ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET BEOGRAD

Praktikum iz fizike 2

23.04.2020.

Uneti ime, prezime i broj indeksa:

Никола Радојевић 2019/176

Word fajl obavezno poslati na email adresu marko.krstic@etf.bg.ac.rs.

Uz word poslati i finalne MATLAB kodove. U svaki .m fajl u vidu komentara uneti ime, prezime i broj indeksa.

LABORATORIJSKE VEŽBE NA RAČUNARU

FIZIČKI MODELI U MODELOVANJU SAOBRAĆAJA

Zadatak: Simulirati model protoka saobraćaja koji je modelovan parcijalnom diferencijalnom jednačinom:

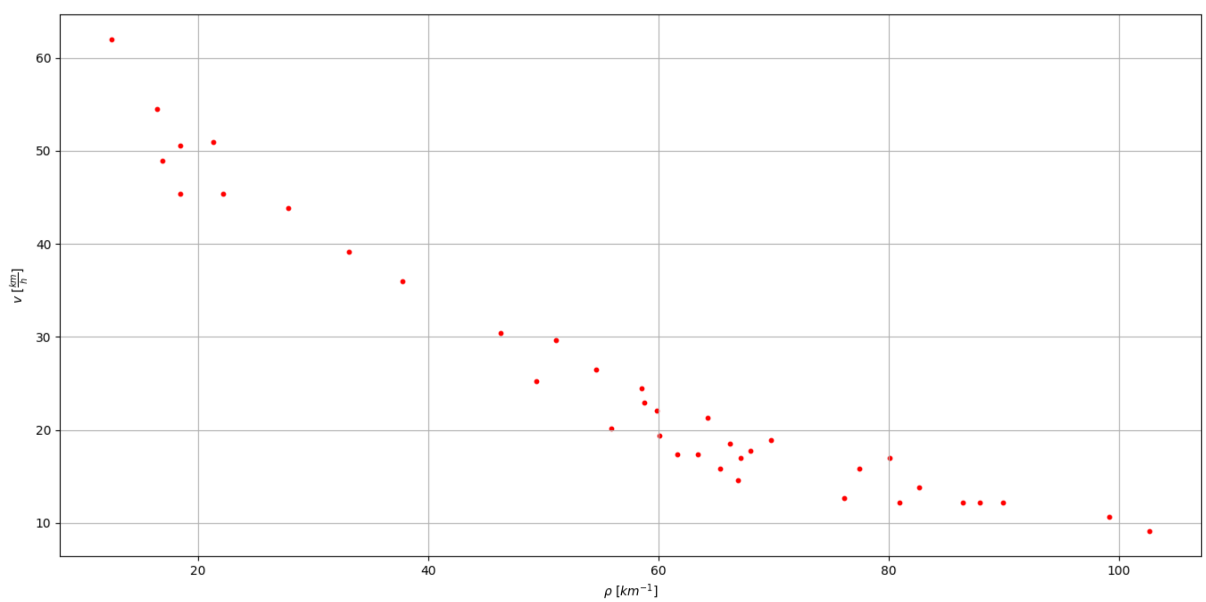
$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(v(\rho)\rho(x,t)\right)=0$$

u kome brzina vozila nije konstantna već zavisi od gustine (a samim tim i od koordinate *x* i vremena *t*).

U fajlu `traffic_data.csv` nalaze se podaci dobijeni snimanjem protoka saobraćaja u Linkoln tunelu, koji prolazi ispod reke Hadson i povezuje Nju Džersi sa centrom Menhetna. U prvoj koloni nalazi se gustina vozila (data u jedinicama kola/milji) a u drugoj koloni njhova brzina (data u jedinicama milja/sat).

a) Napraviti MATLAB skriptu u okviru koje treba učitati .csv fajl, a zatim konvertovati jedinice u kola/kilometru (1/km) i kilometar/sat (km/h) i prikazati ovu zavisnost u okviru jednog grafika, na kome su podaci iz tabele obeleženi crvenim kružićima. Obeležiti ose grafika.

