

Vũ Quang Minh
18110150

Phân tích thuật toán
Week 5

Khảo sát thuật toán sau:

```
1    i = 1;
2    c_d = 0;
3    c_a = 0;
4    c_z = 0;
5    while i <= n do
6        if (A[i] > 0)
7            c_d = c_d + 1;
8        else
9            if (A[i] < 0)
10                c_a = c_a + 1;
11            else
12                c_z = c_z + 1;
13            endif
14        endif
15        i = i + 1;
16    endw
```

Bài làm:

Tính số phép gán:

Từ dòng 6 đến dòng 14 sẽ luôn luôn có số phép gán = 1 trong mọi tình huống

Vòng while từ dòng 5 đến dòng 16 sẽ có $2 \cdot n$ phép gán cộng thêm 4 phép gán từ dòng 1 đến dòng 4. Ta sẽ có số phép gán là $2 \cdot n + 4$

Tính số phép so sánh:

Đặt k là số phần tử trong mảng A thỏa mãn $A[i] > 0$. Nếu $A[i] > 0$ thì ta sẽ thực hiện 1 phép so sánh, ngược lại ta thực hiện thêm 1 phép so sánh ở dòng 9 nữa là 2 phép gán. Ta sẽ biện luận k ở phía dưới

Ta có số phép gán từ dòng 6 đến dòng 14 là: $k + 2*(n-k)$

Số phép so sánh ở vòng while dòng 5 là $n+1$ (phép so sánh đầu tiên là $1 \leq n$, phép so sánh cuối cùng là $n+1 \leq n$, ta có $n+1$ phép so sánh)

Suy số phép so sánh là: $k + 2*(n-k) + n + 1 = 3*n - k + 1$

Tình huống xấu nhất khi $k = n$, khi đó số phép so sánh là $2*n + 1$

Tình huống tốt nhất khi $k = 0$, khi đó số phép so sánh là $3*n + 1$

Ta sẽ tính kì vọng cho số phép so sánh với n là hằng số

$$\begin{aligned} E(3n - k + 1) &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (3n - k + 1) \\ &= \frac{3n^2 + n}{n} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n k \\ &= 3n + 1 - \frac{1}{n} \frac{n(n+1)}{2} \\ &= 3n + 1 - \frac{n+1}{2} \\ &= \frac{6n+2-n-1}{2} \\ &= \frac{5n+1}{2} \end{aligned}$$

Vậy trung bình số phép so sánh của thuật toán là: $= \frac{5n+1}{2}$