

# ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET BEOGRAD

## Praktikum iz Fizike 2

Uneti ime, prezime i broj indeksa:

Никола Радојевић 2019/176

Fajl obavezno preimenovati u

Ime\_Prezime\_dodatni\_domaci

i poslati na [marko.krstic@etf.rs](mailto:marko.krstic@etf.rs). Uz fajl potrebno je poslati i odgovarajuće MATLAB .m fajlove. U okviru komentara, na početku svakog .m fajla uneti ime, prezime i broj indeksa.

---

### DODATNI DOMAĆI ZADATAK

---

#### Zadatak: Fizički modeli u biologiji

##### **Lotka-Voltera model sa više vrsta**

U jednom sistemu sa ograničenim resursima kohabira više vrsta koje se međusobno nadmeću za resurse. Na primeru sistema sa 4 vrste, biće pokazan koncept haosa u dinamici Lotka-Voltera modela!

Sistem jednačina koji opisuje nadmetanje 4 vrste u sistemu ograničenih resursa može biti predstavljen u kompaktnoj formi:

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i x_i \left( 1 - \sum_{j=1}^4 a_{ij} x_j \right)$$

gde je  $i$  indeks koji uzima vrednosti od 1 do 4. U gore napisanoj jednačini sa  $x_i$  označena je populacija  $i$ -te vrste (u hiljadama jedinki), sa  $r_i$  je označena stopa porasta  $i$ -te vrste u slučaju odsustva drugih vrsta, dok koeficijenti  $a_{ij}$  modeluju meru kojom  $j$ -ta vrsta troši resurse  $i$ -te vrste.

Za vrednosti koeficijenata  $r_i$  i  $a_{ij}$  uzeti:

$$r = [1.00 \ 0.72 \ 1.53 \ 1.27]$$

$$a = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.09 & 1.52 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.44 & 1.36 \\ 2.33 & 0.00 & 1.00 & 0.47 \\ 1.21 & 0.51 & 0.35 & 1.00 \end{bmatrix}$$

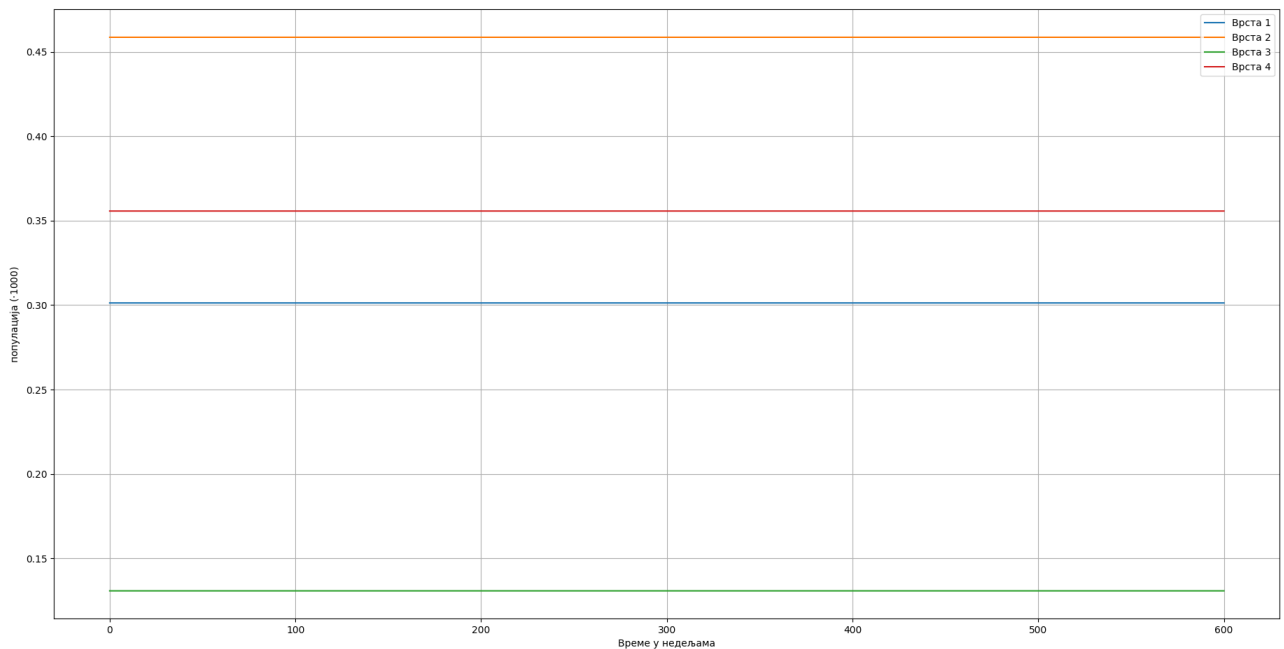
a) **[5 poena]** Pronaći stacionarna rešenja za  $x_i$ .

Hint: napraviti funkciju koja predstavlja sistem algebarskih jednačina koje treba rešiti za dobijanje stacionarnih vrednosti  $x_i$ . Poželjno je da se funkcija napravi u najkompaktnijoj mogućoj formi (poželjno je da jednačine u okviru funkcije budu generisane u što kompaktnijoj i elegantnijoj formi).

