Vũ Quang Minh
18110150

Phân tích thuật toán
Week4

Khảo sát độ phức tạp dựa trên số phép gán và so sánh trong thuật toán sau đây:

```
1   i = 1;
2   res = 0;
3   s = 0; //số thực
4   while i <= n do
5       j = 1;
6       s = s + 1 / i;
7       while j<=s do
8           res = res + i*j;
9           j = j + 1;
10      endw
11      i = i + 1;
12  endw
```

Bài giải

Đặt s(k) là giá trị của s khi i = k

Ta có:

$s(k) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{k}$

$\Rightarrow s(k) \geqslant 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \ldots$

Tổng quát hơn ta có thể chứng minh:

$s(k) = sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i} \geqslant 1 + \frac{k}{2}$

1) Tìm số phép gán của thuật toán

Gọi khối code từ dòng 4 đến dòng 10 là khối code a

Gọi khối code từ dòng 7 đến dòng 12 là khối code b

Đặt $g_a(i)$ là số phép gán trong khối code a (khối code này có số phép gán lệ thuộc vào i)

Đặt $g_b(i, s)$ là số phép gán trong khối code b(khối code này có số phép gán lệ thuộc vào i và s)

Ta có:

$$g_b(i, s) = 2 * \lfloor s(i) \rfloor$$

$\Rightarrow g_b(i, s) \geqslant 2 * \left\lfloor 1 + \frac{i}{2} \right\rfloor$

$$g_a(i) = \sum_{i=1}^{n} (2 + g_b(i, s) + 1)$$

$\Rightarrow g_a(i) \geqslant \sum_{i=1}^{n} (5 + 2 * \left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor)$

Ta chứng minh được: $\sum_{i=1}^{n} \left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor = \begin{cases} \frac{n^2}{4}, & \text{n chẵn} \\ \lfloor \frac{n}{2} \rfloor (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1), & \text{n lẻ} \end{cases}$

Vì thế ta có:

$g_a(i) \geqslant \begin{cases} 5 * n + \frac{n^2}{2}, & \text{n chẵn} \\ 5 * n + 2 * \lfloor \frac{n}{2} \rfloor (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1), & \text{n lẻ} \end{cases}$

Đáp án: Số phép gán $\geqslant \begin{cases} 3 + 5 * n + \frac{n^2}{2}, & \text{n chẵn} \\ 3 + 5 * n + 2 * \lfloor \frac{n}{2} \rfloor (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1), & \text{n lẻ} \end{cases}$

2) Tìm số phép so sánh của thuật toán

Đặt $ss_a(i)$ là số phép so sánh trong khối code a (khối code này có số phép so sánh lệ thuộc vào i)

Đặt $ss_b(i, s)$ là số phép so sánh trong khối code b(khối code này có số phép so sánh lệ thuộc vào i và s)

Ta có:

$$ss_b(i,s) = \lfloor s(i) \rfloor + 1$$

Mà $s(i) \geqslant 1 + \frac{i}{2}$

$\Rightarrow ss_b(i,s) \geqslant 2 + \lfloor \frac{i}{2} \rfloor$

$$ss_a(i) = n + 1 + \sum_{i=1}^{n} ss_b(i,s)$$

$\Rightarrow ss_a(i) \geqslant n + 1 + \sum_{i=1}^{n} (2 + \lfloor \frac{i}{2} \rfloor)$

$\Rightarrow ss_a(i) \geqslant 3 * n + 1 + \sum_{i=1}^{n} \lfloor \frac{i}{2} \rfloor$

$\Rightarrow ss_a(i) \geqslant \begin{cases} 3 * n + 1 + \frac{n^2}{4}, & \text{n chẵn} \\ 3 * n + 1 + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1), & \text{n lẻ} \end{cases}$

Đáp án: Số phép so sánh $\geqslant \begin{cases} n + 3 + \frac{n^2}{4}, & \text{n chẵn} \\ n + 3 + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1), & \text{n lẻ} \end{cases}$