

Word fajl obavezno poslati na email adresu marko.krstic@etf.bg.ac.rs nakon završetka časa.

Uz word poslati i finalne MATLAB kodove. U svaki .m fajl u vidu komentara uneti ime, prezime i broj indeksa.

LABORATORIJSKE VEŽBE NA RAČUNARU
FIZIČKI MODELI U EKONOMIJI

Zadatak: Za dinamički model određivanja cene u izolovanom tržištu, odrediti dinamiku cene ($P(t)$) za malu porodičnu piceriju, ukoliko su funkcije ponude i potražnje linearne funkcije cene ($Q_d = a - bP$, $Q_s = -c + dP$), odnosno ako je diferencijalna jednačina dinamike cene data na sledeći način:

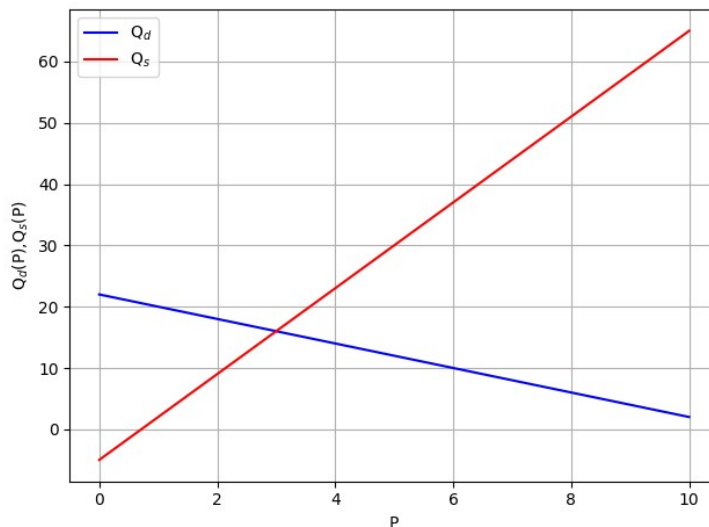
$$\frac{dP(t)}{dt} + \gamma(b+d)P(t) = \gamma(a+c)$$

gde je $a = 22$ pice po danu, $b = 2$ pice po danu po evru, $c = 5$ pica po danu, $d = 7$ pica po danu po evru, a faktor korelacije $\gamma = 0.1$ u odgovarajućim jedinicama.

- a) Formirati MATLAB funkciju ([dinamicki_model.m](#)) koja predstavlja odgovarajuću diferencijalnu jednačinu kojom je opisana dinamika cene. Koeficijenti a , b , c , d i γ treba da budu pozivni parametri funkcije koja predstavlja diferencijalnu jednačinu.

U glavnom programu ([dinamicki_model_glavni.m](#)), prema algoritmu sa slajdova, za definisane funkcije ponude i potražnje, pronaći vrednost cene (P_{eq}) koja odgovara stacionarnom stanju $Q_d = Q_s$. Nacrtati grafike funkcije Q_d (plavom bojom) i Q_s (crvenom bojom) u funkciji od P . Označiti ose grafika i ubaciti legendu. U u polju za komentar upisati dobijenu vrednosti za P_{eq} .

