Chương 6
Phụ thuộc hàm

Phụ thuộc hàm

- **Định nghĩa**: Cho một lược đồ quan hệ gồm n thuộc tính: R(A1, A2,…, An)
  - X, Y là hai tập con của R+={A1, A2,…, An}.
  - r là một quan hệ trên R.
  - t1, t2 là hai bộ bất kỳ của r.

  Phụ thuộc hàm giữa hai thuộc tính X và Y ký hiệu là **X→Y** được định nghĩa như sau:

$$X \rightarrow Y \Leftrightarrow (t1.X = t2.X \Rightarrow t1.Y = t2.Y)$$

(Ta nói X xác định Y hay Y phụ thuộc hàm vào X)

1.Cho tập phụ thuộc hàm:

- F={AB→E, AG→ I, BE→ I, E→G, GI→H}
- Chứng minh rằng (AB→ GH)

2.Cho 1 lược đồ quan hệ R(U,F) với U={BDIOQS} và F= {S→D, I→B, IS→Q, B→O}

  - Trong những phụ thuộc hàm sau, phụ thuộc nào thuộc F+:
  - BI→ SQ, IS → DOB, BIS → QD?
  - Tìm bao đóng của tập thuộc tính $\{IS\}^+$
  - Tìm phủ tối thiểu của F

Phụ thuộc hàm

- Ví dụ: cho lược đồ quan hệ **NV_DuAn**

NV_DuAn(MaNV, MaDuAn, Sogio, TenNV, TenDuAn, Diadiem)

MaNV	MaDuAn	Sogio	TenNV	TenDuAn	Diadiem
NV01	1	32	Tuấn	Dự án A	Bình Thạnh
NV01	2	7	Tuấn	Dự án B	Gò Vấp
NV02	3	40	Hoàng	Dự án C	Thủ Đức
NV03	1	30	Phong	Dự án A	Bình Thạnh
NV03	2	20	Phong	Dự án B	Gò Vấp

Tìm các phụ thuộc hàm có thể có trong lược đồ trên?

Phụ thuộc hàm

- Ví dụ: các phụ thuộc hàm trong lược đồ quan hệ **NV_DuAn**
  - MaNV → TenNV
  - MaDuAn → {TenDuAn, Diadiem}
  - {MaNV, MaDuAn} → Sogio

Phụ thuộc hàm hiển nhiên

- Một phụ thuộc hàm **X → Y** là **hiển nhiên** nếu Y là tập con của X

  Ví dụ: {Ten, ManguoiGSat → {Ten}

- Một phụ thuộc hàm **X →Y** **không hiển nhiên** nếu $Y \cap X = \varnothing$

  Ví dụ: {MaNguoiGSat} → {Chuyenmon}

Tính chất của phụ thuộc hàm

- **Phụ thuộc hàm được suy diễn logic từ F**
  - Phụ thuộc hàm **X → Y** được suy diễn logic từ F nếu một quan hệ r bất kỳ thỏa mãn tất cả các phụ thuộc hàm của F thì cũng thỏa phụ thuộc hàm **X → Y.** Ký hiệu F|= X → Y.
- **Bao đóng của F (F^+)**
  - Bao đóng của F ký hiệu **F^+** là tập tất cả các phụ thuộc hàm được suy diễn logic từ F.

Tiên đề Armstrong

- **Các luật của tiên đề Armstrong**
  - Cho X,Y, Z,W là tập con của R+ và **r** là quan hệ bất kỳ của R

1. **Luật phản xạ** (reflexive rule):

   Nếu Y $\subset$ X thì X $\rightarrow$ Y

2. **Luật tăng trưởng**(augmentation rule):

   Nếu Z $\subset$ Q và X $\rightarrow$ Y thì XZ $\rightarrow$ YZ

3. **Luật bắc cầu** (Transivity Rule)

