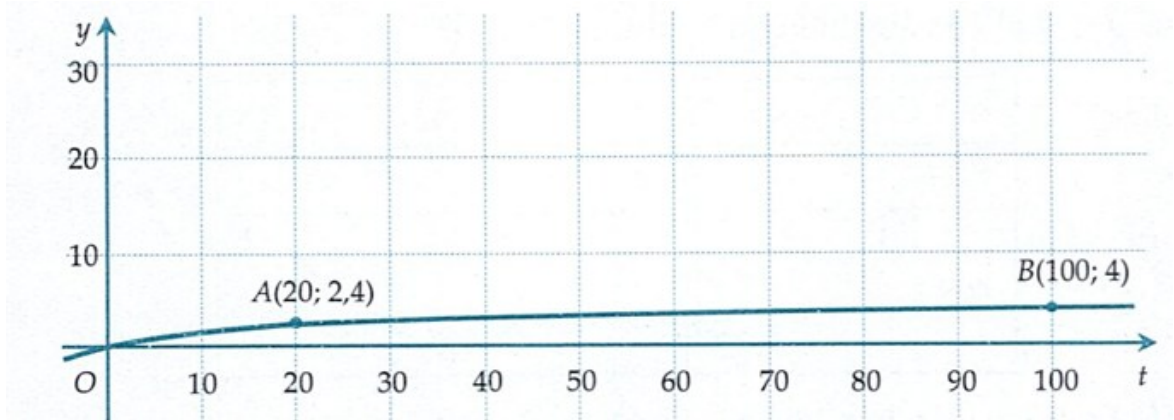
**a)** Đồ thị  $(C)$  có đường tiệm cận đứng  $x = 1$ .

**b)** Đồ thị  $(C)$  có đường tiệm cận ngang  $y = -2$ .

**c)** Đồ thị  $(C)$  có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một đa giác có diện tích bằng 3.

**d)** Đồ thị  $g(x) = x.f(x)$  có đường tiệm cận xiên  $y = ax + b$ . Giá trị  $ab = 15$ .

**Câu 28.** Một bể chứa 1000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ  $a$  g/lít với tốc độ  $b$  lít/phút. Giả sử sau  $t$  phút, tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể (đơn vị g/lít) là một hàm số có dạng  $y = f(t)$  có đồ thị như hình dưới.



**a)** Công thức của biểu thị tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể là

$$f(t) = \frac{abt}{1000 + bt}.$$

**b)** Nồng độ của nước muối khi bơm là  $a = 2,4$  g / lít và tốc độ bơm  $b = 20$  lít/phút.

**c)** Tại thời điểm  $t = 50$  phút, nồng độ muối trong bể là  $3,5$  g / lít.

**d)** Nếu cứ tiếp tục bơm thì nồng độ muối trong bể sẽ tăng nhưng không vượt quá  $4,8$  g / lít.

**Câu 29.** Chi phí loại bỏ  $x\%$  ( $0 \leq x < 100$ ) chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy là

$$y = f(x) = \frac{500x + 10}{100 - x} \text{ triệu đồng.}$$

a) Để loại bỏ được ít nhất 80% chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy thì chi phí tối thiểu là 1,5 tỷ đồng.

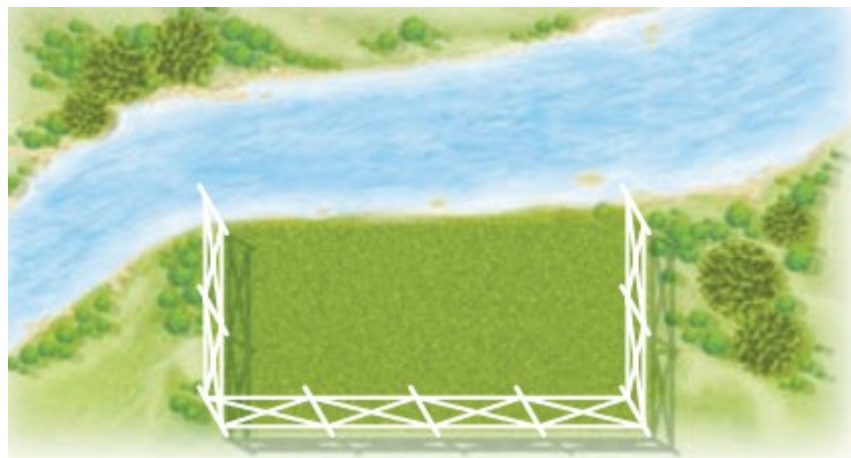
b) Chi phí để loại bỏ 10% chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy xấp xỉ 54 triệu đồng.

c) Nếu chi phí là 125,125 triệu đồng thì loại bỏ được 30% chất ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy.

d) Không thể loại bỏ 100% chất ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy.