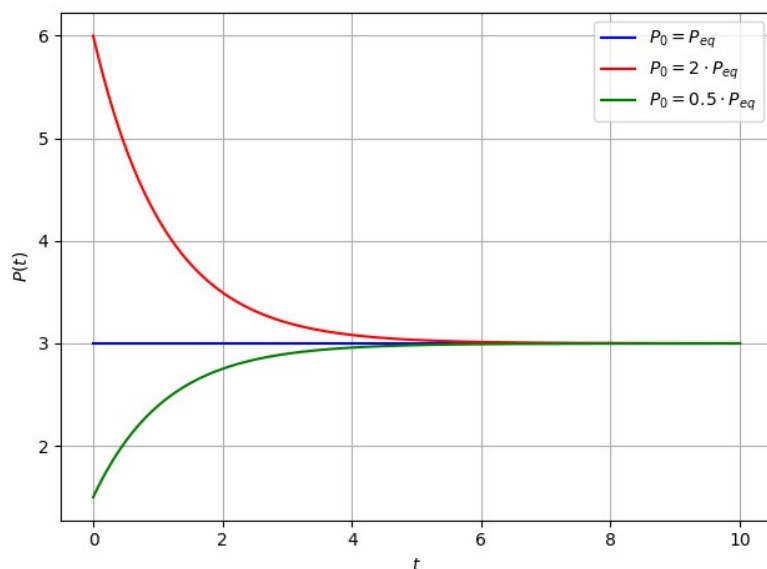
Slika: Q_d i Q_s u funkciji od P



Komentar

$$P_{eq} = 3,0$$

- b) U daljem delu glavnog programa, na istom grafiku prikazati dinamiku cene $P(t)$ (rešenje diferencijalne jednačine) za tri moguća slučaja: početna cena $P(0)$ jednaka je ravnotežnoj ceni ($P(0) = P_{eq}$), početna cena je veća od ravnotežne ($P(0) = 2P_{eq}$) i početna cena je manja od ravnotežne cene ($P(0) = 0.5P_{eq}$). Diferencijalnu jednačinu cene rešavati na vremenskom domenu od 0 do 10 dana u 1000 ekvidistantnih tačaka. Na istom grafiku, različitim bojama (plavom, crvenom i zelenom), nacrtati profile $P(t)$ za sva tri slučaja početnih uslova. Označiti ose grafika i ubaciti legendu.

Slika: dinamika cene $P(t)$ 

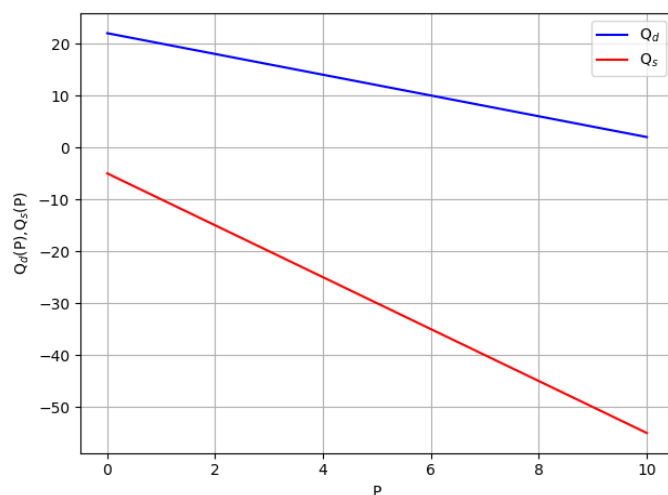
- c) Da li sistem ima stabilnu dinamiku? Šta se dešava sa cenom posle dovoljno dugog vremena? Da li se dostiže predviđeno stacionarno stanje?

Komentar

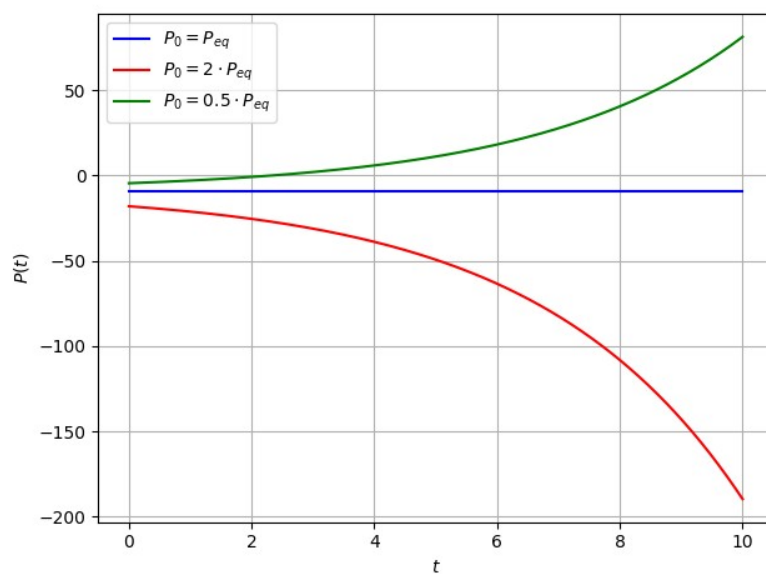
Систем $P_0 = P_{eq}$ има стабилну динамику. У осталим случајевима, цена не достиже предвиђено стационарно стање, већ се бесконачно приближава њој.

- d) Šta bi se desilo ako bi parametar d promenio vrednosti: $d = -5$? Ponoviti tačke a) i b) za nove parametre i prokomentarisati dobijeni grafik. Koliko je sada P_{eq} ? Prokomentarisati vrednost. Da li se u nekom slučaju dostiže stacionarno stanje i zbog čega?

