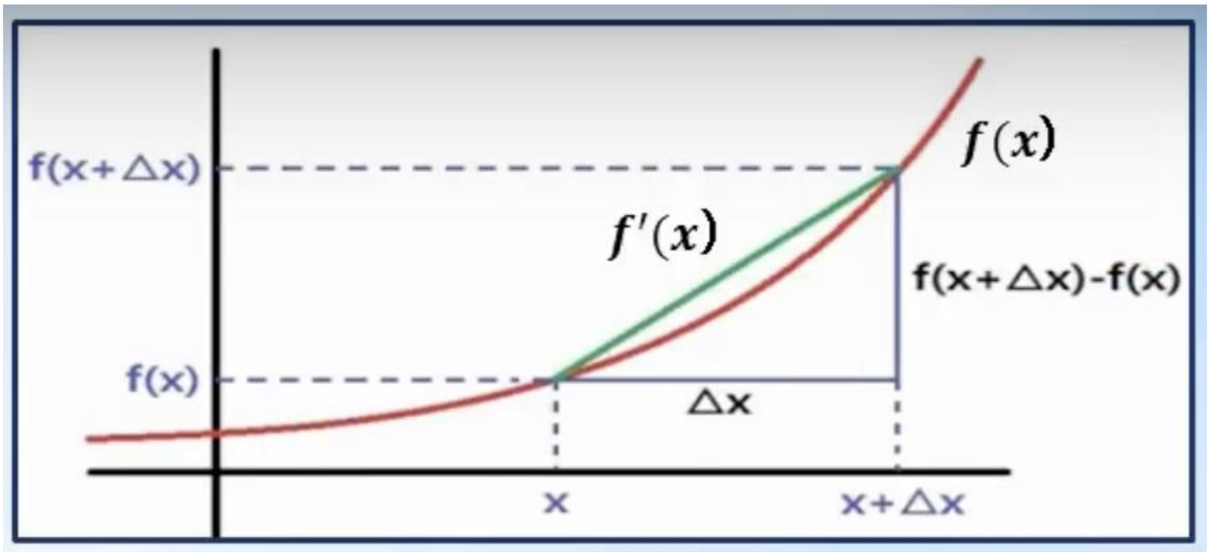
미분 – derivative

미분을 하는 이유? 미분으로 얻는 인사이트?



$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

f(x) 를 미분하라

⇒ 입력변수 x 가 미세하게 변할때, 함수 f 가 얼마나 변하는지 알 수 있는 식을 구해라

⇒ 함수 f(x) 는 입력 x의 미세한 변화에 얼마나 민감하게 반응하는지 알 수 있는 식을 구해라

insight

⇒ 입력 x 를 현재 값에서 아주 조금 변화시키면, 함수 f(x)는 얼마나 변하는가 ?

⇒ 함수 f(x)는 입력 x의 미세한 변화에 얼마나 민감하게 반응하는가 ?

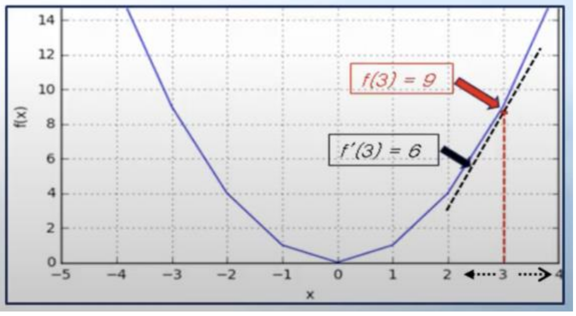
[예] 함수 $f(x) = x^2$ 일 경우, 미분 $f'(x) = 2x$

$f(3) = 9$ 해석

=> 입력 x = 3 에서 출력은 9 임을 의미

$f'(3) = 6$ 해석

=> 입력 x = 3 을 미세하게 변화시킬 때 함수는 현재 입력 값의 2배인 6 배 변화를 일으킴을 의미



- **머신러닝/딥러닝에서 자주 사용되는 함수의 미분**

$f(x) = \text{상수} \Rightarrow f'(x) = 0$

$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

$f(x) = e^{-x} \Rightarrow f'(x) = -e^{-x}$

$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$

$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

[예 1] $f(x) = 3x^2 + e^x + 7 \Rightarrow f'(x) = 6x + e^x$

[예 2] $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

참고

$\frac{1}{x} = x^{-1}$

편미분 – partical derivative

- 편미분은 입력변수가 하나 이상인 다변수 함수에서, 미분하고자 하는 변수 하나를 제외한 나머지 변수들은 상수로 취급하고, 해당 변수를 미분하는 것

예를 들어, $f(x,y)$를 변수 x에 대해 편미분 하는 경우 다음과 같이 나타냄

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$$

[예1] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$, 변수 x 에 대하여 편미분

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial(2x+3xy+y^3)}{\partial x} = 2 + 3y$$

[예2] $f(x,y) = 2x + 3xy + y^3$, 변수 y 에 대하여 편미분

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial(2x+3xy+y^3)}{\partial y} = 3x + 3y^2$$

실생활 적용 예

[예3] 체중 함수가 '체중(야식, 운동)' 처럼 야식/운동에 영향을 받는 2변수 함수라고 가정할 경우, 편미분을 이용하면 각 변수 변화에 따른 체중 변화량을 구할 수 있음

현재 먹는 야식의 양에서 조금 변화를 줄 경우 체중은 얼마나 변하는가 ? ⇨ $\frac{\partial 체중}{\partial 야식}$

현재 하고 있는 운동량에 조금 변화를 줄 경우 체중은 얼마나 변하는가 ? ⇨ $\frac{\partial 체중}{\partial 운동}$

연쇄법칙 – chain rule

• 합성함수란 여러 함수로 구성된 함수로서, 이러한 합성함수를 미분하려면 '합성함수를 구성하는 각 함수의 미분의 곱'으로 나타내는 chain rule(연쇄법칙) 이용

[합성함수 예1] $f(x) = e^{3x^2}$ $\Rightarrow$ 함수 e^t , 함수 $t = 3x^2$ 조합

[합성함수 예2] $f(x) = e^{-x}$ $\Rightarrow$ 함수 e^t , 함수 $t = -x$ 조합

적용 예

• $f(x) = e^{3x^2}$ 을 chain rule로 미분하는 경우, $t = 3x^2$ 으로 놓으면 $f(x) = e^t$

chain rule 적용(약분개념)

$t = 3x^2$ 대입

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\cancel{\partial t}}\frac{\cancel{\partial t}}{\partial x} = \frac{\partial(e^t)}{\partial t}\frac{\partial(3x^2)}{\partial x} = (e^t)(6x) = (e^{3x^2})(6x) = 6xe^{3x^2}$$

• $f(x) = e^{-x}$ 을 chain rule로 미분하는 경우, $t = -x$ 으로 놓으면 $f(x) = e^t$

chain rule 적용(약분개념)

$t = -x$ 대입

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\cancel{\partial t}}\frac{\cancel{\partial t}}{\partial x} = \frac{\partial(e^t)}{\partial t}\frac{\partial(-x)}{\partial x} = (e^t)(-1) = (e^{-x})(-1) = -e^{-x}$$