

Câu 1: (2 điểm) Một hệ thống sao lưu dữ liệu có hai cơ chế sao lưu không độc lập. Xác suất cơ chế sao lưu A thành công là 0,6. Nếu cơ chế A sao lưu không thành công thì xác suất cơ chế B sao lưu thành công là 0,9.

- a. Tính xác suất cơ chế A sao lưu thất bại và cơ chế B sao lưu thành công.
- b. Tính xác suất có ít nhất một cơ chế sao lưu thành công.

Câu 2: (2 điểm) Có ba cái hộp được dán nhãn tương ứng là 1, 2 và 3. Hộp i chứa i bi đen và $(5 - i)$ bi trắng. Chọn ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp. Sau đó chọn ngẫu nhiên 3 bi từ hộp đó (chọn không hoàn lại).

- a. Tính xác suất chọn được 2 bi trắng.
- b. Nếu lấy được 2 viên bi trắng thì xác suất chúng được lấy ra từ hộp 1 bằng bao nhiêu?

Câu 3: (2 điểm) Cho biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} + 2kx, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{các trường hợp khác} \end{cases}$$

- a. Tìm k .
- b. Tìm $E(X)$.

Câu 4: (3 điểm) Một nghiên cứu cho thấy một công nhân tại một nước Z dành trung bình 77 giờ (trong một năm) để truy cập internet trong khi làm việc. Giả sử thời gian truy cập internet trong khi làm việc có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 20 giờ.

- a. Xác suất một công nhân được chọn ngẫu nhiên dành ít hơn 50 giờ để truy cập internet là bao nhiêu?
- b. Chọn ngẫu nhiên 10 công nhân. Xác suất có ít nhất 2 công nhân dành ít hơn 50 giờ để truy cập internet là bao nhiêu?
- c. Một người được xem là người *truy cập nhiều* nếu người đó thuộc nhóm 20% mức truy cập internet nhiều nhất. Một công nhân phải truy cập internet bao nhiêu giờ để được coi là người truy cập nhiều?

Câu 5. (1 điểm) Theo một báo cáo (năm 2023), tỷ lệ hộ gia đình ở Việt Nam sử dụng internet cáp quang là 77,1%. Chọn ngẫu nhiên 1200 gia đình. Tính xác suất có từ 890 đến 960 hộ gia đình có sử dụng internet cáp quang.

_____ Hết _____
Sinh viên được sử dụng tài liệu giấy và máy tính cầm tay.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Cán bộ ra đề TRƯỞNG BỘ MÔN TOÁN - LÝ

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu 1: (2 điểm)

Biến cố A : Cơ chế A sao lưu thành công.

Biến cố B : Cơ chế B sao lưu thành công.

$$P(A) = 0,6; \quad P(B|\bar{A}) = 0,9. \quad (0,5 \text{ điểm})$$

a. Xác suất cơ chế A sao lưu thất bại và cơ chế B sao lưu thành công.

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = (1 - 0,6)0,9 = 0,36 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Xác suất có ít nhất một cơ chế sao lưu thành công.

$$P(A \cup B) = P(A \cup (B \cap \bar{A})) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= P(A) + P(B \cap \bar{A}) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 0,6 + 0,36 = 0,96. \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Câu 2: (2 điểm)

Biến cố H_i : Chọn hộp i ($i = 1, 2, 3$).

Biến cố T : Chọn được 2 bi trắng.

a. Xác suất chọn được 2 bi trắng

$$P(T) = P(H_1)P(T|H_1) + P(H_2)P(T|H_2) + P(H_3)P(T|H_3) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{C_4^2 C_1^1}{C_5^3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_3^2 C_2^1}{C_5^3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_2^2 C_3^1}{C_5^3} = 0,5 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Xác suất 2 bi trắng đã chọn thuộc hộp 1.

$$P(H_1|T) = \frac{P(H_1)P(T|H_1)}{P(T)} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{C_4^2 C_1^1}{C_5^3}}{0,5} = 0,4 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 3: (2 điểm)

a. Tìm k .

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^1 (e^{-x} + 2kx)dx \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$k = e^{-1} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Tính $E(X)$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^1 x(e^{-x} + 2e^{-1}x)dx \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 1 - \frac{4}{3}e^{-1} = 0,509 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 4. (3 điểm)

Đặt X là số giờ truy cập internet khi làm việc trong năm. Theo đề bài $X \sim N(77; 20^2)$ với $\mu = 77$ và $\sigma = 20$. (0,5 điểm)

a. Xác suất một công nhân dành ít hơn 50 giờ để truy cập internet

$$P(X < 50) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{50 - 77}{20}\right) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < -1,35\right) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= \Phi(-1,35) = 0,0885 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

b. Đặt Y là số người có thời gian truy cập internet ít hơn 50 giờ. Khi đó Y là một biến ngẫu nhiên và $Y \sim B(10, p)$ với $p = 0,0885$. Khi đó (0,25 điểm)

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 1 - (0,9115)^{10} - 10(0,0885)(0,9115)^9 = 0,2197 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

c. Đặt t thời gian truy cập internet ít nhất để thuộc nhóm người truy cập nhiều. Theo đề bài

$$P(X \geq t) = 0,2 \text{ hay } P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{t - 77}{20}\right) = 0,2 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Suy ra

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{t - 77}{20}\right) = 1 - 0,2 = 0,8 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Dùng bảng phân phối chuẩn, ta có

$$\frac{t - 77}{20} = 0,84 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Suy ra $t = 77 + 16,8 = 93,8$ (hoặc gần bằng 93,8 tùy theo cách sinh viên làm tròn). Như vậy thời gian truy cập internet ít nhất là 93,8 giờ (0,25 điểm)

Câu 5. (1 điểm) Đặt X là số hộ gia đình có sử dụng internet cáp quang trong 1200 hộ. Theo đề bài $X \sim B(1200; 0,771)$ với $n = 1200$ và $p = 0,771$. (0,25 điểm)

Vì $np = 925,2 \geq 5$ và $n(1 - p) = 274,8 \geq 5$ nên $X \approx N(np; np(1 - p))$. (0,25 điểm)

Khi đó

$$P(890 \leq X \leq 960) = P(889,5 < X < 960,5) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= P\left(\frac{889,5 - 925,2}{\sqrt{221,87}} < \frac{X - np}{\sqrt{np(1 - p)}} < \frac{960,5 - 925,2}{\sqrt{221,87}}\right)$$

$$= \Phi(2,37) - \Phi(-2,4) = 0,9911 - 0,0082 = 0,9829 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Lưu ý:

1. Nếu sinh viên dùng phân phối nhị thức

$$P(890 \leq X \leq 960) = \sum_{i=890}^{960} C_{1200}^i \cdot (0,771)^i \cdot (0,229)^{1200-i}$$

nhưng không có kết quả thì cho 0,5 điểm.

2. Nếu sinh viên không dùng hiệu chỉnh liên tục và có kết quả gần đúng thì cho 0,5 điểm.