Slika: Q_d i Q_s u funkciji od P



Slika: dinamika cene $P(t)$



Komentar

Када је $d=-5$ не постоји стационарно стање, јер кад је $d < b$, онда је $P_{eq} = -9$ што је мање од нуле и није могуће.

Zadatak (model tržišta sa očekivanjima cene): Na primer porodične picerije sa slajdova primeniti kompleksniji model koji uključuje modelovanje očekivanja cene od strane potraživača. U takvom modelu funkcija potražnje zavisi i od promene cene, kao i od brzine njene promene (slajd 12 iz pripremnog fajla). Diferencijalna jednačina koja opisuje promenu cene proizvoda u ovakvom modelu i koju treba rešavati ima formu:

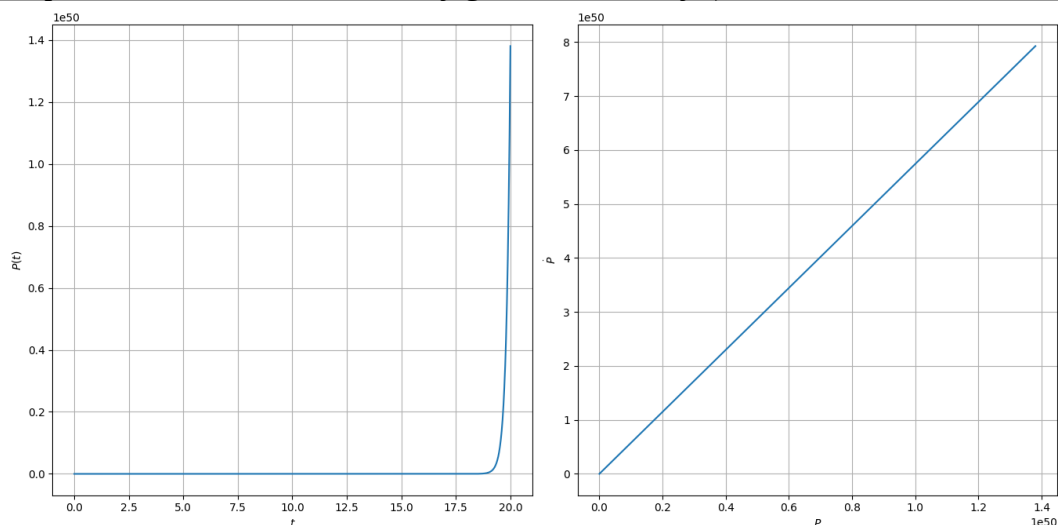
$$\frac{d^2 P(t)}{dt^2} + \frac{m}{n} \frac{dP(t)}{dt} - \frac{b+d}{n} P(t) = -\frac{a+c}{n}$$

- a) Formirati MATLAB funkciju (**ocekivanja_cene.m**) koja rešava odgovarajuću diferencijalnu jednačinu kojom je opisana dinamika cene. Koeficijenti a , b , c , d , m i n treba da budu pozivni parametri funkcije koja predstavlja diferencijalnu jednačinu. Za svaki od tri slučaja na jednom subplot-u nacrtati i vremenski (P u funkciji od t) i fazni dijagram (P' u funkciji od P) dinamike cene.

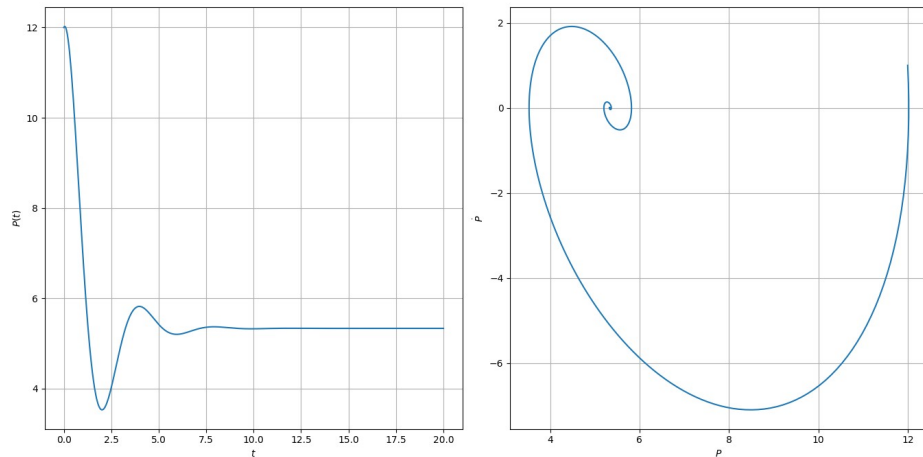
U glavnom programu (**ocekivanja_cene_glavni.m**) ispitati i diskutovati dinamiku sistema za slučaj sledećih parametara:

- 1) $a = 40$ pice po danu, $b = 2$ pice po danu po evru, $c = 6$ pica po danu, $d = 8$ pica po danu po evru, $m = -4$ pice po evru, $n = 1$ (u odgovarajućim jedinicama), $P(0) = 12$ evra, $P'(0) = 1$ evra po danu. Rešavati na vremenskom domenu od 0 do 20 dana u 1000 ekvidistantnih tačaka.
- 2) $a = 40$ pica po danu, $b = 2$ pice po danu po evru, $c = 8$ pica po danu, $d = 7$ pice po danu po evru, $m = -4$ pice po evru, $n = -3$ (u odgovarajućim jedinicama), $P(0) = 12$ evra, $P'(0) = 1$ evro po danu. Rešavati na vremenskom domenu od 0 do 20 dana u 1000 ekvidistantnih tačaka.
- 3) $a = 40$ pica po danu, $b = 2$ pice po danu po evru, $c = 5$ pica po danu, $d = 3$ pice po danu po evru, $m = 0.5$ pice po evru, $n = -1$ (u odgovarajućim jedinicama), $P(0) = 12$ evra, $P'(0) = 1$ evro po danu. Rešavati na vremenskom domenu od 0 do 20 dana u 1000 ekvidistantnih tačaka.

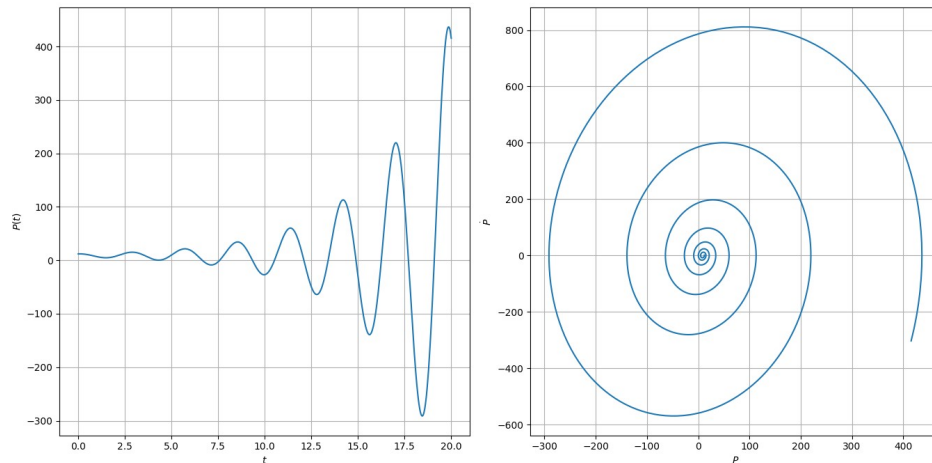
Slika 1: (subplot sa vremenskim i faznim dijagramom za slučaj 1)



Slika 2: (subplot sa vremenskim i faznim dijagramom za slučaj 2)



Slika 3: (subplot sa vremenskim i faznim dijagramom za slučaj 3)



- b) Na osnovu analize stabilnosti sa slajdova (slajdovi 13 i 14 iz pripremnog fajla), komentarisati dobijene rezultate.

U kom slučaju je dinamika stabilna, u kom nestabilna i zašto?

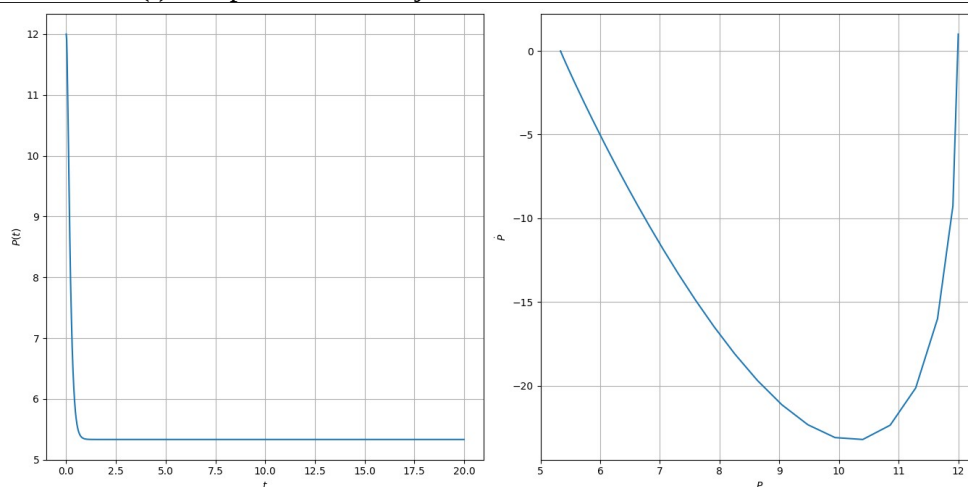
Komentarisati svaki dobijeni vremenski i fazni dijagram. Kojoj vrsti oscilacija odgovara ovakav model?