   Nếu X $\rightarrow$ Y và Y $\rightarrow$ Z thì X $\rightarrow$ Z

Tiên đề Armstrong

- Các luật bổ sung được chứng minh từ 3 tiên đề trên

1. **Luật hợp (Union Rule)**

   Nếu X → Y và X → Z thì X → YZ

2. **Luật bắc cầu giả (Pseudotransivity Rule)**

   Nếu X → Y và WY → Z thì XW → Z

3. **Luật phân rã (Decomposition Rule)**

   Nếu X → YZ thì X → Y and X → Z

Bao đóng của tập thuộc tính

- **Định nghĩa**:
  - R là lược đồ quan hệ.
  - r là một quan hệ trên R,
  - F là tập các phụ thuộc hàm trong R.
  - X, Ai là các tập con của R+

Bao đóng của tập thuộc tính X đối với F ký hiệu là X^+ được định nghĩa: $\mathbf{X^+ = \cup Ai}$

với $\boldsymbol{X \rightarrow Ai}$ *là phụ thuộc hàm được suy diễn từ F dựa vào tiên đề Armstrong*

Bao đóng của tập thuộc tính

- **Thuật toán tìm bao đóng**
  - Tính liên tiếp tập các tập thuộc tính $X_0, X_1, X_2, \ldots$ theo phương pháp sau:
  - *Bước 1*: $X_0 = X$
  - *Bước 2*: lần lượt xét các phụ thuộc hàm của F
    - Nếu $Y \rightarrow Z$ có $Y \subseteq Xi$ thì $Xi+1 = Xi \cup Z$
    - Loại phụ thuộc hàm $Y \rightarrow Z$ khỏi F
  - *Bước 3*: Nếu ở bước 2 không tính được X_{i+1} thì Xi chính là bao đóng của X
  - Ngược lại lặp lại bước 2

Bao đóng của tập thuộc tính

Ví dụ: Cho lược đồ quan hệ R(A,B,C,D,E,G,H) và tập phụ thuộc hàm F={B→A; DA→CE; D→H; GH→ C; AC→D}. Tìm bao đóng của X = {AC} trên F

- $X^{(0)}$ = {A,C} , {A,C}→{D}
- $X^{(1)}$ = {A,C,D}, {A, D}→{C,E}
- $X^{(2)}$ = {A,C,D,E}, {D}→{H}
- $X^{(3)}$ = {A,C,D,E,H}
- X^{+}= $X^{(3)}$

Cho X = {B, D} ->X^{+}?

- X0= BD, CÓ B->A => BDA
- X1= BDA, CÓ DA -> CE => BDACE
- X2= BDACE CÓ D->H=> BDACEH
- X+= ABCDEH

ACDEH

Bao đóng của tập thuộc tính

- Ví du 2: cho lược đồ quan hệ: R(A,B,C,D,E,G)

  F = { A → C; A → EG; B → D; G → E}

  - Tìm bao đóng của X^+ và Y^+ của

  X = {A,B}=ABCEGD ; Y = {C,G,D} =CDGE

- AB+=ABCEGD
- CGD+=CDGE

Sử dụng bao đóng của tập thuộc tính

- **Kiểm tra siêu khóa** (Testing for superkey)
  - Để kiểm tra X có phải là siêu khóa: tính X^+, nếu X^+ chứa tất cả các thuộc tính của *R* thì X là siêu khóa.
  - X là khóa dự tuyển (candidate key) nếu không tập con nào trong số các tập con của nó là khóa.

Sử dụng bao đóng của tập thuộc tính

- **Kiểm tra một phụ thuộc hàm X→Y có được suy dẫn từ F.**
  - Tính X^+ dựa trên tập F, nếu X^+ chứa Y thì X→Y được suy ra từ F
- **Kiểm tra 2 tập phụ thuộc hàm tương đương $F^+=G^+$**
  - Với mỗi phụ thuộc hàm $Y \rightarrow Z$ trong F
    - Tính Y+ trên tập phụ thuộc hàm G
    - Nếu $Z \subseteq Y+$ thì $Y \rightarrow Z$ trong G+ và ngược lại

