

04

강

컴퓨터과학 개론

자료구조(2)

컴퓨터과학과 정광식교수



KOREA NATIONAL OPEN UNIVERSITY



학습목차

1 트리

2 이진트리

3 그래프

4 그래프의 표현

01

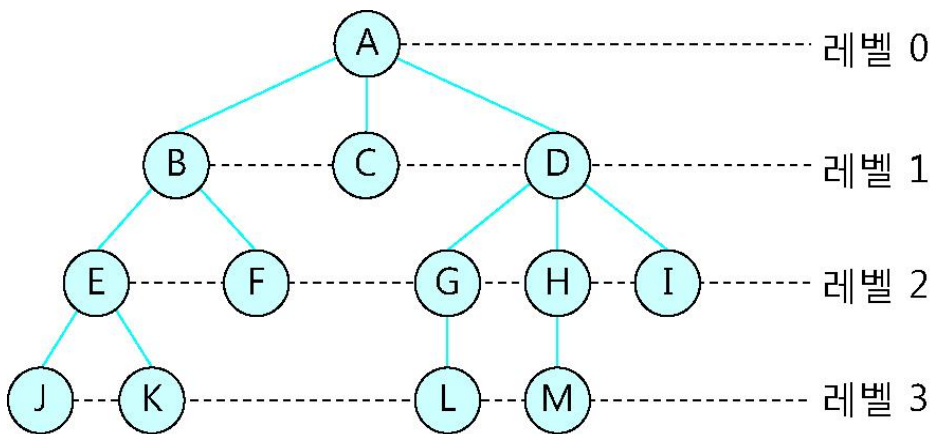
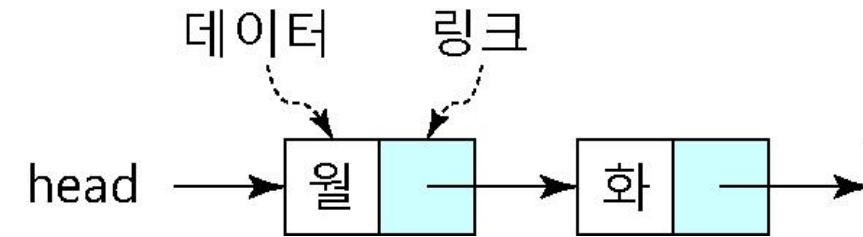
트리

트리 용어 정의

트리

개념

- 데이터 간의 관계를 나타내는 **비선형 자료구조**
- 노드**(node)라고 불리는 부분과 노드를 연결하는 **가지**(branch, edge)로 구분됨
- 노드 사이에는 **계층적인 관계성**을 갖음

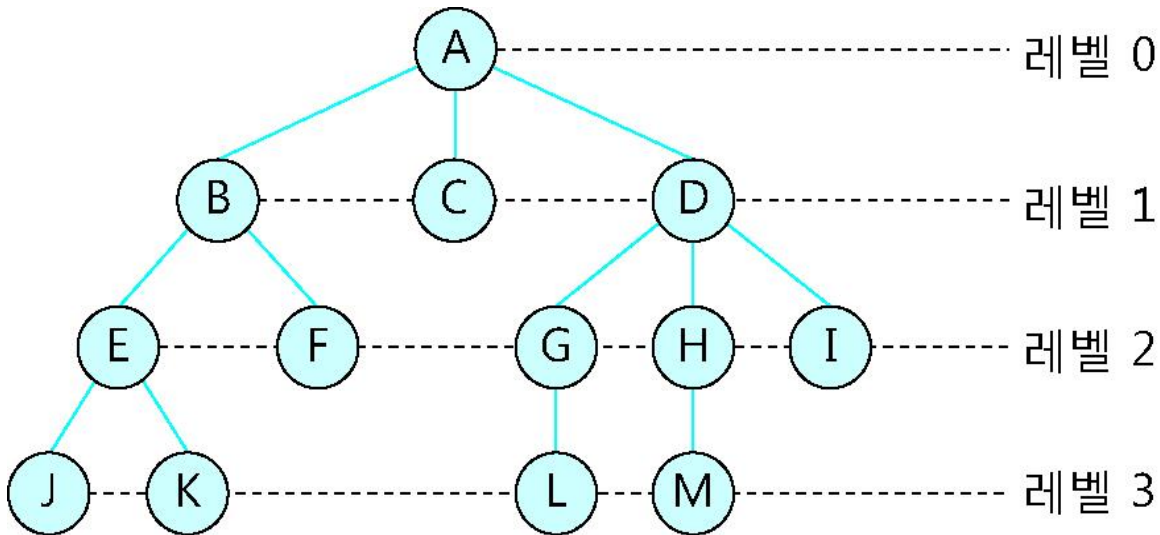


트리 용어 정의

트리

개념

- 노드(node) : 정보 항목을 의미함
- 루트(root) : 빈 트리가 아닌 경우에 맨 꼭대기에 있는 하나의 노드
- 차수(degree) : 각 노드에 있는 가지의 수



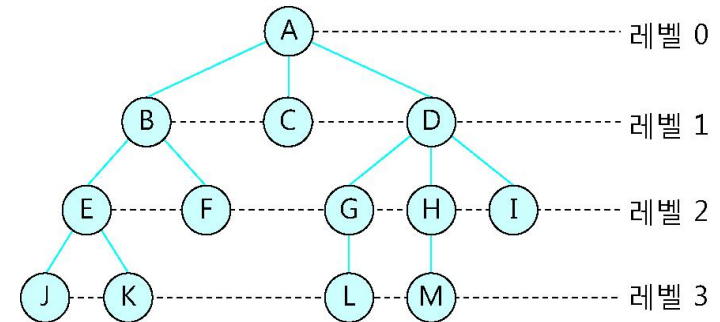
트리 용어 정의

트리

개념

- 잎 노드(leaf node) = 단말 노드(terminal node)
: 노드의 **차수가 0** 인 노드

- 내부 노드(internal node) = 비단말 노드(non-terminal node)
: **루트 노드와 단말 노드를 제외한 나머지 노드**



