TBaMS_5

Бабаев Минходж Зафарович

Задача 10 (ДЗ). Пусть задана последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин X_n, имеющих геометрическое распределение, т. е. $P(X_n = k) = p(1-p)^{k-1}$. Найдите распределение случайных величин $\tau = \min\{n \geq 1 \colon X_n > 1\}$ и X_τ, вычислите $\mathbb{E}\tau$, $\mathbb{E}X_\tau$.

$P(\tau = k) = P(X_1 \leq 1, X_2 \leq 1, X_3 \leq 1, ..., X_{k-1} \leq 1, X_k > 1) = P(X_1 \leq 1) \cdot P(X_2 \leq 1) \cdot ... \cdot P(X_k > 1) = (2e^{-1})^{k-1} \cdot (1 - 2e^{-1}) \Rightarrow \tau \sim Geom(1 - 2e^{-1}) \Rightarrow E\tau = \frac{1}{1-2e^{-1}}$

Пусть $q = 1 - 2e^{-1}$. Найдем вероятность $X_\tau = k+1$

$P(X_\tau = k+1) = P(X_\tau = k+1, \tau = 1) + P(X_\tau = k+1, \tau = 2) + P(X_\tau = k+1, \tau = 3) + ... = P(X_1 = k+1) + P(X_1 = 1, X_2 = k+1) + P(X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = k+1) + ... = pq^k + p^2q^k + p^3q^k + ... = \frac{pq^k}{1-p} = pq^{k-1} \Rightarrow X_\tau = 1 + Y$, где $Y = Geom(p) \Rightarrow EX_\tau = 1 + \frac{1}{p}$

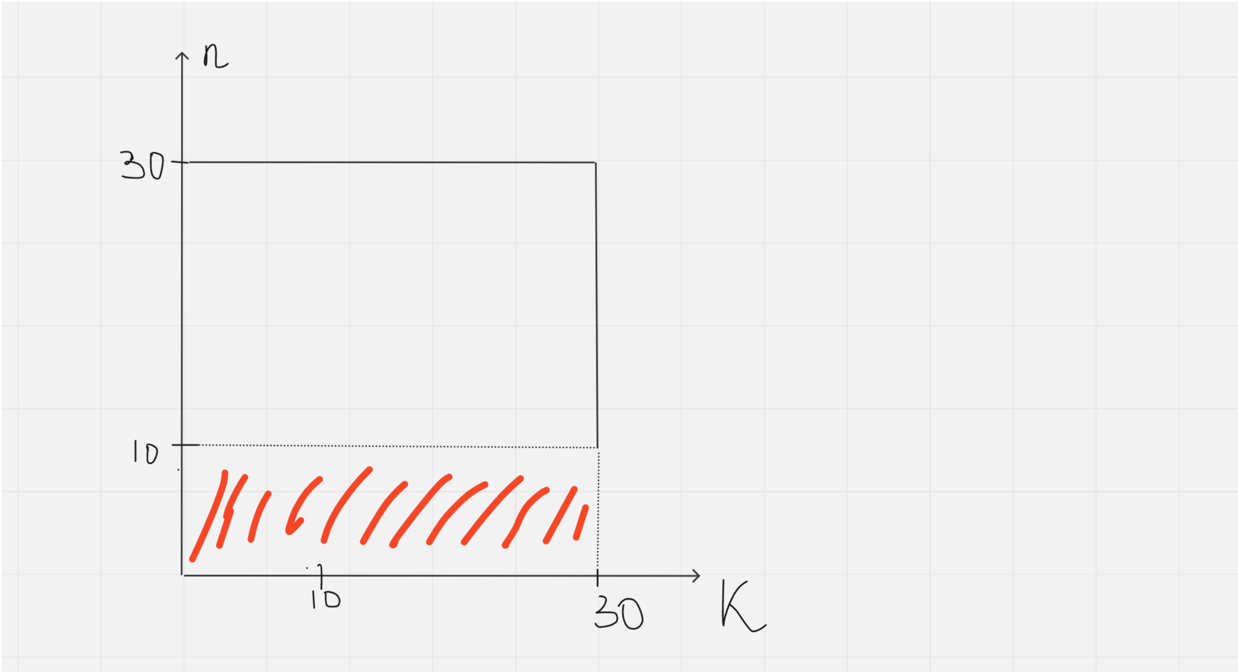
Задача 11 (ДЗ). Студент К. хочет успеть к началу экзамена в 10.00, и решил приехать заранее к 9.50. Однако К. едет на электричке, и в этот день из-за раннего снега все электрички задерживаются от 0 до 30 минут. Найдите вероятность, что К. успеет к началу экзамена, если экзамен без лектора не начнется, а лектор сам едет на электричке к 9.50. Опоздания К. и лектора считать независимыми.