Bao đóng của tập phụ thuộc hàm

- **Bao đóng của F** ký hiệu **F+** là tập tất cả các phụ thuộc hàm được suy diễn logic từ F.
- **Thuật toán tìm bao đóng F+**
  - F là tập phụ thuộc hàm
  - Với mỗi tập thuộc tính X, tính X+ dựa trên F
  - Với mỗi thuộc tính A∈X+
  - Thêm phụ thuộc hàm X → A vào F+
  - Lặp lại cho các thuộc tính còn lại

Bao đóng của tập phụ thuộc hàm

- Ví dụ: cho lược đồ quan hệ R(A,B,C,D) và tập phụ thuộc hàm F={A→B, B→C}, tính F+
  - $A^+ = AB^+ = AC^+ = ABC^+ = \{A, B, C\}$
  - $B^+ = BC^+ = \{B, C\}$
  - $C^+ = \{C\}$
  - $D^+ = \{D\}$
  - $AD^+ = \{A, D\}$
  - $BC^+ = \{B, C\}$
  - $BD^+ = BCD^+ = \{B, C, D\}$
  - $ABD^+ = ABCD^+ = \{A, B, C, D\}$
  - $ACD^+ = \{A, C, D\}$

F+ được tạo ra từ tất cả những bao đóng này

Bài tập

1. Cho Q+={ABC}.

   a) Tìm tất các các tập con của Q

   b) Tìm tất cả các phụ thuộc hàm có thể có của Q (không liệt kê phụ thuộc hàm hiển nhiên)

2. Cho F = {AB→C, B→D, C→E, CE→GH, G→A}

   a) Hãy chứng tỏ phụ thuộc hàm AB→E,AB → G được suy diễn từ F nhờ luật dẫn Armstrong

   b) Tìm bao đóng của AB(với bài toán không nói gì về lược đồ quan hệ Q ta ngầm hiểu Q+ là tập thuộc tính có trong F nghĩa là Q+={ABCEGH})

Bài tập

4. Cho F = {A→D,AB → DE,CE → G,E → H}. Hãy tìm bao đóng của AB.
5. Cho F={AB → E, AG → I, BE → I, E → G, GI → H}.
   - Hãy chứng tỏ phụ thuộc hàm AB → GH được suy diễn từ F nhờ luật dẫn Armstrong
   - Tìm bao đóng của {AB}
6. Cho F={A → D, AB → E, BI → E, C → I, E → C} tìm bao đóng của {AE}+

Phụ thuộc hàm tương đương

- **Định Nghĩa:** Hai tập phụ thuộc hàm F và G là tương đương (Equivalent) nếu F+ = G+
  - ký hiệu F = G.
- **Thuật toán** xác định F và G có tương đương không
  - *Bước 1*: Với mỗi phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ của F ta xác định xem $X \rightarrow Y$ có là thành viên của G không
  - *Bước 2*: Với mỗi phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ của G ta xác định xem $X \rightarrow Y$ có là thành viên của F không
  - Nếu cả hai bước trên đều đúng thì $F \equiv G$

Phụ thuộc hàm tương đương

- Ví dụ: Cho lược đồ quan hệ Q(ABCE) hai tập phụ thuộc hàm:

  $F=\{A\rightarrow BC, A\rightarrow D, C\rightarrow E\}$

  $G = \{A\rightarrow BCE, A\rightarrow ABD, C\rightarrow E\}$

  a) F có tương đương với G không?

  b) F có tương đương với G'=$\{A\rightarrow BCE\}$ không?

$F=\{A\rightarrow BC, A\rightarrow D, C\rightarrow E\}$

b) F có tương đương với G'=$\{A\rightarrow BCE\}$ không?

Xét F : $A\rightarrow BC, A\rightarrow D, C\rightarrow E$ được suy ra từ G'

$A+_{G''=ABCE}$

PTH từ F không được suy ra từ G'

Xét G'' $A\rightarrow BCE$ được suy ra từ F

……

PTH từ G' được suy ra từ F

Kết luận : F không tương đương G'

$F=\{A\rightarrow BC, A\rightarrow D, C\rightarrow E\}$ Q(ABCE)

$G = \{A\rightarrow BCE, A\rightarrow ABD, C\rightarrow E\}$

a) F có tương đương với G không?

