

Mảng cộng dồn 1 chiều

Mô tả

Mảng cộng dồn (prefix sum array) là một kỹ thuật tiền xử lý giúp **tính nhanh tổng đoạn con** trong một mảng.

Ý tưởng là tính trước tổng các phần tử từ đầu mảng đến vị trí bất kỳ, để từ đó truy xuất tổng của bất kỳ đoạn nào trong thời gian $O(1)$.

Công thức xây dựng

Giả sử có mảng `a` gồm `n` phần tử:

```
a[1], a[2], ..., a[n]
```

Ta xây dựng mảng cộng dồn `prefix` như sau:

```
prefix[0] = 0
prefix[i] = prefix[i - 1] + a[i]  với i từ 1 đến n
```

Công dụng chính

Sau khi xây mảng `prefix`, tổng các phần tử từ chỉ số `l` đến `r` ($1 \leq l \leq r \leq n$) được tính nhanh bằng công thức:

```
sum(l, r) = prefix[r] - prefix[l - 1]
```

→ Trả lời truy vấn tổng đoạn `[l, r]` trong $O(1)$.

Ví dụ minh họa

Input:

```
a = [3, 2, 4, 5, 1]
```

Prefix sum:

```
prefix[0] = 0
prefix[1] = 3
prefix[2] = 3 + 2 = 5
prefix[3] = 5 + 4 = 9
prefix[4] = 9 + 5 = 14
prefix[5] = 14 + 1 = 15
```

→ Tổng đoạn từ `a[2]` đến `a[4]` là:

```
prefix[4] - prefix[1] = 14 - 3 = 11
```

Độ phức tạp

- Thời gian khởi tạo: $O(n)$
 - Thời gian mỗi truy vấn: $O(1)$
 - Không gian: $O(n)$
-

Ứng dụng thực tế

- Tính tổng đoạn con nhiều lần
- Xử lý truy vấn dạng `sum(i, j)`
- Giải bài toán tìm đoạn con có tổng lớn nhất/nhỏ nhất
- Là cơ sở để phát triển các kỹ thuật nâng cao như: mảng hiệu, mảng cộng dồn 2 chiều, sliding window...