**Câu 30.** Một khu vườn hình chữ nhật tiếp giáp với bờ sông được rào lại để làm vườn trồng hoa màu; biết phía bên bờ sông không cần hàng rào. Diện tích khu vườn là  $1500(m^2)$ . Hàng rào ở phía song song với sông có chi phí là 40.000 (đồng) trên một mét dài, hàng rào ở hai phía còn lại (vuông góc với bờ sông) là 60.000 (đồng) trên một mét dài. Bốn trụ ở bốn góc vườn có giá là 200.000 (đồng) mỗi trụ. Gọi  $x$  ( $x > 0$ ; đơn vị: m) là độ dài một cạnh vuông góc với bờ sông và hàm  $C(x)$  (đơn vị: nghìn đồng) mô tả chi phí của dự án. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Công thức của hàm  $C(x)$  là:  $C(x) = \frac{120x^2 + 800x + 60000}{x}$  với  $x > 0$ .

b) Đồ thị hàm  $C(x)$  không có tiệm cận xiên.

c) Chi phí đầu tư ít nhất đã làm tròn đến hàng nghìn là khoảng 6167 (nghìn đồng).

d) Gọi  $M$  là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị  $C(x)$ . Khi đó tổng khoảng cách từ  $M$  đến hai đường tiệm cận của đồ thị  $C(x)$  có kết quả nhỏ nhất làm tròn đến hàng phần chục là 44,7.

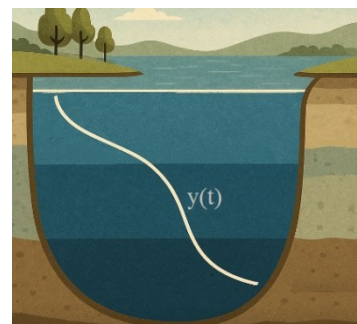
**Câu 31.** Nồng độ Oxygen trong hồ theo thời gian  $t$  cho bởi công thức  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ , với  $y$  được tính theo  $mg/l$  và  $t$  được tính theo giờ,  $t \geq 0$ .

a) Đồ thị hàm số  $y(t)$  có một đường tiệm cận xiên.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = 5$ .

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là  $t = \frac{1}{3}$ .

d) Sau một thời gian đủ dài, nồng độ oxygen trong hồ sẽ bão hòa và đạt ngưỡng  $5 mg/l$



**Câu 32.** Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đồ nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút.

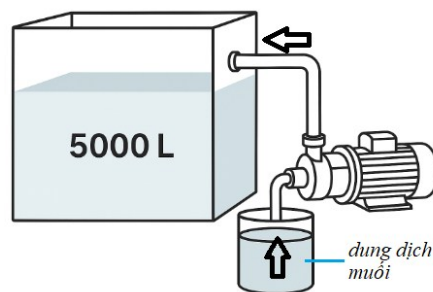
a) Nồng độ muối trong bể sau  $t$  phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là

$$f(t) = \frac{30t}{200 + t}.$$

b) Hàm số  $y = f(t)$  là một hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R}$

c) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t) = \frac{30t}{200 + t}$  là  $y = 1$

d) Nồng độ muối trong bể sau thời gian  $t$  ngày càng lớn thì nồng độ muối trong bể sẽ tiến gần đến mức 30 (gam/lít).



## E- TRẢ LỜI NGẮN

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{2025}{x-2}$  có đồ thị  $(H)$ . Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của  $(H)$

**Câu 2.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 + 3x + 2}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

**Câu 3.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 16}{x + 5}$  có dạng  $y = ax + b$ . Tính  $a + b$ .

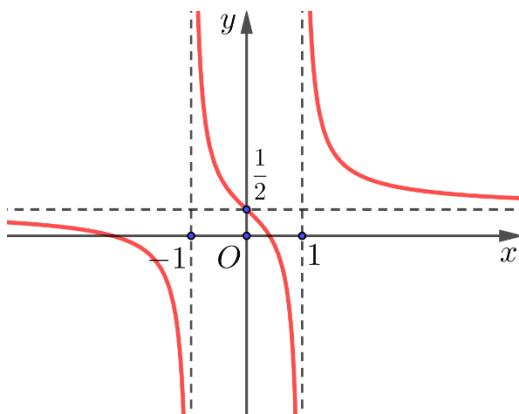
**Câu 4.** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng?

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận.

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$y'$	+		- 0 +		
$y$		$3$	$+\infty$	$+\infty$	

$-2 \nearrow$   $\searrow -2$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tính tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$-0,5$	$0$	$+\infty$
$y'$	+	0	-	- 0 +	
$y$	$-5$	$1$	$+\infty$	$0$	$7$

$-5 \nearrow$   $\searrow -\infty$

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

**Câu 8.** Cho đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{3x+7}{x-8}$ . Tìm diện tích phần giới hạn bởi hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số và hai trục tọa độ.

