Buổi 07 – Ngày 01-04-2025 – môn Cấu trúc rời rạc – lớp MA004.P27

ÔN TẬP

Bài 1: Có 3 giỏ đựng các quả bóng xanh, đỏ, vàng. Biết rằng, mỗi giỏ chỉ chứa các quả bóng cùng màu và chứa ít nhất là 18 quả bóng. Hỏi rằng:

a) Có bao nhiêu cách chọn 18 quả bóng?
b) Có bao nhiêu cách chọn 18 quả bóng mà trong đó có đủ các màu?

Bài 2: Trên tập hợp $X = \{1, 2, 3, 5, 8, 10, 18, 21, 25, 30\}$, cho quan hệ 2 ngôi R như sau:

$$xRy \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x > y + 1 \end{array}\right., \text{ với } x, y \in X.$$

a) Chứng minh rằng R là quan hệ thứ tự trên X.
b) Hãy chỉ ra phần tử tối đại, tối tiểu, phần tử lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) theo quan hệ R trên X.

Bài 3:

a/ Hãy viết dạng phủ định của mệnh đề A và cho biết chân trị của dạng phủ định đó:

$$A = "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x^2 = y^2) \to (x = -y)".$$

b/ Hãy viết dạng phủ định của mệnh đề B và cho biết chân trị của dạng phủ định đó:

$$B = "\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, (x^4 < y^4) \to (x \neq y)".$$

Bài 4: a/ Trong kỳ thi học sinh giỏi, điểm bài thi được đánh giá bởi một số nguyên từ 0 đến 100. Hỏi rằng ít nhất có bao nhiêu học sinh dự thi để chắc chắn tìm được tối thiểu 5 học sinh có điểm thi bằng nhau.

b/ Một trường Mầm non có 15 phòng học, cần lắp máy lạnh cho mỗi phòng. Hỏi cần phải lắp ít nhất bao nhiêu máy lạnh để có một phòng học (nào đó) được lắp 3 máy lạnh?

Bài 5: Trên tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, cho quan hệ

$R = \{(1,1); (1,2); (1,3); (2,2); (2,3); (3,3); (4,2); (4,3); (4,4); (5,3); (5,5)\}$.

a) Quan hệ R trên X có phải là quan hệ thứ tự không? Vì sao?
b) Vẽ biểu đồ Hasse cho (X, R) và tìm phần tử tối đại, tối tiểu, phần tử lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của (X, R).

Bài 6: Hãy kiểm tra xem suy luận sau có đúng hay không?

a/ Nếu Nam làm việc chăm chỉ, hiệu quả, và được thăng chức thì anh ta sẽ được tăng lương.

Nếu được tăng lương thì Nam sẽ mua xe mới.

Thế mà Nam không mua xe mới.

Như vậy là Nam không làm việc chăm chỉ, hiệu quả hay Nam không được thăng chức.

b/ Nếu có cuộc họp sáng Thứ 3 tại công ty thì Tùng phải thức dậy sớm.

Nếu Tùng đi dự tiệc tối Thứ 2 thì anh ta sẽ về nhà trễ.

Nếu về nhà trễ và phải thức dậy sớm thì Tùng phải đi họp mà chỉ ngủ dưới 7 giờ.

Nhưng mà Tùng không thể đi họp tại công ty nếu anh ta ngủ dưới 7 giờ.

Do đó hoặc là Tùng không đi dự tiệc tối Thứ 2 hoặc là anh ta phải bỏ cuộc họp sáng Thứ 3.

Bài giải:

Bài 1:

Giải:

Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là số quả bóng xanh, đỏ, vàng lấy ra từ các giỏ.

Ta có: $x_1 + x_2 + x_3 = 18$

a/ Ta có $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$ nên đáp số: $K_3^{18} = C_{3+18-1}^{18} = C_{20}^{18} = 190$ cách.

b/ Ta có $x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, x_3 \geq 1$.

+ Lấy 1 quả bóng từ giỏ màu xanh: có 1 cách;

+ Lấy 1 quả bóng từ giỏ màu đỏ: có 1 cách;

+ Lấy 1 quả bóng từ giỏ màu vàng: có 1 cách;

+ Lấy 15 quả bóng còn thiếu từ 3 giỏ tùy ý (xanh, đỏ, vàng): có

$K_3^{15} = C_{3+15-1}^{15} = C_{17}^{15} = 136$ cách.

