



UIT

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

TOÀN DIỆN • SÁNG TẠO • PHỤ NỮ

# BÀI GIẢNG XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Giảng viên: TS. PHÙNG MINH ĐỨC

(Bộ môn Toán Lý)



## **Chương 3: Luật số lớn và định lý giới hạn trung tâm**

- 3.1** Các dạng hội tụ của dãy các biến ngẫu nhiên
- 3.2** Luật số lớn và định lý giới hạn trung tâm
- 3.3** Các công thức xấp xỉ



## **3.1 Các dạng hội tụ của dãy các biến ngẫu nhiên**

Giả sử chúng ta muốn tìm hiểu một biến ngẫu nhiên  $X$ , nhưng ta không thể quan sát  $X$  một cách trực tiếp. Thay vào đó, ta có thể thực hiện một số phép đo và đưa ra ước tính của  $X$ : thu được  $X_1, X_2, X_3, \dots$ . Ta hy vọng khi  $n$  tăng lên,  $X_n$  ngày càng gần  $X$ . Nói cách khác, ta hy vọng rằng  $X_n$  "hội tụ" về  $X$ .

### Câu hỏi.

Ta muốn biết liệu một dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, X_3, \dots$  có "hội tụ" về một biến ngẫu nhiên  $X$  hay không. Nghĩa là, chúng ta muốn xem liệu  $X_n$  có càng ngày càng gần  $X$  khi  $n$  tăng lên.

### Ví dụ 3.1.1

Xét phép thử ngẫu nhiên: Gieo một đồng xu. Không gian mẫu  $\Omega = \{S, N\}$  ( $S$  là xuất hiện mặt sấp,  $N$  là xuất hiện mặt ngửa). Ta định nghĩa dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, X_3, \dots$  như sau

$$X_n(s) = \begin{cases} \frac{1}{n+1}, & \text{nếu } s = S \\ 1, & \text{nếu } s = N \end{cases}$$

Dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots$  (xác định trên cùng một không gian mẫu) có thể "hội tụ" về một biến ngẫu nhiên  $X$ . Các kiểu hội tụ như sau:

1. Hội tụ theo phân phối (convergence in distribution)
2. Hội tụ theo xác suất (convergence in probability)
3. Hội tụ theo trung bình (convergence in mean)
4. Hội tụ gần như chắc chắn (hầu khắp nơi) (convergence almost surely)

Một dãy các biến ngẫu nhiên có thể hội tụ theo nghĩa này nhưng không hội tụ theo nghĩa khác. Một số trong số các kiểu hội tụ này "mạnh hơn" so với những kiểu khác và một số "yếu hơn". Tức là, ta nói hội tụ Loại A mạnh hơn hội tụ Loại B nếu có hội tụ Loại A thì có hội tụ loại Loại B.

### Định nghĩa 3.1.1 (Hội tụ theo xác suất)

Dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots$  được gọi là **hội tụ theo xác suất** đến biến ngẫu nhiên  $X$ , kí hiệu  $X_n \xrightarrow{P} X$ , nếu với mọi  $\varepsilon > 0$ , ta có

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - X| \geq \varepsilon) = 0$$

### Ví dụ 3.1.2

Cho một dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots$  trong đó  $X_n$  có hàm mật độ xác suất như sau

$$f_{X_n}(x) = \begin{cases} ne^{-nx}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Khi đó  $X_n \xrightarrow{P} 0$ .

**Giải.** Với mọi  $\varepsilon > 0$ , ta có

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - 0| \geq \varepsilon) &= \lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n \geq \varepsilon) \text{ vì } X_n \geq 0 \\&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \int_{\varepsilon}^{\infty} f_{X_n}(t) dt \right) \\&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \int_{\varepsilon}^{\infty} n e^{-nt} dt \right) \\&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( -e^{-nt} \Big|_{\varepsilon}^{\infty} \right) \\&= \lim_{n \rightarrow \infty} (e^{-n\varepsilon}) \\&= 0\end{aligned}$$





### Mệnh đề 3.1.1

Cho  $\{X_n\}_{n \geq 1}$  hội tụ theo xác suất đến  $\mu_1$  và  $\{Y_n\}_{n \geq 1}$  hội tụ theo xác suất đến  $\mu_2$ . Khi đó

