

Uneti ime, prezime i broj indeksa:

Никола Радојевић 2019/176

Word fajl obavezno preimenovati u

Ime_Prezime_lvm

i poslati na marko.krstic@etf.bg.ac.rs, zajedno sa MATLAB kodovima.

LABORATORIJSKE VEŽBE NA RAČUNARU
FIZIČKI MODELI U BIOLOGIJI

Zadatak: Uporediti model eksponencijalnog i logističkog rasta.

Eksponencijalni rast:

$$\frac{dx}{dt} = rx \quad (1)$$

Logistički rast:

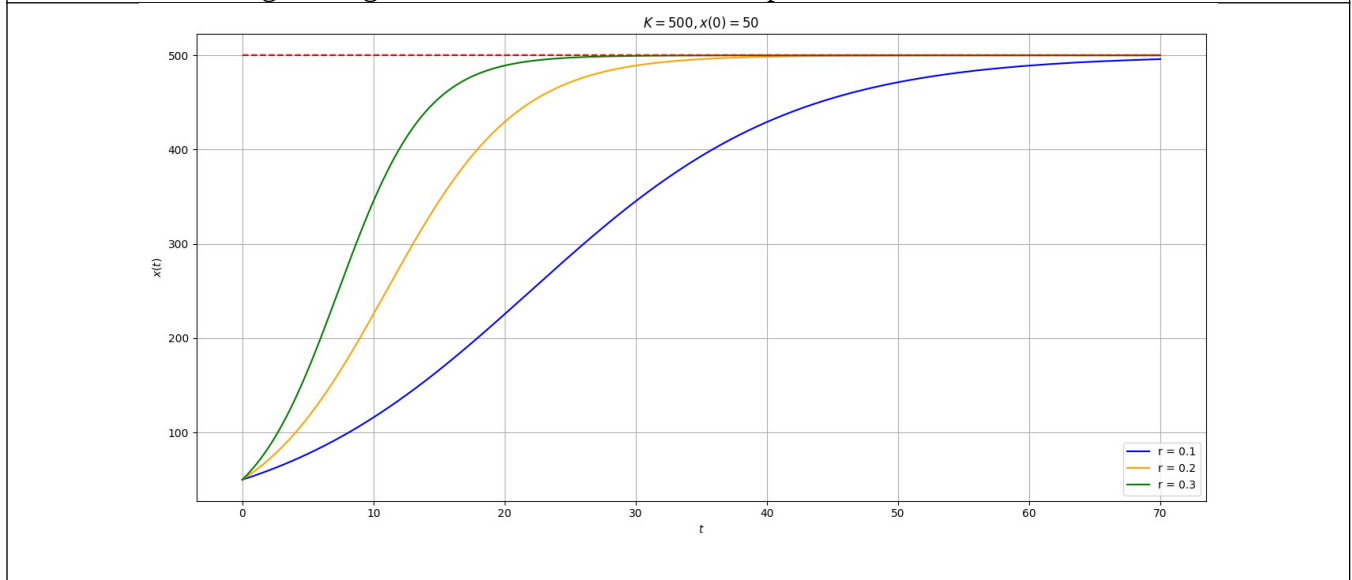
$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K} \right) \quad (2)$$

- Formirati MATLAB funkcije koje predstavljaju ove dve diferencijalne jednačine (`exp_growth.m` za eksponencijalni rast, `log_growth.m` za logistički rast).
- Formirati glavni program (`expVSlog.m`) koji na vremenskom domenu od 0 do 70 dana (vremensku osu napraviti kao ekvidistantnu podelu u 1000 tačaka), rešava diferencijalnu jednačinu eksponencijalnog rasta (jednačina (1)) i jednačinu logističkog rasta (jednačina (2)). Jednačine treba rešiti za početni uslov $x(0) = 50$ jedinki, za tri slučaja stope rasta, $r = 0.1, 0.2$ i 0.3 jedinki na dan. U slučaju logističkog rasta, nosivi kapacitet iznosi $K = 500$ jedinki.