Пусть студент опоздал на n минут, лектор на k минут.

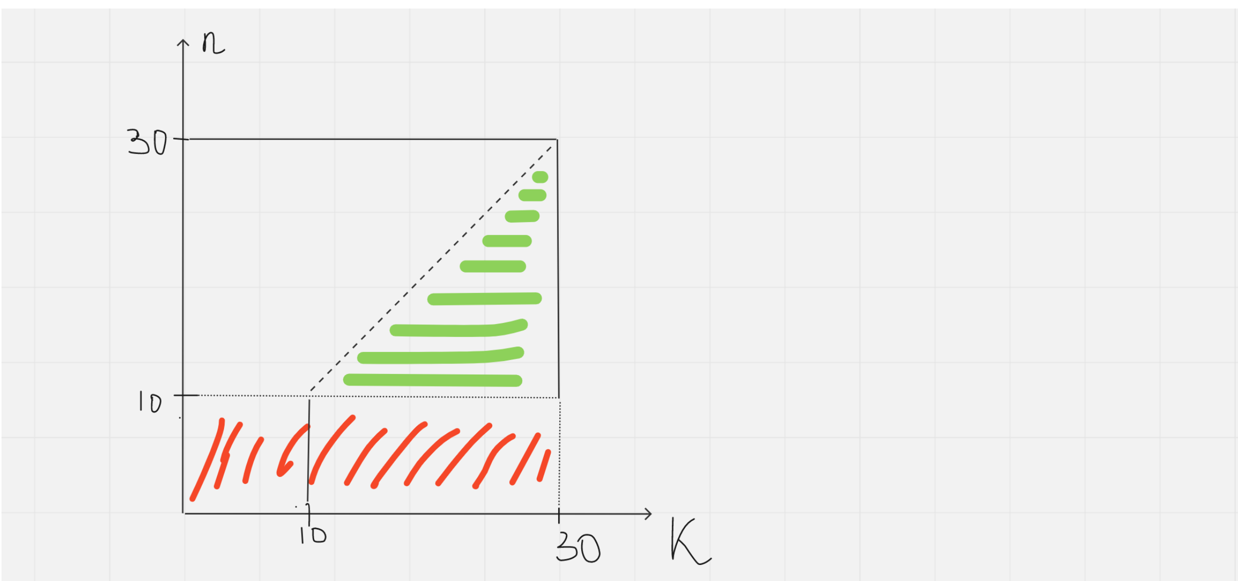
Разберем случаи:

1) Студент опоздал не более чем на 10, т/е $n \leq 10$. Тогда независимо от того на сколько опоздал лектор, студент успеет к началу

Нарисуем на графике. Площадь закрашенной части $S = 30 \cdot 10 = 300$



2) Студент опоздал на более чем на 10 минут, но лектор приехал позже учителя. Т.е $k \geq n, k > 10$ и $n > 10$. Площадь закрашенной зеленой части $S = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200$



3) В остальных случаях студент считается опоздавшим

Следовательно $P = \frac{S_{\text{зак}}}{S} = \frac{500}{900}$