1.  $\{X_n + Y_n\}_{n \geq 1}$  hội tụ theo xác suất đến  $\mu_1 + \mu_2$ .
2.  $\{X_n Y_n\}_{n \geq 1}$  hội tụ theo xác suất đến  $\mu_1 \mu_2$ .
3.  $\{X_n / Y_n\}_{n \geq 1}$  hội tụ theo xác suất đến  $\mu_1 / \mu_2$  nếu  $\mu_2 \neq 0$ .
4.  $\{\sqrt{X_n}\}_{n \geq 1}$  hội tụ theo xác suất đến  $\sqrt{\mu_1}$  nếu  $P(X_n \geq 0) = 1$  với mọi  $n$ .

### Định nghĩa 3.1.2 (Hội tụ theo phân phối)

Dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots$  được gọi là hội tụ theo phân phối đến biến ngẫu nhiên  $X$ , kí hiệu  $X_n \xrightarrow{d} X$ , nếu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_{X_n}(x) = F_X(x)$$

với mọi  $x$  sao cho  $F_X(x)$  liên tục tại  $x$ .

### Ví dụ 3.1.3

Cho một dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots$  với hàm phân phối xác suất của  $X_n$  là

$$F_{X_n}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{nx}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Khi đó  $X_n \xrightarrow{d} X$  có hàm phân phối

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

**Giải.** Với mọi  $x \leq 0$ , ta có

$$F_{X_n}(x) = F_X(x) = 0, n = 1, 2, \dots$$

Xét  $x \geq 0$ , ta có

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} F_{X_n}(x) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^{nx} \right) \\ &= 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^{nx} \\ &= 1 - e^{-x} = F_X(x)\end{aligned}$$

Như vậy  $X_n \xrightarrow{d} X$ .

### Định lý 3.1.1

Cho dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, X_3, \dots$  và biến ngẫu nhiên  $X$ . Giả sử rằng  $X$  và  $X_n$  (với mọi  $n$ ) có tập giá trị là các số nguyên không âm. Khi đó  $X_n \xrightarrow{d} X$  nếu và chỉ nếu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = k) = P(X = k)$$

với  $k = 1, 2, \dots$

### Ví dụ 3.1.4

Cho dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, X_3, \dots$  có phân phối nhị thức

$$X_n \sim B(n; \frac{\lambda}{n}), \quad \text{với } n \in \mathbb{N}, n > \lambda$$

trong đó  $\lambda > 0$  là một hằng số. Khi đó  $X_n \xrightarrow{d} X$  với  $X \sim P(\lambda)$  ( $X$  có phân phối Poisson với tham số  $\lambda$ ).



**Giải.** Theo Định lý 3.1.1, ta chứng minh  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = k) = P(X = k)$

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = k) &= \lim_{n \rightarrow \infty} C_n^k \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \\&= \lambda^k \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{1}{n^k} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \\&= \frac{\lambda^k}{k!} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{n^k} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-k}\end{aligned}$$

Chú ý rằng, khi  $k, \lambda$  là các hằng số, ta có

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{n^k} &= 1 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n &= e^{-\lambda}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-k} = 1\end{aligned}$$

Do đó

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

## Hội tụ hầu chắc chắn

Một dãy các biến ngẫu nhiên  $X_1, X_2, \dots$  xác định trên cùng một không gian mẫu  $\Omega$  được gọi là hội tụ hầu chắc chắn về một biến ngẫu nhiên  $X$ , ký hiệu  $X_n \xrightarrow{a.s} X$ , nếu

$$P(\{s \in \Omega \mid \lim_{n \rightarrow \infty} X_n(s) = X(s)\}) = 1.$$



## 3.2 Luật số lớn và Định lý giới hạn trung tâm

### **Định lý 3.2.1 (Luật số lớn yếu-weak law of large numbers)**

Cho  $X_1, X_2, \dots, X_n$  là các biến ngẫu nhiên độc lập và phân phối giống nhau với  $E(X_i) = \mu < \infty$  với mọi  $i$ . Đặt

$$\overline{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}.$$

Khi đó  $\overline{X}_n$  hội tụ theo xác suất đến  $\mu$ .

### **Luật số lớn mạnh-strong law of large numbers)**

Cho  $X_1, X_2, \dots, X_n$  là các biến ngẫu nhiên độc lập và phân phối giống nhau với  $E(X_i) = \mu < \infty$  với mọi  $i$ . Đặt

$$\overline{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}.$$

Khi đó  $\overline{X}_n$  hội tụ theo hầu chắc chắn đến  $\mu$ .



