TBaMS_1

Бабаев Минходж Зафарович

Задача 4. Электричка состоит из n вагонов. Каждый из k пассажиров выбирает вагон наудачу (как известно, все люди — разные). Какова вероятность, что будут заняты ровно r вагонов?

Ω = { рассадка k пассажиров по n вагонам }. Тогда

$|\Omega| = n^k$

A = “заняты ровно r вагонов”

Пусть A_i - “i-ый вагон пуст”. Количество способов рассадить пассажиров по k вагонам всего r^k

$$r^k - \#(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_r) = r^k - \sum_{m=1}^{r}(-1)^{m-1} \cdot (r-m)^k \cdot C_m^r$$

Так как мы можем выбрать из n вагонов r вагонов, которые будут заняты, то мы еще должны умножить на C_n^r. Получаем:

$$P(A) = \frac{C_n^r \cdot (r^k - \sum_{m=1}^{r}(-1)^{m-1} \cdot (r-m)^k \cdot C_m^r)}{n^k}$$

Задача 11 (ДЗ). При игре в преферанс 32 карты раздали на троих человек по 10 карт каждому и две карты снесли в прикуп. Какова вероятность того, что в прикупе оказались два туза? А если вы один из игроков и у вас среди карт нет тузов?

---

1) $\Omega = (\{first, second\})$ - карты в прикупе

$|\Omega| = C_{32}^2$

A = ”в прикупе два туза”

Из $|\Omega|$ исключаем ситуации когда нету тузов и есть один туз $\Rightarrow$

$$|A| = C_{32}^2 - C_{28}^2 - C_4^1 \cdot C_{28}^1 \Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{C_{32}^2 - C_{28}^2 - C_4^1 \cdot C_{28}^1}{C_{32}^2} = \frac{3}{248}$$

2) $\Omega = (\{first, second\})$ - карты в прикупе

Тогда $|\Omega| = C_{22}^2$ (22 так как у первого игрока уже 10)

A = "в прикупе два туза"

$$|A| = C_{22}^2 - C_{18}^2 - C_4^1 \cdot C_{18}^1 \Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{C_{22}^2 - C_{18}^2 - C_4^1 \cdot C_{18}^1}{C_{32}^2} = \frac{2}{77}$$

Задача 12 (ДЗ). По n ящикам раскладывается k шаров случайным образом. Найдите вероятность того, что в j-м ящике лежит k_j шаров, $k_1 + \ldots + k_n = k$. Рассмотрите случаи различимых и неразличимых шаров.

A ="в j-ом ящике лежит шаров"

1) Рассмотрим случай для различимых шаров.

$C_k^{k_j}$ - способов выбрать k_j шаров

Каждый шар может находится в любой из ящиков $\Rightarrow |\Omega| = n^k$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_k^{k_1} \cdot C_{k-k_1}^{k_2} \cdot \ldots \cdot C_{k-k_1-\ldots-k_n-1}^{k_n}}{n^k} = \frac{k!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_n! \cdot n^k}$$

2) Рассмотрим случай для неразличимых шаров.

Так как случай фиксированный и количество способов расставить по ящикам через перегородки равно $C_{n+k-1}^{k-1} \Rightarrow \text{Ответ}: \frac{1}{C_{n+k-1}^{k-1}}$