1. Xét F, có tương đương với G ko ?

Chứng minh : $A\rightarrow BC, A\rightarrow D$ là thành viên của G

Bao đóng : $A^{+}_{G=}ABCED$

2. Xét G, có tương đương với F ko

Chứng minh : $A\rightarrow BCE, A\rightarrow ABD$ là thành viên của F

A->C, C->E, A->E(BC) A-> BCE (Hợp)

A->B (PR) A->BD (Hợp) A->ABC (Thêm) A->A (PR) A->ABD (Hợp)

Bao đóng : $A^{+}_{F\ =}$ ABCDE

(1) & (2) : $F \equiv G$

Phụ thuộc hàm tương đương

a) Tính A^+ dựa trên tập G

- $A^+=ABCE \Rightarrow$ trong G^+ có $A \rightarrow BC$ và $A \rightarrow D$

  $\Rightarrow F \subseteq G^+ \Rightarrow F^+ \subseteq G^+$ (1).

Tính A^+ dựa trên tập F

- $A^+=ABCE \Rightarrow$ trong F^+ có $A \rightarrow BCE$ và $A \rightarrow ABD$

  $\Rightarrow F^+ \supseteq G \Rightarrow F^+ \supseteq G^+$ (2)

- (1) và(2) $\Rightarrow F^+ = G^+ \Rightarrow F \equiv G$.

b) Do G'^+ không chứa phụ thuộc hàm $C \rightarrow E \Rightarrow$ F không tương đương với G'

Phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa

- F là tập các phụ thuộc hàm trên lược đồ quan hệ R.
- $Z \rightarrow Y \in F$.
- Phụ thuộc hàm **$Z \rightarrow Y$** có vế trái dư thừa nếu có một $A \in Z$ sao cho: **$F \equiv F - \{Z \rightarrow Y\} \cup \{(Z-A) \rightarrow Y\}$**

Ví dụ 1:

Cho Q(A,B,C), $F=\{AB \rightarrow C; B \rightarrow C\}$

$F \equiv F-\{AB \rightarrow C\} \cup \{(AB-A) \rightarrow C\}=\{B \rightarrow C\}$

$AB \rightarrow C$: là phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa

Phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa

- **Thuật toán loại bỏ phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa**
  - Cho lược đồ quan hệ R và tập phụ thuộc hàm F, X và Y là tập con khác rỗng của R+
  - Xét lần lượt các phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ trong F
  - Với mọi tập con $X' \neq \emptyset$ của X, nếu $X' \rightarrow Y \in F^+$ thì thay $X \rightarrow Y$ bằng $X' \rightarrow Y$

Phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa

Ví dụ: $F = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow C, AB \rightarrow D\}$,

Phụ thuộc hàm dư thừa

- F là tập phụ thuộc hàm không dư thừa nếu không tồn tại $F' \subset F$ sao cho $F' \equiv F$. Ngược lại F là tập phụ thuộc hàm dư thừa.

  Ví dụ:

  Cho $F = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow D, AB \rightarrow D\}$

  thì F dư thừa vì $F \equiv F' = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow D\}$

Phụ thuộc hàm dư thừa

- Tập các phụ thuộc hàm có thể là dư thừa vì chúng có thể suy diễn từ các FDs khác.
  - Ví dụ:

    $A \rightarrow C$ là dư thừa đối với F: $(A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow C)$
- Một phần của phụ thuộc hàm cũng có thể dư thừa.
  - Ví dụ:

    $F = (A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow C, D)$

    có thể được viết lại:

    $F = (A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D)$

Phụ thuộc hàm dư thừa

- **Cách loại bỏ phụ thuộc hàm dư thừa**
  - Lần lượt xét từng phụ thuộc hàm trong tập F
  - Giả sử phụ thuộc hàm X→Y dư thừa,
  - Tính X+ dựa trên tập G={F-(X→Y)}
    - Nếu X+ chứa Y thì phụ thuộc hàm X→Y là dư thừa, loại bỏ trong bước xét phụ thuộc hàm tiếp theo
    - Nếu X+ không chứa Y thì X→Y không dư, thì trả lại X→Y vào F

Phủ tối thiểu của tập phụ thuộc hàm

- **Tập phụ thuộc hàm tối thiểu (minimal cover)**
  - F được gọi là một tập phụ thuộc hàm tối thiểu (hay phủ tối thiểu) nếu F thỏa đồng thời ba điều kiện sau:
    - F là tập phụ thuộc hàm có vế trái không dư thừa
    - F là tập phụ thuộc hàm có vế phải một thuộc tính.
    - F là tập phụ thuộc hàm không dư thừa

Phủ tối thiểu của tập phụ thuộc hàm

- **Thuật toán tìm phủ tối thiểu của một tập phụ thuộc hàm**
  - *Bước 1:* Loại bỏ các phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa.
  - *Bước 2*: Tách các phụ thuộc hàm có vế phải nhiều hơn một thuộc tính thành các phụ thuộc hàm có vế phải một thuộc tính.
  - *Bước 3:* Loại bỏ các phụ thuộc hàm dư thừa

Phủ tối thiểu của tập phụ thuộc hàm

- **Ví dụ 1:** Cho lược đồ quan hệ Q(A,B,C,D) và tập phụ thuộc F ={AB $\rightarrow$CD, B $\rightarrow$ C, C $\rightarrow$ D}. Tìm phủ tối thiểu của F.
  - *Bước 1*: AB $\rightarrow$ CD là phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa?
    - Xét B $\rightarrow$ CD$\in$F$^+$?

    Tính B+ =BCD $\Rightarrow$ B $\rightarrow$ CD $\in$F+
    - Vậy AB $\rightarrow$ CD là phụ thuộc hàm có vế trái dư thừa A $\Rightarrow$ F={B $\rightarrow$ CD; B $\rightarrow$ C; C $\rightarrow$ D}
  - *Bước 2*: tách các phụ thuộc hàm có vế phải nhiều hơn 1 thuộc tính thành các phụ thuộc hàm có vế phải 1 thuộc tính

$$F=\{B\rightarrow D;\ B \rightarrow C;\ C \rightarrow D\}=F_{1tt}$$

Phủ tối thiểu của tập phụ thuộc hàm

- *<u>Bước 3</u>*:
  Trong F_{1tt}, $B \to C$ là phụ thuộc hàm dư thừa?
  $B \to C \in G+$?
  với $G = F_{1tt} - \{B \to C\}=\{B \to D;C \to D\}$
  $B_G^+=BD \Rightarrow B \to C \notin G+$
  $\Rightarrow$ trong F_{1tt} $B \to C$ không dư thừa.
  Trong F_{1tt},$B \to D$ là phụ thuộc hàm dư thừa?
  $B \to D \in G+$?
  với $G = F_{1tt} - \{B \to D\}=\{B \to C; C \to D\}$
  $B_G^+=BC\,D \Rightarrow B \to D \in G+$
  $\Rightarrow$trong F_{1tt}, $B \to D$ dư thừa.
- Kết quả của bước 3 cho phủ tối thiểu:
  $F=\{B \to C;C \to D\}=F_{tt}$

Phủ tối thiểu của tập phụ thuộc hàm

- **Ví dụ 6**: Cho lược đồ quan hệ Q(A,B,C,D) và tập phụ thuộc F như sau:

  $$F = \{A \rightarrow C; C \rightarrow A; CB \rightarrow D; AD \rightarrow B; AB \rightarrow D\}$$

- Hãy tìm phủ tối thiểu của F

Khóa của lược đồ quan hệ

- **Định Nghĩa**: Cho lược đồ quan hệ Q(A1,A2,…,An)
  - Q+ là tập thuộc tính của Q.
  - F là tập phụ thuộc hàm trên Q.
  - K là tập con của Q+