### Định lý 3.2.2 (Định lý giới hạn trung tâm)

Cho  $X_1, X_2, \dots, X_n$  là các biến ngẫu nhiên độc lập và phân phối giống nhau với kỳ vọng  $E(X_i) = \mu$  và phương sai  $V(X_i) = \sigma^2 < \infty$  với mọi  $i$ . Đặt

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \text{ và } Z_n = \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}.$$

Khi đó  $Z_n \xrightarrow{d} Z \sim N(0; 1)$ .

### Định lý 3.2.3

Cho  $X_1, X_2, \dots, X_n$  là các biến ngẫu nhiên độc lập và phân phối giống nhau với kỳ vọng  $E(X_i) = \mu$  và phương sai  $V(X_i) = \sigma^2 < \infty$  với mọi  $i$ . Đặt

$$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \text{ và } Y_n = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

Khi đó  $Y_n \xrightarrow{d} Z \sim N(0; 1)$ .

### Nhận xét 3.2.1

1. Nếu các biến ngẫu nhiên  $X_i$  độc lập và **đều có phân phối chuẩn** thì tổng  $S_n$  và  $S_n/n$  cũng có phân phối chuẩn.
2. Cho  $X_i$  là các biến ngẫu nhiên độc lập và **có phân phối giống nhau** với cùng trung bình  $\mu$  và phương sai  $\sigma^2$ . Khi đó, với  $n$  đủ lớn (thông thường  $n \geq 30$ )

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \approx N(n\mu; n\sigma^2)$$

và

$$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \approx N(\mu; \sigma^2/n).$$

### Ví dụ 3.2.1

Theo một cuộc khảo sát, thời gian xem tivi trung bình của các em bé từ 2 đến 5 tuổi là 25 giờ mỗi tuần. Giả sử thời gian xem tivi có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 3 giờ. Chọn ngẫu nhiên 20 em bé từ 2 đến 5 tuổi. Tính xác suất thời gian xem tivi trung bình của 20 bé lớn hơn 26,3 giờ.

**Giải.** Đặt  $X_i$  là thời gian xem tivi của bé thứ  $i$ . Thời gian xem trung bình của 20 bé là  $Y = \frac{X_1 + \dots + X_{20}}{20}$ . Theo đề bài  $\mu = 25$  và  $\sigma = 3$ . Theo Định lý giới hạn trung tâm,  $Y \sim N(\mu; \sigma^2/n)$ . Do đó

$$\begin{aligned} P(Y > 26,3) &= P\left(\frac{Y - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{26,3 - 25}{3/\sqrt{20}}\right) \\ &= P(Z > 1,94) \\ &= 1 - \Phi(1,94) = 0,0262. \end{aligned}$$



### Ví dụ 3.2.2

Một đĩa cứng có dung lượng tổng là 330 megabyte. Cho 300 hình ảnh độc lập, kích thước trung bình mỗi ảnh là 1 megabyte với độ lệch chuẩn là 0,5 megabyte. Hỏi ổ cứng đó có khả năng lưu được 300 hình này không?

**Giải.** Đặt  $X_i$  là dung lượng của hình ảnh thứ  $i$  và  $S = \sum_{i=1}^{300} X_i$ . Ta có  $n = 300$ ,  $E(X_i) = \mu = 1$  và  $V(X_i) = \sigma^2 = 0,5^2$ . Áp dụng Định lý giới hạn trung tâm,  $S \approx N(n\mu; n\sigma^2)$  ta có

$$\begin{aligned} P(S \leq 330) &\approx P\left(\frac{S - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \leq \frac{330 - n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\right) \\ &= P\left(\frac{S - 300}{\sqrt{300 \cdot 0,5}} \leq \frac{330 - 300}{\sqrt{300 \cdot 0,5}}\right) \\ &= P\left(\frac{S - 300}{\sqrt{300 \cdot 0,5}} \leq 3,46\right) \\ &= \Phi(3,46) = 0,9997. \end{aligned}$$

Vì xác suất này rất cao nên đĩa có khả năng lưu được 300 ảnh.