트리 용어 정의

트리

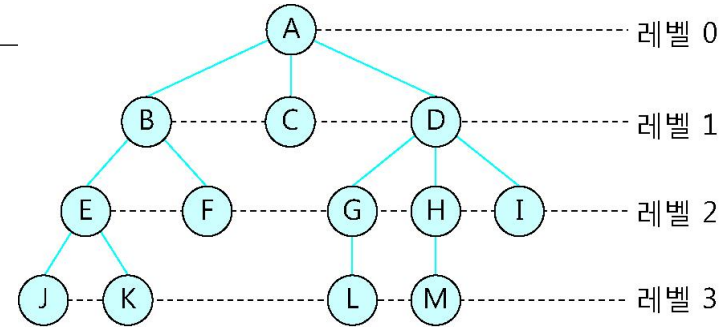
개념

조상(선조) 노드

: 루트 노드로부터 어떤 노드 X까지의 경로(가지들의 모음) 상에 존재하는 모든 노드를 X의 조상 노드라고 함

자손(후손) 노드

: 어떤 노드 X에서 단말 노드까지의 경로 상에 존재하는 모든 노드를 자손 노드라고 함

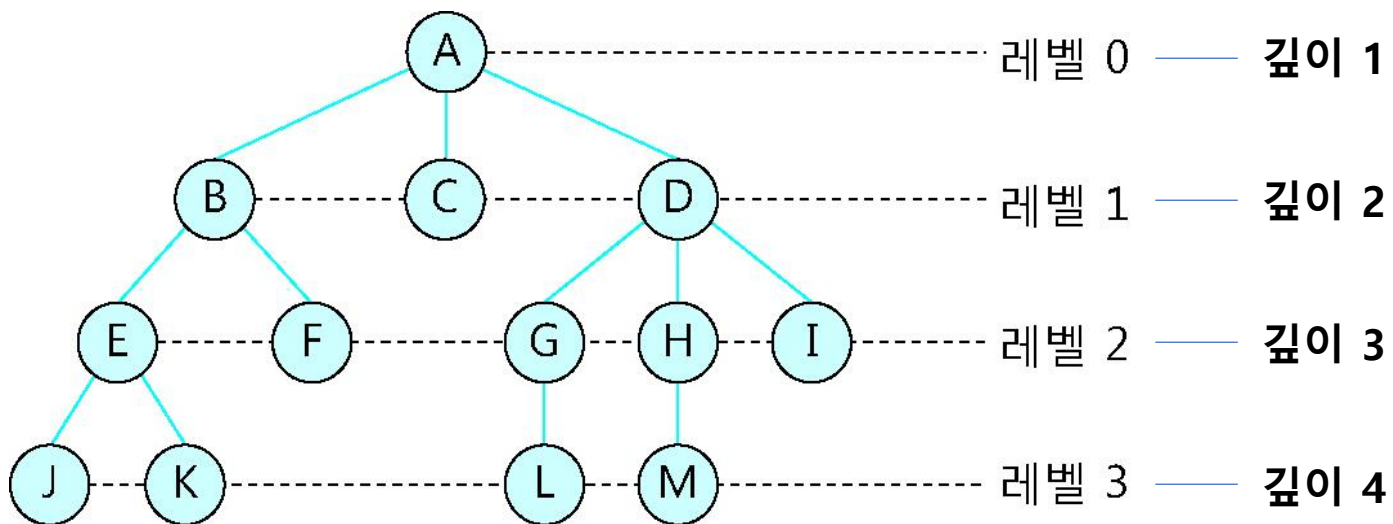


트리 용어 정의

트리

개념

- 레벨(level) : 루트 노드로부터의 거리(가지의 수)를 의미함

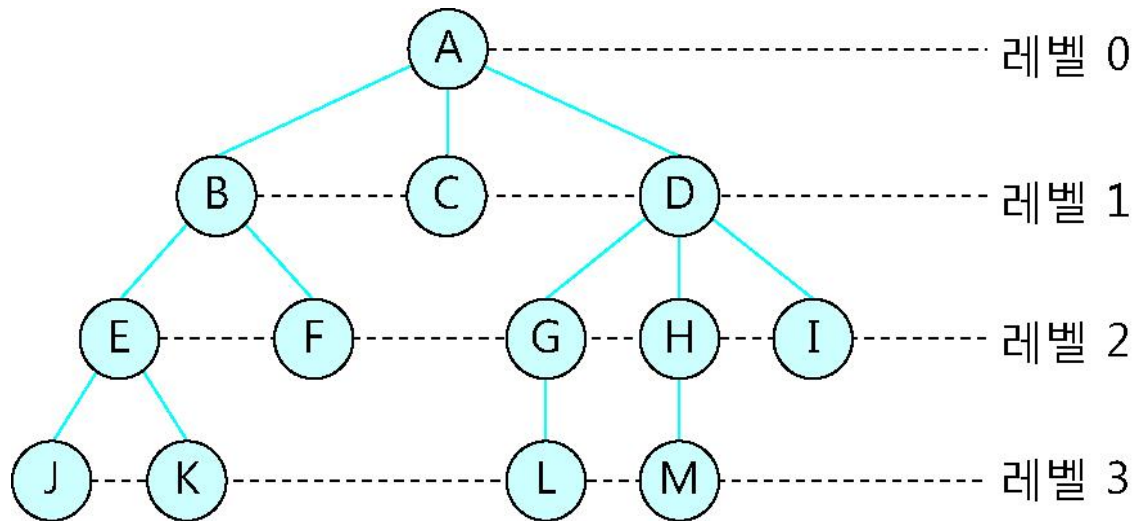


트리 용어 정의

트리

개념

- 트리의 깊이(depth)/높이(height)
: 루트 노드로부터 **가장 긴 경로에 있는 단말 노드의 레벨에 1의 값을 더한 것** (예; 깊이 = 4)



트리 용어 정의

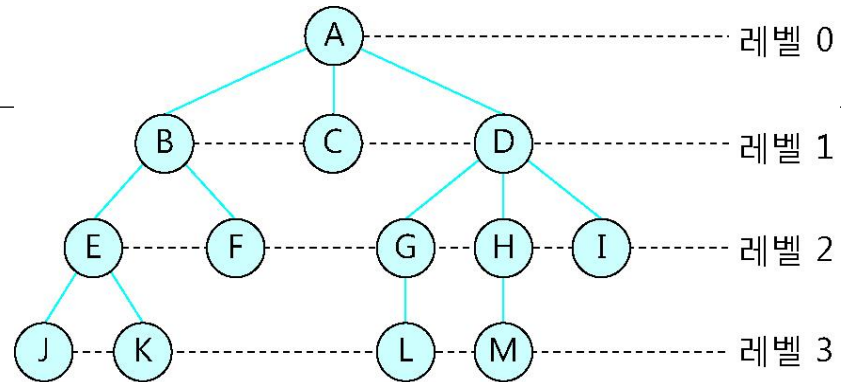
개념

- 서브 트리(subtree)

: 특정 노드를 루트 노드로 하고, 그 아래에 있는 연결된 구조의 트리

- 숲(forest)

: n 개의 서브 트리를 가진 트리에서 루트 노드를 제거해서 얻을 수 있는 분리된 서브 트리의 집합



트리

02

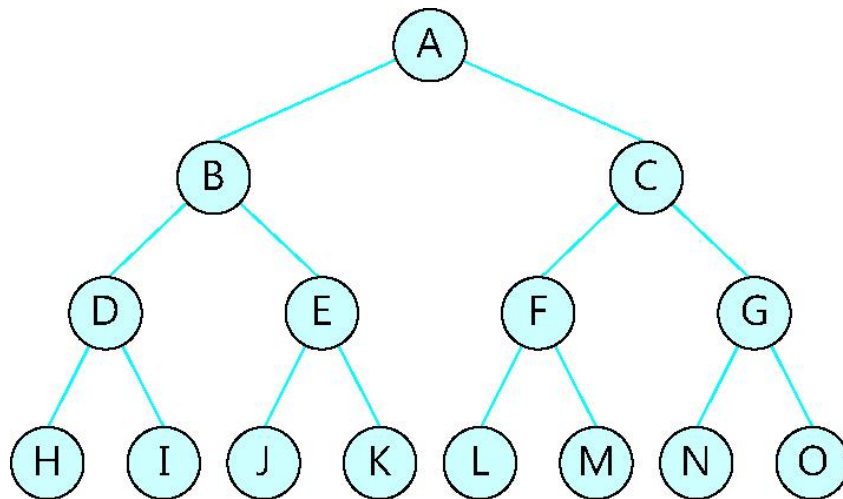
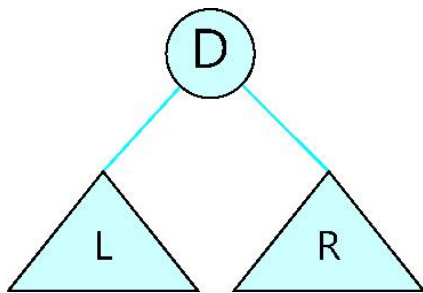
이진 트리

이진 트리(binary tree)

