

Mảng cộng dồn 2 chiều

Mô tả

Mảng cộng dồn 2 chiều là một kỹ thuật mạnh giúp **tính tổng nhanh các hình chữ nhật con** trong ma trận.

Ý tưởng là xây dựng một ma trận phụ `prefix[i][j]` chứa tổng tất cả các phần tử từ góc trên trái `(1,1)` đến ô `(i,j)`.

Công thức xây dựng

Giả sử có ma trận `a` kích thước `n x m`.

Ta xây dựng mảng `prefix` theo công thức:

```
prefix[i][j] = a[i][j]
              + prefix[i-1][j]
              + prefix[i][j-1]
              - prefix[i-1][j-1]
```

Giá trị khởi tạo: `prefix[0][*] = prefix[*][0] = 0`

Tính tổng hình chữ nhật bất kỳ

Để tính tổng các phần tử trong hình chữ nhật có góc trên trái là `(x1, y1)` và góc dưới phải là `(x2, y2)`, sử dụng công thức:

```
sum = prefix[x2][y2]
      - prefix[x1-1][y2]
      - prefix[x2][y1-1]
      + prefix[x1-1][y1-1]
```

Ví dụ minh họa

Ma trận gốc (3x3):

```
1 2 3
4 5 6
7 8 9
```

Prefix Sum:

```
1 3 6
5 12 21
12 27 45
```

Tính tổng hình chữ nhật từ (2,2) đến (3,3):

```
sum = prefix[3][3] - prefix[1][3] - prefix[3][1] + prefix[1][1]
     = 45 - 6 - 12 + 1 = 28
```

Độ phức tạp

- Thời gian khởi tạo: $O(n \times m)$
 - Thời gian mỗi truy vấn: $O(1)$
 - Không gian: $O(n \times m)$
-

Ứng dụng thực tế

- Truy vấn tổng hình chữ nhật trong ma trận
- Bài toán số lượng điểm/sự kiện trong vùng
- Tối ưu hóa giải thuật trên ảnh số, bản đồ
- Phát hiện mẫu hoặc vùng giá trị lớn trong grid