Slika:



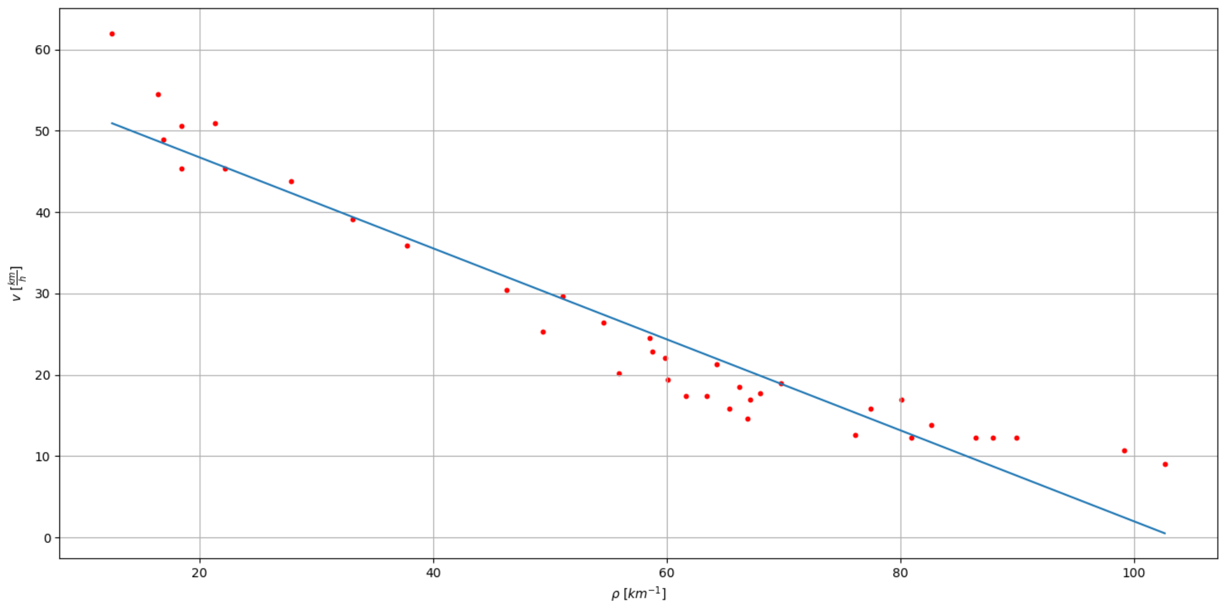
Grinšilds-ov model pretpostavlja linearnu zavisnost brzine od gustine i dat je sledećom linearnom funkcijom:

$$v(\rho) = v_m \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right)$$

gde je v_m maksimalna brzina vozila, a ρ_m maksimalna gustina vozila (kada bi sva vozila bila pozicionirana jedna iza drugog, bez razmaka).

b) Koristeći se `curve fitting toolbox`-om u MATLAB-u pronaći koeficijente v_m i ρ_m koji definišu optimalnu pravu. Koeficijente pronaći u jedinicama km/h i 1/km, respektivno. Nacrtati grafik na kome su eksperimentalni podaci nacrtati crvenim tačkama, a optimalna prava plavom linijom. Obeležiti ose grafika i na grafik staviti legendu.
(Napomena: ukoliko se čini da je dobijena maksimalna brzina vozila previše mala, treba imati na umu da u tunelu postoji rigorozno ograničenje brzine. Proveriti dobijenu vrednost iz MATLAB modela sa realnim ograničenjem koje se može naći na linku: https://en.wikipedia.org/wiki/Lincoln_Tunnel pod stavkom "operating speed").

Slika:



Odgovor:

$$v_m = 57{,}91\,\frac{km}{h}$$

$$\rho_m = 103{,}55\,km^{-1}$$

c) Uzimajući u obzir funkcijsku zavisnost brzine od gustine, srediti jednačinu u oblik pogodan za primenu metode konačnih razlika, tako da jednačina ima formu:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + c(\rho)\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} = 0$$

gde je *c(ρ)* funkcija u kojoj kao promenljiva figuriše samo gustina *ρ*, a kao konstante maksimalna brzina v_m i maksimalna gustina ρ_m. Napisati dobijenu funkciju *c(ρ)*:

Odgovor:
$c(\rho) = v_m \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right)$

d) U daljem nastavku MATLAB skripte primeniti metodu konačnih razlika za rešavanje gornje parcijalne diferencijalne jednačine koja modeluje protok saobraćaja. Na gornju jednačinu primeniti metodu konačnih razlika za sledeće parametre:

1. Ukupna dužina posmatranog puta L = 2.4 km,
2. Vremenski domen za rešavanje T = 180 sekundi,
3. Koraci diskretizacije: Δx = 0.05 km, Δt = 0.1 s.