이진 트리

개념

- 트리 중에서 차수가 2인 트리
- 모든 노드의 차수는 최대 2를 넘지 않음
- 모든 노드는 최대 2개의 서브 트리를 가짐

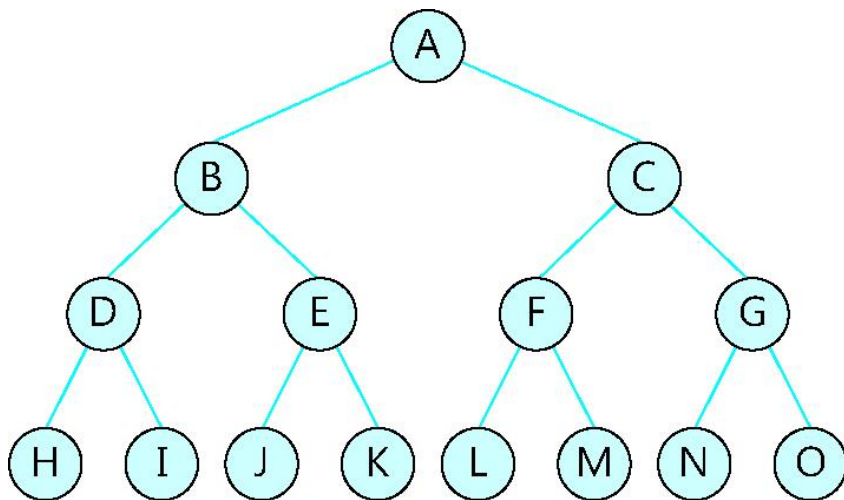
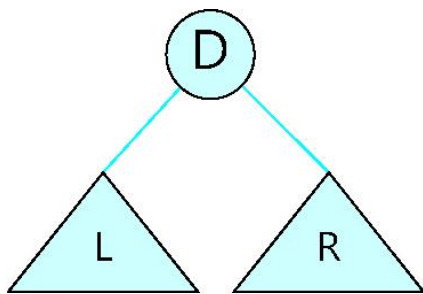


이진 트리(binary tree)

이진 트리

개념

- 각 서브 트리는 왼쪽 서브 트리과 오른쪽 서브 트리로 구분됨
- 왼쪽 노드와 오른쪽 노드에 '순서'의 의미를 부여함
- 이진 트리의 각 서브 트리는 다시 이진 트리가 됨