Đáp số = 1*1*1*136 = 136 cách.

Bài 2:

a/ Chứng minh rằng R là quan hệ thứ tự trên X.

* *Tính phản xạ*:

Với mọi $x \in X$ ta có $xRx \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x \\ x > x+1 \end{array}\right.$ (luôn đúng).

Cho nên ta nói R có tính phản xạ (1).

* *Tính phản đối xứng*:

Giả sử $\begin{cases} xRy \\ yRx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = y \\ x > y+1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = x \\ y > x+1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x = y$, với $x, y \in X$.

$\Rightarrow x = y$

Cho nên ta nói *R* có tính phản đối xứng (2).

* *Tính truyền (bắc cầu)*:

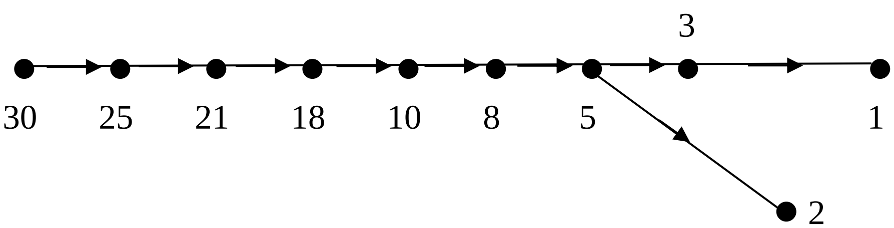
$$\text{Giả sử } \begin{cases} xRy \\ yRz \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = y \\ x > y+1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = z \\ y > z+1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = z \\ x+y > (y+1)+(z+1) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = z \\ x > z+2 > z+1 \end{array}\right. \Rightarrow xRz,$$

với $x, y, z \in X$.

Cho nên ta nói *R* có tính truyền (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra *R* là quan hệ thứ tự.

b/ Ta có biểu đồ Hasse xét theo *R* trên *X*.



Từ biểu đồ Hasse, ta có:

+ Phần tử tối đại: 1, 2

+ Phần tử tối tiểu: 30

+ Phần tử cực đại: không có

+ Phần tử cực tiểu: 30

<u>Bài 3</u>:

a/ Ta có A là mệnh đề đúng, do:

$\forall x \in \mathbb{R}$, ta chọn $y = -x$ thì $y \in \mathbb{R}$ thỏa

$$\neg(x^2 = y^2) \vee (x = -y) \Leftrightarrow (x^2 \neq y^2) \vee (x = -y) \Leftrightarrow ((-x)^2 \neq x^2) \vee (-y = -y) \Leftrightarrow 0 \vee 1 \Leftrightarrow 1.$$

Nghĩa là $\neg(x^2 = y^2) \vee (x = -y)$ luôn đúng

Khi đó ta có $(x^2 = y^2) \rightarrow (x = -y)$ là đúng

Cho nên A là mệnh đề có chân trị = 1. Suy ra mệnh đề phủ định có chân trị bằng 0.

Ta có dạng phủ định cần tìm là:

$$\overline{A} = "\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, (x^2 = y^2) \wedge (x \neq -y)".$$

b/ Ta có dạng phủ định của B là:

$$\overline{B} = "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x^4 < y^4) \wedge \neg(x \neq y)"$$

$$= "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x^4 < y^4) \wedge (x = y)"$$

Lúc này, $\forall x \in \mathbb{R}$, ta chọn $y = x$ thì $(x^4 < y^4) \wedge (x = y) \Leftrightarrow (y^4 < y^4) \wedge (y = y) \Leftrightarrow 0 \wedge 1 \Leftrightarrow 0$.

$\forall x \in \mathbb{R}$, ta chọn $y \neq x$ thì mệnh đề phủ định cũng sai.

Cho nên mệnh đề phủ định lusai, suy ra mệnh đề B luôn đúng.

Bài 4:

a/ Gọi n là số học sinh dự thi cần tìm trong kỳ thi học sinh giỏi.

