

Mảng hiệu

Mô tả

Mảng hiệu là một kỹ thuật giúp **tối ưu hóa việc cập nhật hàng loạt (range update)** trên một mảng.

Thay vì cộng trực tiếp vào từng phần tử, ta chỉ cần ghi nhận sự thay đổi ở đầu và cuối đoạn, sau đó **khôi phục mảng gốc bằng prefix sum**.



Cách xây dựng

Giả sử có mảng gốc `a[1..n]`. Ta xây dựng mảng hiệu `diff[1..n]` như sau:

```
diff[1] = a[1]
diff[i] = a[i] - a[i - 1] (với i ≥ 2)
```



Cập nhật đoạn [l, r] với +x

Khi muốn cộng `x` vào tất cả các phần tử trong đoạn từ `l` đến `r`, ta chỉ cần:

```
diff[l] += x
diff[r+1] -= x (nếu r+1 ≤ n)
```

Sau khi hoàn tất các cập nhật, khôi phục lại mảng gốc bằng cộng dồn:

```
a[1] = diff[1]
a[i] = a[i-1] + diff[i] (với i ≥ 2)
```



Ví dụ minh họa

Cho mảng ban đầu: `a = [0, 0, 0, 0, 0]`

Cập nhật: cộng 3 vào đoạn [2,4]

→ `diff = [0, 3, 0, 0, -3]`

Khôi phục lại mảng gốc:

```
a[1] = 0
a[2] = 0 + 3 = 3
a[3] = 3 + 0 = 3
a[4] = 3 + 0 = 3
a[5] = 3 - 3 = 0
```

→ Kết quả: `[0, 3, 3, 3, 0]`



Độ phức tạp

- Khởi tạo mảng hiệu: $O(n)$
- Cập nhật một đoạn: $O(1)$

- **Khôi phục mảng sau tất cả cập nhật:** $O(n)$
-

Ứng dụng thực tế

- Bài toán cập nhật nhiều đoạn (range update) hiệu quả
- Xử lý truy vấn trong competitive programming
- Xây dựng các hệ thống cộng/trừ điểm hoặc phân bổ tài nguyên