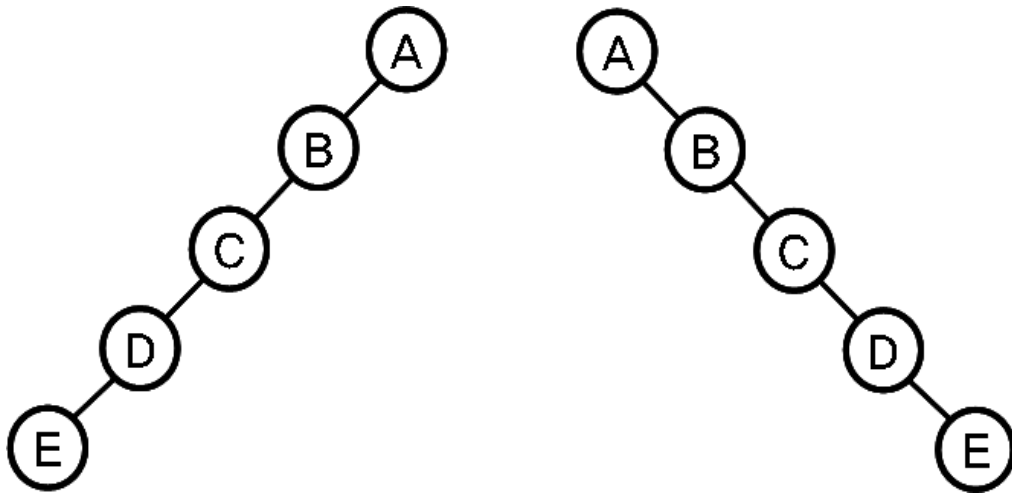


이진 트리의 높이

이진 트리

■ 최대 높이

- N개의 노드를 가진 이진 트리의 높이를 계산으로 구할 수 있음
- **최대 높이 : N으로 노드의 개수와 같음**

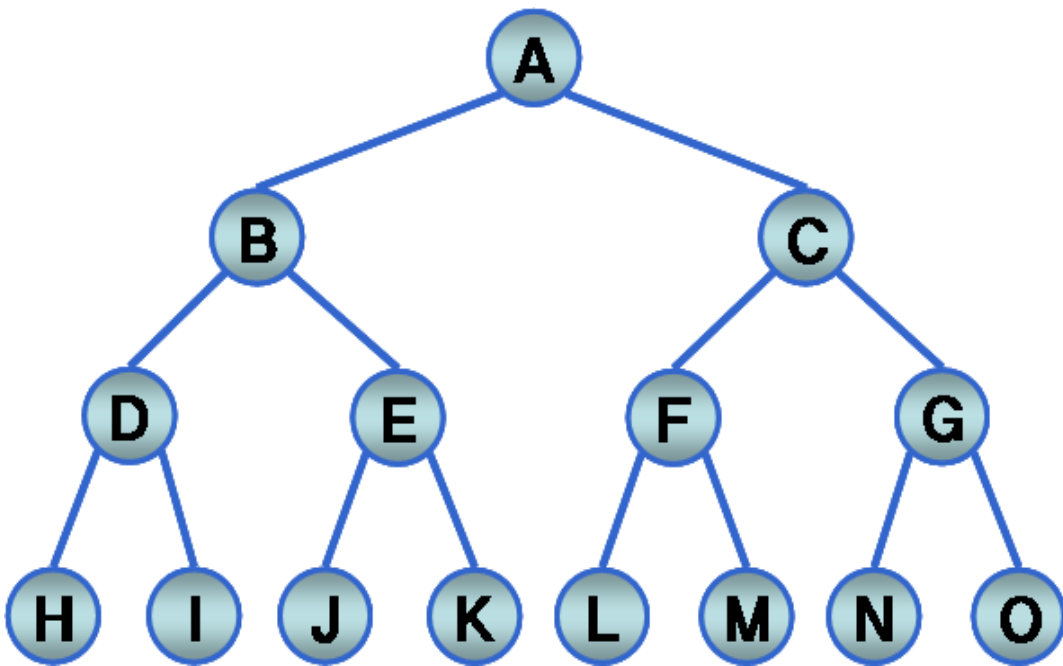


이진 트리의 높이

이진 트리

■ 최소 높이

- 모든 내부 노드가 최대 2개의 자식 노드를 갖는 경우로서 $\lceil \log_2 N \rceil + 1$ 이 높이가 됨

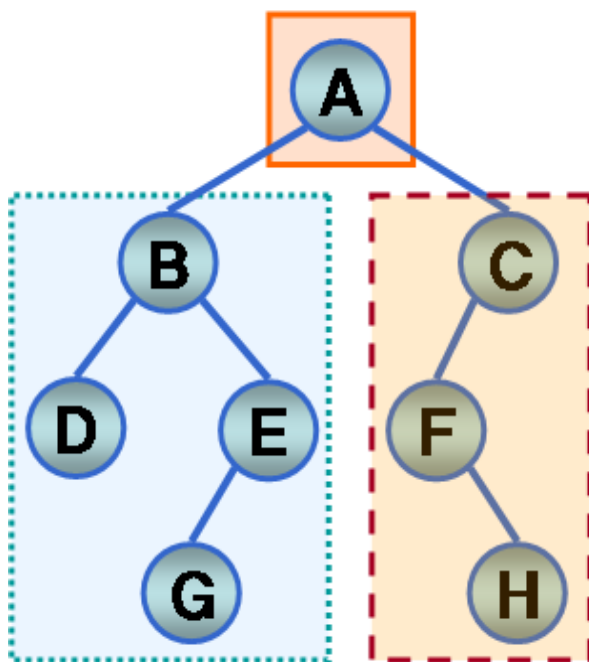


이진 트리 순회 연산

이진 트리

개념

- 일정한 순서에 따라 트리에 있는 각 노드를 한 번씩 방문하는 것



전위 순회

A B D E G C F H

중위 순회

D B G E A F H C

후위 순회

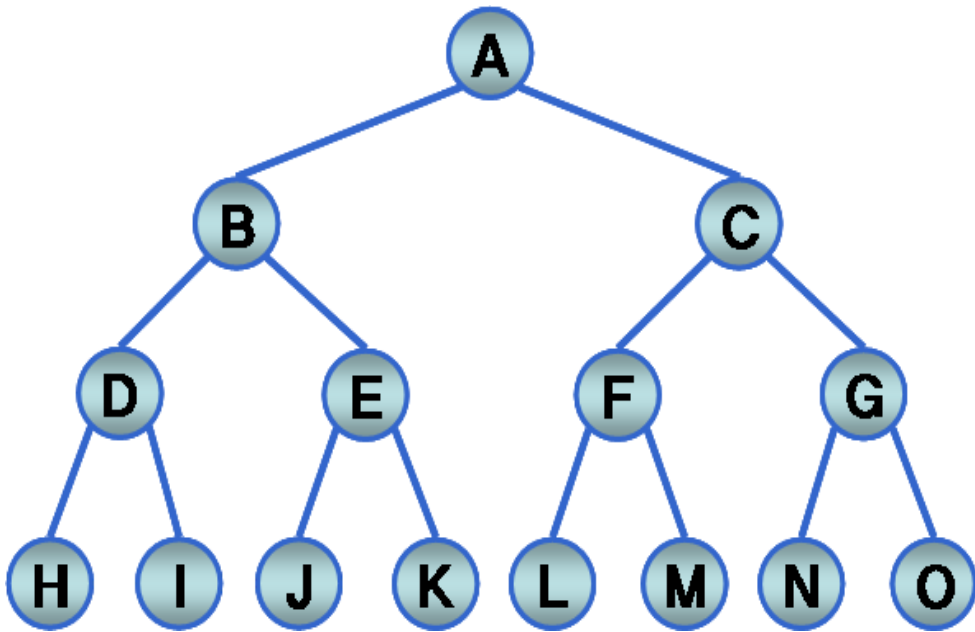
D G E B H F C A

이진 트리 순회 연산

이진 트리

■ DLR (전위 순회; preorder)

- 루트 노드 방문 → 왼쪽 서브 트리 방문 → 오른쪽 서브 트리 방문

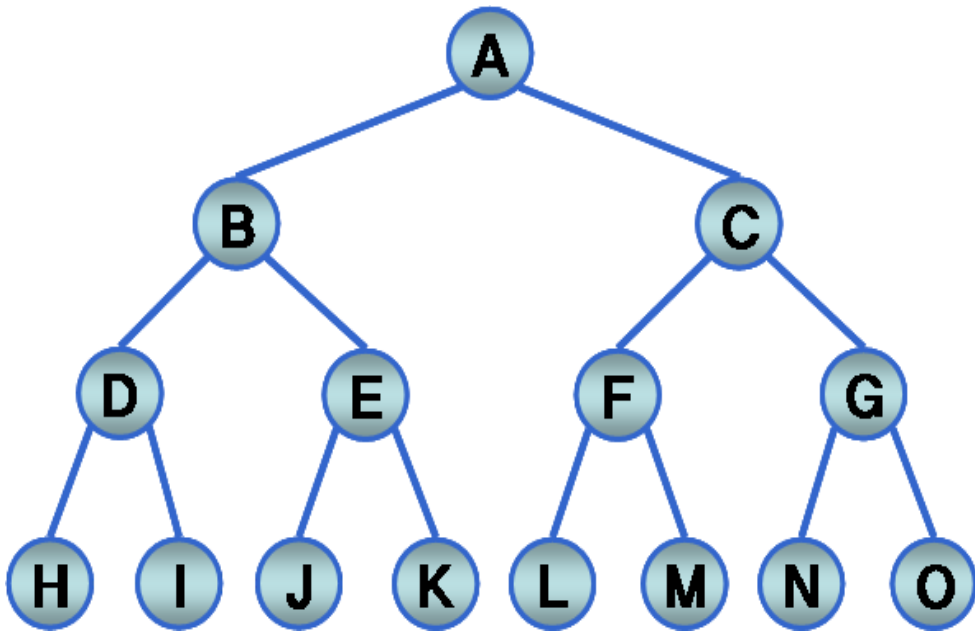


이진 트리 순회 연산

이진 트리

■ LDR (중위 순회; inorder)

- 왼쪽 서브 트리 방문 → 루트 노드 방문 → 오른쪽 서브 트리 방문

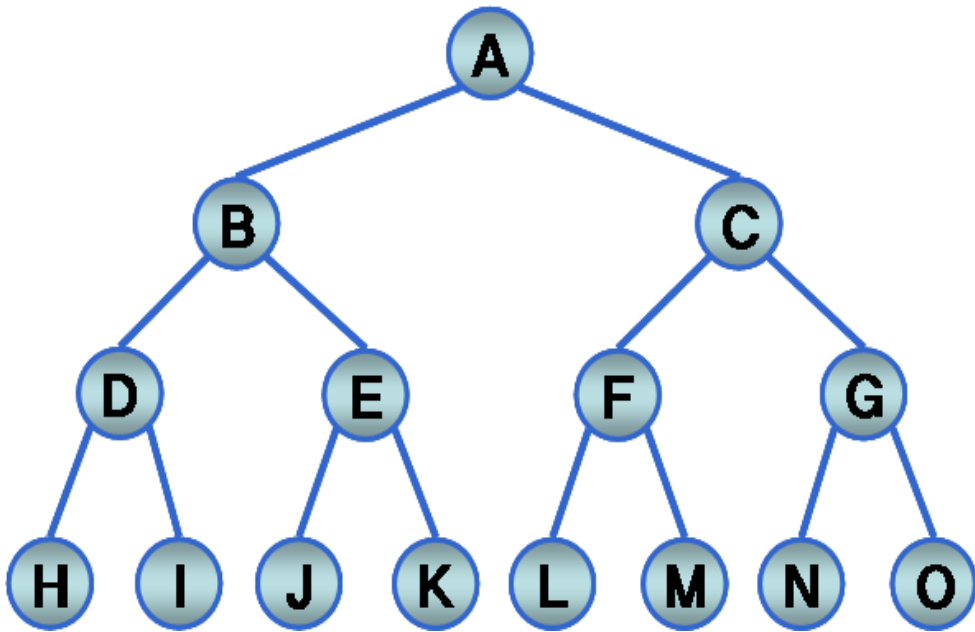


이진 트리 순회 연산

이진 트리

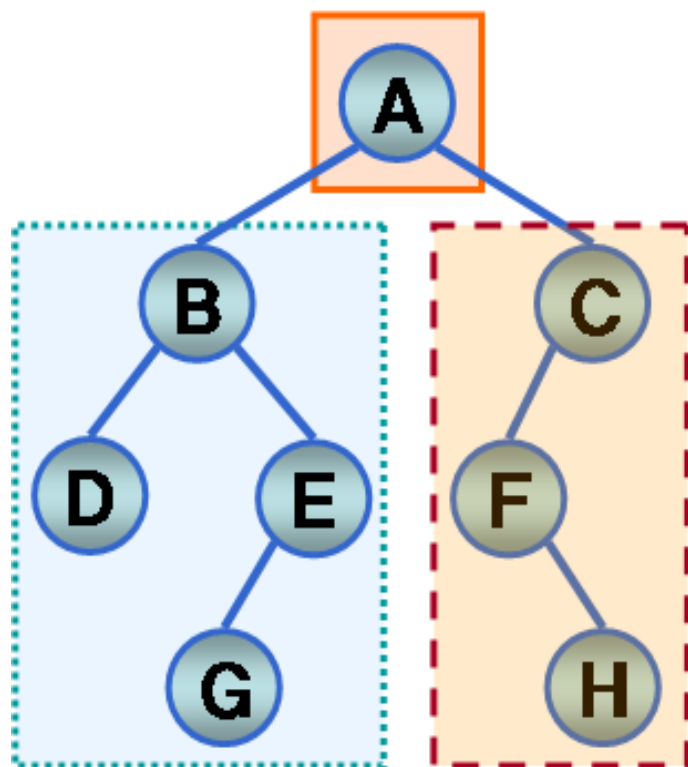
■ LRD (후위 순회; postorder)