Reprodukovati levi grafik sa slajda br. 4 iz pripremnog fajla. Na istom grafiku prikazati:

- Sve tri krive (za sve tri vrednosti stope rasta r) koje predstavljaju rešenja diferencijalne jednačine logističkog rasta. Krive treba da budu nacrtane različitim bojama, za koje treba prikazati legendu.
- Dodati horizontalnu isprekidanu liniju crvene boje $x = K$ (asimptotu kojoj teže sve tri dinamike).
- Označiti ose.
- Dodati grid na grafik (komanda `grid` on nakon komande `plot`).

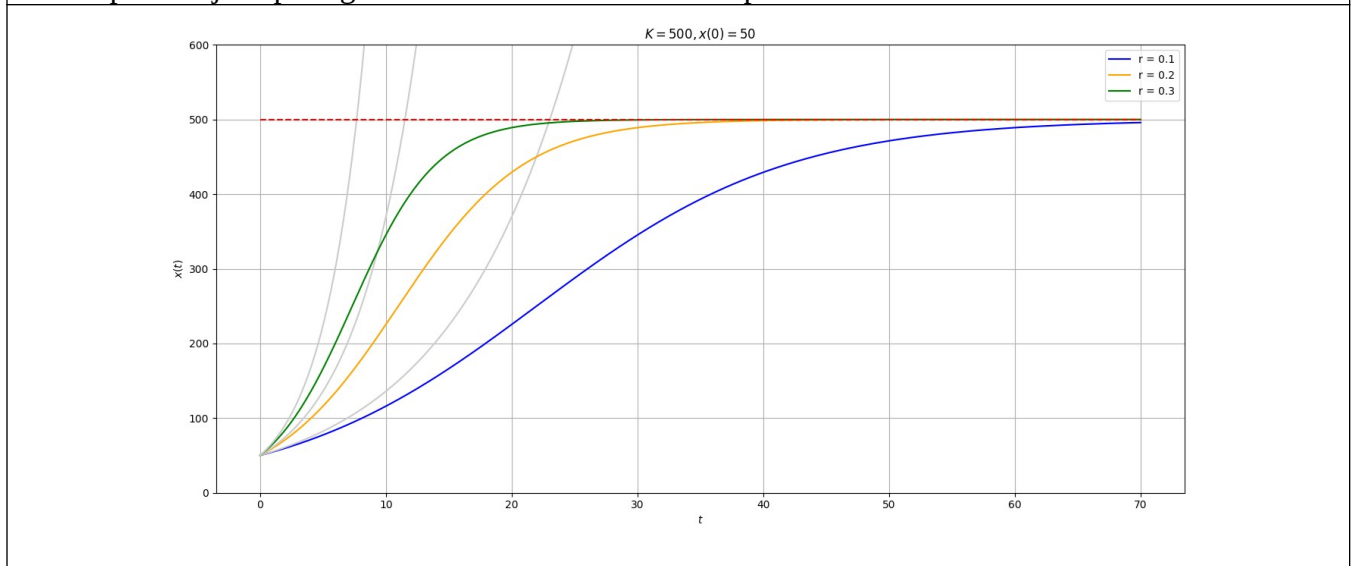
Slika: dinamike logističkog rasta za različite vrednosti stope rasta r



Reprodukovati desni grafik sa slajda br. 4 iz pripremnog fajla koji poredi eksponencijalni porast sa logističkim porastom. Na istom grafiku prikazati:

1. Sve tri krive (za sve tri vrednosti stope rasta r) koje predstavljaju rešenja diferencijalne jednačine logističkog rasta. Krive treba da budu nacrtane različitim bojama, za koje treba prikazati legendu.
2. Sve tri krive (za sve tri vrednosti stope rasta r) koje predstavljaju rešenja diferencijalne jednačine eksponencijalnog rasta. Sve tri krive treba da budu nacrtane sivom bojom kao isprekidane linije.
3. Dodati horizontalnu isprekidanu liniju crvene boje $x = K$ (asimptotu kojoj teže sve tri dinamike).
4. Označiti ose.
5. Dodati grid na grafik.
6. Da bi grafik bio pregledan (zbog velikog porasta eksponencijalne funkcije), postaviti limit za y osu grafika tako da ide od 0 do 600, pomoću naredbe (koja se stavlja posle naredbe `plot`) `ylim([0 600])`.