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - x}{x - 1}$  có đồ thị  $(C)$ . Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng  $y = ax + b$ . Tìm giá trị của biểu thức  $A = a + 2b$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$  có đồ thị  $(C)$  và có bảng biến thiên bên dưới

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$7$	$+\infty$	

Đồ thị  $(C)$  có đường tiệm cận xiên  $y = mx + n$ . Tính tổng  $S = m + n$

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{2x + 3}{1 - x}$  có đồ thị  $(C)$ . Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ một điểm  $M$  tùy ý trên  $(C)$  đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $(C)$  bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 2}$  có đồ thị  $(C)$ . Hai đường tiệm cận của đồ thị  $(C)$  cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình thang vuông có diện tích  $S$ . Tính  $S$ .

**Câu 13.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{ax + 1}{bx - 2}$  có tiệm cận đứng là  $x = 2$  và tiệm cận ngang là  $y = 3$ . Tính giá trị của  $a + b$ .

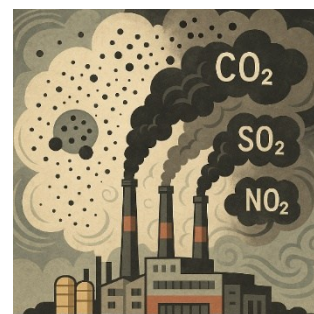
**Câu 14.** Để loại bỏ  $x\%$  chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là  $C(x) = \frac{300x}{100 - x}$  (triệu đồng),  $0 \leq x < 100$ .

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = C(x)$  là?

**Câu 15.** Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong  $x$  (tháng) được tính theo công thức

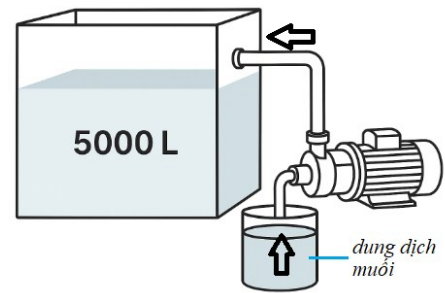
$$S(x) = 200 \left( 5 - \frac{9}{2 + x} \right), \text{ trong đó } x \geq 1.$$

Số lượng sản phẩm lớn nhất mà công ty có thể bán được trong  $x$  tháng là?



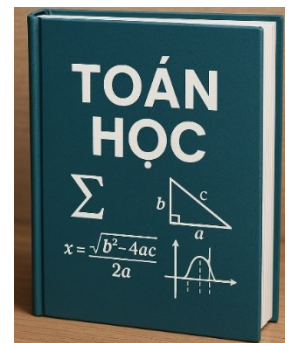


- Câu 16.** Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Nồng độ muối trong bể được tính bởi công thức  $f(t) = \frac{30t}{200+t}$  (t là thời gian nước chảy vào bể (phút)). Nồng độ muối lớn nhất mà bể có thể đạt được là bao nhiêu gam/lít?



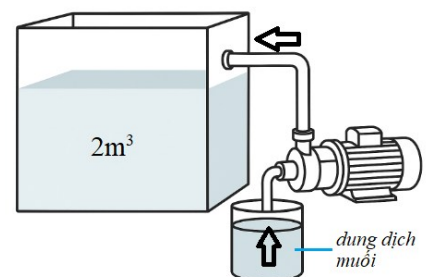
- Câu 17.** Một bể chứa 1000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 15 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Biết rằng nồng độ muối trong bể sau  $t$  phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là một hàm số  $f(t)$ , thời gian  $t$  tính bằng phút. Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t)$  bằng là  $y = a, (a \in \mathbb{R})$ . Tìm  $a$

- Câu 18.** Một tác giả muốn xuất bản một cuốn sách Toán học. Biết phí xuất bản là 7 triệu đồng và giá tiền in mỗi cuốn sách là 50 000 đồng. Gọi  $t (t \geq 1)$  là số cuốn sách sẽ in và  $f(t)$  (Đơn vị nghìn đồng) là chi phí trung bình của mỗi cuốn sách. Khi đó, phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t)$  là  $y = a, (a \in \mathbb{R})$ . Tìm  $a$

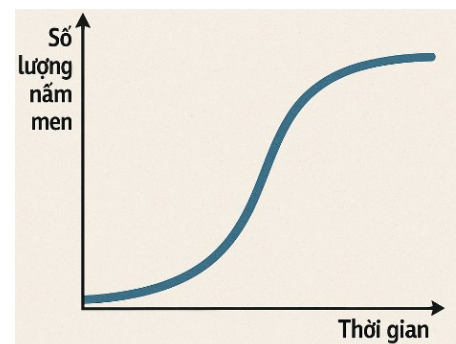


- Câu 19.** Một bể chứa 1000 lít nước muối có nồng độ 0,1 (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích bể, đơn vị gam/lít). Người ta bơm nước muối có nồng độ 0,2 vào bể với tốc độ 20 lít/phút. Gọi  $f(t)$  là nồng độ muối trong bể sau  $t$  phút. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t)$  là  $y = a, (a \in \mathbb{R})$ . Tìm  $a$