- 왼쪽 서브 트리 방문 → 오른쪽 서브 트리 방문 → 루트 노드 방문



이진 트리 순회 연산

이진 트리



전위 순회

A B D E G C F H

중위 순회

D B G E A F H C

후위 순회

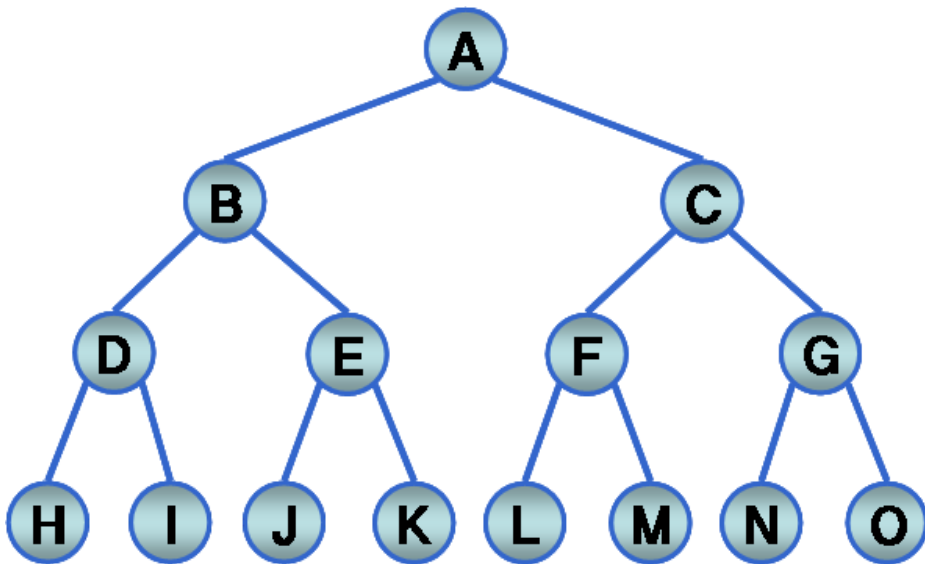
D G E B H F C A

포화 이진 트리(full binary tree)

이진 트리

개념

- 깊이가 k 인 이진 트리 중에서 노드의 개수가 $2^k - 1$ 개인 이진 트리
- 깊이가 k 인 이진 트리가 가질 수 있는 노드의 최대 개수는 $2^k - 1$ 개
- 단말 노드의 개수가 2^{k-1} 개

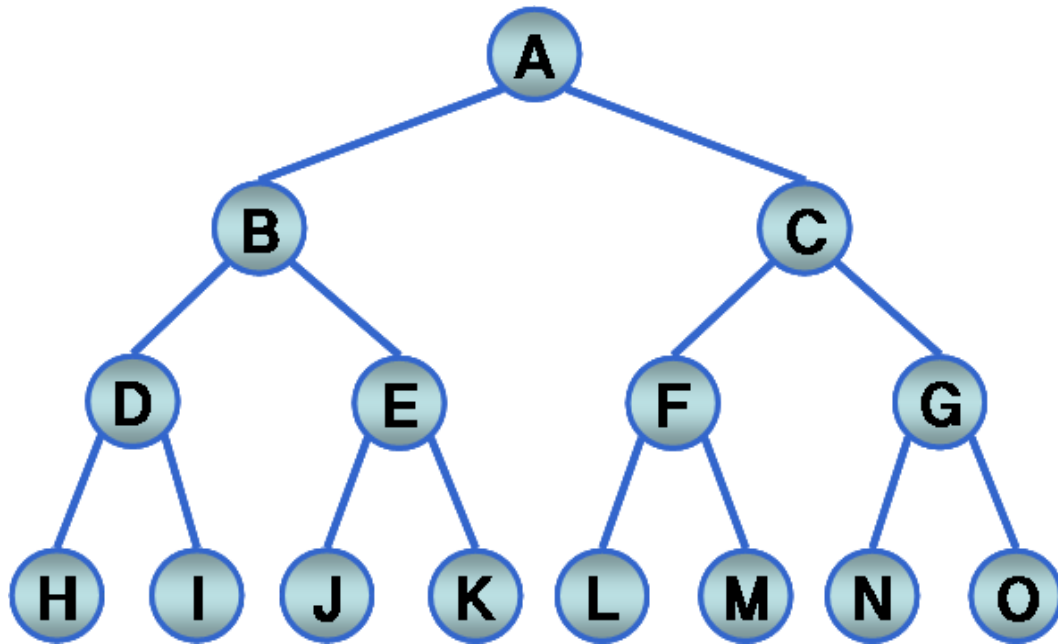


포화 이진 트리(full binary tree)

이진 트리

개념

- 각 레벨에서 빈자리가 없이 노드를 모두 가지고 있음
- 모든 내부 노드들은 2개의 자식 노드를 가짐

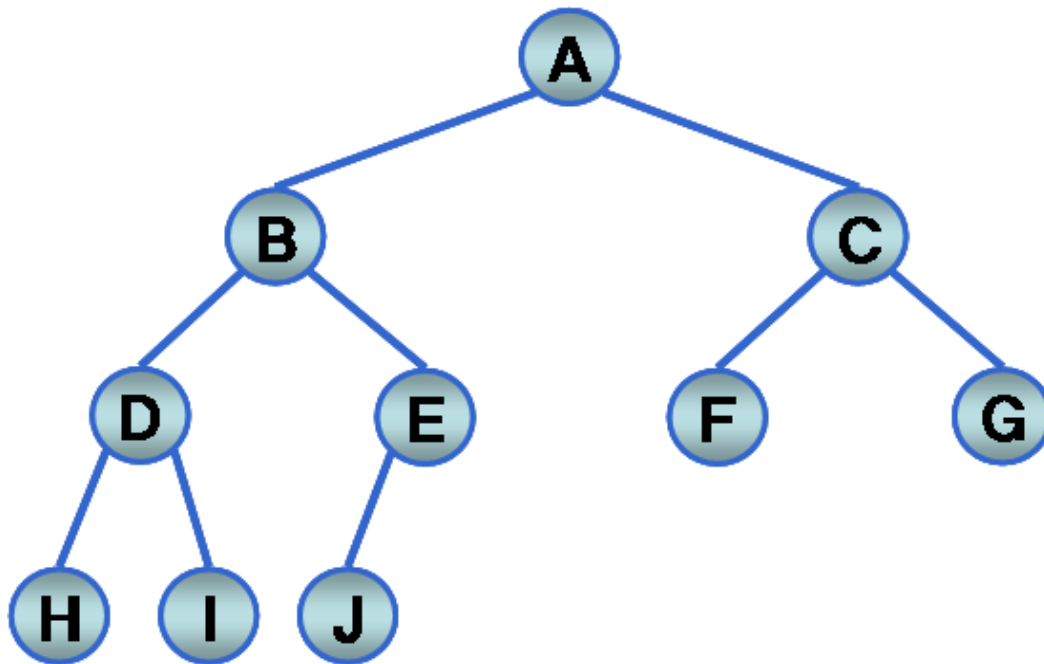


완전 이진 트리(complete binary tree)