Slika: poredjenje exp i log rasta za različite vrednosti stope rasta r



Zašto se eksponencijalni i logistički brže razilaze kada je stopa rasta r veća?

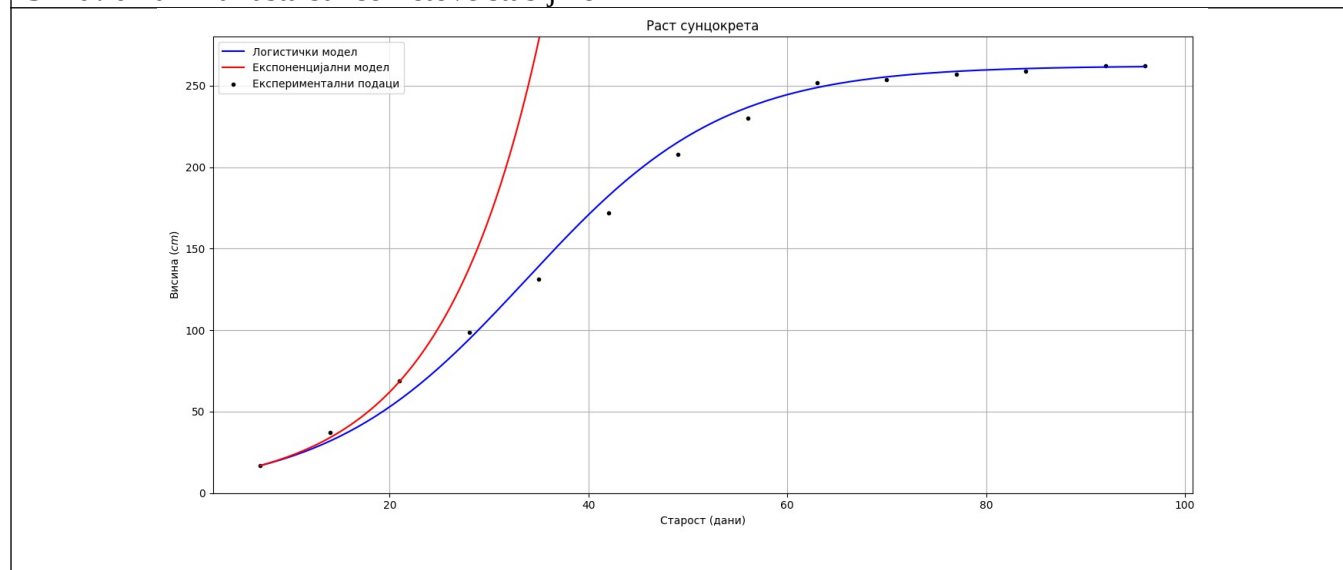
Komentar

Зато што кад је вредност r већа, онда график брже расте и брже се приближава zasiћењу, а самим тим и брже успорава.

- c) Napraviti novi MATLAB program ([sunflower.m](#)) koja učitava fajl [sunflower_data.csv](#) i kroz eksperimentalne podatke provlači eksponencijalni i logistički model (reprodukovati grafik za slajda br. 6 u pripremnom fajlu).