Iskoristiti **fsolve** funkciju (pogledati Help) za rešavanje takvog sistema algebarskih jednačina. Za početni uslov prilikom rešavanja stacionarnog stanja dati  $x_i = 1$  za sve  $i$  od 1 do 4. Ispisati dobijena stacionarna rešenja za  $x_i$ :

**Odgovor:** $x_1 = 0.301303$ ,  $x_2 = 0.4586546$ ,  $x_3 = 0.13076546$ ,  $x_4 = 0.35574162$ 

- b) [5 poena] Napraviti funkciju koja predstavlja sistem diferencijalnih jednačina (opet je poželjno da se funkcija napravi u najkompaktnijoj mogućoj formi). Vektor  $r$  i matrica  $a$  treba da budu pozitivni parametri funkcije. Rešavati sistem diferencijalnih jednačina na vremenskoj skali od 0 do 600 nedelja u 10000 ekvidistantnih tačaka, za početne uslove koji odgovaraju stacionarnim rešenjima za  $x_i$ . Prikazati dinamiku  $x_i(t)$  za sve 4 vrste na istom grafiku (različitim bojama), uneti legendu i označiti ose ("vreme u nedeljama", "populacija (\*1000)"). Koristiti ode45 solver.

**Slika:**

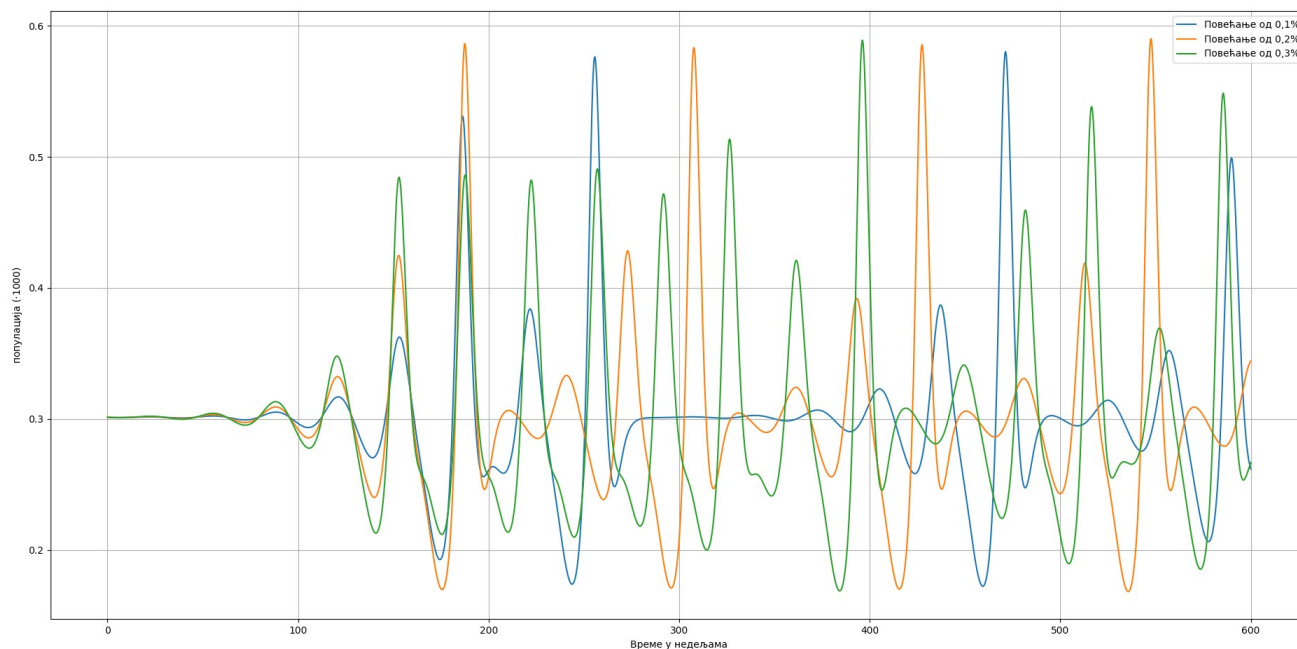
- c) [1 poen] Kakva je dinamika? Objasniti vremenski dobijeni vremenski dijagram?

**Komentar:**

Пошто су почетни услови добијени тражењем стационарног стања, систем је у равнотежи и нема промена.

- d) [1 poen] Na istom grafiku prikazati vremenske dijagrame za dinamiku 1. vrste u tri različita slučaja:
- Kada je početni uslov za 3. vrstu veći za 0.1% od onog koji odgovara stacionarnom stanju
  - Kada je početni uslov za 3. vrstu veći za 0.2% od onog koji odgovara stacionarnom stanju
  - Kada je početni uslov za 3. vrstu veći za 0.3% od onog koji odgovara stacionarnom stanju

Na grafik uneti oznake osa i legende.

**Slika:**

- e) [1 poen] Prokomentarisati dobijeni grafik. Šta se dešava sa dinamikom usled vrlo malih promena samo jednog početnog uslova?

**Komentar:**

Динамика прелази из равнотеже у хаотични систем. Врло мале промене почетних услова доводе до великих промена у каснијем току система.

- f) [7 poena] Ponoviti tačku pod b) ali umesto da se sistem diferencijalnih jednačina rešava primenom ugrađenih solvera, napisati kod koji sistem diferencijalnih jednačina rešava primenom Finite Difference metode (FDM). Na jednom 1x4 subplot-u, u svakoj ćeliji prikazati rešenje za po jednu vrstu, tako što rešenje dobijeno ugrađenim solverom treba nacrtati punom linijom, a rešenje dobijeno FDM metodom treba nacrtati isprekidanom linijom. Obeležiti ose grafika i uneti legende.

Slika:

