SEARCHING ARRAY

DATA STRUCTURES AND ALGORITHMS

ThS Nguyễn Thị Ngọc Diễm diemntn@uit.edu.vn

Nội dung



- Nhu cầu tìm kiếm và sắp xếp
- Một số thuật toán tìm kiếm
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính Linear Search
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính cải tiến Sentinel Linear Search
- Thuật toán tìm kiếm nhị phân Binary Search
- Thuật toán tìm kiếm nội suy Interpolation Search

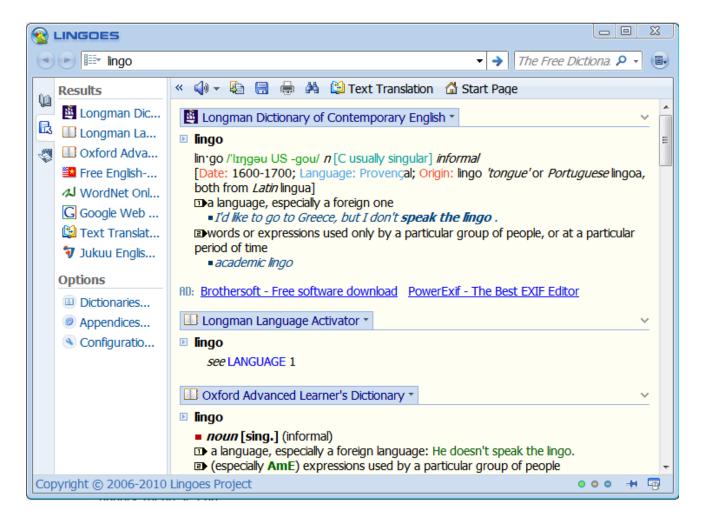


- Trong thực tế, khai thác dữ liệu hầu như lúc nào cũng phải thực hiện thao tác tìm kiếm.
- Việc tìm kiếm nhanh hay chậm tùy thuộc vào trạng thái và trật tự của dữ liệu trên đó.
- Để tìm kiếm dữ liệu dễ dàng và nhanh chóng, trước khi thao tác thì dữ liệu trên mảng và tập tin đã có thứ tự.
- Thao tác sắp xếp dữ liệu là một trong những thao tác cần thiết.



***TRA CỨU THÔNG TIN**

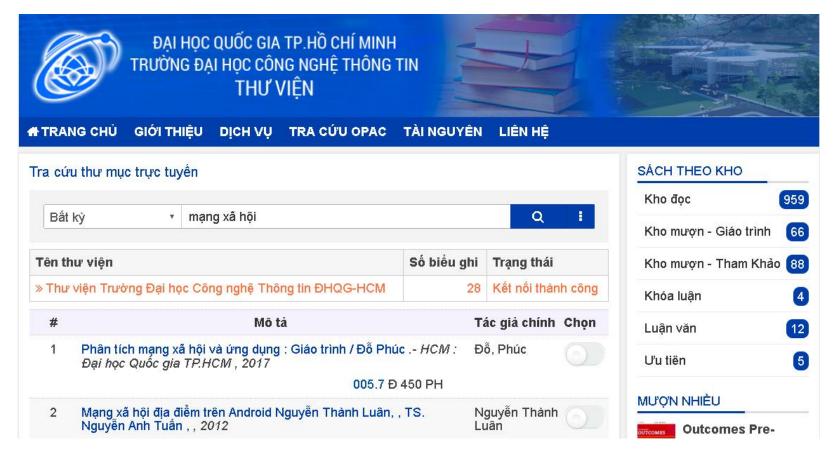
- Từ điển





***TRA CỨU THÔNG TIN**

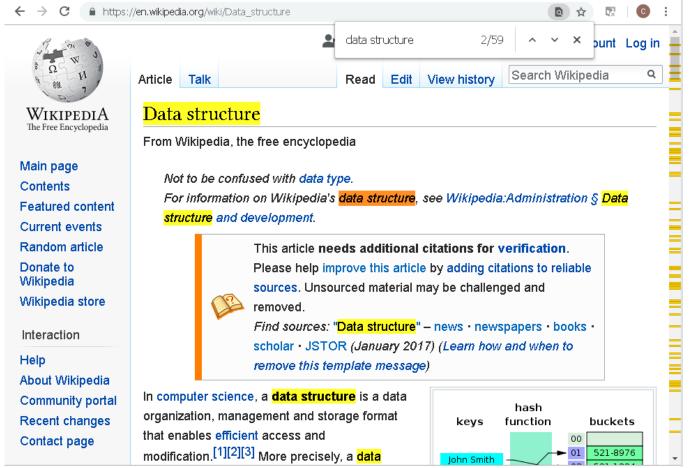
- Truy vấn dữ liệu





***TRA CỨU THÔNG TIN**

- Soạn thảo, tra cứu văn bản





♦KÉT XUẤT DỮ LIỆU

- Sắp xếp các mục từ cho từ điển.
- Sắp xếp danh sách trong các báo cáo tổng hợp

→ Sắp xếp để thiết lập thứ tự cho danh sách, làm tăng hiệu quả cho tìm kiếm.

Một số thuật toán tìm kiếm trên mảng



- Cho danh sách có n phần tử a₀, a₁, a₂..., a_{n-1}.
- Để đơn giản trong việc trình bày giải thuật ta dùng mảng 1 chiều a để lưu danh sách các phần tử nói trên trong bộ nhớ chính.
- · Các thuật toán tìm kiếm trên mảng 1 chiều:
 - Giải thuật tìm kiểm tuyến tính (Linear Search) => O(n)
 - Unordered Linear Search
 - Ordered Linear Search
 - Giải thuật tìm kiếm Jump Search
 - Giải thuật tìm kiếm nhị phân (Binary Search) => O(logn)
 - Giải thuật tìm kiếm tam phân (Ternary Search)
 - Giải thuật tìm kiếm nội suy (Interpolation Search) O(loglogn) /O(n)

• ...

Nội dung



- Nhu cầu tìm kiếm và sắp xếp
- Môt số thuật toán tìm kiểm
- Thuật toán tìm kiểm tuyến tính Linear Search
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính cải tiến Sentinel Linear Search
- Thuật toán tìm kiểm nhị phân Binary Search
- Thuật toán tìm kiếm nội suy Interpolation Search

Linear Search on Unordered Array



Từ khóa: Linear Search

Điều kiện: Danh sách $A = \{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ chưa có thứ tự.

Phân tích: không có thông tin nào ngoài thông tin có được khi so sánh x với giá trị khóa của a_i

Ý tưởng: Ý tưởng: So sánh X lần lượt với phần tử thứ 1, thứ 2,...của mảng a cho đến khi gặp được khóa cần tìm, hoặc tìm hết mảng mà không thấy.

Linear Search on Unordered array



Thuật toán:

Input: Danh sách A có n phần tử, giá trị khóa x cần tìm.

Output: Chỉ số i của phần tử a_i trong A có giá trị khóa là x. Trong trường hợp không tìm thấy i=-1

· Các bước tiến hành

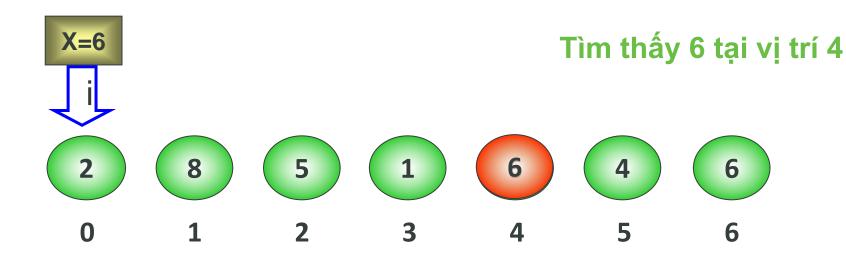
- Bước 1: Khởi gán index=0;
- Bước 2: So sánh a[index] với giá trị x cần tìm, có 2 khả năng
 - + a[index] == value tìm thấy value. Dừng; // return index;
 - + a[index] != value sang bước 3;
- <u>Bước 3</u>: index=index+1 // Xét tiếp phần tử kế tiếp trong mảng

Nếu index==N: Hết mảng. Dừng; // return -1;

Ngược lại: Lặp lại bước 2;

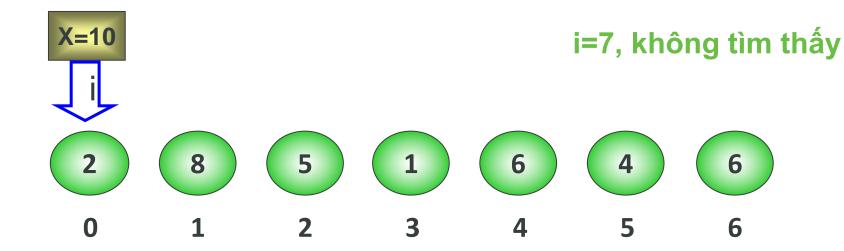
Minh Họa Thuật Toán Tìm Kiếm Tuyến Tính





Minh Họa Thuật Toán Tìm Kiếm Tuyến Tính (tt)





Unordered Linear Search



```
Cài đặt: (trên mảng 1 chiều)
// Searches an unordered array of integers
int linearsearch(int data[], int size, int
value) {
    int index = 0;
    while (index < size && data[index] != value)</pre>
            index++;
    if(index <= size) return index;</pre>
    return -1;
```

Unordered Linear Search



```
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
   const int array_size = 7;
   int list[array size] = { 2, 8, 5, 1, 6, 4, 6 };
   int search value;
   cout << "Enter search value: ";</pre>
   cin >> search value;
   cout << search(list, array_size, search_value)</pre>
   << endl;
   return 0;
```

Unordered Linear Search



• Cài đặt: (trên danh sách liên kết đơn)

•

Ordered Linear Search



 Search an ordered array of integers for a value and return its index if the value is found;
 Otherwise, return -1.

 Linear search can stop immediately when it has passed the possible position of the search value.

Ordered Linear Search



```
// Searches an ordered array of integers
int lsearch(int data[],// input: array
              int size, // input: array size
              int value // input: value to find
               ) { // output: index if found
   for (int index = 0; index<size; index++) {</pre>
      if (data[index] > value) // cho trg hop order array
        return -1;
      else if (data[index] == value)
        return index;
   return -1;
```

Ordered Linear Search



```
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
   const int array_size = 8;
   int list[array_size] = {1, 2, 3, 5, 7, 10, 14, 17};
   int search value;
   cout << "Enter search value: ";</pre>
   cin >> search value;
   cout << lsearch(list, array_size, search_value)</pre>
   << endl;
   return 0;
```

Đánh giá Thuật toán tìm Tuyến tính



Trường hợp	Css
Tốt nhất	1
Xấu nhất	N
Trung bình	(N+1) / 2

➤ Độ phức tạp O(N)

Nội dung



- Nhu cầu tìm kiếm và sắp xếp
- Môt số thuật toán tìm kiểm
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính Linear Search
- Thuật toán tìm kiểm tuyến tính cải tiến Sentinel Linear Search
- Thuật toán tìm kiểm nhị phân Binary Search
- Thuât toán tìm kiếm nội suy Interpolation Search





```
Cài đặt: (trên mảng 1 chiều)
int Sentinel_LinearSearch(int A[], int N, int X) {
  int last=A[N-1]; // Lưu lại giá trị cuối danh sách
 A[N-1]=X; // Đặt giá trị X vào cuối danh sách
 int i=0;
 while(A[i]!=X) i++;
 // trả lại giá trị ban đầu cho biến cuối a[N-1]
 A[N-1]=last;
 if (i<N-1 || A[N-1]==X) return i;</pre>
 return -1;
```





Cài đặt: (trên danh sách liên kết đơn)

```
NODE* Sentinel_LinearSearch(List A, int x) {
   NODE *p = A.pHead, *temp = new CreateNode(x);
   AddTail(A, temp);
   while (p->info != x) p = p->pNext;
   if (p == A.pTail) return p;
   else return NULL;
}
```

Nội dung



- Nhu cầu tìm kiếm và sắp xếp
- Môt số thuật toán tìm kiểm
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính Linear Search
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính cải tiến Sentinel Linear Search
- Thuật toán tìm kiểm nhị phân Binary Search
- Thuật toán tìm kiếm nội suy Interpolation Search

24



- Binary search được áp dụng trên mảng đã có thứ tự.
- Binary search dựa trên chiến lược "Chia để trị" (divide and conquer):
 - Bắt đầu tìm kiếm tại phần tử giữa của mảng.
 - Nếu giá trị tại phần tử giữa bằng giá trị cần tìm thì kết thúc.
 - Nếu giá trị tại phần tử giữa nhỏ hơn giá trị cần tìm thì loại bỏ nửa đầu tiên của mảng trong lần xét kế tiếp.
 - Nếu giá trị tại phần tử giữa lớn hơn giá trị cần tìm thì loại bỏ nửa sau của mảng trong lần xét kế tiếp.
 - Lặp lại quá trình cho tới khi phần tử được tìm thấy, hoặc cho tới khi toàn bộ mảng được loại bỏ.



Từ khóa: Binary Search

<u>Điều kiện</u>: Danh sách $A = \{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ đã có thứ tự \Re

Phân tích: Khi so sánh $\mathbf{a_i}$ với khóa \mathbf{x} , dựa vào quan hệ thứ tự, có thể quyết định nên xét phần tử kế tiếp ở phần trước (hoặc phần sau) của $\mathbf{a_i}$ hay không.



Thuật toán:

Input: Danh sách A có n phần tử đã có thứ tự \Re , giá trị khóa x cần tìm.

Output: Chỉ số i của phần tử a_i trong A có giá trị khóa là x. Trong trường hợp không tìm thấy i=-1



- Giả sử dãy tìm kiếm hiện hành bao gồm các phần tử nằm trong a_{first}, a_{last}, các bước của giải thuật như sau:
- <u>Bước 1</u>: first = 0; last = N-1;
- <u>Bước 2</u>:
 - middle=(first + last)/2; //chỉ số phần tử giữa dãy hiện hành
 - So sánh a[middle] với value. Có 3 khả năng:
 - a[middle] = value : tìm thấy. Dừng; // return middle
 - a[middle] > value : last = middle 1;
 - a[middle] < value : first = middle + 1;
- Bước 3: Nếu first <= last ; // còn phần tử trong dãy hiện hành
 + Lặp lại bước 2

Ngược lại: Dừng;// return -1;



```
Cài đăt: (Trên mảng 1 chiều)
// Searches an ordered array of integers
int bsearch(int a[], // input: array
                  int size, // input: array size
                  int value // input: value to find
                  ) { // output: if found, return index // otherwise, return -1
     int first, middle, last;
     first = 0;
     last = size - 1;
     while (true) {
         if (first > last) return -1;
          middle = (first + last) / 2;
          if (a[middle] == value) return middle;
          else if (value < a[middle]) last = middle - 1;</pre>
          else first = middle + 1;
```



```
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
   const int array_size = 7;
   int list[array size] = { 1,2,4,6,7,9,10 };
   int search value;
   cout << "Enter search value: ";</pre>
   cin >> search value;
   cout << bsearch(list, array_size, search_value)</pre>
   << endl;
   return 0;
```



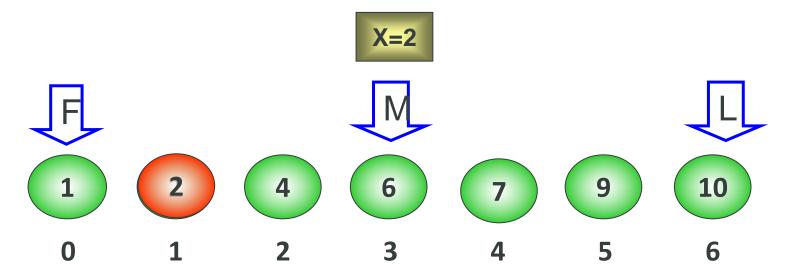
Cài đặt: (trên danh sách liên kết)

Tìm kiếm nhị phân trên danh sách liên kết cần một cấu trúc liên kết khác: cây nhị phân tìm kiếm.

