

Câu 1: (2 điểm) Tỷ lệ một sinh viên năm nhất đã được học lập trình là 40%, trong số những sinh viên này có 14% biết tạo ra các trang web. Gặp ngẫu nhiên 1 sinh viên năm nhất.

- Tính xác suất sinh viên này biết lập trình và biết tạo trang web.
- Giả sử tỷ lệ sinh viên năm nhất biết tạo web là 15%. Tính xác suất gặp 1 sinh viên năm nhất biết lập trình hoặc biết tạo web.

Câu 2: (3 điểm) Tỷ lệ người trả lời một lời chào mời đặt hàng qua email là một biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ như sau

$$f(x) = \begin{cases} c(x+2), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{các trường hợp khác} \end{cases}$$

- Tìm c .
- Tính xác suất có hơn 1/4 nhưng ít hơn 3/4 số người được liên hệ sẽ phản hồi kiểu chào mời này.
- Tính tỷ lệ trung bình số người phản hồi kiểu chào mời này.

Câu 3: (3 điểm) Một công ty sản xuất màn hình tablet nói rằng tuổi thọ của các màn hình của họ có phân phối chuẩn với giá trị trung bình bằng 800 giờ và độ lệch chuẩn là 40 giờ.

- Tính xác suất một màn hình có tuổi thọ từ 778 đến 834 giờ.
- Giả sử tỷ lệ hỏng của các màn hình này (trong thời gian bảo hành) là 2%. Tính xác suất trong 80 màn hình này có ít hơn 5 màn hình bị hỏng trước thời gian bảo hành.
- Chọn ngẫu nhiên 8 màn hình của công ty này sản xuất. Tính xác suất có hơn 4 màn hình có tuổi thọ lớn hơn 810 giờ.

Câu 4. (2 điểm) Một báo cáo năm 2021 cho biết 30% sinh viên ngành công nghệ thông tin đáp ứng được các yêu cầu tuyển dụng của doanh nghiệp.

- Một công ty cần tuyển dụng 3 sinh viên ngành công nghệ thông tin mới tốt nghiệp. Tính xác suất công ty đó tuyển đủ 3 người đáp ứng được nhu cầu tuyển dụng khi phỏng vấn đến sinh viên thứ 10.
- Giả sử trong năm 2022 có 55000 sinh viên ngành công nghệ thông tin tốt nghiệp. Tính xác suất có hơn 16750 sinh viên đáp ứng được các nhu cầu tuyển dụng.

_____ Hết _____
Sinh viên được sử dụng tài liệu giấy và máy tính cầm tay.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

TRƯỞNG BỘ MÔN TOÁN - LÝ

PGS. TS. CAO THANH BÌNH

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu 1: (2 điểm)

Biến cố A : Sinh viên đã biết lập trình

Biến cố B : Sinh viên đã biết tạo trang web

$$P(A) = 0,4; \quad P(B|A) = 0,14 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

a. Xác suất sinh viên này biết lập trình và biết tạo trang web

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = 0,4 \times 0,14 = 0,056 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Xác suất gặp 1 sinh viên nắm nhất biết lập trình hoặc biết tạo web

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 0,4 + 0,15 - 0,056 = 0,494 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 2: (3 điểm)

a. Tìm c

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^1 c(x+2)dx = c(x^2/2 + 2x) \Big|_0^1 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$c = \frac{2}{5} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Tính $P(1/4 < X < 3/4)$.

$$P(1/4 < X < 3/4) = \int_{1/4}^{3/4} f(x)dx = \int_{1/4}^{3/4} \frac{2}{5}(x+2)dx \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= 0,5 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

c. Tỷ lệ trung bình số người phản hồi kiểu chào mời này.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^1 \frac{2}{5}x(x+2)dx \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= \frac{8}{15} = 0,5333 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 3. (3 điểm)

Đặt X tuổi thọ của màn hình.

Theo đề bài $X \sim N(800; 40^2)$ với $\mu = 800$ và $\sigma = 40$. (0,25 điểm)

a. Xác suất một màn hình có tuổi thọ từ 778 đến 834 giờ.

$$P(778 \leq X \leq 834) = P\left(\frac{778 - 800}{40} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{834 - 800}{40}\right) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= P(-0,55 \leq Z \leq 0,85) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= 0,8023 - 0,2912 = 0,5111 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Đặt Y là số màn hình bị hỏng trong 80 màn hình. Khi đó $Y \sim B(80; 0,02)$ (0,25 điểm)

$$P(Y < 5) = \sum_{i=0}^4 C_{80}^i (0,02)^i (0,98)^{80-i} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= 0,9776 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

c. Xác suất màn hình có tuổi thọ lớn hơn 810 giờ

$$P(X > 810) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{810 - 800}{40}\right) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= P(Z > 0,25) = 1 - 0,5987 = 0,4013 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Xác suất có hơn 4 màn hình (trong 8 màn hình) có tuổi thọ lớn hơn 810 giờ

$$\sum_{i=5}^8 C_8^i (0,4013)^i (0,5987)^{8-i} = 0,1757 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Câu 5. (2 điểm)

a. Xác suất công ty đó tuyển đủ 3 người đáp ứng được nhu cầu tuyển dụng khi phỏng vấn đến sinh viên thứ 10.

$$C_9^2 (0,3)^2 (0,7)^7 (0,3) = 0,08 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. Đặt X là số sinh viên (trong số 55000 sinh viên) đáp ứng được yêu cầu của các nhà tuyển dụng.

Theo đề bài $X \sim B(55000; 0,3)$ với $n = 55000$ và $p = 0,3$. (0,25 điểm)

Vì $np = 16500 \geq 5$ và $n(1-p) = 38500 \geq 5$ nên $X \approx N(np; np(1-p))$. (0,25 điểm)

Khi đó

$$P(X > 16750) = P(X > 16750,5) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$= P\left(\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} > \frac{16750,5 - 16500}{\sqrt{11550}}\right)$$

$$= 1 - \Phi(2,33) = 1 - 0,9901 = 0,0099 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Lưu ý:

- Nếu sinh viên dùng phân phối nhị thức

$$P(X > 16750) = \sum_{i=16751}^{55000} C_{55000}^i \cdot (0,3)^i \cdot (0,7)^{55000-i}$$

nhưng không có kết quả thì được 0,5 điểm.

- Nếu sinh viên không dùng hiệu chỉnh liên tục và tính được $P(X > 16750) = 0,01$ thì cho 1 điểm.

Hết