- Câu 20.** Một bể chứa  $2m^3$  nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ không đổi với tốc độ 20 lít/phút. Nồng độ muối trong bể sau  $t$  phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối có trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số  $f(t)$ , thời gian tính bằng phút. Biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t)$  là  $y = 10$ . Nồng độ muối trong bể sau khi bơm được 1 giờ là bao nhiêu?



- Câu 21.** Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số  $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ , quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Theo



mô hình này số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu con?

**Câu 22.** Một bể chứa ban đầu có 300 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 60 lít nước và 20 gam chất khử trùng (hoà tan). Biết rằng nồng độ chất khử trùng luôn tăng theo thời gian và không vượt ngưỡng  $\frac{1}{a}$  gam/lít. Tìm  $a$ .

**Câu 23.** Số lượng sản phẩm của công ty bán được trong  $x$  (tháng) được tính theo công thức  $S(x) = 400\left(2 + \frac{3}{x+2}\right)$  với  $x \geq 1$ . Ta coi  $y = S(x)$  là một hàm số xác định trên  $[1; +\infty)$ . Khi đó, hãy tính xem số lượng sản phẩm của công ty bán được trong một khoảng thời gian dài không thể thấp hơn bao nhiêu sản phẩm?

**Câu 24.** Một tác giả muốn xuất bản một cuốn sách với phí xuất bản là 10 triệu đồng và giá tiền in mỗi cuốn sách là 70000 đồng. Gọi  $t(t \geq 1)$  là số cuốn sách sẽ in và  $f(t)$  (đơn vị: nghìn đồng) là chi phí trung bình của mỗi cuốn sách. Khi đó, người ta tính toán được chi phí trung bình của mỗi cuốn sách không thể thấp hơn  $\overline{ab}$  nghìn đồng. Tìm  $a + b$ .

**Câu 25.** Tại một công ty sản xuất đồ chơi an toàn cho trẻ em, công ty phải chi 40 000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi  $A$ , công ty phải trả 6 USD cho nguyên liệu ban đầu và nhân công. Gọi  $x(x \geq 1)$  là số đồ chơi  $A$  mà công ty đã sản xuất và  $P(x)$  (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất  $x$  đồ chơi  $A$ . Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi  $A$  là  $F(x) = \frac{P(x)}{x}$ . Xem  $F(x)$  là hàm số theo  $x$  xác định trên nửa khoảng  $[1; +\infty)$ . Khi đó, chi phí trung bình của mỗi đồ chơi  $A$  thấp nhất càng gần nhưng không thể nhỏ hơn bao nhiêu (USD)?

**Câu 26.** Một chiếc xe ô tô mới mua có giá 30 000 USD. Sau thời gian  $t$  (năm), người ta xác định giá trị của xe ô tô đó là  $f(t) = \frac{30000 + 2000t}{t}$  (USD).

Khi thời gian tăng lên, hỏi giá trị của xe ô tô đó không thể thấp hơn bao nhiêu (USD)



**Câu 27.** Số lượng sản phẩm của công ty bán được trong  $x$  (tháng) được tính bởi công thức  $S(x) = 300\left(2 + \frac{4}{x+2}\right)$  với  $x \geq 1$ . Xem  $y = S(x)$  là một hàm số xác định trên  $[1; +\infty)$ . Khi đó, hãy tính xem số lượng sản phẩm của công ty bán được trong thời gian dài không thể thấp hơn bao nhiêu sản phẩm?

**Câu 28.** Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được  $N(x) = \frac{50x}{x+4}$  ( $x \geq 0$ ) bộ phận mỗi ngày sau  $x$  ngày đào tạo. Xem  $y = N(x)$  là một hàm số xác định trên  $[0; +\infty)$ , khi số ngày đào tạo tăng lên, hãy tính số bộ phận một nhân viên lắp ráp tối đa không vượt quá bao nhiêu?



**Câu 29.** Một cơ sở sản xuất tính toán rằng số sản phẩm trung bình mà một nhân viên làm được mỗi ngày là  $f(x) = \frac{100x}{x+10}$  với  $x$  là số ngày kinh nghiệm làm việc ( $x \geq 0$ ). Xem  $y = f(x)$  là một hàm số xác định trên  $[0; +\infty)$ . Khi số ngày kinh nghiệm làm việc tăng lên thì số sản phẩm trung bình tối đa mà một nhân viên có thể làm được trong một ngày là bao nhiêu?