Minh họa Thuật toán Tìm kiếm nhị phân

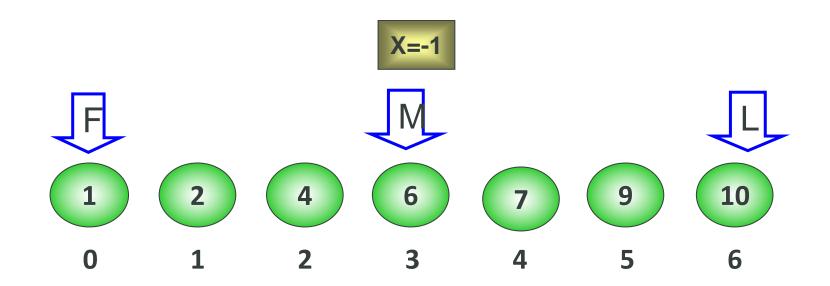


Tìm thấy 2 tại vị trí 1



Minh họa Thuật toán Tìm kiếm nhị phân (tt)





F=0
L=-1 => không tìm thấy
X=-1

Binary Search (Dùng đệ quy)



```
int RecBinarySearch (T M[], int First, int Last, T X)
   { if (First > Last)
          return (-1);
     int Mid = (First + Last)/2;
     if (X == M[Mid])
          return (Mid);
     if (X < M[Mid])
           return(RecBinarySearch(M, First, Mid -1, X));
     else
          return(RecBinarySearch(M, Mid + 1, Last, X));
int BinarySearch (T M[], int N, T X)
    return (RecBinarySearch(M, 0, N – 1, X));
```

Độ phức tạp Binary Search



Trường hợp	Css
Tốt nhất	1
Xấu nhất	log ₂ N
Trung bình	log ₂ N

 \triangleright Độ phức tạp $O(log_2N)$

Nội dung



- Nhu cầu tìm kiếm và sắp xếp
- Môt số thuật toán tìm kiểm
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính Linear Search
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính cải tiến Sentinel Linear Search
- Thuật toán tìm kiểm nhị phân Binary Search
- Thuật toán tìm kiểm nội suy Interpolation Search

36



Từ khóa: Interpolation Search

Điều kiện: Danh sách $A = \{a_0, a_1, ..., a_{n-1}\}$ đã có thứ tự \Re và giá trị khóa được rải đều trên danh sách.

Phân tích: Giá trị khóa rải đều trên danh sách \rightarrow vị trí $\mathbf{a_m}$ chia danh sách tìm kiếm tương ứng với tỉ lệ giá trị x trong miền giá trị khóa của danh sách tìm kiếm.



· Ý tưởng:

- Xét mảng a có chỉ số bắt đầu là left (1), kết thúc là right (r).
- Thay vì xác định điểm $m = l + \frac{(r-l)}{2}$ như trong tìm kiếm nhị phân, ta xác định m trong tìm kiếm nội suy như sau:

$$m = l + \frac{(r-l)(x-a[l])}{a[r]-a[l]}$$

- Các bước còn lại tương tự như tìm kiếm nhị phân.

Giải thích công thức tính m:

$$a[r] - a[l]$$
 (khoảng chênh lệch giá trị đầu và cuối) $\rightarrow r - l$ (khoảng chênh lệch chỉ số đầu và cuối)

$$\mathbf{x} - a[l]$$
 (khoảng chênh lệch giá trị đầu và \mathbf{x}) \Rightarrow ? $=\frac{(r-l)(x-a[l])}{a[r]-a[l]}$ (khoảng chênh lệch chỉ số đầu và \mathbf{x}

Vì danh sách bắt đầu từ
$$l => m = l + \frac{(r-l)(x-a[l])}{a[r]-a[l]}$$



Thuật toán:

Input: Danh sách A có n phần tử đã có thứ tự \Re , giá trị khóa x cần tìm.