Skica postupka: Pomoću naredbe `csvread` učitati fajl [sunflower_data.csv](#). Nacrtati grafik zavisnosti kolone [Height](#) od kolone [Age](#), pri čemu grafik treba da bude tipa `scatter`. Za $r = 0.1$ rešiti diferencijalne jednačine eksponencijalnog i logističkog rasta i dodati te dve krive na postojeći grafik. Uneti legendu, obeležiti ose grafika, postaviti grid, a limit za y osu postaviti da bude od 0 do 280. Vremensku osu napraviti od `tmin` do `tmax` u 200 tačaka. Za `tmin` uzeti minimalni element kolone [Age](#), za `tmax` uzeti maksimalni element kolone [Age](#). Za vrednost nosivog kapaciteta K , uzeti maksimalni element kolone [Height](#). Za početni uslov $x(0)$ uzeti prvi element kolone [Height](#) koji odgovara prvom vremenskom trenutku za koji imamo podatke.

Slika: dinamika rasta suncokretove stabljike



Sa grafika oceniti vremenski trenutak do kog eksponencijalni model dovoljno dobro prati eksperimentalne podatke.

Komentar

Експоненцијални модел довољно добро прати податке до 23. дана отприлике.

Zadatak: Simulirati Lotka-Volterra model.

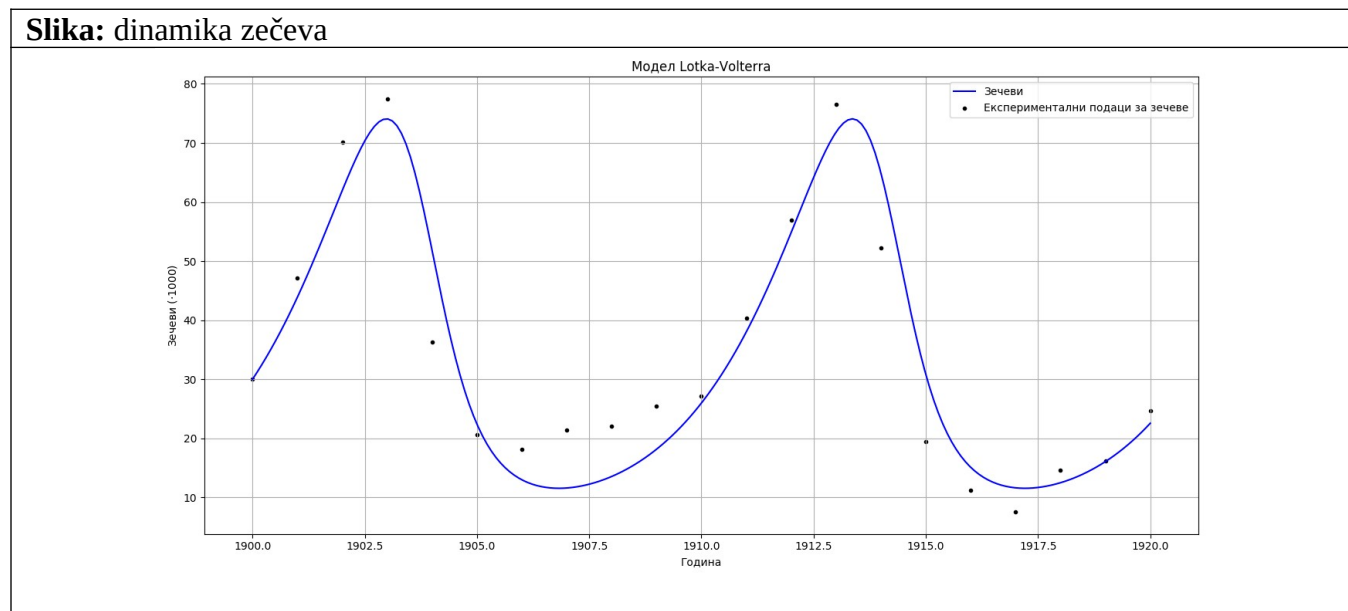
- a) Napraviti MATLAB funkciju (`lv_model.m`) koja predstavlja sistem diferencijalnih jednačina koje odgovaraju Lotka-Volterra modelu bez logističkog rasta *prey* vrste (lovine):

$$\frac{dx}{dt} = r_{prey}x - axy$$
$$\frac{dy}{dt} = -r_{predator}y + byx$$

U glavnom programu učitati fajl (`lvm_data.csv`) sa eksperimentalnim podacima o zečevima i lisicama. Na osnovu eksperimentalnih podataka dolazi se do sledećih vrednosti za parametre Lotka-Volterra sistema jednačina: $r_{prey} = 0.4807$, $a = 0.02482$, $r_{predator} = 0.9272$, $b = 0.02756$. Po uzoru na zadatak sa rastom suncokretove stabljike, zaključiti kako treba napraviti vremensku osu i postaviti početne uslove.