이진 트리

개념

- 트리의 최대 레벨이 k 일 때, 레벨 $k-1$ 까지는 포화 이진 트리를 형성하고, 레벨 k 에서는 왼쪽부터 오른쪽으로 채워진 트리임

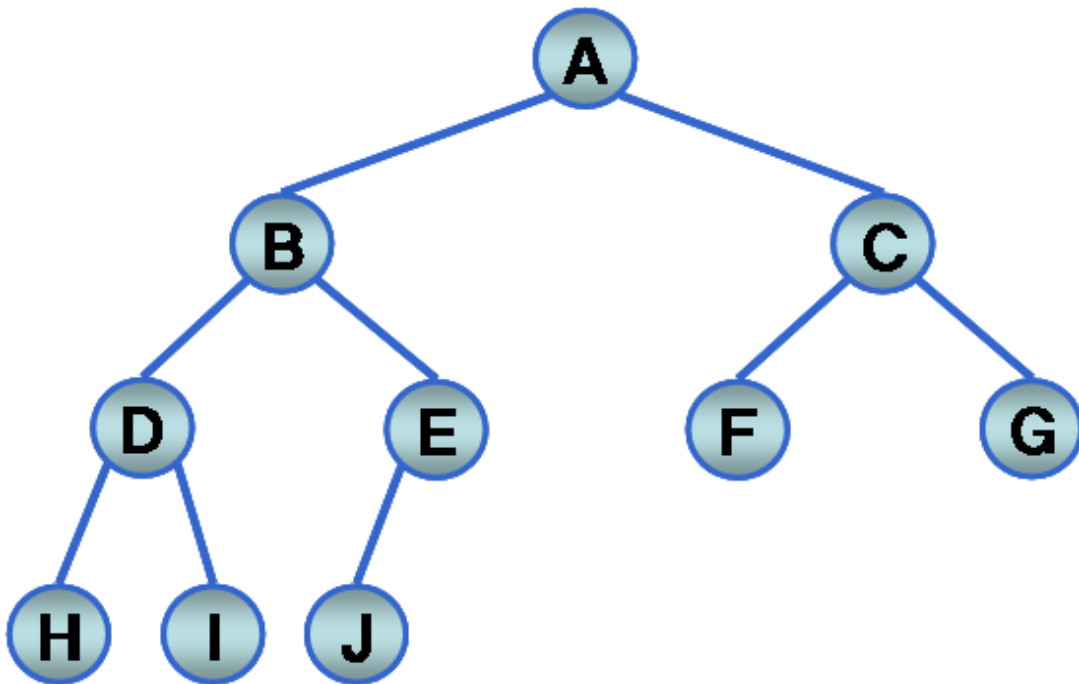


완전 이진 트리(complete binary tree)

이진 트리

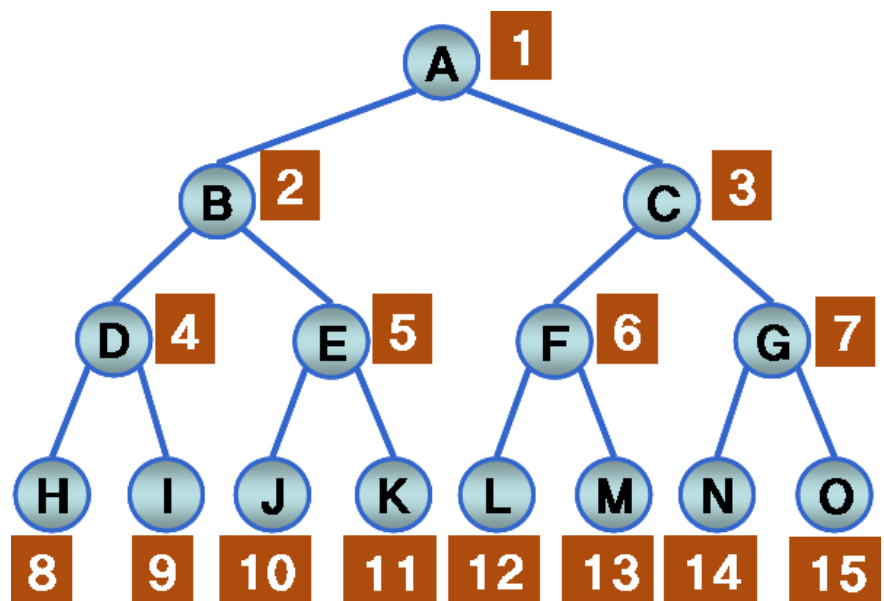
개념

- 총 노드의 개수가 $2^{k+1} - 1$ 을 초과하지 않으면서,
포화 이진 트리의 노드 번호에 해당하는 **연속적인 번호**를 갖는 트리임

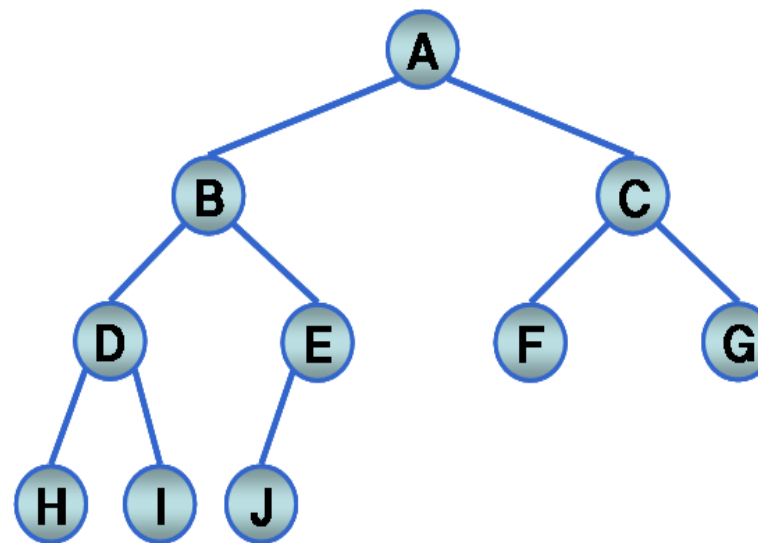


완전 이진 트리(complete binary tree)

이진 트리



(a) 포화 이진 트리에서 각 노드에 번호를 부여한 경우



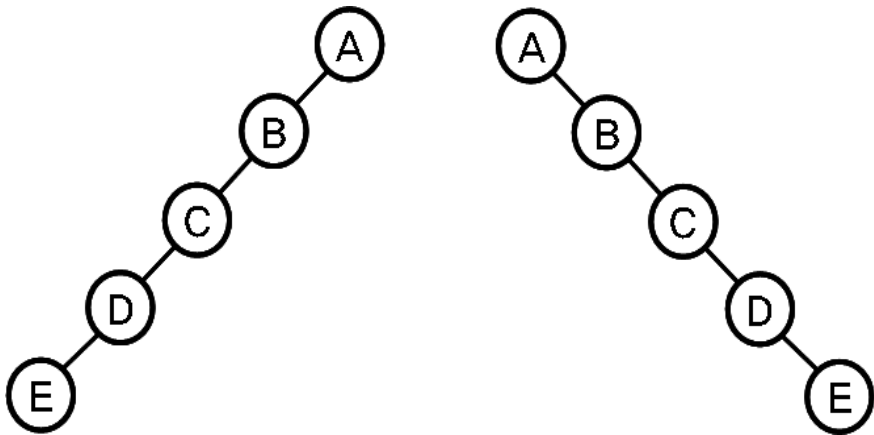
(b) 완전 이진 트리

경사 이진 트리(skewed binary tree)

이진 트리

■ 개념

- 한 쪽 방향으로만 가지가 뻗어 나간 이진 트리
- 왼쪽 방향으로만 가지가 뻗어 나간 경사 이진 트리
- 오른쪽으로만 가지가 뻗어 나간 경사 이진 트리



