

# Bài 8. Prefix Prefix

## Bài toán:

Bạn được cho một mảng số nguyên `A[]` gồm `N` phần tử và `M` thao tác. Mỗi thao tác sẽ cộng thêm `D` đơn vị vào một đoạn `[L, R]` trong mảng `A`. Ngoài ra, bạn còn có `K` truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu thực hiện hàng loạt thao tác đánh số từ `x` đến `y` (trong số `M` thao tác ban đầu).

Nhiệm vụ của bạn là áp dụng toàn bộ các thao tác được yêu cầu trong `K` truy vấn và in ra mảng `A[]` sau cùng.

## Mục tiêu:

Tính toán chính xác mảng `A[]` sau khi áp dụng toàn bộ các thao tác tương ứng với `K` truy vấn.

## Ví dụ

Input:

```
6 5 2
1 7 5 2 8 7
2 6 5
1 5 1
1 6 1
2 6 4
2 5 4
2 5
2 4
```

Output:

```
7 38 36 33 39 27
```

## Ý tưởng giải:

### Bước 1: Xác định tần suất của từng thao tác

- Khởi tạo mảng hiệu `opFreq[]` có kích thước `M + 2`, dùng để lưu số lần **mỗi thao tác** được yêu cầu.
- Với mỗi truy vấn `[x, y]`, ta cập nhật:

```
opFreq[x] += 1
opFreq[y + 1] -= 1
```

- Sau đó cộng dồn `opFreq[]` để biết mỗi thao tác được thực hiện bao nhiêu lần.

### Bước 2: Gộp hiệu ứng các thao tác lên mảng A bằng mảng hiệu

- Dùng mảng hiệu `diff[]` kích thước `N + 2`, ban đầu là 0.

- Với mỗi thao tác  $(L, R, D)$  được dùng  $count$  lần, ta cập nhật:

```
diff[L] += count * D
diff[R + 1] -= count * D
```

### Bước 3: Áp dụng mảng hiệu để cập nhật A

- Tính **prefix sum** trên  $diff[]$  và cộng trực tiếp vào  $A[i]$ .



#### Độ phức tạp:

- Thời gian:  $O(N + M + K)$
- Không gian:  $O(N + M)$
- Thuật toán đảm bảo chạy tốt với  $N, M, K \leq 10^5$ .



#### Kết quả đầu ra:

Mảng  $A[i]$  sau khi thực hiện xong tất cả các thao tác được yêu cầu trong  $K$  truy vấn.



#### Ghi chú:

Đây là bài toán ứng dụng 2 lớp **mảng hiệu (difference array)**:

- Lớp ngoài: Ghi nhận số lần thực hiện mỗi thao tác.
- Lớp trong: Ghi nhận ảnh hưởng của thao tác đến mảng A.

Kỹ thuật này giúp ta xử lý hàng trăm nghìn truy vấn và thao tác trong thời gian tối ưu.