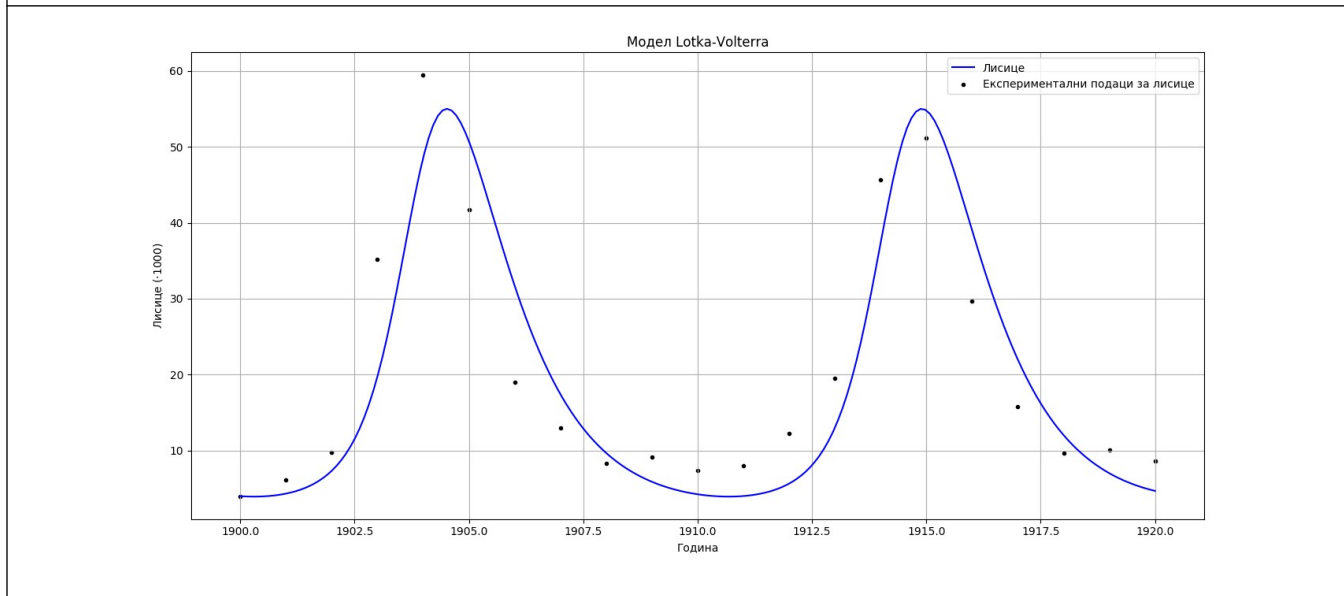
Nacrtati grafik na kome treba prikazati eksperimentalne podatke za zečeve (`scatter` plot) i krivu dinamike zečeva koja se dobija iz rešavanja Lotka-Volterra sistema (reprodukovati grafik sa slajda br. 10 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu.

