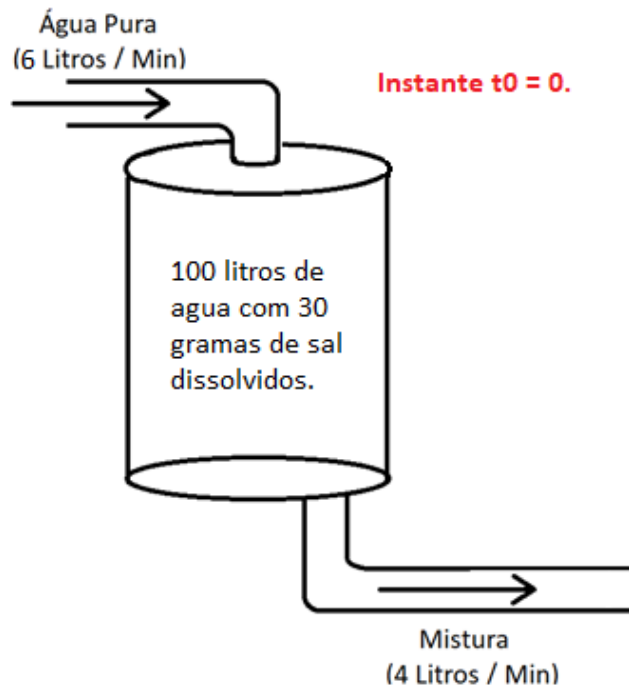


1. Considere o tanque mostrado na figura. Ele possui 100 litros de água no qual 30 gramas de sal são dissolvidos. Suponha que o líquido é bombeado para dentro e para fora do tanque como mostrado na figura abaixo.



Assumindo que exista uma concentração uniforme dentro do tanque neste processo, responda as seguintes questões:

- Construa um Modelo matemático que descreva o número de gramas $x_1(t)$ de sal no tanque, no tempo t . Qual o valor da concentração de sal no tanque ao fim de 50 minutos?
- Usando os métodos numéricos implementados da primeira parte do projeto e a solução encontrada na alternativa a), plote os gráficos de $x_1(t)$ mostrando os resultados na apresentação final. Não esqueça de comparar a eficiência dos métodos e a precisão em comparação com a solução exata.
- Comente o que acontece quando t tende para infinito.

2.

a) Atestado de óbito ou declaração de óbito é um documento médico que declara o término da vida de um indivíduo. Além de declarar o fim da vida de uma pessoa, no atestado o médico também deverá inserir qual a hora que a mesma morreu. Existe uma maneira matemática para resolver esse problema. A partir de experimentos, é conhecido que, a temperatura superficial de um cadáver se altera com uma taxa proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio ambiente. Processo comumente conhecido como Lei do Resfriamento de Newton.

A lei de resfriamento de Newton diz que a taxa de variação de temperatura $T(t)$ de um corpo em resfriamento é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura constante T_a do meio ambiente, ou seja:

$$\frac{dT}{dt} = -k \cdot (T - T_a)$$

Onde:

T : temperatura do corpo no instante t

T_a : temperatura constante do ambiente

$T - T_a$: diferença de temperatura

t : tempo

k : constante de proporcionalidade positiva que depende do material que constitui o corpo, sendo que o sinal negativo indica que a temperatura do corpo está diminuindo com o passar do tempo, em relação à temperatura do meio ambiente.

a) Suponha que um cadáver, vítima de homicídio, seja encontrado no instante $t_0 = 0$ e que sua temperatura é medida imediatamente acusando $T = 30^\circ\text{C}$. O corpo é levado pelas autoridades que duas horas depois medem novamente sua temperatura aferindo $T_1 = 23^\circ\text{C}$. O crime parece ter ocorrido pela madrugada sendo o corpo encontrado pela manhã bem cedo. A perícia faz a suposição adicional de que a temperatura do meio ambiente entre a hora da morte T_a e a hora em que o cadáver foi encontrado t_0 tenha se mantido mais ou menos constante $T \cong 20^\circ\text{C}$. Sabendo que a temperatura normal de um ser humano vivo é de 37°C , determine a hora do crime.

b) Se a temperatura do ambiente é de 20°C e a temperatura do corpo cai em 20 minutos de 100°C a 60°C , dentro de quanto tempo sua temperatura descenderá para 30°C ?

c) Usando os métodos numéricos implementados da primeira parte do projeto e a solução exata encontrada na alternativa a), plote os gráficos de $T(t)$ mostrando os resultados na apresentação e comparando a eficiência dos métodos e as precisões em comparação com a solução exata. Comente o que acontece quando t tende para infinito.

3. Suponha que um objeto com massa inicial de 200Kg está em movimento sob a ação de uma força constante de 2000N . A cada segundo este objeto está perdendo um 1Kg de sua massa. Levando em consideração que a resistência do ar é o dobro de sua velocidade e que o corpo está em repouso no instante $t = 0$, então a EDO que descreve a variação de sua velocidade é dada por:

$$\begin{cases} v'(t) = \frac{2000 - 2v(t)}{200 - t} & \forall t > 0 \\ v(0) = 0 \end{cases}$$

a) Determine a velocidade do corpo $v(t)$ no instante $t = 5$ segundos com intervalos de 0.5 segundos, usando os métodos implementados na primeira parte do projeto.

b) Encontre a solução exata da EDO e compare com os resultados obtidos no item anteriores.