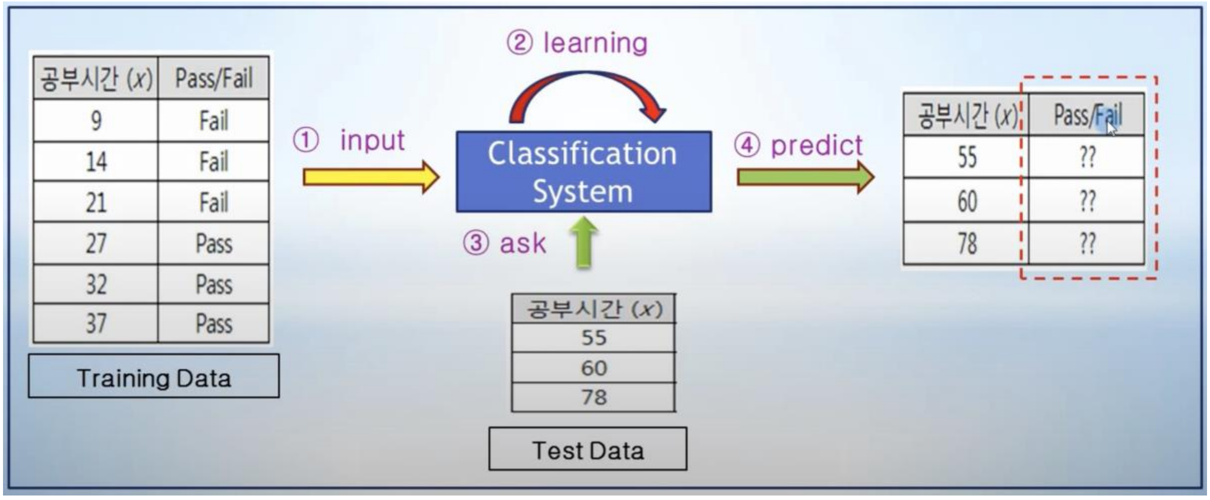
Logistic Regression – Classification

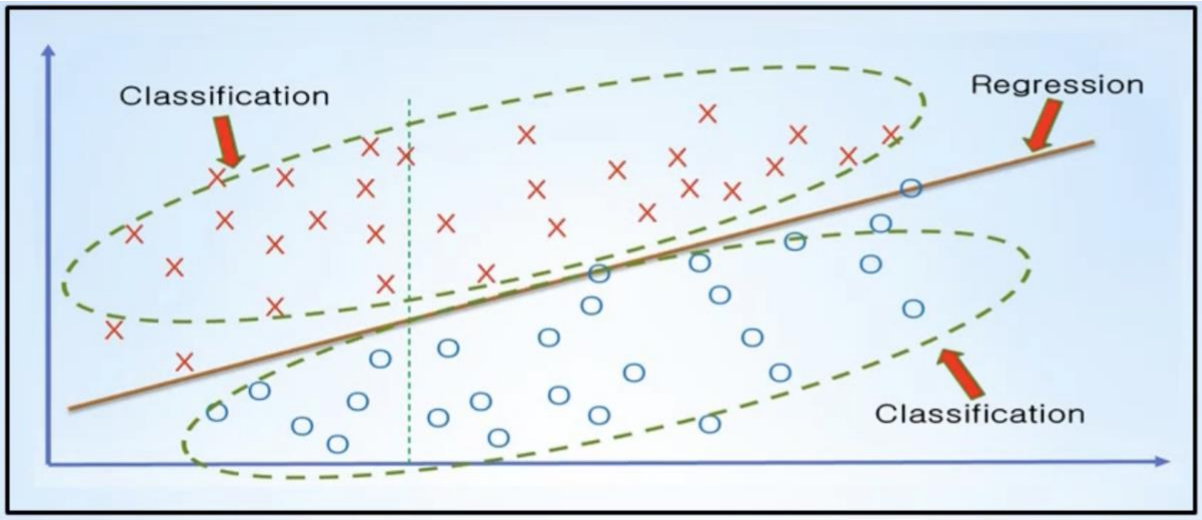
분류(Classification)

· Training Data 특성과 관계 등을 파악한 후에, 미지의 입력 데이터에 대해서 결과가 어떤 종류의 값으로 분류될 수 있는지를 예측하는 것

Ex) 스팸문자 분류 [Spam(1) or Ham(0)], 암 판별 [악성종양(1) or 종양(0)]



