

# BAN HỌC TẬP CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM

TRAINING GIỮA KỲ HỌC KỲ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025



Sharing is learning



 **BAN HỌC TẬP**

*Khoa Công nghệ Phần mềm*

*Trường Đại học Công nghệ Thông tin*

*Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh*

 **CONTACT**

*bht.cnpm.uit@gmail.com*

*fb.com/bhtcnpm*

*fb.com/groups/bht.cnpm.uit*

 **TEAM TIẾNG ANH**

*english.with.bht@gmail.com*

 *creative.owl.se*

 *english.with.bht*

## TRAINING

# XÁC SUẤT THỐNG KÊ

-  **Thời gian:** 19:30 thứ 5 ngày 17/04/2025
-  **Địa điểm:** Microsoft Teams - w2dsy1q
-  **Trainers:** Thái Bình Dương – Lớp HTTT2023.1  
Ngô Phương Hiền – Lớp KTPM2024.1



**Sharing is learning**

# ĐỀ THI THỬ SỐ 01



**Sharing is learning**

**Câu 1.** Khảo sát tại một trường đại học, có 30% sinh viên biết sử dụng phần mềm Latex, 50% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint, và 20% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Biết rằng, trong số những sinh viên biết sử dụng Latex, có 50% là biết sử dụng phần mềm Word. Và trong số những sinh viên biết sử dụng PowerPoint nhưng không biết sử dụng Latex, tỷ lệ sinh viên biết sử dụng Word là 80%.

- Tính xác suất để gặp một sinh viên không biết sử dụng cả Latex và PowerPoint.
- Giả sử gặp được một sinh viên biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint, tính xác suất để sinh viên đó cũng biết sử dụng Word.
- Giả sử gặp được một sinh viên biết sử dụng Word và sinh viên đó cũng biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint. Tính xác suất để sinh viên đó biết sử dụng Latex.



**Câu 1.** Khảo sát tại một trường đại học, có 30% sinh viên biết sử dụng phần mềm Latex, 50% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint, và 20% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Biết rằng, trong số những sinh viên biết sử dụng Latex, có 50% là biết sử dụng phần mềm Word. Và trong số những sinh viên biết sử dụng PowerPoint nhưng không biết sử dụng Latex, tỷ lệ sinh viên biết sử dụng Word là 80%.

**a. Tính xác suất để gặp một sinh viên không biết sử dụng cả Latex và PowerPoint.**

Gọi: **A:** Sinh viên biết dùng Latex

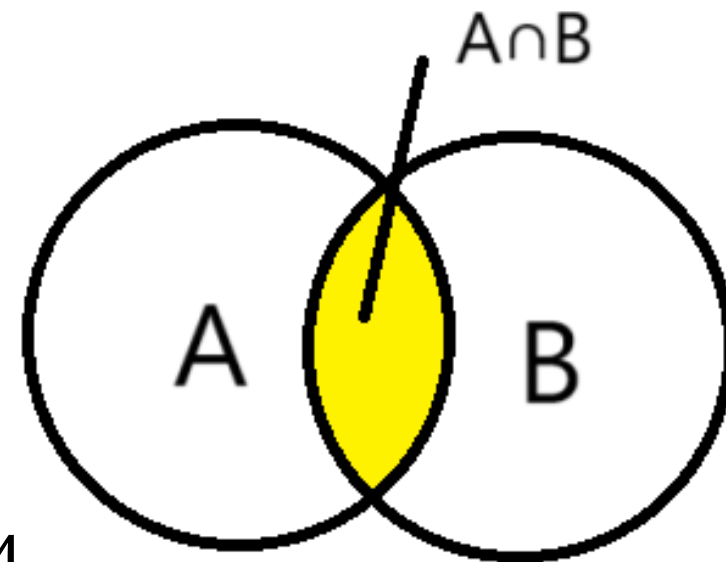
**B:** Sinh viên biết dùng PowerPoint

$$+ P(A) = 0,3$$

$$+ P(B) = 0,5$$

$$+ P(A \cap B) = 0,2$$

$$\Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - (0,3 + 0,5 - 0,2) = 0,4$$



Sharing is learning

**Câu 1.** Khảo sát tại một trường đại học, có 30% sinh viên biết sử dụng phần mềm Latex, 50% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint, và 20% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Biết rằng, trong số những sinh viên biết sử dụng Latex, có 50% là biết sử dụng phần mềm Word. Và trong số những sinh viên biết sử dụng PowerPoint nhưng không biết sử dụng Latex, tỷ lệ sinh viên biết sử dụng Word là 80%.

**b. Giả sử gặp được một sinh viên biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint, tính xác suất để sinh viên đó cũng biết sử dụng Word.**

Gọi **C**: Sinh viên biết sử dụng Word

$$\Rightarrow P(C|(A \cup B)) = \frac{P(C \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = ?$$

Xác suất SV biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + (P(B) - P(A \cap B)) = P(A) + P(B \cap \bar{A}) \\ &= 0,3 + (0,5 - 0,2) \\ &= 0,6 \quad \textbf{(1)} \end{aligned}$$





**Câu 1.** Khảo sát tại một trường đại học, có 30% sinh viên biết sử dụng phần mềm Latex, 50% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint, và 20% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Biết rằng, trong số những sinh viên biết sử dụng Latex, có 50% là biết sử dụng phần mềm Word. Và trong số những sinh viên biết sử dụng PowerPoint nhưng không biết sử dụng Latex, tỷ lệ sinh viên biết sử dụng Word là 80%.

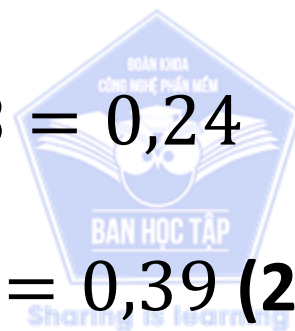
**b. Giả sử gặp được một sinh viên biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint, tính xác suất để sinh viên đó cũng biết sử dụng Word.**

$$\text{Gọi } C: \text{Sinh viên biết sử dụng Word} \Rightarrow P(C|(A \cup B)) = \frac{P(C \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = ?$$

$$+ P(C|A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = 0,5 \Rightarrow P(C \cap A) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$$

$$+ P(C|(B \cap \bar{A})) = \frac{P(C \cap (B \cap \bar{A}))}{P(B \cap \bar{A})} = 0,8 \Rightarrow P(C \cap (B \cap \bar{A})) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24$$

$$\Rightarrow P(C \cap (A \cup B)) = P(C \cap A) + P(C \cap (B \cap \bar{A})) = 0,15 + 0,24 = 0,39 \quad (2)$$



**Câu 1.** Khảo sát tại một trường đại học, có 30% sinh viên biết sử dụng phần mềm Latex, 50% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint, và 20% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Biết rằng, trong số những sinh viên biết sử dụng Latex, có 50% là biết sử dụng phần mềm Word. Và trong số những sinh viên biết sử dụng PowerPoint nhưng không biết sử dụng Latex, tỷ lệ sinh viên biết sử dụng Word là 80%.