K là một khóa của Q nếu:

  - K+ = Q+
  - Không tồn tại K' $\subset$ K sao cho K'+= Q+

Khóa của lược đồ quan hệ

- Tập thuộc tính S được gọi là ***siêu khóa*** nếu **S $\supseteq$K**
- Thuộc tính ***A*** được gọi là ***thuộc tính khóa*** nếu A$\in$K với K là khóa bất kỳ của Q. Ngược lại A được gọi là ***thuộc tính không khóa.***
- Một lược đồ quan hệ có thể có nhiều khóa và tập thuộc tính không khóa cũng có thể bằng rỗng

Khóa của lược đồ quan hệ

- **Thuật toán tìm một khóa của lược đồ quan hệ**
  - *Bước 1*: gán K = Q+
  - *Bước 2*: A là một thuộc tính của K, đặt K’ = K - A. Nếu K’+= Q+ thì gán K = K' thực hiện lại bước 2
    - Nếu muốn tìm các khóa khác (nếu có) của lược đồ quan hệ, ta có thể thay đổi thứ tự loại bỏ các phần tử của K

Khóa của lược đồ quan hệ

- **Ví dụ**: cho lược đồ quan hệ Q và tập phụ thuộc hàm F như sau: Q(A,B,C,D,E), F={AB→C, AC → B, BC → DE} tìm khóa K

  B1: K=Q+ ⇒ K=ABCDE

  B2:(K\A)+ ⇒(BCDE)+=BCDE ≠ Q+ ⇒ K=ABCDE

  B3:(K\B)+ ⇒(ACDE)+= ABCDE = Q+ ⇒ K=ACDE

  B4: (K\C)+ ⇒(ADE)+ = ADE ≠ Q+ ⇒ K=ACDE

  B5: (K\D)+ ⇒ (ACE)+ = ACEBD=Q+ ⇒ K=ACE

  B6: (K\E)+ ⇒(AC)+ = ACBDE =Q+ ⇒ **K=AC**

Khóa của lược đồ quan hệ

- **Ví dụ**: cho lược đồ quan hệ R(ABCDEGHI) và tập phụ thuộc hàm F={AC$\rightarrow$ B; BI $\rightarrow$ AC; ABC $\rightarrow$ D; H $\rightarrow$ I; ACE $\rightarrow$ BCG; CG $\rightarrow$ AE}, tìm khóa của lược đồ R
- F={
- AC$\rightarrow$ B;
- BI $\rightarrow$ AC;
- ABC $\rightarrow$ D;
- H $\rightarrow$ I;
- ACE $\rightarrow$ BCG;
- CG $\rightarrow$ AE},

Khóa của lược đồ quan hệ

- Thuật toán tìm **tất cả khóa** của lược đồ quan hệ:
  - *Bước 1*: Xác định tất cả các tập con khác rỗng của Q+={X1, X2, …,$X_{2^{n}-1}$ }
  - *Bước 2*: Tìm bao đóng của các Xi
  - *Bước 3*: Siêu khóa là các Xi có Xi+= Q+
    - Giả sử ta đã có các siêu khóa là S = {S1,S2,…,Sm}
  - *Bước 4*: xét mọi Si, Sj con của S (i ≠ j), nếu Si ⊂ Sj thì loại Sj (i,j=1..n), kết quả còn lại của S chính là tập tất cả các khóa cần tìm.

Khóa của lược đồ quan hệ

- **Ví dụ:** cho lược đồ quan hệ R (C,S,Z) và tập phụ thuộc hàm F={CS→Z, Z→C} Tìm tất cả các khóa của lược đồ quan hệ

X_i	X_i^+	**Super key**	**Key**
C	C		
S	S		
CS	CSZ	CS	CS
Z	ZC		
CZ	CZ		
SZ	SZC	SZ	SZ
CSZ	CSZ	CSZ	