Classification

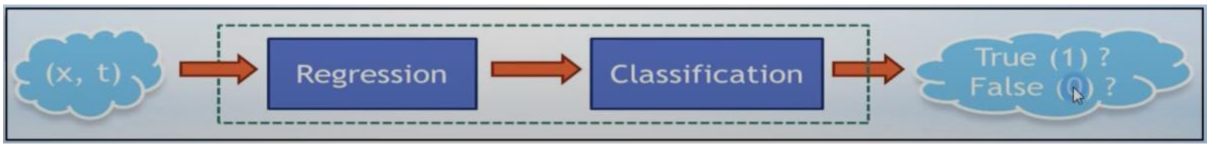


- 즉, Logistic Regression 알고리즘은,

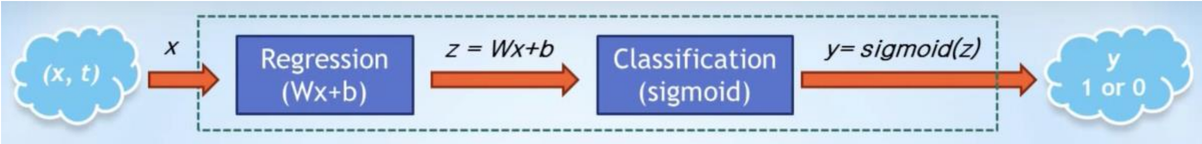
① Training Data 특성과 분포를 나타내는 최적의 직선을 찾고(Linear Regression)

② 그 직선을 기준으로 데이터를 위(1) 또는 아래(0) 등으로 분류(Classification) 해주는 알고리즘

⇨ 이러한 Logistic Regression은 Classification 알고리즘 중에서도 정확도가 높은 알고리즘으로 알려져 있어서 Deep Learning에서 기본 Component로 사용되고 있음



Classification – sigmoid function



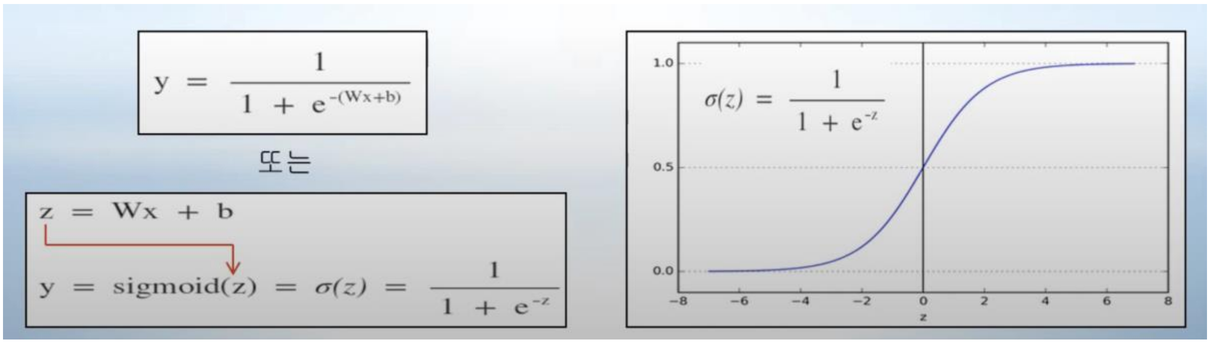
- 출력 값 y가 1 또는 0만을 가져야만 하는 분류(classification) 시스템에서, 함수 값으로 0 ~ 1 사이의 값을 가지는 sigmoid 함수를 사용할 수 있음

⇨ 즉, linear regression 출력 Wx + b가 어떤 값을 갖더라도, 출력 함수로 sigmoid를 사용해서

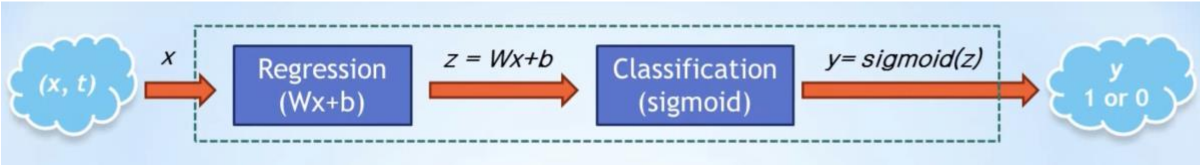
① sigmoid 계산 값이 0.5보다 크면 결과로 1이 나올 확률이 높다는 것이기 때문에 출력 값 y는 1을 정의하고
② sigmoid 계산 값이 0.5 미만이면 결과로 0이 나올 확률이 높다는 것이므로 출력 값 y는 0을 정의하여