**b. Giả sử gặp được một sinh viên biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint, tính xác suất để sinh viên đó cũng biết sử dụng Word.**

Gọi **C**: Sinh viên biết sử dụng Word

**(1) Và (2):** Vậy xác suất để gặp được sinh viên biết sử dụng Word trong những sinh viên biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint là:

$$P(C|(B \cup A)) = \frac{P(C \cap (B \cup A))}{P(B \cup A)} = \frac{0,39}{0,6} = 0,65$$





**Câu 1.** Khảo sát tại một trường đại học, có 30% sinh viên biết sử dụng phần mềm Latex, 50% sinh viên biết sử dụng phần mềm PowerPoint, và 20% sinh viên biết sử dụng cả hai phần mềm này. Biết rằng, trong số những sinh viên biết sử dụng Latex, có 50% là biết sử dụng phần mềm Word. Và trong số những sinh viên biết sử dụng PowerPoint nhưng không biết sử dụng Latex, tỷ lệ sinh viên biết sử dụng Word là 80%.

**c. Giả sử gặp được một sinh viên biết sử dụng Word và sinh viên đó cũng biết sử dụng Latex hoặc PowerPoint. Tính xác suất để sinh viên đó biết sử dụng Latex.**

$$P(A|C \cap (B \cup A)) = \frac{P(C \cap (B \cup A) \cap A)}{P(C \cap (B \cup A))}$$

$$= \frac{P(C \cap A)}{P(C \cap (B \cup A))}$$

$$= \frac{0,15}{0,39} = 0,3846$$



Sharing is learning

**Câu 2.** Một công ty cấp nước đã thống kê được rằng lượng nước tiêu thụ hằng ngày của 1 hộ gia đình (tính theo mét khối) là một biến ngẫu nhiên  $X$  với hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-4)} & , \text{ nếu } x \geq 4 \\ 0 & , \text{ nếu } x < 4 \end{cases}$$

Biết rằng trung bình gia đình sử dụng 5,5 mét khối.

- a. Tìm  $\lambda$
- b. Tính phương sai và độ lệch chuẩn
- c. Tính xác suất gia đình này sử dụng hơn 3 mét khối và ít hơn 8 mét khối.



Sharing is learning

**Câu 2.** Một công ty cấp nước đã thống kê được rằng lượng nước tiêu thụ hằng ngày của 1 hộ gia đình (tính theo mét khối) là một biến ngẫu nhiên  $X$  với hàm một độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-4)} & , \text{ nếu } x \geq 4 \\ 0 & , \text{ nếu } x < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E(X) = 5,5.$$

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có } E(X) &= \int_4^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda(x-4)} dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_4^t x \lambda e^{-\lambda(x-4)} dx \\ &= \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_4^t -x d(e^{-\lambda(x-4)}) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left( -x e^{-\lambda(x-4)} \Big|_4^t + \int_4^t e^{-\lambda(x-4)} dx \right) \\ &= \lim_{t \rightarrow +\infty} \left( -x e^{-\lambda(x-4)} \Big|_4^t - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda(x-4)} \Big|_4^t \right) \end{aligned}$$



Sharing is learning

**Câu 2.** Một công ty cấp nước đã thống kê được rằng lượng nước tiêu thụ hằng ngày của 1 hộ gia đình (tính theo mét khối) là một biến ngẫu nhiên  $X$  với hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-4)} & , \text{nếu } x \geq 4 \\ 0 & , \text{nếu } x < 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E(X) = 5,5.$$

$$a) \lim_{t \rightarrow +\infty} \left( t e^{-\lambda(t-4)} + 4 + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda(t-4)} + \frac{1}{\lambda} \right) = 0 + 4 + 0 + \frac{1}{\lambda} = 5,5 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}$$

$$b) VarX = E(X^2) - E(X)^2 = \int_4^{+\infty} x^2 \frac{2}{3} e^{-\frac{2}{3}(x-4)} dx - 2,5^2 = 32,5 - 2,5^2 = 2,25$$

$$\sigma = \sqrt{VarX} = \sqrt{2,25} = 1,5$$



**Câu 2.** Một công ty cấp nước đã thống kê được rằng lượng nước tiêu thụ hằng ngày của 1 hộ gia đình (tính theo mét khối) là một biến ngẫu nhiên  $X$  với hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} e^{-\frac{2}{3}(x-4)} & , \text{ nếu } x \geq 4 \\ 0 & , \text{ nếu } x < 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } P(3 < X < 8) = P(3 < X < 4) + P(4 < X < 8)$$

$$= 0 + \int_4^8 \frac{2}{3} e^{-\frac{2}{3}(x-4)} dx \approx 0,932$$



Sharing is learning

**Câu 3.** Một công ty công nghệ quản lý một hệ thống máy chủ để xử lý các yêu cầu từ người dùng. Theo thống kê, thời gian phản hồi (tính bằng mili giây) là của hệ thống tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng trung bình 1 phản hồi mất 250ms và độ trễ giữa 95% các phản hồi nhanh nhất chỉ dao động trong khoảng 210ms đến 290ms.

- a) Một phản hồi gọi là phản hồi chậm nếu thời gian phản hồi lớn hơn 320ms. Tính xác suất để bất kì phản hồi bị coi là chậm.
- b) Giả sử công ty đặt ra tiêu chuẩn cho thời gian phản hồi: thời gian phản hồi lý tưởng nằm trong khoảng từ 230ms đến 270ms. Hãy tính xác suất một phản hồi ngẫu nhiên đạt tiêu chuẩn lý tưởng này.
- c) Xác định thời gian mà 90% các yêu cầu được xử lý.





**Câu 3.** Một công ty công nghệ quản lý một hệ thống máy chủ để xử lý các yêu cầu từ người dùng. Theo thống kê, thời gian phản hồi (tính bằng mili giây) là của hệ thống tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng trung bình 1 phản hồi mất 250ms và độ trễ giữa 95% các phản hồi nhanh nhất chỉ dao động trong khoảng 210ms đến 290ms.

**Giải:** Gọi  $X$  là thời gian phản hồi 1 yêu cầu.

- Trung bình 1 phản hồi mất 250ms  $\Rightarrow \mu = 250ms$

**C1:** Ta có “Độ trễ giữa 95% các phản hồi nhanh nhất chỉ dao động trong

$$\begin{aligned} \text{khoảng 210ms đến 290ms} &\Rightarrow \begin{cases} \mu + 2\sigma \approx 290ms \\ \mu - 2\sigma \approx 210ms \end{cases} \Rightarrow \sigma \approx 20ms \\ &\Rightarrow X \sim N(250, 20^2) \end{aligned}$$



Sharing is learning

**Câu 3.** Một công ty công nghệ quản lý một hệ thống máy chủ để xử lý các yêu cầu từ người dùng. Theo thống kê, thời gian phản hồi (tính bằng mili giây) là của hệ thống tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng trung bình 1 phản hồi mất 250ms và độ trễ giữa 95% các phản hồi nhanh nhất chỉ dao động trong khoảng 210ms đến 290ms.

**Giải:** Gọi  $X$  là thời gian phản hồi 1 yêu cầu.

$$\text{C2: } P(210 < X < 290) = \Phi\left(\frac{290-250}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{210-250}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{40}{\sigma}\right) - 1 = 0,95$$

$$\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{40}{\sigma}\right) = 0,975 \Rightarrow \frac{40}{\sigma} = 1,96 \Leftrightarrow \sigma \approx 20,4$$

$$\Rightarrow X \sim N(250; 20,4^2)$$

Lưu ý: Ưu tiên sử dụng cách 2 để đảm bảo tính chính xác cao hơn



Sharing is learning

**Câu 3.** Một công ty công nghệ quản lí một hệ thống máy chủ để xử lí các yêu cầu từ người dùng. Theo thống kê, thời gian phản hồi (tính bằng mili giây) là của hệ thống tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng trung bình 1 phản hồi mất 250ms và độ trễ giữa 95% các phản hồi nhanh nhất chỉ dao động trong khoảng 210ms đến 290ms.