Ta có: $n \in \mathbb{N}^*$.

Theo nguyên lý chuồng bồ câu, ta có:

$\left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil = 5$, với $k = 101$ do các số nguyên từ 0 đến 100 có 101 số.

$\Rightarrow 4 < \frac{n}{101} \le 5 \Rightarrow 404 < n \le 505$

$\Rightarrow n \ge 405$.

Đáp số: có ít nhất 405 học sinh dự thi.

b/ Gọi n là số máy lạnh cần lắp cho một trường mầm non.

Ta có: $n \in \mathbb{N}^*$.

Theo nguyên lý chuồng bồ câu, ta có:

$\left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil = 3$, với $k = 15$ do có tất cả 15 phòng học khác nhau.

$\Rightarrow 2 < \frac{n}{15} \le 3 \Rightarrow 30 < n \le 45$

$\Rightarrow n \ge 31$.

Đáp số: cần lắp ít nhất 31 máy lạnh.

Bài 5:

a/ Ta chứng tỏ R là quan hệ thứ tự như sau:

* *Tính phản xạ*:

Ta có $(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5) \in R$ nên $xRx, \forall x \in X$.

Cho nên ta nói R có tính phản xạ (1).

* *Tính phản đối xứng*:

Ta có $(1,2) \in R$ nhưng $(2,1) \notin R$ vì $1 \ne 2$

Ta có $(1,3) \in R$ nhưng $(3,1) \notin R$ vì $1 \ne 3$

Ta có $(2,3) \in R$ nhưng $(3,2) \notin R$ vì $2 \ne 3$

Ta có $(4,2) \in R$ nhưng $(2,4) \notin R$ vì $4 \ne 2$

Ta có $(4,3) \in R$ nhưng $(3,4) \notin R$ vì $4 \ne 3$

Ta có $(5,3) \in R$ nhưng $(3,5) \notin R$ vì $5 \ne 3$

Và ta có: $(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5) \in R$.

Nên ta có thể kết luận Giả sử $\begin{cases} xRy \\ yRx \end{cases} \Rightarrow x = y$, với $x, y \in X$.

Cho nên ta nói R có tính phản đối xứng (2).

* *Tính truyền*:

Ta có: $\begin{cases}(1,2)\in R\\(2,3)\in R\end{cases}\Rightarrow(1,3)\in R$ (là đúng)

Ta có: $\begin{cases}(4,2)\in R\\(2,3)\in R\end{cases}\Rightarrow(4,3)\in R$ (là đúng)

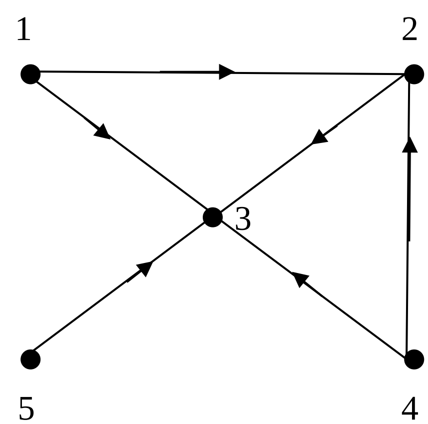
Cho nên ta kết luận:

Giả sử $\begin{cases}xRy\\yRz\end{cases}\Rightarrow xRz$, với $x,y,z\in X$.

Cho nên ta nói R có tính truyền (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra R là quan hệ thứ tự trên X.

b/



+ Phần tử tối đại: 3
+ Phần tử tối tiểu: 1, 4, 5
+ Phần tử cực đại: 3
+ Phần tử cực tiểu: không có (do có nhiều tối tiểu).