Classification 시스템을 구현할 수 있음

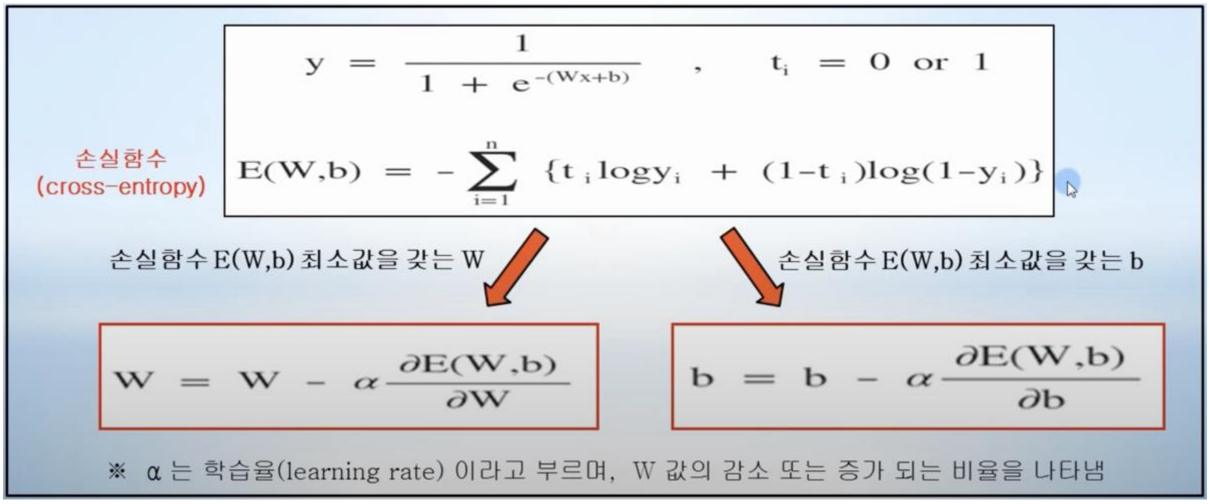
※ sigmoid 함수의 실제 계산 값 sigmoid(z)는 결과가 나타날 확률을 의미함



Classification – 손실함수(loss function), W, b



- 분류시스템(classification) 최종 출력 값 y는 sigmoid 함수에 의해 논리적으로 1 또는 0의 값을 가지기 때문에, 연속 값을 갖는 선형회귀 때와는 다른 손실함수를 필요로 함



[참고] 손실함수(loss function) cross-entropy 유도

• classification의 최종 출력 값 y는 sigmoid 함수에 의해 0 ~ 1 사이의 값을 갖는 확률적인 분류 모델이므로, 다음과 같이 확률변수 c를 이용해 출력 값을 나타낼 수 있음

수식	수식 설명
$p(C=1\|x) = y = \text{sigmoid}(Wx+b)$	입력 x 에 대해 출력 값이 1 일 확률을 y 로 정의. y 는 1 또는 0 이므로 y=sigmoid(Wx+b) 나타낼 수 있음
$p(C=0\|x) = 1 - p(C=1\|x) = 1 - y$	입력 x 에 대해 출력 값이 0 일 확률이며, 확률은 모두 더한 것이 1 이므로, 출력 값이 0일 확률은 1 - y 임 (y 는 출력 값이 1일 확률로, sigmoid(Wx+b) 로 정의함)
$p(C=t\|x) = y^t(1-y)^{1-t}$	확률변수 C 는 0 이나 1 밖에는 값을 가질 수 없으므로, (즉, 정답 t = 0 or 1) 다음처럼 나타냄
우도함수란, 입력 x 에 대해 정답 t 가 발생될 확률을 나타낸 함수 확률은 독립적이므로, 각 입력 데이터의 발생 확률을 곱해서 우도함수 나타냄 $L(W,b) = \prod_{i=1}^{n} p(C=t_i\|x_i) = \prod_{i=1}^{n} y_i^{t_i}(1-y_i)^{1-t_i}$	가중치 W와 바이어스 b를 최우추정하기 위한 우도함수(likelihood function)은 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 이 우도함수값이 최대가 되도록(최우추정) W와 b 를 업데이트 해 나가면 머신러닝에서 학습이 잘 된것임.
$E(W,b) = -\log L(W,b)$ $= -\sum_{i=1}^{n} \{t_i \log y_i + (1-t_i)\log(1-y_i)\}$	함수가 최대값이 되는것을 알기 위해서는 W와 b 에 대해 편미분을 해야 하는데, 곱하기는 미분이 불편하므로 양변에 log 를 취해 덧셈 형태로 바꾸어 주고, 함수의 부호를 바꾸어 주면 함수의 최대화 문제는 최소화 문제로 바꿀수 있으므로 다음처럼 나타냄 (파라미터 최적화를 위해서는 함수 최소값을 구하는것이 일반적임)

Classification에서의 [W, b] 계산 프로세스

① 임의의 직선 Wx + b를 가정

② Training data이용하여 Linear Regression을 수행한 뒤, 그 결과값을 Classification Sigmoid 함수의 입력 값으로 넘겨 줌

③ Sigmoid 함수는 0과 1 사이의 값 y를 출력

④ 위 과정으로 계산된 y와 training data의 정답 t를 Cross-Entropy를 이용하여 손실함수 값을 계산하고, 그 손실함수가 최소값인지 판단

⑤ 만약 최소값이라면 학습을 종료, 아니라면 수치미분을 이용하여 가중치 W와 bias b를 업데이트한 뒤 다시 처음부터 Regression, Classification을 통하여 손실함수의 최소값을 찾는 과정이 반복