

Homework 4

- 编写一段程序，比较红黑树在随机生成的节点数为 $N=10^4, 10^5, 10^6$ 的树中进行随机插入的比较，并给出树的高度。
 - i) 对于节点数为 N 的树进行 $N/100$ 次随机插入操作，给出插入的时间。（可以用表格给出时间数据）
 - ii) 给出插入操作中双红修正的总次数。（可以用表格给出数据）
- 为了减少工作量，可以在教材原红黑树的基础上修改，注：第一题不用提交程序。

	插入时间(ms)	双红修正次数	根节点黑高度
$N = 10000$	0	80	8
$N = 100000$	0.994	876	10
$N = 1000000$	13.2	9243	14

- i) 对于如下一段数字 (10,12), (1, 2), (4, 7), (1, 20), (25, 27), (29, 22), (24, 31), (4,15)建立一颗2-d 树，给出建树后从根节点开始从左至右顺序每个节点存储的数据.形式(10, 12) - (x,x) - (x,x)。(不需要编程)
- ii) 给出若确定中位点时间复杂度能够在线性时间内确定，则 kd-树构造算法总体时间复杂度可被优化至 $O(n \log n)$ 的说明。
 - Solution**
 - i) (1,2) - (4,7) - (1,20) - (4,15) - (10,12) - (29,22) - (24,31) - (25,27)
 - ii) 当选出一个维度上的中位数，并将在该维度上小于该中位数的置于其左边，其余置于右边，这样可以保证每次分成的左右子树大小尽可能会相等，由此可以发现，这样构成的kd树的高度最多为 $O(\log n)$ ，因此只会需要选择小于树高的次数 $O(\log n)$ 次即可完成一个节点的构建。由于确定中位点的时间复杂度可以在线性时间完成，即 $O(n)$ 的时间。

综上可得，确定中位点需要时间复杂度为 $O(n)$ ，一次选择需要时间复杂度为 $O(\log n)$,最后kd树构造总体时间复杂度可以优化为 $O(n \log n)$ 。