**Bài tập 1.** Giả sử thời gian chơi thể thao (tính bằng giờ) của các sinh viên ở một trường đại học có phân phối chuẩn với trung bình là 2 giờ và độ lệch chuẩn là 0,5 giờ. Chọn ngẫu nhiên 50 sinh viên. Xác suất thời gian chơi thể thao trung bình của 50 sinh viên này từ 1,8 giờ đến 2,3 giờ là bao nhiêu?



**Bài tập 2.** Giả sử thời gian tự học ở nhà của các sinh viên trường UIT có phân phối giống nhau với trung bình 3 giờ và độ lệch chuẩn 1,15 giờ. Chọn ngẫu nhiên 75 sinh viên. Tính xác suất 75 sinh viên này có tổng thời gian tự học ở nhà ít hơn 200 giờ.





### 3.3 Các công thức xấp xỉ

- **Xấp xỉ phân phối siêu bội bằng phân phối nhị thức:**

- ▶ Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối siêu bội  
 $X \sim H(N, M, n)$ .
- ▶ Nếu  $N \rightarrow \infty$  thì  $H(N, M, n) \xrightarrow{P} B(n, \frac{M}{N})$ .
- ▶ Khi  $N \geq 20n$ , ta có thể dùng phân phối nhị thức để xấp xỉ cho phân phối siêu bội.

**Ví dụ 3.3.1** Một vườn lan có 10 000 cây lan sắp nở hoa trong đó có 1000 cây hoa màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên 20 cây lan. Tính xác suất có 5 cây lan màu đỏ trong 20 cây.

**Giải.** Gọi  $X$  là số cây lan đỏ trong 20 cây. Khi đó  $N = 10000$ ,  $M = 1000$ ,  $n = 20$  và  $X \sim H(10000; 1000; 20)$ . Vì  $N = 10000 > 20n$  nên ta có thể dùng phân phối nhị thức để xấp xỉ cho phân phối siêu bội. Ta có  $\frac{M}{N} = \frac{1000}{10000} = 0,1$  và  $X \approx B(20; 0,1)$ . Như vậy

$$P(X = 5) \approx C_{20}^5 \cdot (0,1)^5 \cdot (0,9)^{15} = 0,0319.$$

**Nhận xét.** Nếu ta dùng phân phối siêu bội thì

$$P(X = 5) = \frac{C_{1000}^5 C_{9000}^{15}}{C_{10000}^{20}} = 0,0318.$$



- **Xấp xỉ phân phối nhị thức bằng phân phối Poisson:**

- ▶ Cho  $X$  là một biến ngẫu nhiên có phân phối nhị thức  $X \sim B(n; p)$ .
- ▶ Theo Ví dụ 3.1.4, ta thấy  $B(n; p) \xrightarrow{d} P(np)$ .
- ▶ **Nếu**  $n \geq 30$  **và**  $p \leq 0,05$  thì ta dùng **phân phối Poisson** với tham số  $\lambda = np$  để xấp xỉ cho phân phân phối nhị thức:  $X \approx P(\lambda)$ . Khi đó

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} \approx e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}.$$

**Ví dụ 3.3.2** Xác suất một máy tính đã được cài chương trình diệt virus bị nhiễm virus là 0,03. Chọn ngẫu nhiên 200 máy tính đã được cài đặt chương trình diệt virus. Tính xác suất có nhiều nhất 6 máy bị nhiễm virus.

**Giải.** Cách 1. (Dùng phân phối nhị thức) Đặt  $X$  là số máy tính bị nhiễm virus. Khi đó  $X \sim B(200; 0,03)$ . Do đó

$$P(X \leq 6) = \sum_{k=0}^6 C_{200}^k (0,03)^k \cdot (0,97)^{200-k} = 0,6063.$$

Cách 2. (Dùng xấp xỉ phân phối Poisson) Đặt  $X$  là số máy tính bị nhiễm virus. Khi đó  $X \sim B(200; 0,03)$ . Vì  $n = 200$  và  $p = 0,03 < 0,05$  nên ta có thể dùng phân phối Poisson để xấp xỉ cho  $X$ . Đặt  $\lambda = np = 6$ , khi đó  $X \approx P(\lambda)$ . Như vậy

$$P(X \leq 6) \approx \sum_{k=0}^6 \frac{e^{-6} \cdot 6^k}{k!} = 0,606 \text{ (tra bảng pp Poisson).}$$

- **Xấp xỉ phân phối nhị thức bằng phân phối chuẩn:** Cho  $X$  là biến ngẫu nhiên có phân phối nhị thức  $X \sim B(n; p)$ .