Komentar

У првом случају, $\alpha_1 = -2$, а $\omega_{01}^2 = -10$, у другом случају $\alpha_2 = \frac{2}{3}$, $\omega_{02}^2 = 3$, а у трећем случају $\alpha_3 = \frac{-1}{4}$, а $\omega_{03}^2 = 5$. У другом случају $\alpha_2 < \omega_{02}$ и $\alpha_2 > 0$ и том случају одговара слабо пригушена осцилација. У трећем случају $\alpha_3 < 0$ и у том случају аплитуда осцилује из приликом сваке периоде. У првом случају, један од параметара је мање од нуле, али одговарајући коефицијент није нула што доводи до експоненцијалног раста цене.

Polazeći od onog od tri prethodno analizirana slučaja koji pokazuje najbolje osobine u pogledu dinamike cene, prilagoditi parametre m i n , tako da se stabilna stacionarna cena dostigne za najkraće vreme. Koji uslov i zbog čega je potrebno ispuniti u ovom slučaju? Napisati kod koji omogućava iscrtavanje vremenskog i faznog dijagrama u okviru dva subplota, za izabrane parametre. Obeležiti ose.

Slika: dinamika cene $P(t)$ za optimalan slučaj



$\alpha=0.1$

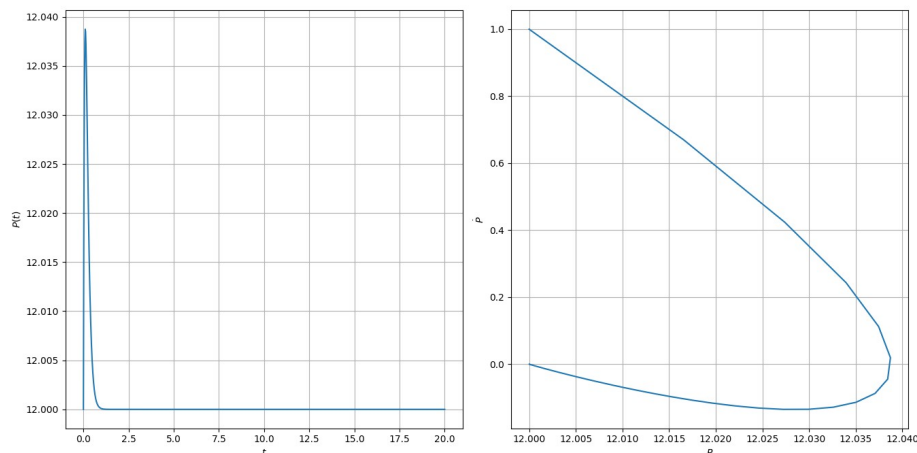
Komentar

Веза између m и n је следећа: $m(n) = 2n \sqrt{\frac{-(b+d)}{n}}$. Ова релација даје за коју вредност m , у зависности од n , се постиже стабилна стационарна цена за најкраће време. Време би у теорији тежило нули, ако би вредност n тежила 0.

- c) Za parametre definisane u prethodnoj tački, podesiti vrednost potražnje pri nultoj ceni tako da stacionarna vrednost cene odgovara početnoj ceni. Napisati kod koji omogućava iscrtavanje vremenskog i faznog dijagrama u okviru dva subplota za izabrane parametre i ispisuje maksimalnu vrednost koju cena dostiže kao i trenutak u kome se dostiže ova vrednost.

Komentar

Из следеће једначине за стационарну цену: $P_{eq} = \frac{a+c}{b+d} = 12$ следи да вредност параметра a треба да буде 100.



Највећа вредност цене је 12.0387 евра и постиже се у $t=0.1001$ дана.