Slika: dinamika zečeva



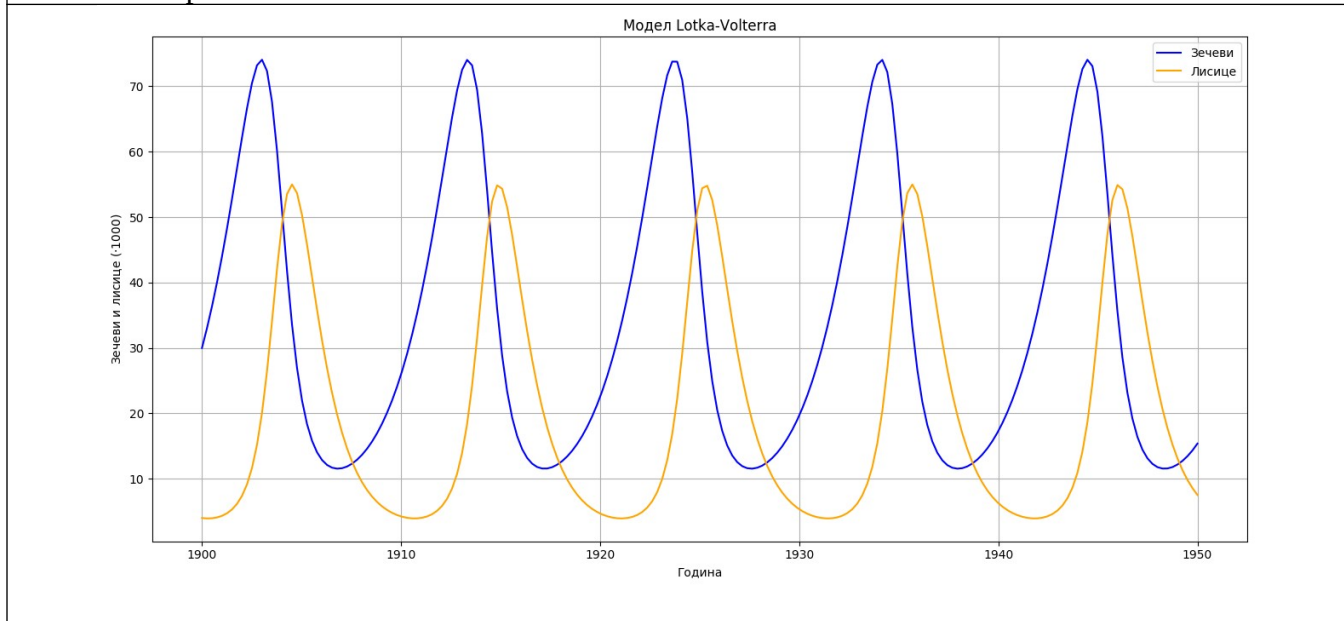
Nacrtati grafik na kome treba prikazati eksperimentalne podatke za lisice (`scatter` plot) i krivu dinamike lisica koja se dobija iz rešavanja Lotka-Volterra sistema (reprodukovati grafik sa slajda br. 11 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu.

Slika: dinamika lisica



Nacrtati grafik na kome treba prikazati krive dinamike zečeva i lisica koje se dobijaju iz rešavanja Lotka-Volterra sistema na novoj vremenskoj skali koja je produžena za još 30 godina u odnosu na prethodnu (reprodukovati grafik sa slajda br. 12 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu.