**a)** Một phản hồi gọi là phản hồi chậm nếu thời gian phản hồi lớn hơn 320ms. Tính xác suất để bất kì phản hồi bị coi là chậm.

$$\begin{aligned} P(X > 320) &= 1 - P(X \leq 320) = 1 - \phi\left(\frac{320 - 250}{20,4}\right) \\ &= 1 - \phi(3,43) = 1 - 0.9997 = 3.10^{-4} \end{aligned}$$



Sharing is learning

**Câu 3.** Một công ty công nghệ quản lý một hệ thống máy chủ để xử lý các yêu cầu từ người dùng. Theo thống kê, thời gian phản hồi (tính bằng mili giây) là của hệ thống tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng trung bình 1 phản hồi mất 250ms và độ trễ giữa 95% các phản hồi nhanh nhất chỉ dao động trong khoảng 210ms đến 290ms.

**b) Giả sử công ty đặt ra tiêu chuẩn cho thời gian phản hồi: thời gian phản hồi lý tưởng nằm trong khoảng từ 230ms đến 270ms. Hãy tính xác suất một phản hồi ngẫu nhiên đạt tiêu chuẩn lý tưởng này.**

$$P(230 \leq X \leq 270) = P(X \leq 270) - P(X < 230)$$

$$= \Phi\left(\frac{270 - 250}{20,4}\right) - \Phi\left(\frac{230 - 250}{20,4}\right)$$

$$= \Phi(0,98) - \Phi(-0,98) = 0,8365 - 0,1635 = 0,673$$



**Câu 3.** Một công ty công nghệ quản lí một hệ thống máy chủ để xử lí các yêu cầu từ người dùng. Theo thống kê, thời gian phản hồi (tính bằng mili giây) là của hệ thống tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng trung bình 1 phản hồi mất 250ms và độ trễ giữa 95% các phản hồi nhanh nhất chỉ dao động trong khoảng 210ms đến 290ms.

**c) Xác định thời gian mà 90% các yêu cầu được xử lí.**

- Gọi  $t$  là thời gian mà 90% các yêu cầu được xử lí.

$$P(X \leq t) = \phi\left(\frac{t-250}{20,4}\right) = 0.9 \Rightarrow \frac{t-250}{20,4} = 1,28 \Leftrightarrow t = 276,112$$



Sharing is learning

**Câu 4.** Một tác giả nổi tiếng cho biết vừa tung một quyển sách mới ra thị trường. 25% số sách xuất bản sẽ đính kèm chữ ký của tác giả.

a) Tính xác suất người thứ 7 là người đầu tiên sở hữu quyển sách có chữ ký của tác giả.

b) Tính xác suất có vừa đúng 4 quyển chứa chữ kí của tác giả sau khi người thứ 30 mua sách.

c) Giả sử số sách xuất bản là 2500 quyển, tính xác suất để có ít nhất 700 chứa chữ ký.





**Câu 4.** Một tác giả nổi tiếng cho biết vừa tung một quyển sách mới ra thị trường. 25% số sách xuất bản sẽ đính kèm chữ ký của tác giả.

**a) Tính xác suất người thứ 7 là người đầu tiên sở hữu quyển sách có chữ ký của tác giả.**

+ Gọi  $X$  là thứ tự của người mua được quyển sách chứa chữ ký đầu tiên.

+ Theo phân phối hình học ta có:

$$p(x) = (1 - 0.25)^{x-1} \cdot 0,25$$

$$\Rightarrow P(X = 7) = (1 - 0.25)^{7-1} \cdot 0,25 \approx 0,044$$



**Câu 4.** Một tác giả nổi tiếng cho biết vừa tung một quyển sách mới ra thị trường. 25% số sách xuất bản sẽ đính kèm chữ ký của tác giả.

**b) Tính xác suất có vừa đúng 4 quyển chứa chữ kí của tác giả sau khi người thứ 30 mua sách.**

+ Xác suất có 3 quyển chứa chữ ký tác giả trong 29 người mua đầu tiên:

$$C_{29}^3 \cdot 0,25^3 \cdot (1 - 0,25)^{26} \approx 0,03$$

+ Xác suất có vừa đúng 4 quyển chứa chữ kí của tác giả sau khi người thứ 30 mua sách:  $0,03 \cdot 0,25 = 0,008$



**Câu 4.** Một tác giả nổi tiếng cho biết vừa tung một quyển sách mới ra thị trường. 25% số sách xuất bản sẽ đính kèm chữ ký của tác giả.

**c) Giả sử số sách xuất bản là 2500 quyển, tính xác suất để có ít nhất 700 chứa chữ ký.**

$$+ \text{Ta có: } n = 2500, p = 0,25 \Rightarrow \begin{cases} np = 625 > 5 \\ n(1 - p) = 1875 > 5 \end{cases}$$

Vậy có thể dùng xấp xỉ phân phối chuẩn  $X \sim N(625, 468.75)$  với:

$$\begin{cases} \mu = np = 625 \\ \sigma = \sqrt{468,75} \approx 21,65 \end{cases}$$

+ Dùng hiệu chỉnh liên tục và xấp xỉ phân phối chuẩn, ta có:

$$\begin{aligned} P(X \geq 700) &= 1 - P(X < 700) = 1 - P(X < 699,5) \\ &= 1 - P\left(Z < \frac{699,5 - 625}{21,65}\right) = 1 - \Phi(3,44) = 1 - 0,9997 = \mathbf{0,0003} \end{aligned}$$