03

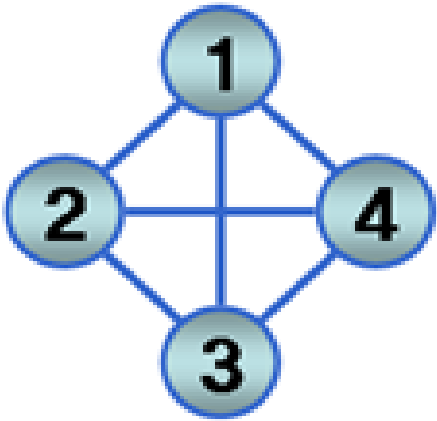
그래프

그래프의 개념과 용어

그래프

■ 그래프 G

- 정점(vertex)들의 유한 집합 V 와
두 개의 정점을 연결하는 간선(edge)들의 유한 집합 E 로 정의
- $G=(V,E)$ 로 표시됨

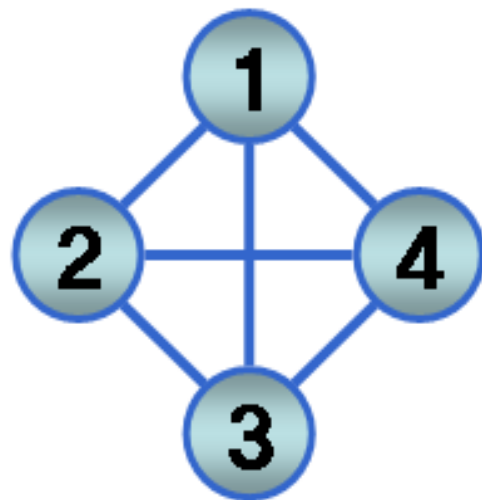


그래프의 개념과 용어

그래프

■ 무방향 그래프(undirected graph)

- 간선이 방향성이 없는 간선으로 연결된 그래프



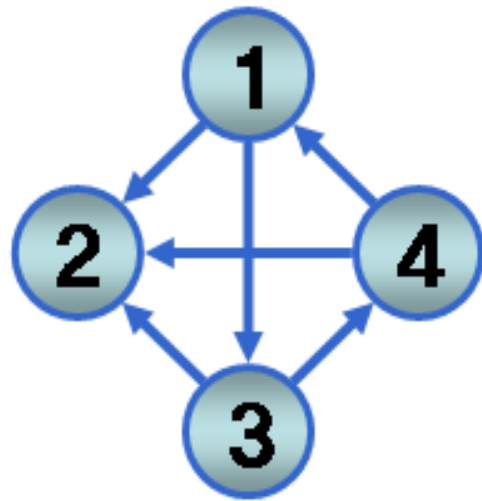
무방향 그래프 G_1

그래프의 개념과 용어

그래프

■ 방향 그래프(directed graph, digraph)

- 두 정점을 연결하는 간선이 방향성을 가지는 간선으로 연결된 그래프



방향 그래프 G_2

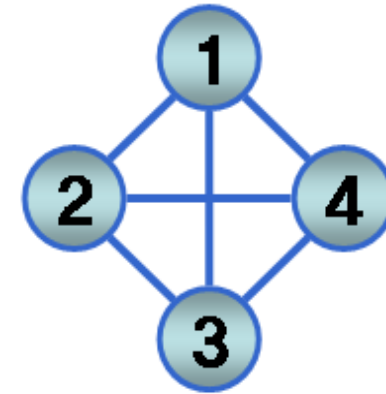
그래프의 개념과 용어

그래프

■ 그래프의 집합 표현 방법

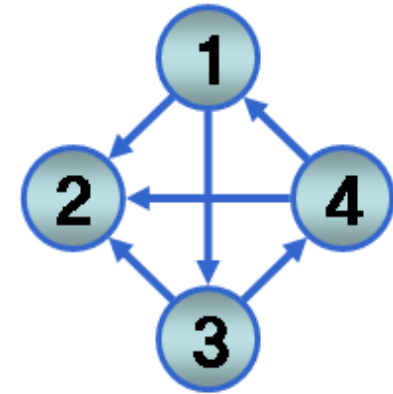
- $V(G_1)=\{1,2,3,4\}$

$$E(G_1)=\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)\}$$

무방향 그래프 G_1

- $V(G_2)=\{1,2,3,4\}$

$$E(G_2)=\{\langle 1,2 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 4,1 \rangle, \langle 4,2 \rangle\}$$

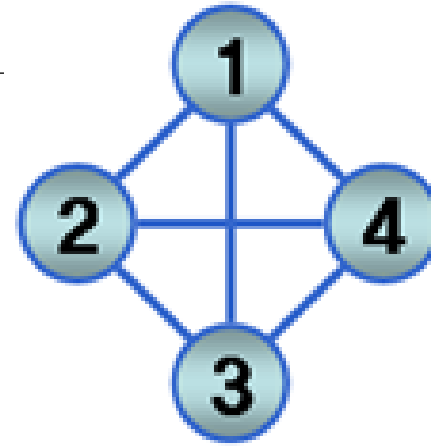
방향 그래프 G_2

그래프의 개념과 용어

그래프

용어

- 두 정점이 간선으로 직접 연결되어 있으면
두 정점은 **인접**(adjacent)해 있다고 하며,
해당 간선은 두 정점에 **부수**(incident)되었다고 함
- ‘**인접한다**’ : 정점 간의 관계
- ‘**부수되었다**’ : 정점과 간선 간의 관계
- 경로(path) : 간선으로 연결된 **정점들의 순차적 나열**을 의미함



그래프의 개념과 용어

그래프

■ 용어

- **경로의 길이** : 경로에 포함된 **간선의 개수**
- **단순 경로(simple path)** : 경로 상에 존재하는 **정점들이 모두 다른 경로**

그래프의 개념과 용어

그래프

■ 용어

- 사이클(cycle)

: 세 개 이상의 정점을 가진 경로 중에서 시작 정점과 끝 정점이 같은 경로

- 단순 사이클(simple cycle)

: 시작 정점과 끝 정점을 제외하고 모든 정점이 다른 사이클

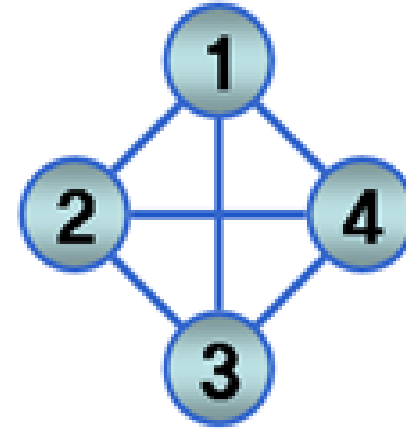
그래프의 개념과 용어

그래프

용어

- ‘두 정점은 서로 연결되었다’

: 두 정점 사이에 경로가 존재함



- ‘그래프가 서로 연결되었다’

: 무방향 그래프에서 서로 다른 모든 정점들 사이에 경로가 존재함

그래프의 개념과 용어

그래프

용어

- 무방향 그래프에서 한 정점의 차수(degree)
: 정점에 부수된 간선의 개수임
- 방향 그래프 정점의 차수는 진입 차수와 진출 차수로 나뉨
 - 진입 차수(indegree) : 다른 정점에서 해당 정점으로 향하는 간선의 개수
 - 진출 차수(outdegree) : 해당 정점에서 다른 정점으로 향하는 간선의 개수