Slika: ekstrapolirana dinamika zečeva i lisica



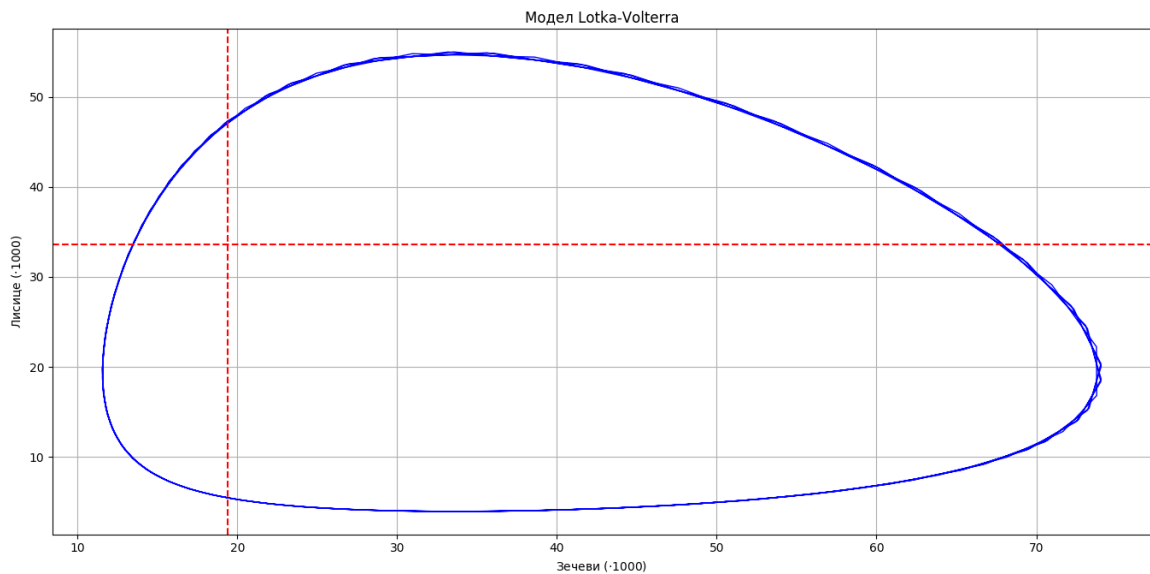
Proceniti ugaonu frekvenciju oscilovanja lisica, kao i zečeva i proveriti da li se slaže sa formulom datom na slajdu br. 12 iz pripremnog fajla.

Komentar:

Израчунато омега по формули је 0.66761, а процењена вредност је 0.60943.

Nacrtati fazni dijagram koji odgovara prethodnom vremenskom dijagramu (reprodukovati grafik sa slajda br. 13 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu. Uneti verikalnu i horizontalnu isprekidanu liniju crvene boje, tako da se u preseku definiše stacionarno stanje ovakvih oscilacija.

Slika: fazni dijagram dinamike zečeva i lisica



Kog oblika je fazni dijagram i zašto?

Komentar:

Дијаграм је цикличан зато што популације зечева и лисица осцилују.

b) Simulirati Lotka-Volterra model sa logističkim rastom za *prey* vrstu:

$$\frac{dx}{dt} = r_{prey} x \left(1 - \frac{x}{K} \right) - axy$$

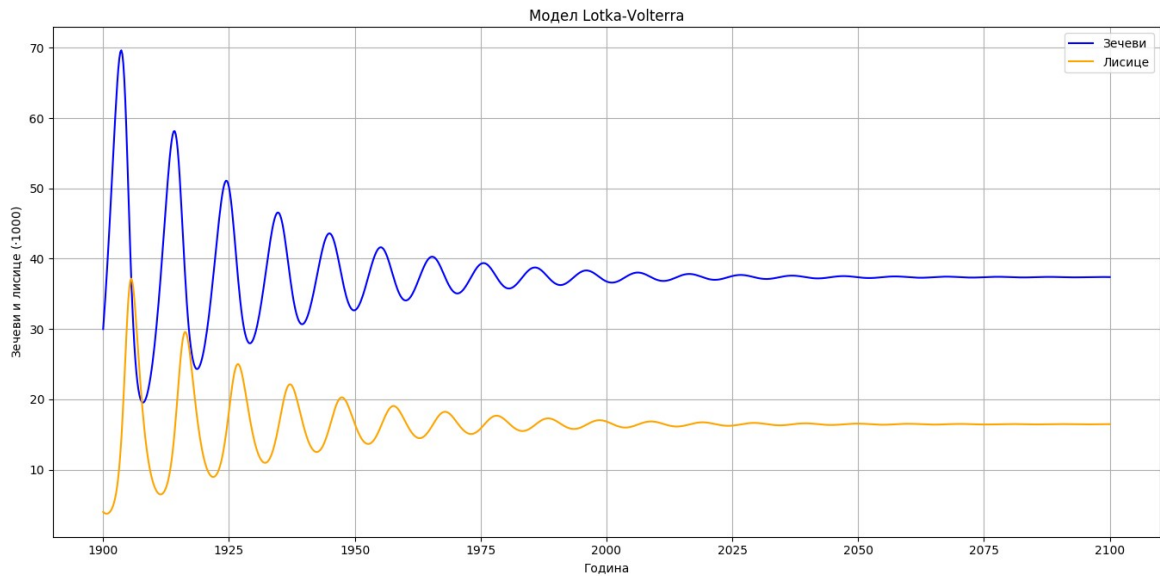
$$\frac{dy}{dt} = -r_{predator} y + \varepsilon byx$$