# ĐỀ THI THỬ SỐ 02



**Sharing is learning**

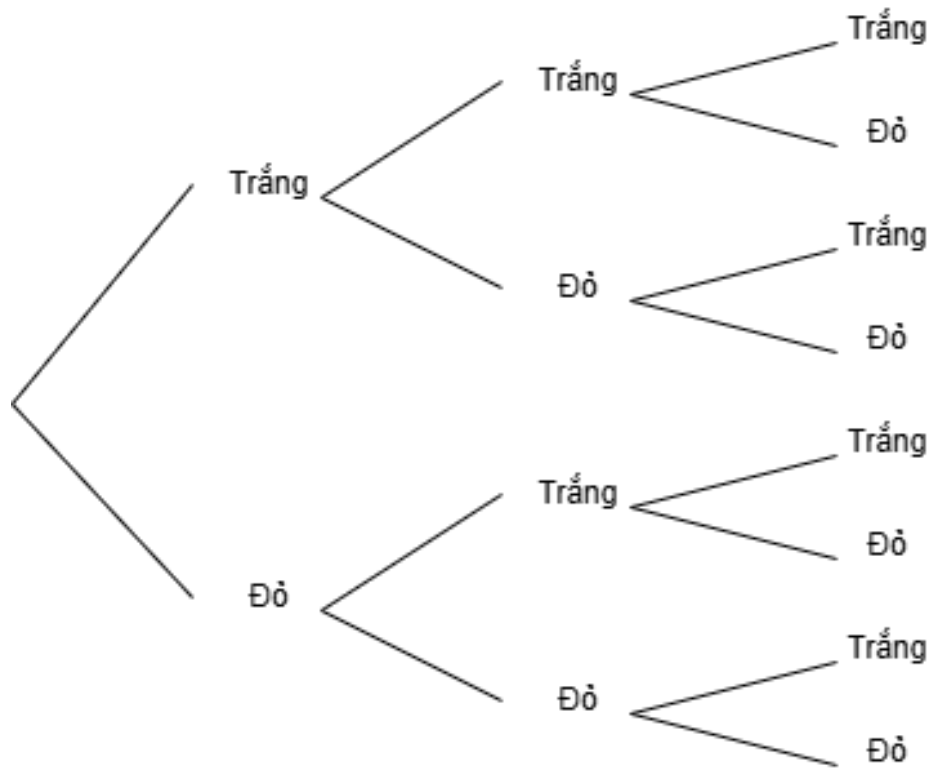
**Câu 1.** Có 7 viên phẩn trắng và 5 viên phẩn đỏ trong một chiếc hộp. Lấy ngẫu nhiên 1 viên phẩn ra khỏi hộp, sau đó bỏ một viên phẩn khác màu với viên phẩn vừa lấy vào lại hộp. Tiếp tục lấy ngẫu nhiên thêm một viên phẩn ra khỏi hộp, rồi bỏ thêm 2 viên phẩn cùng màu với viên phẩn vừa lấy vào lại hộp. Cuối cùng, lấy ngẫu nhiên thêm một viên phẩn để có đủ 3 viên phẩn.

- Tính xác suất để chỉ lấy được viên phẩn trắng ở lần lấy đầu tiên.
- Giả sử trong 3 viên phẩn lấy ra luôn có viên phẩn màu đỏ, tính xác suất để có thể lấy đúng 1 viên phẩn trắng.
- Biết rằng 2 viên phẩn ở 2 lần lấy cuối đều là viên phẩn đỏ. Tính xác suất để lấy viên phẩn đầu tiên là viên phẩn trắng.



**Câu 1.** Có 7 viên phần trắng và 5 viên phần đỏ trong một chiếc hộp. Lấy ngẫu nhiên 1 viên phần ra khỏi hộp, sau đó bỏ một viên phần khác màu với viên phần vừa lấy vào lại hộp. Tiếp tục lấy ngẫu nhiên thêm một viên phần ra khỏi hộp, rồi bỏ thêm 2 viên phần cùng màu với viên phần vừa lấy vào lại hộp. Cuối cùng, lấy ngẫu nhiên thêm một viên phần để có đủ 3 viên phần.

**a. Tính xác suất để chỉ lấy được viên phần trắng ở lần lấy đầu tiên.**



$$P(TDD) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{7}{13} = \frac{294}{1872}$$

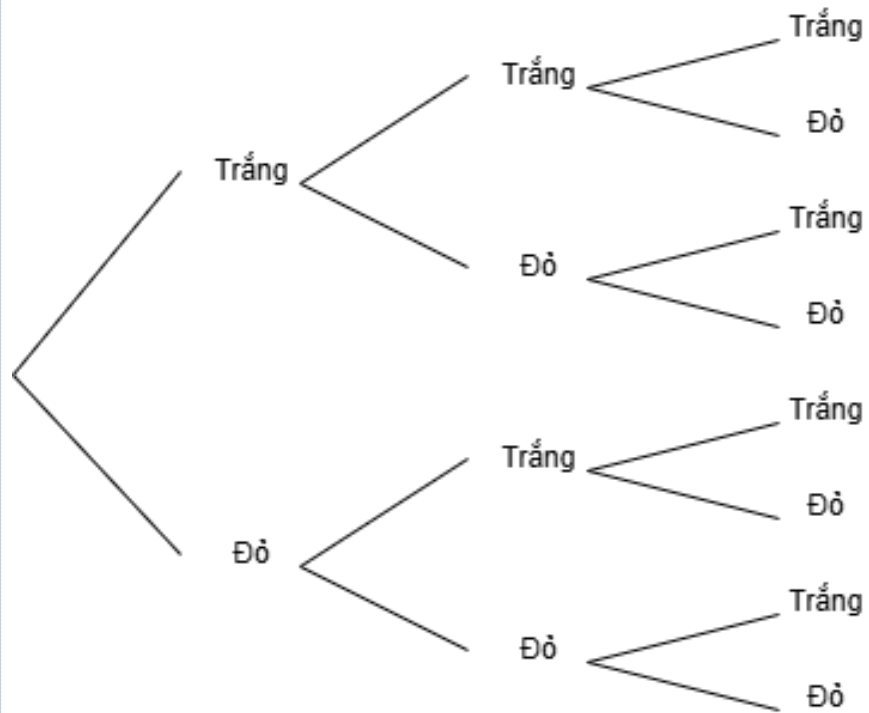


Sharing is learning



**Câu 1.** Có 7 viên phấn trắng và 5 viên phấn đỏ trong một chiếc hộp. Lấy ngẫu nhiên 1 viên phấn ra khỏi hộp, sau đó bỏ một viên phấn khác màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Tiếp tục lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn ra khỏi hộp, rồi bỏ thêm 2 viên phấn cùng màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Cuối cùng, lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn để có đủ 3 viên phấn.

**b. Giả sử trong 3 viên phấn lấy ra luôn có viên phấn đỏ, tính xác suất để có thể lấy đúng 1 viên phấn trắng.**



+ Xác suất lấy 3 viên phấn đều là màu trắng:

$$P(TTT) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{7}{13} = \frac{294}{1872}$$

+ Xác suất để lấy được đúng 1 viên phấn trắng:

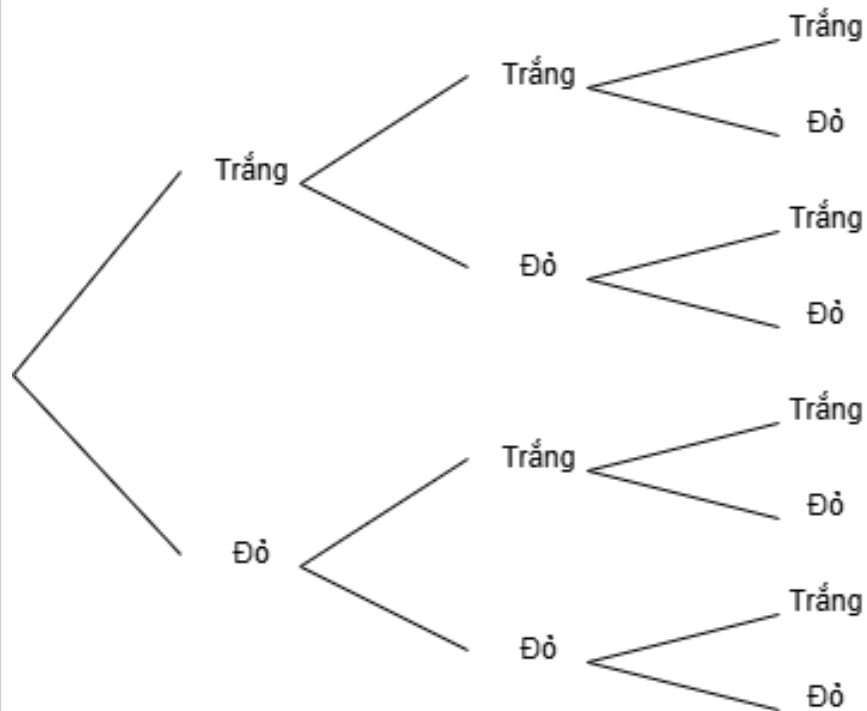
$$\begin{aligned}
 P(T) &= P(DD) = P(TDD) + P(DTD) + P(DDT) \\
 &= \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{7}{13} + \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{4}{13} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{8}{13} = \frac{307}{936}
 \end{aligned}$$



Sharing is learning

**Câu 1.** Có 7 viên phấn trắng và 5 viên phấn đỏ trong một chiếc hộp. Lấy ngẫu nhiên 1 viên phấn ra khỏi hộp, sau đó bỏ một viên phấn khác màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Tiếp tục lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn ra khỏi hộp, rồi bỏ thêm 2 viên phấn cùng màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Cuối cùng, lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn để có đủ 3 viên phấn.

