

ТВaMS_6

Бабаев Минходж Зафарович

Задача 10 (ДЗ). В прямоугольник со сторонами 1 и 2 брошена точка. Пусть $x > 0$. Найти вероятность того, что

- a) расстояние от точки до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит x ;
- b) расстояние от точки до каждой стороны прямоугольника не превосходит x ;
- c) расстояние от точки до диагоналей прямоугольника не превосходит x ?

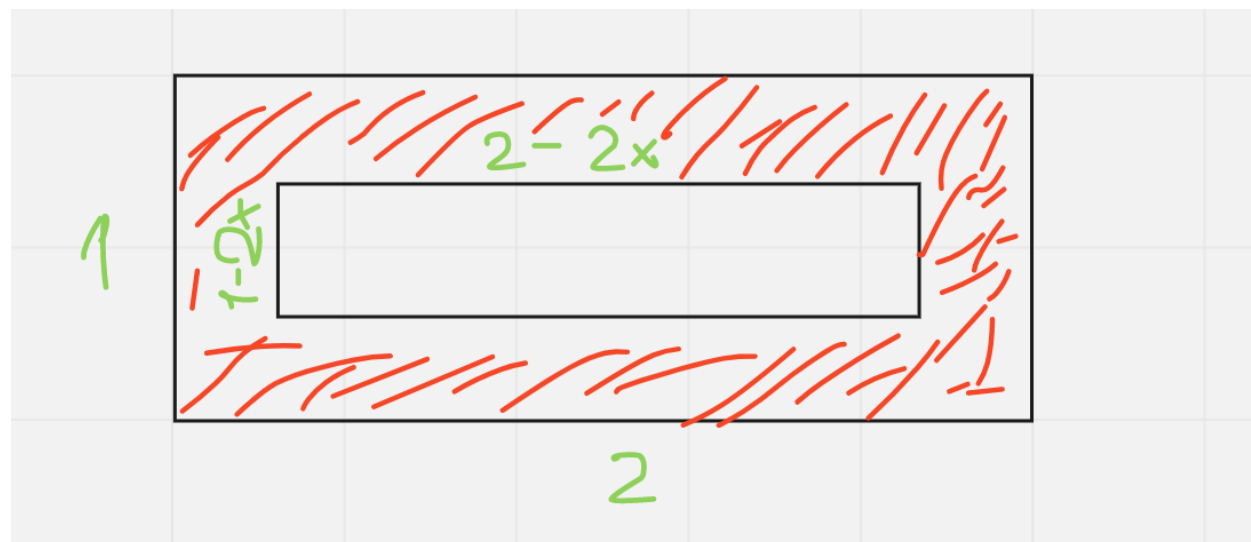
a) Расположение точки внутри прямоугольника стороной 1 и 2 есть наша случайная величина.

A = расстояние точки до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит x

Максимальное расстояние точки до ближайшей стороны прямоугольника равна $\frac{1}{2}$.

Следовательно, при $x \leq \frac{1}{2}$ имеем $P(A) = 1$

Рассмотрим вариант когда $x \leq \frac{1}{2}$



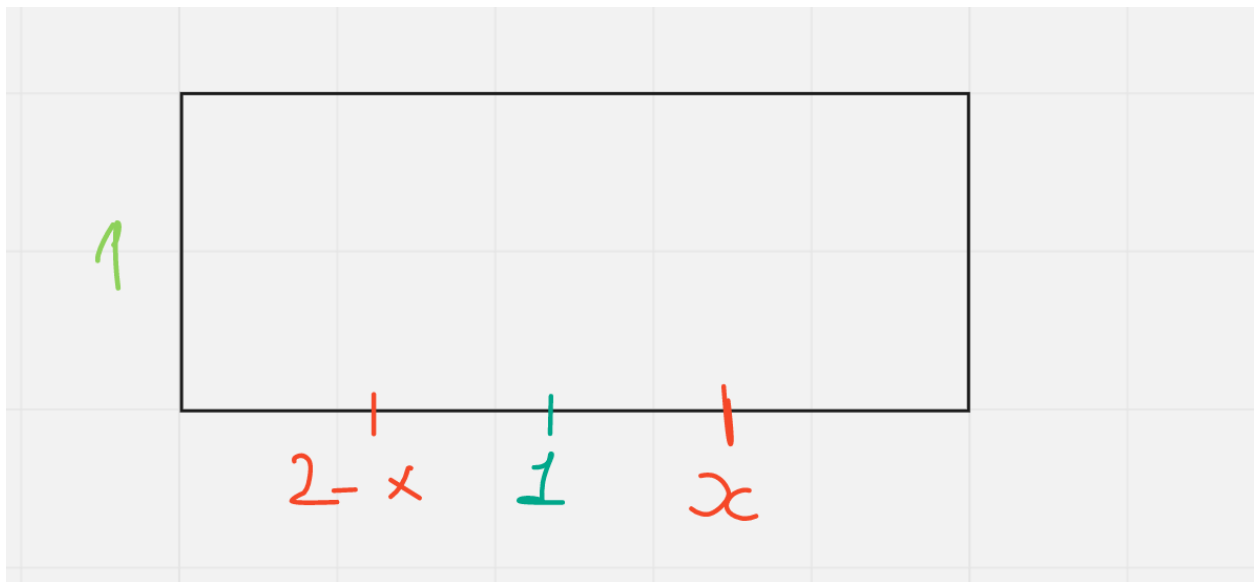
Получается так, что чтобы выполнилось событие A точка должна попасть в красную заштрихованную область. $\Rightarrow P(A) = \frac{S_{\text{зашт}}}{S_{\text{общ}}} = \frac{2 - (1-2x)(2-2x)}{2} = -2x^2 + 3x$