Khóa của lược đồ quan hệ

- **Thuật toán (cải tiến) tìm tất cả khóa của một lược đồ quan hệ**
  - *Bước1*: tạo tập thuộc tính nguồn **TN,** tập thuộc tính trung gian **TG**
  - *Bước2*:
    - Nếu TG = ∅ thì lược đồ quan hệ chỉ có một khóa K = **TN** kết thúc
    - Ngược lại Qua bước 3
  - *Bước3*: tìm tất cả các tập i của tập trung gian **TG** con X

Khóa của lược đồ quan hệ

- *Bước 4*: tìm các siêu khóa Si bằng cách $\forall Xi$
  - if $(TN \cup Xi)+ = Q+$ then
  - $Si = TN \cup Xi$
- *Bước 5*: tìm khóa bằng cách loại bỏ các siêu khóa không tối thiểu
  - $\forall$ Si, Sj $\in$ S
  - if Si $\subset$ Sj then Loại Sj ra khỏi Tập siêu khóa S
  - S còn lại chính là tập khóa cần tìm.

Khóa của lược đồ quan hệ

Ví dụ: cho lược đồ quan hệ Q(CSZ) và tập phụ thuộc hàm F={CS →Z; Z → C}. Áp dụng thuật toán cải tiến:

- TN = {S}; TG = {C,Z}
- Gọi Xi là các tập con của tập TG:

X_i	$(TN \cup X_i)$	$(TN \cup X_i)^+$	Siêu khóa	khóa
ϕ	S	S		
C	SC	Q^+	SC	SC
Z	SZ	Q^+	SZ	SZ
CZ	SCZ	Q^+	SCZ	

1.Q(A,B,C,D,E,H)

F={A $\rightarrow$ E; C $\rightarrow$ D; E $\rightarrow$ DH}

Chứng minh K={A,B,C} là khóa duy nhất của Q

2.Q(A,B,C,D)

F={AB$\rightarrow$C; D$\rightarrow$B; C$\rightarrow$ABD}

Hãy tìm tất cả các khóa của Q

3.Q(A,B,C,D,E,G)

F={AB$\rightarrow$C;C$\rightarrow$A;BC$\rightarrow$D;ACD$\rightarrow$B;D$\rightarrow$EG;BE$\rightarrow$C;CG$\rightarrow$BD;CE$\rightarrow$G}

Hãy tìm tất cả các khóa của Q.

- Cho lược đồ quan hệ Q(S,I,D,M)
- $F = \{f_1: SI \rightarrow DM;\ f_2: SD \rightarrow M;\ f_3: D \rightarrow M\}$
- Tính bao đóng D^+, SD^+, SI^+
- Tìm tất cả các khóa của Q SI
- Tìm phủ tối thiểu của F

$Ftt = \{f_1: SI \rightarrow D,\ f_3: D \rightarrow M\}$

- Xác định dạng chuẩn cao nhất của Q

- Kehoach(NGAY,GIO,PHONG,MONHOC,GIAOVIEN)
- F={NGAY,GIO,PHONG $\rightarrow$ MONHOC
- MONHOC,NGAY $\rightarrow$ GIAOVIEN
- NGAY,GIO,PHONG $\rightarrow$ GIAOVIEN
- MONHOC $\rightarrow$ GIAOVIEN}
- Tính {NGAY,GIO,PHONG}$^+$; {MONHOC}$^+$
- Tìm phủ tối thiểu của F

- Q(TENTAU,LOAITAU,MACHUYEN,LUONGHANG,BENCANG,NGAY)
- F={TENTAU$\rightarrow$ LOAITAU
- MACHUYEN $\rightarrow$ TENTAU, LUONGHANG
- TENTAU,NGAY $\rightarrow$ BENCANG, MACHUYEN}
- Hãy tìm tập phủ tối thiểu của F

- Xác định phủ tối thiểu của tập phụ thuộc hàm sau:
- 1. Q(A,B,C,D,E,G),
- F={AB→C;C→A;BC→D;ACD→B;D→EG;BE→C;CG→BD;CE→AG}
- 2. Q(A,B,C)
- F={A→B,A→C,B→A,C→A,B→C}