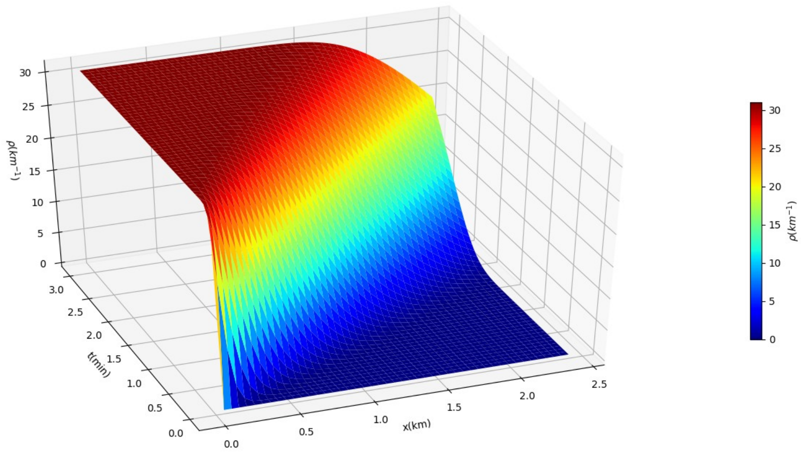
Za rešavanje jednačine potrebno je poznavanje početnog, odnosno graničnog uslova. Početni i granični uslov treba definisati tako da se modeluje semafor koji na koordinati x = 0 u trenutku t = 0 prelazi iz crvenog u zeleno. Pretpostavka je da je crveno svetlo na semaforu trajalo dovoljno dugo tako da se u trenutku t = 0 sva vozila nalaze iza semafora, a da ispred semafora nema nijednog vozila. Simulirati dan kada je na putu nije bilo velike gužve, tj. kada gustina vozila iza semafora ima vrednost $0.3\rho_m$.

Voditi računa da sve jedinice budu konzistentne!

Odgovor:
$\rho(x,0) = 0$ $\rho(0,t) = 0{,}3\,\rho_m$

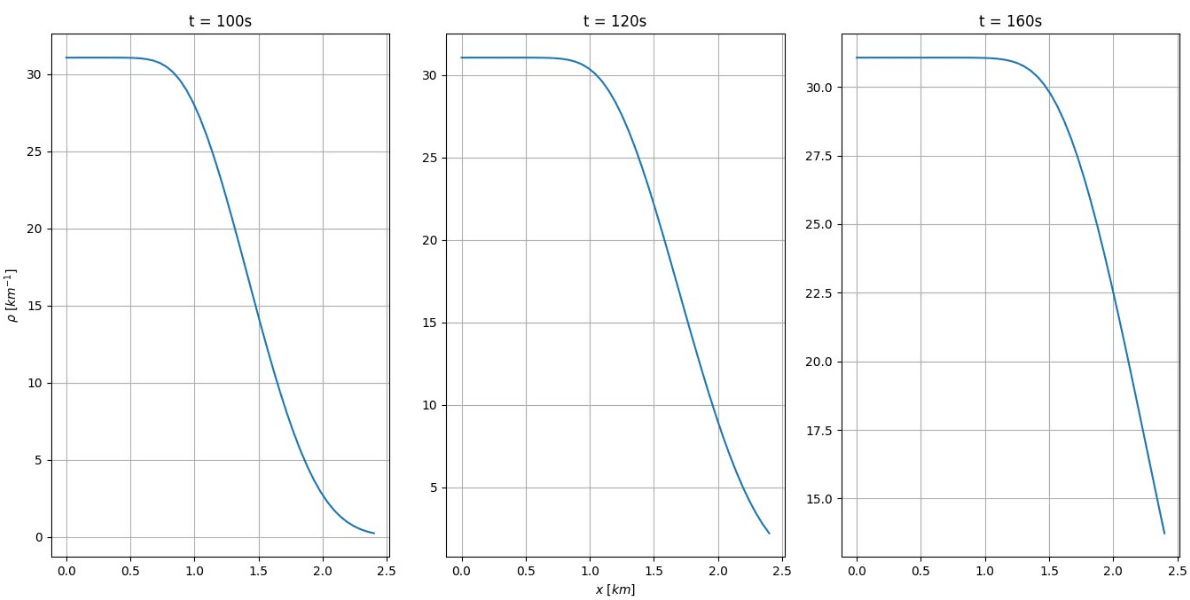
Nacrtati 3D grafik zavisnosti gustine vozila *ρ* u funkciji od *x* i *t*. Obeležiti ose grafika.

Slika:



Nacrtati 2D grafik zavisnosti gustine vozila ρ u funkciji od x za tri vremenska trenutka (izabrati po želji, recimo t = 100, 120 i 160 s ili neka druga tri vremenska trenutka koja bolje demonstriraju dinamiku promene gustine vozila). Obeležiti ose grafika i uneti legendu.