Napraviti MATLAB funkciju (`lv_logistic_model.m`) koja predstavlja sistem diferencijalnih jednačina.

c) U glavnom programu, reprodukovati grafike sa slajda br. 15. iz pripremnog fajla. Za početne uslove koji odgovaraju početnim uslovima iz prethodnog zadatka, za parametre koji odgovaraju parametrima iz prethodnog zadatka (uz dodatak $K = 250$, $\varepsilon = 0.9$), na vremenskoj skali od 1900. do 2100. godine u 1000 ekvidistantnih tačaka, rešavati sistem diferencijalnih jednačina.

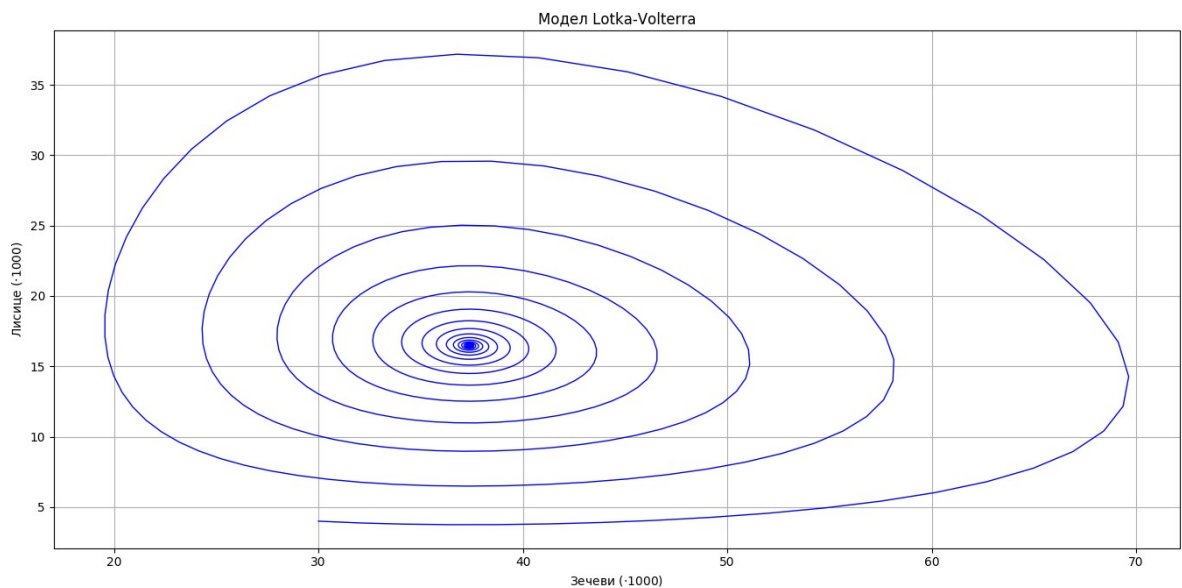
Nacrtati vremenski dijagram lisica i zečeva na kome treba označiti ose grafika, postaviti grid i uneti legendu.

Slika: dinamika zečeva i lisica – vremeski dijagram



Nacrtati fazni dijagram dinamike lisica i zečeva, na kome treba označiti ose grafika i postaviti grid.

Slika: dinamika zečeva i lisica – fazni dijagram



Kog oblika je fazni dijagram i zašto?

Komentar:

Дијаграм је у облику спирале јер популације лисица и зечева осцилују око равнотежног положаја, али са све мањом аплитудом како пролази време.