**b.** Giả sử trong 3 viên phấn lấy ra luôn có viên phấn đỏ, tính xác suất để có thể lấy đúng 1 viên phấn trắng.



$$P(TTT) = \frac{294}{1872}$$

$$P(T) = \frac{307}{936}$$

$$\Rightarrow P(T|\overline{TTT}) = \frac{\frac{307}{936}}{1 - \frac{294}{1872}} = \frac{307}{789} = 0,3891$$



Sharing is learning

**Câu 1.** Có 7 viên phần trắng và 5 viên phần đỏ trong một chiếc hộp. Lấy ngẫu nhiên 1 viên phần ra khỏi hộp, sau đó bỏ một viên phần khác màu với viên phần vừa lấy vào lại hộp. Tiếp tục lấy ngẫu nhiên thêm một viên phần ra khỏi hộp, rồi bỏ thêm 2 viên phần cùng màu với viên phần vừa lấy vào lại hộp. Cuối cùng, lấy ngẫu nhiên thêm một viên phần để có đủ 3 viên phần.

**c. Biết rằng 2 viên phần ở 2 lần lấy cuối đều là viên phần đỏ. Tính xác suất để lấy viên phần đầu tiên là viên phần trắng.** **Gọi** A: Lấy viên phần trắng đầu tiên  
B: Lấy 2 viên phần đỏ ở 2 lần lấy cuối

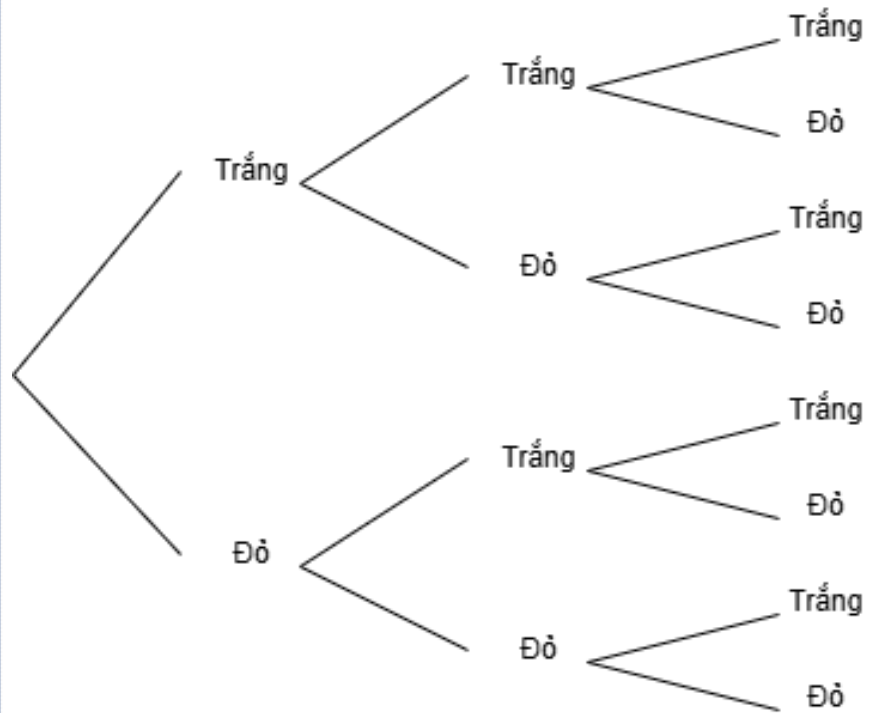
$$\Rightarrow P(A|B) = ?$$

Ta có:

$$+ P(A) = \frac{7}{12}$$

$$+ P(B) = P(TDD) + P(DDD)$$

$$= \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{7}{13} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{5}{13} = \frac{197}{936}$$



**Câu 1.** Có 7 viên phấn trắng và 5 viên phấn đỏ trong một chiếc hộp. Lấy ngẫu nhiên 1 viên phấn ra khỏi hộp, sau đó bỏ một viên phấn khác màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Tiếp tục lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn ra khỏi hộp, rồi bỏ thêm 2 viên phấn cùng màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Cuối cùng, lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn để có đủ 3 viên phấn.

**c. Biết rằng 2 viên phấn ở 2 lần lấy cuối đều là viên phấn đỏ. Tính xác suất để lấy viên phấn đầu tiên là viên phấn trắng.**

Gọi A: Lấy viên phấn trắng đầu tiên

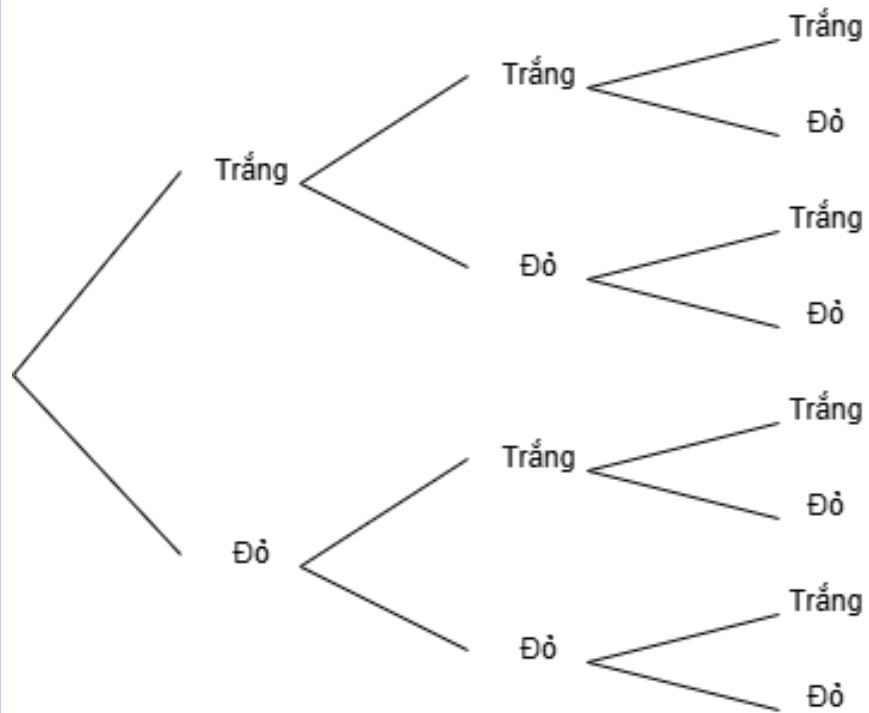
B: Lấy 2 viên phấn đỏ ở 2 lần lấy cuối

$$\Rightarrow P(A|B) = ?$$

Ta có:

$$P(A) = \frac{7}{12} \quad P(B) = \frac{197}{936}$$

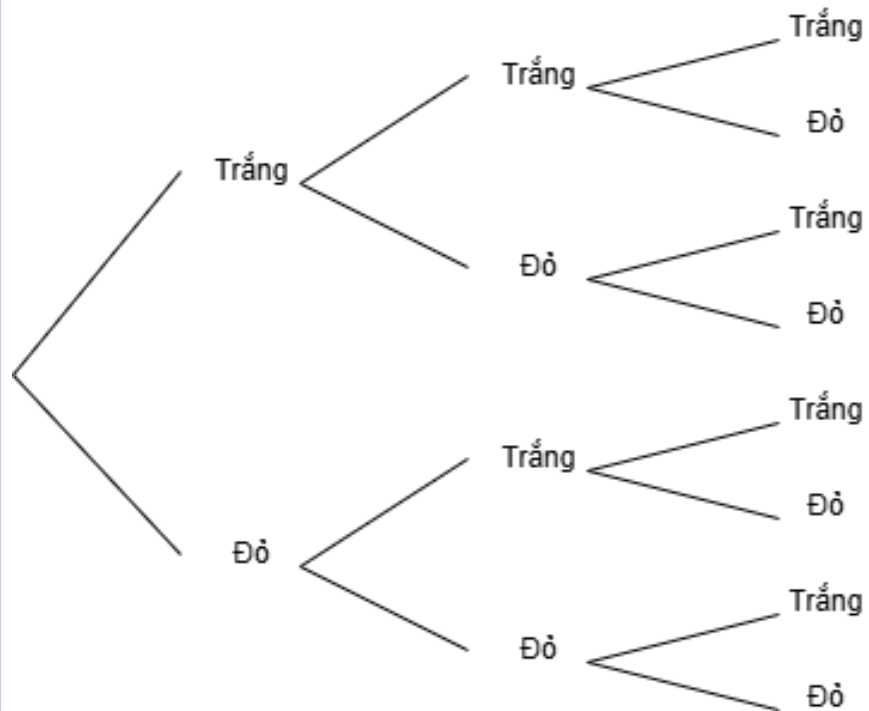
$$P(B|A) = \frac{\frac{7}{12} \cdot \frac{6}{12} \cdot \frac{7}{13}}{\frac{7}{12}} = \frac{7}{26}$$



Sharing is learning

**Câu 1.** Có 7 viên phấn trắng và 5 viên phấn đỏ trong một chiếc hộp. Lấy ngẫu nhiên 1 viên phấn ra khỏi hộp, sau đó bỏ một viên phấn khác màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Tiếp tục lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn ra khỏi hộp, rồi bỏ thêm 2 viên phấn cùng màu với viên phấn vừa lấy vào lại hộp. Cuối cùng, lấy ngẫu nhiên thêm một viên phấn để có đủ 3 viên phấn.

**c. Biết rằng 2 viên phấn ở 2 lần lấy cuối đều là viên phấn đỏ. Tính xác suất để lấy viên phấn đầu tiên là viên phấn trắng.**



Gọi A: Lấy viên phấn trắng đầu tiên

B: Lấy 2 viên phấn đỏ ở 2 lần lấy cuối

Vậy:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{7}{26} \cdot \frac{7}{12}}{\frac{197}{936}} = \frac{147}{197} = 0,7462$$



Sharing is learning

**Câu 2.** Một nhà nghiên cứu đo lường mức độ ô nhiễm không khí (PM2.5, đơn vị  $\mu\text{g} / m^3$ ) tại một khu công nghiệp trong các ngày làm việc. Dựa trên dữ liệu thu thập được, họ xác định rằng nồng độ bụi PM2.5 trong 1 ngày là một biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} k(30 - x)^2 & , \text{nếu } 0 \leq x \leq 30 \\ 0 & , \text{nếu } x < 0 \text{ hoặc } x > 30 \end{cases}$$

- Tìm giá trị của hằng số  $k$  để  $f(x)$  là một hàm mật độ xác suất hợp lệ.
- Tính xác suất để trong một ngày ngẫu nhiên, mức độ ô nhiễm không vượt quá ngưỡng an toàn của WHO là  $10 (\mu\text{g} / m^3)$ .
- Tìm nồng độ  $L (\mu\text{g} / m^3)$  sao cho 99% nồng độ bụi của công ty không vượt qua.



Sharing is learning



**Câu 2.** Một nhà nghiên cứu đo lường mức độ ô nhiễm không khí (PM2.5, đơn vị  $\mu\text{g}/m^3$ ) tại một khu công nghiệp trong các ngày làm việc. Dựa trên dữ liệu thu thập được, họ xác định rằng nồng độ bụi PM2.5 trong 1 ngày là một biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} k(30 - x)^2 & , \text{nếu } 0 \leq x \leq 30 \\ 0 & , \text{nếu } x < 0 \text{ hoặc } x > 30 \end{cases}$$

**a. Tìm giá trị của hằng số  $k$  để  $f(x)$  là một hàm mật độ xác suất hợp lệ.**

$$f(x) \text{ là một hàm mật độ xác suất hợp lệ} \Leftrightarrow \int_0^{30} k(30 - x)^2 dx = 1$$

$$\Leftrightarrow 9000k = 1$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{9000}$$



Sharing is learning

**Câu 2.** Một nhà nghiên cứu đo lường mức độ ô nhiễm không khí (PM2.5, đơn vị  $\mu\text{g}/m^3$ ) tại một khu công nghiệp trong các ngày làm việc. Dựa trên dữ liệu thu thập được, họ xác định rằng nồng độ bụi PM2.5 trong 1 ngày là một biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} k(30 - x)^2 & , \text{nếu } 0 \leq x \leq 30 \\ 0 & , \text{nếu } x < 0 \text{ hoặc } x > 30 \end{cases}$$

**b.** Tính xác suất để trong một ngày ngẫu nhiên, mức độ ô nhiễm không vượt quá ngưỡng an toàn của WHO là  $10 \mu\text{g}/m^3$ .

$$P(X \leq 10) = \frac{1}{9000} \int_0^{10} (30 - x)^2 dx \approx 0,703$$



**Câu 2.** Một nhà nghiên cứu đo lường mức độ ô nhiễm không khí (PM2.5, đơn vị  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ) tại một khu công nghiệp trong các ngày làm việc. Dựa trên dữ liệu thu thập được, họ xác định rằng nồng độ bụi PM2.5 trong 1 ngày là một biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} k(30 - x)^2 & , \text{nếu } 0 \leq x \leq 30 \\ 0 & , \text{nếu } x < 0 \text{ hoặc } x > 30 \end{cases}$$

c. Tìm nồng độ  $L$  ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ) sao cho 99% nồng độ bụi của công ty không vượt qua.

$$\begin{aligned} P(X \leq L) &= \frac{1}{9000} \int_0^L (30 - x)^2 dx = \frac{1}{9000} \int_0^L -(30 - x)^2 d(30 - x) \\ &= \frac{-1}{27000} (30 - x)^3 \Big|_0^L = \frac{-1}{27000} [(30 - L)^3 - 30^3] = 0,99 \Rightarrow L = 23,536 \end{aligned}$$



Sharing is learning

**Câu 3.** Một nghiên cứu về chiều cao (tính bằng cm) của nam thanh niên trong độ tuổi 18-25 tại một quốc gia cho thấy chiều cao tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng chiều cao trung bình là 172cm. các kết quả đo được cho thấy mức chênh lệch trung bình về chiều cao giữa các cá nhân là khoảng 4 cm.