Slika:

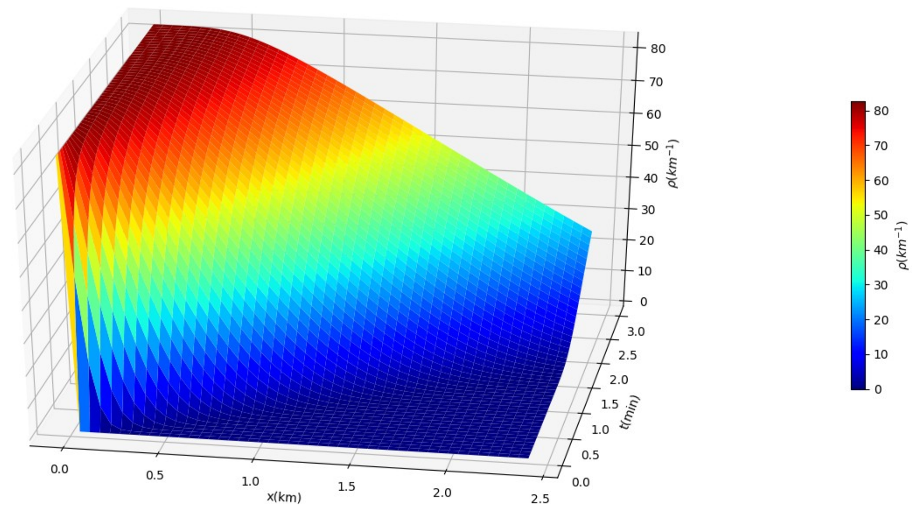


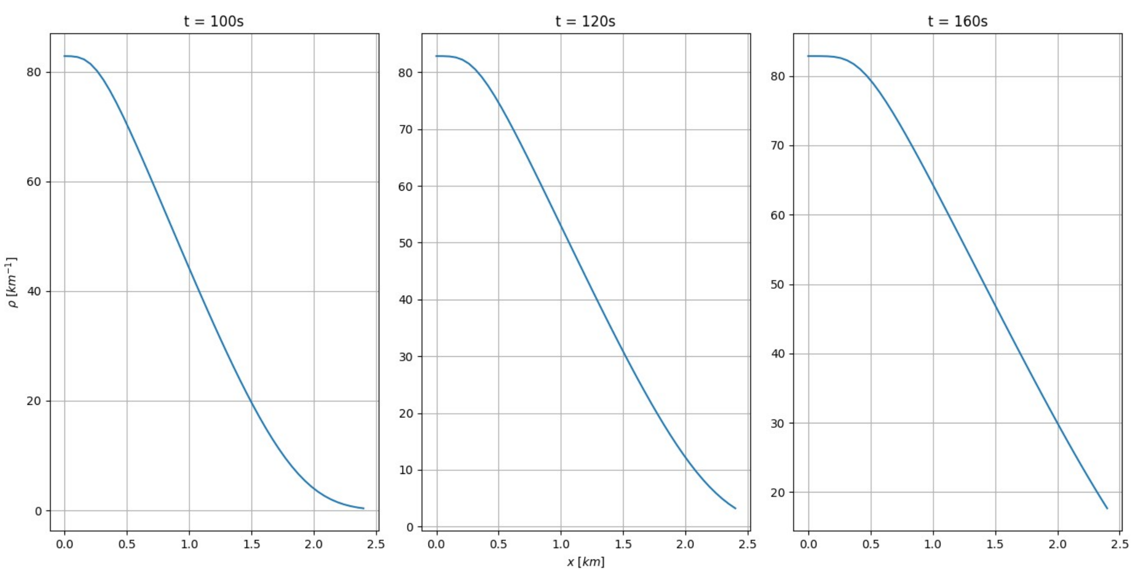
Komentarisati dobijene grafike i na osnovu njih objasniti ponašanje vozila u ovakvom modelu.

Komentar:

Кад има мало аутомобила, онда могу да се крећу већом брзином. Због тога се сва кола могу кретати скоро максималном брзином што доводи до „проширења“ графика.

Diskutovati šta se dešava kada bi gužva na putu bila jako velika, odnosno kada bi gustina vozila iza semafora bila jako velika ($0.8\rho_m$). Ponoviti prethodni 3D kao i 2D grafik za promenjeni granični/početni uslov.

Slika:


Slika:


Komentar:
Када има доста аутомобила, највећа могућа брзина је веома мала и због тога график остаје прилично узак у току скоро целе симулација.