2) A = расстояние точки до каждой стороны прямоугольника не превосходит x

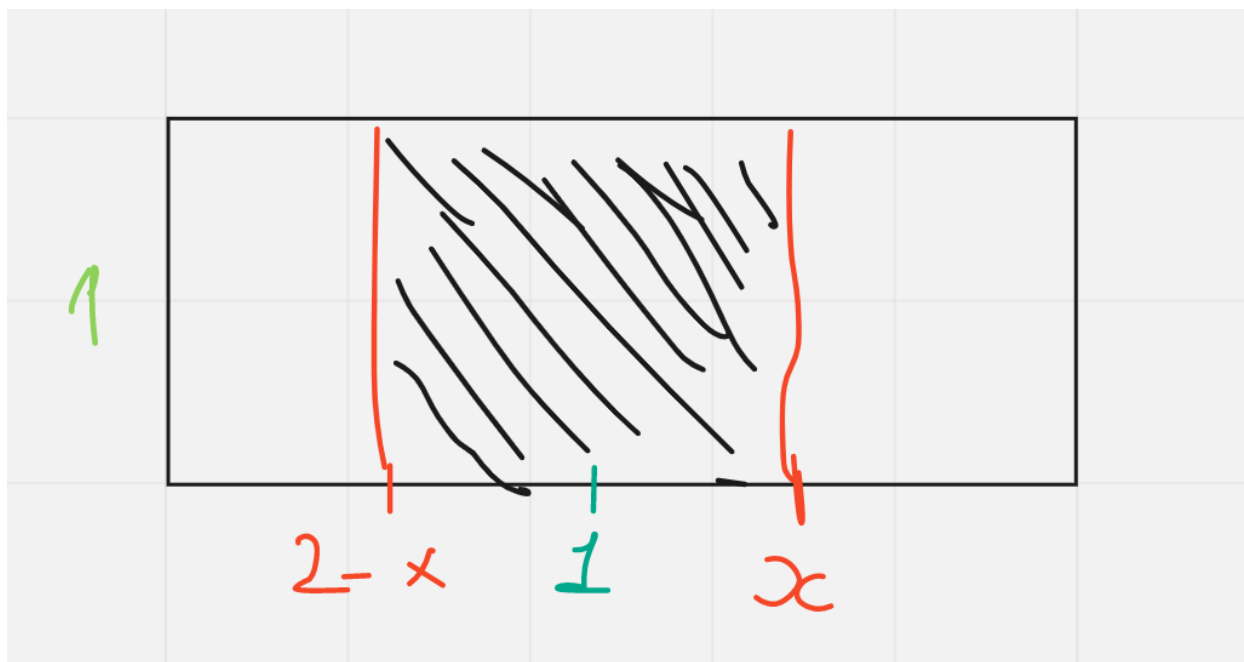
Очевидно, что при $x \geq 2 \Rightarrow P(A) = 1$, так как от случайной точки мы гарантированно можем добраться до всех сторон

Также очевидно, что при $x < 1 \Rightarrow P(A) = 0$

Осталось рассмотреть случай, когда $1 \leq x < 2$. Для начала отложим от начала в сторону двойки отрезок x (Точка x будет лежать за 1, так как $1 \leq x < 2$). Также с обратной стороны отложим x (соответственно со значением $2 - x$). Покажу на рисунке эти точки.



Очевидно, что если взять любую точку x_1 лежащую между $2 - x$ и x , то можно добраться до любой стороны с длиной 1. А так как $x \geq 1$, мы можем добраться до любой из сторон с длиной 2. Следовательно, имеем область:



Таким образом $P(A) = \frac{(x - (2-x)) \cdot 1}{2} = x - 1$

Задача 12 (ДЗ). Стержень длины 1 сломан на три части в двух выбранных случайно точках. Какова вероятность того, что из трех так получившихся частей можно сложить треугольник?

Выбраны 2 точки на отрезке \Rightarrow имеем 3 отрезка. Обозначим их длины как $a, b, 1 - a - b$

Рассматриваем треугольник с ограничением $0 < a + b < 1$

Чтобы из них получить треугольник, длины должны удовлетворять след. условиям:

$$\begin{cases} a + b > 1 - a - b \\ a + 1 - a - b > b \\ 1 - a - b + b > a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b > \frac{1}{2} \\ b < \frac{1}{2} \\ a < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Начертим эти области и найдем пересечение



Тогда $P(\text{из трех отрезков можем получить треугол}) = \frac{S_{\text{защт}}}{S_{\text{общ}}} = \frac{1}{8} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$