- a. Tính xác suất để một nam thanh niên ngẫu nhiên trong độ tuổi này có chiều cao lớn hơn 185cm.
- b. Xác định chiều cao tối thiểu để một người thuộc nhóm 10% cao nhất trong dân số nghiên cứu.
- c. Tính xác suất để 1 nam thanh niên có chiều cao từ 165cm tới 180cm.



Sharing is learning

**Câu 3** Một nghiên cứu về chiều cao (tính bằng cm) của nam thanh niên trong độ tuổi 18-25 tại một quốc gia cho thấy chiều cao tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng chiều cao trung bình là 172cm. các kết quả đo được cho thấy mức chênh lệch trung bình về chiều cao giữa các cá nhân là khoảng 4 cm.

**Giải:** Gọi  $X$  là chiều cao của 1 nam thanh niên  $\Rightarrow X \sim N(\mu = 172, \sigma^2 = 4^2)$

a. Tính xác suất để một nam thanh niên ngẫu nhiên trong độ tuổi này có chiều cao lớn hơn 185cm.

$$\begin{aligned} P(X > 185) &= 1 - P(X \leq 185) = 1 - \Phi\left(\frac{185 - 172}{4}\right) \\ &= 1 - \Phi(3,25) = 1 - 0,9994 = 0,0006 \end{aligned}$$



Sharing is learning

**Câu 3** Một nghiên cứu về chiều cao (tính bằng cm) của nam thanh niên trong độ tuổi 18-25 tại một quốc gia cho thấy chiều cao tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng chiều cao trung bình là 172cm. các kết quả đo được cho thấy mức chênh lệch trung bình về chiều cao giữa các cá nhân là khoảng 4 cm.

**b. Xác định chiều cao tối thiểu để một người thuộc nhóm 10% cao nhất trong dân số nghiên cứu.**

- Gọi H là chiều cao tối thiểu.

$$P(X \geq H) = 1 - \phi\left(\frac{H - 172}{4}\right) = 0.1$$

$$\Leftrightarrow \frac{H - 172}{4} = 1.28 \Rightarrow H = 177.12$$



Sharing is learning

**Câu 3** Một nghiên cứu về chiều cao (tính bằng cm) của nam thanh niên trong độ tuổi 18-25 tại một quốc gia cho thấy chiều cao tuân theo phân phối chuẩn. Biết rằng chiều cao trung bình là 172cm. Các kết quả đo được cho thấy mức chênh lệch trung bình về chiều cao giữa các cá nhân là khoảng 4 cm.

**c. Tính xác suất để 1 nam thanh niên có chiều cao từ 165cm tới 180cm.**

$$\begin{aligned}P(165 \leq X \leq 180) &= \phi\left(\frac{180 - 172}{4}\right) - \phi\left(\frac{165 - 172}{4}\right) \\&= \phi(2) - \phi(-1.75) \\&= 0,9772 - 0,0401 = 0,9371\end{aligned}$$



Sharing is learning



**Câu 4.** Một lập trình viên viết 1 chương trình có 5000 dòng, trong đó có 250 dòng bị lỗi. Giả sử chọn ngẫu nhiên 50 dòng.

a) Tính xác suất có đúng 7 dòng bị lỗi.

b) Tính xác suất có không dưới 10 dòng bị lỗi.



Sharing is learning

**Câu 4.** Một lập trình viên viết 1 chương trình có 5000 dòng, trong đó có 250 dòng bị lỗi. Giả sử chọn ngẫu nhiên 50 dòng.

+ Gọi  $X$  là số dòng bị lỗi.

+ Vì  $n = 5000 > 30$  và  $p = 0,05 \leq 0,05 \Rightarrow$  dùng phân phối Poisson để xấp xỉ cho  $X \Rightarrow \lambda = 0,05.50 = 2,5$

**a) Tính xác suất có đúng 7 dòng bị lỗi.**

$$+ p(x) = \frac{e^{-2,5} \cdot 2,5^x}{x!}$$

$$P(X = 7) = \frac{e^{-2,5} \cdot 2,5^7}{7!} = 0,01$$



Sharing is learning

**Câu 4.** Một lập trình viên viết 1 chương trình có 5000 dòng, trong đó có 250 dòng bị lỗi. Giả sử chọn ngẫu nhiên 50 dòng.

+ Gọi  $X$  là số dòng bị lỗi.

+ Vì  $n = 5000 > 30$  và  $p = 0,05 \leq 0,05 \Rightarrow$  dùng phân phối Poisson để xấp xỉ cho  $X \Rightarrow \lambda = 0,05.50 = 2,5$

**b) Tính xác suất có không dưới 10 dòng bị lỗi.**

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10) = 1 - P(X \leq 9) \approx 1 - 1 \approx 0$$



# MỘT SỐ BÀI TẬP BỔ SUNG



**Sharing is learning**

**Câu 1:** Một hộp có 15 quả bóng, trong đó có 9 quả bóng màu vàng và 6 quả bóng màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 6 quả bóng cùng lúc, rồi từ đó rút ra 1 quả bóng.

a) Tính xác suất để rút được quả bóng màu xanh.

b) Giả sử quả bóng rút được là quả bóng màu xanh, tính xác suất để trong 6 quả bóng lấy ra có đúng 4 quả bóng màu xanh.



Sharing is learning

**Câu 1:** Một hộp có 15 quả bóng, trong đó có 9 quả bóng màu vàng và 6 quả bóng màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 6 quả bóng cùng lúc, rồi từ đó rút ra 1 quả bóng.

**+ Gọi  $X$  là số quả bóng xanh rút được**

+ Ta có:  $N = 15, M = 6$  (bóng xanh),  $k = 6 \Rightarrow X \sim H(15, 6, 6)$

**a) Tính xác suất để rút được quả bóng màu xanh.**

+ Số quả bóng xanh trung bình lấy được trong 6 quả đầu:

$$E(X) = k \frac{M}{N} = 6 \frac{6}{15} = 2,4$$

**+ Gọi  $Y$  là biến cố rút được bóng xanh từ 6 quả bóng vừa rút**

+ Xác suất để rút được quả bóng màu xanh:

$$P(Y) = \frac{2,4}{6} = 0,4$$



Sharing is learning

**Câu 1:** Một hộp có 15 quả bóng, trong đó có 9 quả bóng màu vàng và 6 quả bóng màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 6 quả bóng cùng lúc, rồi từ đó rút ra 1 quả bóng.

**b)** Giả sử quả bóng rút được là quả bóng màu xanh, tính xác suất để trong 6 quả bóng lấy ra có đúng 4 quả bóng màu xanh.

+ Đặt:

A: Biến cố 6 quả bóng có đúng 4 quả xanh

B: Biến cố quả bóng rút được là xanh

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ?$$



Sharing is learning



**Câu 1:** Một hộp có 15 quả bóng, trong đó có 9 quả bóng màu vàng và 6 quả bóng màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 6 quả bóng cùng lúc, rồi từ đó rút ra 1 quả bóng.