그래프의 개념과 용어

그래프

■ 용어

- 트리는 그래프의 특수한 형태로 봄
- 무방향 그래프에서 모든 정점이 서로 연결되어 있으면서 사이클이 존재하지 않는 그래프를 트리라고 함

04

그래프의 표현

그래프의 표현

그래프의 표현

■ 개념

- 그래프를 컴퓨터 프로그래밍 언어로 구현하기 위해서는
인접 행렬(adjacency matrix)이나
인접 리스트(adjacency list)를 이용하여 표현함
- 인접 행렬을 이용하여 n 개의 정점을 가진 그래프를
표현하기 위해서는 $n \times n$ 크기의 2차원 배열을 이용함

그래프의 표현

그래프의 표현

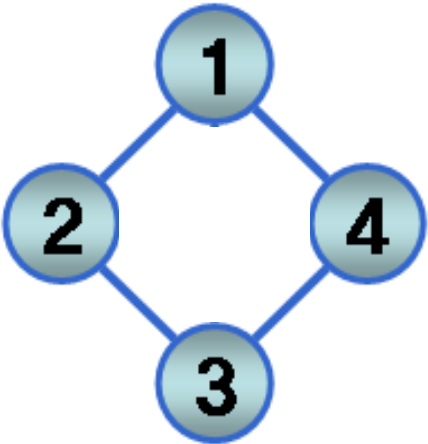
■ 개념

- 인접행렬 $A[i][j]$ 에 값이 존재하면
그래프의 정점 v_i 에서 정점 v_j 사이에 간선이 존재함을 의미하고,
 $A[i][j]$ 의 값은 1로 정함

그래프의 표현

그래프의 표현

인접행렬



(a) 그래프

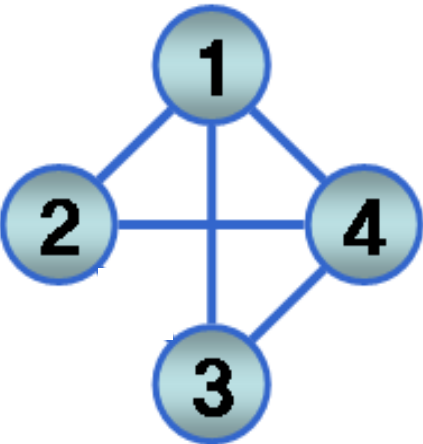
	1	2	3	4
1	0	1	0	1
2	1	0	1	0
3	0	1	0	1
4	1	0	1	0

(b)인접행렬을 사용한 그래프의 표현

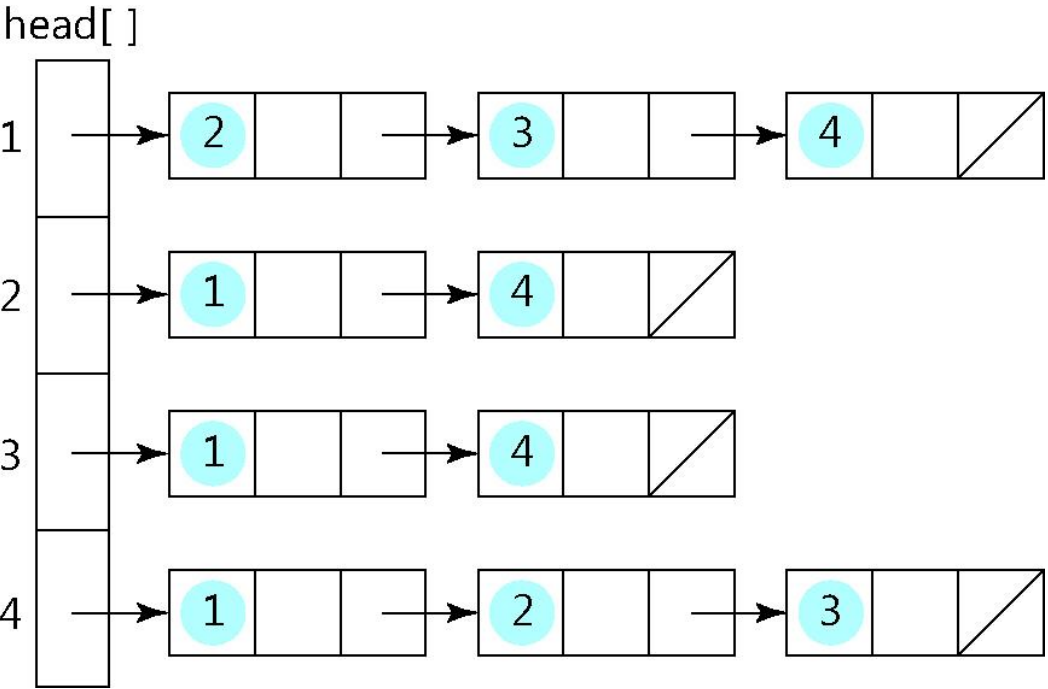
그래프의 표현

그래프의 표현

인접리스트



(a) 그래프



(b)인접리스트를 사용한 그래프의 표현

그래프의 탐색

그래프의 표현

■ 개념

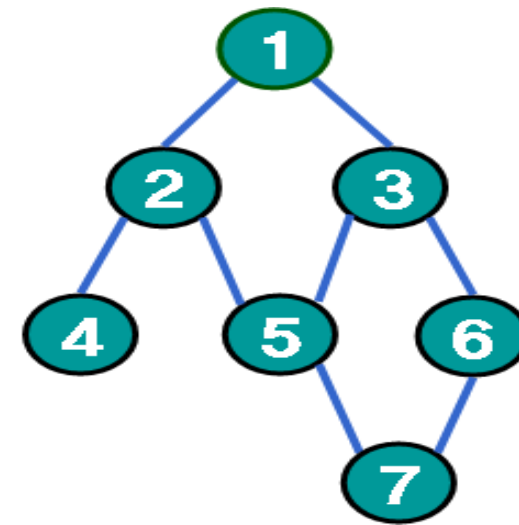
- 그래프의 모든 정점을 체계적으로 방문하는 것
- 깊이 우선 탐색(depth first search)과
너비 우선 탐색(breadth first search)이 있음

깊이 우선 탐색

그래프의 표현

■ 개념

- 최근의 방문하지 않은 인접한 하나의 정점을 우선적으로 방문함
- 최종적인 방문 순서는 (1, 2, 4, 5, 7, 6, 3) 이 됨
- 최종 방문 순서는 구현 방법에 따라 달라질 수 있음

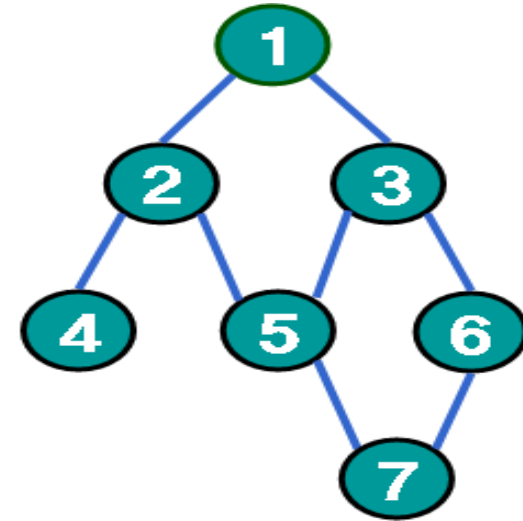


너비 우선 탐색

그래프의 표현

■ 개념

- 최근의 방문하지 않은 인접한 모든 정점을 모두 방문함
- 최종적인 방문 순서는 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) 이 됨
- 최종 방문 순서는 구현 방법에 따라 달라질 수 있음





1. 트리

- 노드와가지로구성되어나무뿌리모양의데이터의계층관계를나타내는자료구조

2. 트리 순회방법

- 전위순회, 중위순회, 후위순회가있음

3. 그래프

- 정점들의유한집합과정점들의쌍을연결하는간선의유한집합

05

강

다음시간 안내

알고리즘



KOREA NATIONAL OPEN UNIVERSITY