Bài 6: Gợi ý: các bạn viết ra mô hình suy diễn tương ứng rồi kiểm chứng tính đúng đắn của mô hình lập được nha.

a/ Ta gọi các mệnh đề:

p = Nam làm việc chăm chỉ, hiệu quả

q = Nam được thăng chức

r = Nam được tăng lương

s = Nam mua xe mới

Ta có mô hình suy diễn sau:

$$\begin{array}{l} (p \wedge q) \to r \\ r \to s \\ \neg s \\ \hline \therefore \neg p \vee \neg q \end{array}$$

Ta kiểm chứng mô hình suy diễn này như sau:

Ta có: $r \to s$	tiền đề
và $\neg s$	tiền đề
nên $\therefore \neg r$	pp phủ định
Ngoài ra, $(p \wedge q) \to r$	tiền đề
Nên $\therefore \neg(p \wedge q)$	pp phủ định
Hay $\therefore \neg p \vee \neg q$	luật DeMorgan

Ta có mô hình suy diễn là đúng; cho nên ta có suy luận ban đầu là hợp lệ.

b/ Tương tự….

ĐỀ BÀI ÔN TẬP GIỮA KỲ II NĂM HỌC 2024-2025 MÔN CTRR

<u>Câu 1</u>:

a/ Dùng các luật logic để chứng minh rằng biểu thức sau là hằng đúng

$$[r \wedge [(p \to q) \to r]] \vee [(p \wedge q) \to \neg r]$$

b/ Dùng các luật logic, quy tắc suy diễn để kiểm tra tính đúng đắn của suy luận sau:

$$\begin{array}{l} p \to (q \to r) \\ \overline{t \vee r} \\ s \to q \\ \overline{p} \to t \\ s \vee u \\ \hline \therefore u \end{array}$$

hoặc

Hãy kiểm tra xem suy luận sau có đúng không?

Nếu Bách đi làm về muộn thì vợ anh ta sẽ rất giận dữ.
Nếu Toàn thường xuyên vắng nhà thì vợ anh ta sẽ rất giận dữ.
Nếu vợ Toàn hay vợ Bách giận dữ thì cô Hạnh bạn họ sẽ nhận được lời than phiền.
Mà Hạnh đã không nhận được lời than phiền nào.
Vậy Bách đi làm về sớm và Toàn ít khi vắng nhà.

c/ Viết dạng phủ định cho mệnh đề sau và cho biết chân trị của mệnh đề vừa tìm được.

$$A = "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x < 0) \to [(y > 0) \wedge (x + y = 0)]".$$

<u>Câu 2</u>:

Trường tổ chức cho sinh viên đăng ký hiến máu nhân đạo. Biết có 4 nhóm máu chính: O, A, B, AB; mỗi sinh viên chỉ được đăng kí hiến một lần và các sinh viên đăng kí đều tham gia hiến đầy đủ. Hỏi phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên đăng ký hiến máu để chắc chắn rằng có nhóm máu nào đó có ít nhất 45 lượt hiến.

<u>Câu 3</u>:

Xếp 54 bàn phím máy tính để bàn (keyboard) cùng loại vào 4 thùng A, B, C, D. Tất cả các thùng ban đầu đều chưa có bàn phím nào. Hỏi có bao nhiêu cách xếp, sao cho:

a) Mỗi thùng đều có ít nhất là 9 bàn phím.

b) Thùng A có ít nhất 12 bàn phím và thùng C có tối đa 5 bàn phím.

<u>Câu 4</u>:

Trên tập hợp $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, cho quan hệ 2 ngôi R như sau:

$xRy \Leftrightarrow x^3 - 9x = y^3 - 9y$, với $x, y \in X$.

a/ Chứng minh rằng R là quan hệ tương đương trên *X*.

b/ Chỉ ra các lớp tương đương xét theo R trên *X* và tập hợp thương tương ứng. Từ đó viết *X* dưới dạng phân hoạch của các lớp tương đương theo R trên *X*.

<u>Câu 5</u>:

Trên tập hợp $X = \{-5, -3, -2, 0, 1, 4, 5, 7, 8, 15, 18, 20\}$,

cho quan hệ 2 ngôi R như sau:

$$xRy \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x > y + 2 \end{array}\right., \text{ với } x, y \in X .$$

a) Chứng minh rằng R là quan hệ thứ tự.

b) Quan hệ R có toàn phần không? Vì sao?

c) Vẽ biểu đồ Hasse cho (*X*, R).

d) Tìm các phần tử tối đại, tối tiểu, lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của *X* xét theo quan hệ thứ tự R.

-----HẾT-----