Output: Chỉ số i của phần tử a_i trong A có giá trị khóa là x. Trong trường hợp không tìm thấy i=1



Thuật toán:

```
l \leftarrow 0, r \leftarrow n-1
while l \leq r
m \leftarrow l+((r-l)*(x-A[l]) / (A[r]-A[l]))
if x = A[m] then return m end if
if x \Re A[m] then r \leftarrow m-1
else l \leftarrow m+1 end if
end while
return -1
```



Quá trình tính toán:

Giả sử $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$, thứ tự \Re là <, phần tử cần tìm x = 3



Quá trình tính toán:

Giả sử $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$, thứ tự \Re là <, phần tử cần tìm x = 3

$$m=2$$
0 1 $=2$ 3 4 5 $=6$
1 2 3 4 5 7 9
$$x=3$$

$$m=2$$

$$A[m] = 3 = x$$



```
Cài đặt: (trên mảng, thứ tự \Re là <)
int interpolation search(int* a, int n, int x) {
   int l = 0, r = n - 1;
   while (1 <= r \&\& a[1] <= x \&\& x <= a[r]) {
       int rangeDelta = a[r] - a[1];
       int indexDelta = r - 1;
       int valueDelta = x - a[1];
       if (valueDelta < 0) return -1;</pre>
       if (rangeDelta <= 0) return a[1] == x ? 1 : -1;</pre>
       float frac= float(indexDelta) / rangeDelta ;
       int m = 1 + floor(valueDelta * frac);
       if (a[m] < x) 1 = m+1;
       else if (a[m] > x) r = m-1;
       else return m;
    }
   return -1;
```



Đánh giá:

- Trường hợp tốt nhất: phần tử cần tìm ở đúng vị được nội suy → số lần lặp là 1 → độ phức tạp hằng số
 O(1).
- Trường hợp xấu nhất: giá trị khóa lớn nhất hoặc nhỏ nhất chênh lệch quá lớn so với giá trị kỳ vọng → tìm tuyến tính → độ phức tạp O(n).

Vd: Tìm số 10 trong dãy {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 100};

- Trường hợp trung bình: độ phức tạp $O(\log \log(n))$.

Câu hỏi



- 1. Trình bày tư tưởng của các thuật toán tìm kiếm: Tuyến tính, Nhị phân? Các thuật toán này có thể được vận dụng trong các trường hợp nào? Cho ví dụ?
- 2. Cài đặt lại thuật toán tìm tuyến tính bằng các cách:
- Sử dụng vòng lặp for
- Sử dụng vòng lặp do ... while
 Có nhân xét gì cho mỗi trường hợp?
- 3. Trong trường hợp các phần tử của dãy đã có thứ tự giảm, hãy trình bày và cài đặt lại thuật toán tìm nhị phân trong hai trường hợp: Đệ quy và Không đệ quy?

Bài tập



- 1. Cho danh sách A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 100000} được lưu trữ trên mảng.
 - a. Cho biết thuật toán tốt nhất để tìm giá trị x trong A. Vì sao?
 - b. Trình bày từng bước quá trình tìm giá trị x=6 trong A theo thuật toán đã chọn.
 - c. Giả sử A được lưu trữ trên danh sách liên kết đơn. Cho biết thuật toán tốt nhất để tìm giá trị x trong A. Vì sao?

Bài tập



- 2. Viết hàm tìm kiếm phần tử x trên mảng A chứa n số nguyên. Biết A đang có thứ tự > (giảm dần) và chưa biết phân bố giá trị của các phần tử trong A.
- 3. Cho cấu trúc điểm trong mặt phẳng như sau: struct Point { float x, y;

};

Viết hàm tìm kiếm điểm $q(x_q, y_q)$ trong danh sách các điểm A (A được lưu trữ trên mảng) sao cho khoảng cách giữa q và $p(x_p, y_p)$ là nhỏ nhất. Trong đó p là một điểm cho trước (tham số của hàm tìm kiếm). Kết quả trả về là chỉ số của q trong A.



Chúc các em học tốt!

