

Bài 3. Thu hoạch cà rốt

Mô tả bài toán

Tèo có một mảnh vườn hình chữ nhật kích thước $N \times M$, được chia thành các ô vuông nhỏ. Mỗi ô trồng một cây cà rốt:

- 0: cây bị chết
- 1: cây có củ (thu hoạch được)

Có Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu tính tổng số cây cà rốt có củ trong một vùng hình chữ nhật con, được xác định bởi các chỉ số hàng x_1 đến x_2 và cột y_1 đến y_2 .

Input Format

- Dòng 1: Hai số nguyên N và M
- N dòng tiếp theo: mỗi dòng chứa M số nguyên (0 hoặc 1) mô tả mảnh vườn
- Dòng kế tiếp: số lượng truy vấn Q
- Q dòng tiếp theo: mỗi dòng 4 số nguyên x_1, x_2, y_1, y_2 mô tả truy vấn

Chỉ số dòng và cột bắt đầu từ 1

Ràng buộc

- $1 \leq N, M \leq 1000$
- $1 \leq Q \leq 10^5$
- $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq N$
- $1 \leq y_1 \leq y_2 \leq M$

Output Format

- Với mỗi truy vấn, in ra tổng số cà rốt có thể thu hoạch trong vùng hình chữ nhật tương ứng, mỗi kết quả trên một dòng.

Ví dụ minh họa

Input:

```
8 8
1 1 0 0 0 1 1 1
1 0 0 0 1 1 1 1
0 1 1 1 0 0 1 0
1 1 1 1 0 1 1 0
```

```
11111011
10010101
00001010
11000101
3
2 3 17
2 2 2 7
1 2 1 8
```

Output:

```
8
3
10
```

Ý tưởng thuật toán

Bài toán yêu cầu trả lời nhanh truy vấn tổng hình chữ nhật trong ma trận nhị phân. Ta sử dụng **mảng cộng dồn 2 chiều** `prefix[][]` để giải quyết.

Công thức tính mảng cộng dồn:

$$\text{prefix}[i][j] = \text{prefix}[i-1][j] + \text{prefix}[i][j-1] - \text{prefix}[i-1][j-1] + a[i][j]$$

→ Tổng từ `(x1, y1)` đến `(x2, y2)` được tính nhanh bằng:

$$\text{res} = \text{prefix}[x2][y2] - \text{prefix}[x1-1][y2] - \text{prefix}[x2][y1-1] + \text{prefix}[x1-1][y1-1]$$

| Lưu ý: chỉ số phải chuyển sang 1-based khi xây dựng `prefix[][]`.

Độ phức tạp

- **Tiền xử lý:** $O(N \times M)$
- **Mỗi truy vấn:** $O(1)$
- **Tổng thời gian:** $O(N \times M + Q)$

→ Hoàn toàn tối ưu cho dữ liệu lớn.