- ▶ Khi  $n$  lớn ta có thể xấp xỉ

$$P(X = k) \approx \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} f\left(\frac{k - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right),$$

ở đó  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  là hàm mật độ của phân bố chuẩn tắc.

- ▶ Khi  $0.05 \leq p \leq 0.95$  và  $n$  lớn, ta có thể xấp xỉ cho phân phối Nhị thức bởi phân phối chuẩn  $B(n; p) \approx N(np; np(1-p))$ .  
Khi đó

$$P(X \leq k) = \sum_{i=0}^k C_n^i p^i (1-p)^{n-i} \approx \Phi\left(\frac{k - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right).$$

- Kỹ thuật *hiệu chỉnh liên tục* (continuity correction): Để tăng độ chính xác khi xấp xỉ phân phối nhị thức bằng phân phối chuẩn, ta mở rộng khoảng 0,5 đơn vị theo mỗi hướng. Việc này được gọi là *hiệu chỉnh liên tục* và không làm thay đổi xác suất của biến cố.

Phân phối nhị thức	Phân phối chuẩn
$P(X < a)$	$P(X < a - 0,5)$
$P(X > a)$	$P(X > a + 0,5)$
$P(X \leq a)$	$P(X < a + 0,5)$
$P(X \geq a)$	$P(X > a - 0,5)$



**Ví dụ 3.3.3** Một loại virus máy tính mới tấn công một thư mục bao gồm 1350 tệp. Mỗi tệp bị hỏng với xác suất 0,75 độc lập với các tệp khác.

a. Xác suất có 1000 tệp bị hỏng là bao nhiêu?

b. Xác suất có từ 1000 đến 1020 tệp bị hỏng là bao nhiêu?

**Giải.** Gọi  $X$  là số tệp bị hỏng trong 1350 tệp. Ta có  $X \sim B(n; p)$  với  $n = 1350$  và  $p = 0,75$ .

Vì  $np = 1350 \cdot 0,75 = 1012,5$  và  $n(1 - p) = 1350 \cdot 0,25 = 337,5$  nên có thể dùng xấp xỉ phân phối chuẩn  $X \approx N(np; np(1 - p))$  với  $\mu = np = 1012,5$  và  $\sigma = \sqrt{np(1 - p)} = \sqrt{1350 \cdot 0,75 \cdot 0,25} = 15,91$ .

a. Áp dụng công thức  $P(X = k) \approx \frac{1}{\sqrt{np(1 - p)}} f\left(\frac{k - np}{\sqrt{np(1 - p)}}\right)$ ,

ở đó  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  là hàm mật độ của phân bố chuẩn tắc.

b. Dùng hiệu chỉnh liên tục và xấp xỉ phân phối chuẩn

$$\begin{aligned}P(1000 \leq X \leq 1020) &= P(999,5 < X < 1020,5) \\&\approx P\left(\frac{999,5 - 1012,5}{15,91} < Z < \frac{1020,5 - 1012,5}{15,91}\right) \\&= P(-0,82 < Z < 0,5) \\&= \Phi(0,5) - \Phi(-0,82) \\&= 0,6915 - 0,2061 = 0,4854\end{aligned}$$

Giải các bài toán sau bằng 2 cách.

**Bài tập 3.** Một công ty sản xuất các RAM máy tính cho biết tỉ lệ RAM bị lỗi là 0,5%. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 RAM máy tính của công ty này. Tính xác suất

- Không có RAM bị lỗi.
- Có nhiều hơn 1 RAM bị lỗi.

**Bài tập 4.** Một nhà máy xếp 1000 cái bánh quy vào mỗi hộp trong đó có 50 cái bánh loại đặc biệt. Chọn ngẫu nhiên 40 cái bánh. Tìm xác suất có ít nhất 2 cái bánh quy loại

**Bài tập 5.** Giả sử một công ty chuyên sản xuất chip bán dẫn sản xuất 50 chip bị lỗi trong số 1000. Lấy ngẫu nhiên 100 chip (không thay thế). Tính xác suất có ít nhất 1 chip bị lỗi trong mẫu.