**b)** Giả sử quả bóng rút được là quả bóng màu xanh, tính xác suất để trong 6 quả bóng lấy ra có đúng 4 quả bóng màu xanh.

A: Biến cố 6 quả bóng có đúng 4 quả xanh

B: Biến cố quả bóng rút được là xanh

+ Xác suất chọn được đúng 4 quả xanh và 2 quả vàng:  $P(A) = \frac{C_6^4 \cdot C_9^2}{C_{15}^6}$

+ Xác suất quả bóng rút được là xanh:  $P(B|A) = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) \approx 0,072$



Sharing is learning

**Câu 1:** Một hộp có 15 quả bóng, trong đó có 9 quả bóng màu vàng và 6 quả bóng màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 6 quả bóng cùng lúc, rồi từ đó rút ra 1 quả bóng.

**b) Giả sử quả bóng rút được là quả bóng màu xanh, tính xác suất để trong 6 quả bóng đầu lấy ra có đúng 4 quả bóng màu xanh.**

A: Biến cố 6 quả bóng đầu có đúng 4 quả xanh

B: Biến cố quả bóng rút được là xanh

$$+ P(B) = 0,4 \text{ (vừa tính ở câu a)}$$

$$+ P(A \cap B) \approx 0,072$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{0,072}{0,4} \approx 0,18$$



**Câu 2:** Năng suất lúa của một vùng là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với  $\mu = 50$  tạ/ha với  $\sigma = 3,6$  tạ/ha.

a) Tìm xác suất để gặt ngẫu nhiên 10 thửa ruộng của vùng đó thì có 2 thửa ruộng có năng suất chênh lệch với năng suất trung bình không vượt quá 0,5 tạ/ha .

b) Tiền lúa thu được sẽ phụ thuộc vào năng suất của thửa ruộng. Với thửa ruộng có năng suất trên 55 tạ/ha sẽ thu được 1 100 000 VND, các thửa ruộng với năng suất từ 45 tạ/ha đến 55 tạ/ha sẽ thu được 700 000 VND, còn nếu không lớn hơn 45 tạ/ha thì thu được 300 000 VND. Trung bình 1 vụ lúa sẽ thu được bao nhiêu VND.



**Câu 2:** Năng suất lúa của một vùng là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với  $\mu = 50$  tạ/ha với  $\sigma = 3,6$  tạ/ha.

**a) Tìm xác suất để gặt ngẫu nhiên 10 thửa ruộng của vùng đó thì có 2 thửa ruộng có năng suất chênh lệch với năng suất trung bình không vượt quá 0,5 tạ/ha .**

- Gọi  $X$  là năng suất lúa của một vùng  $\Rightarrow X \sim N(\mu = 50, \sigma^2 = 3,6^2)$
- Gọi  $A$ : “Năng suất của một thửa ruộng chênh lệch với năng suất trung bình không quá 0,5 ha/tạ”
- Ta có  $|x - 50| < 0,5 \Leftrightarrow 49,5 < x < 50,5$

$$P(A) = P(49,5 < x < 50,5) = P(x < 50,5) - P(x < 49,5)$$

$$= \Phi\left(\frac{50,5 - 50}{3,6}\right) - \Phi\left(\frac{49,5 - 50}{3,6}\right) = \Phi(0,14) - \Phi(-0,14)$$

$$= 0,5557 - 0,4443 = 0,1114$$



**Câu 2:** Năng suất lúa của một vùng là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với  $\mu = 50$  tạ/ha với  $\sigma = 3,6$  tạ/ha.

a) Tìm xác suất để gặt ngẫu nhiên 10 thửa ruộng của vùng đó thì có 2 thửa ruộng có năng suất chênh lệch với năng suất trung bình không vượt quá 0,5 tạ/ha .

- Gọi Y là số thửa ruộng có năng suất trung bình không vượt quá 0,5 ha/ta

$$\Rightarrow Y \sim B(n = 10, p = 0,1114)$$

- Do đó :  $P(Y = 2) = C_{10}^2 p^2 (1 - p)^8 = 0,217$



Sharing is learning

**Câu 2:** Năng suất lúa của một vùng là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với  $\mu = 50$  tạ/ha với  $\sigma = 3,6$  tạ/ha.

**b)** Tiền lúa thu được sẽ phụ thuộc vào năng suất của thửa ruộng. Với thửa ruộng có năng suất trên 55 tạ/ha sẽ thu được 1 100 000 VND, các thửa ruộng với năng suất từ 45 tạ/ha đến 55 tạ/ha sẽ thu được 700 000 VND, còn nếu không lớn hơn 45 tạ/ha thì thu được 300 000 VND. Trung bình 1 vụ lúa sẽ thu được bao nhiêu VND.

$$P(X > 55) = 1 - \phi\left(\frac{55 - 50}{3,6}\right) = 1 - \phi(1,38) = 1 - 0,9162 = 0,0838$$

$$P(X < 45) = \phi\left(\frac{45 - 50}{3,6}\right) = \phi(-1,38) = 0,0838$$



Sharing is learning

**Câu 2:** Năng suất lúa của một vùng là biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn với  $\mu = 50$  tạ/ha với  $\sigma = 3,6$  tạ/ha.

**b)** Tiền lúa thu được sẽ phụ thuộc vào năng suất của thửa ruộng. Với thửa ruộng có năng suất trên 55 tạ/ha sẽ thu được 1 100 000 VND, các thửa ruộng với năng suất từ 45 tạ/ha đến 55 tạ/ha sẽ thu được 700 000 VND, còn nếu không lớn hơn 45 tạ/ha thì thu được 300 000 VND. Trung bình 1 vụ lúa sẽ thu được bao nhiêu VND.

$$\begin{aligned} + P(45 < X \leq 55) &= \phi\left(\frac{55-50}{3,6}\right) - \phi\left(\frac{45-50}{3,6}\right) \\ &= 0,9162 - 0,0838 = 0,8324 \end{aligned}$$

+ **Gọi  $Y$  là số tiền kiếm được.**

$$\begin{aligned} + E(Y) &= 0,0838.1100000 + 0,8324.700000 + 0,0838.300000 \\ &= 700000 \text{ VND} \end{aligned}$$





# BAN HỌC TẬP CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM

TRAINING GIỮA KỲ HỌC KỲ 2 NĂM HỌC 2024 – 2025



**Sharing is learning**

# HẾT

CẢM ƠN CÁC BẠN ĐÃ THEO DÕI  
CHÚC CÁC BẠN CÓ KẾT QUẢ THI THẬT TỐT!

 **BAN HỌC TẬP**

*Khoa Công nghệ Phần mềm*

*Trường Đại học Công nghệ Thông tin*

*Đại học Quốc gia thành phố Hồ Chí Minh*

 **CONTACT**

*bht.cnpm.uit@gmail.com*

*fb.com/bhtcnpm*

*fb.com/groups/bht.cnpm.uit*

 **TEAM TIẾNG ANH**

*english.with.bht@gmail.com*

 *creative.owl.se*

 *english.with.bht*



- Training
- Giải đáp
- Chia sẻ



- Design ấn phẩm
- Viết content
- Chụp ảnh



- Instagram
- Dịch thuật
- Thi thử

