Elektrotehnički Fakultet Beograd

**Praktikum iz Fizike 2**

09.04.2020.

Uneti ime, prezime i broj indeksa:

Никола Радојевић 2019/176

Word fajl obavezno preimenovati u

**Ime\_Prezime\_lvm**

i poslati na [marko.krstic@etf.bg.ac.rs](mailto:marko.krstic@etf.bg.ac.rs), zajedno sa MATLAB kodovima.

LABORATORIJSKE VEŽBE NA RAČUNARU

FIZIČKI MODELI U BIOLOGIJI

**Zadatak**: Uporediti model eksponencijalnog i logističkog rasta.

Eksponcencijalni rast:

 (1)

Logistički rast:

 (2)

1. Formirati MATLAB funkcije koje predstavljaju ove dve diferencijalne jednacine (exp\_growth.m za eksponencijalni rast, log\_growth.m za logistički rast).
2. Formirati glavni program (expVSlog.m) koji na vremenskom domenu od 0 do 70 dana (vremensku osu napraviti kao ekvidistantnu podelu u 1000 tačaka), rešava diferencijalnu jednačinu eksponencijalnog rasta (jednačina (1)) i jednačinu logističkog rasta (jednačina (2)). Jednačine treba rešiti za početni uslov *x*(0) = 50 jedinki, za tri slučaja stope rasta, *r* = 0.1, 0.2 i 0.3 jedinki na dan. U slučaju logističkog rasta, nosivi kapacitet iznosi *K* = 500 jedinki.

Reprodukovati levi grafik sa slajda br. 4 iz pripremnog fajla. Na istom grafiku prikazati:

* 1. Sve tri krive (za sve tri vrednosti stope rasta *r*) koje prestavljaju rešenja diferencijalne jednačine logističkog rasta. Krive treba da budu nacrtane različitim bojama, za koje treba prikazati legendu.
  2. Dodati horizontalnu isprekidanu liniju crvene boje *x* = *K* (asimptotu kojoj teže sve tri dinamike).
  3. Označiti ose.
  4. Dodati grid na grafik (komanda grid on nakon komande plot).

|  |
| --- |
| **Slika:** dinamike logističkog rasta za različite vrednosti stope rasta *r* |
|  |

Reprodukovati desni grafik sa slajda br. 4 iz pripremnog fajla koji poredi eksponencijalni porast sa logističkim porastom. Na istom grafiku prikazati:

1. Sve tri krive (za sve tri vrednosti stope rasta *r*) koje prestavljaju rešenja diferencijalne jednačine logističkog rasta. Krive treba da budu nacrtane različitim bojama, za koje treba prikazati legendu.
2. Sve tri krive (za sve tri vrednosti stope rasta *r*) koje predstavljaju rešenja diferencijalne jednačine eksponencijalnog rasta. Sve tri krive treba da budu nacrtane sivom bojom kao isprekidane linije.
3. Dodati horizontalnu isprekidanu liniju crvene boje *x* = *K* (asimptotu kojoj teže sve tri dinamike).
4. Označiti ose.
5. Dodati grid na grafik.
6. Da bi grafik bio pregledan (zbog velikog porasta eksponencijalne funkcije), postaviti limit za *y* osu grafika tako da ide od 0 do 600, pomoću naredbe (koja se stavlja posle naredbe plot) ylim([0 600]).

|  |
| --- |
| **Slika:** poređenje exp i log rasta za različite vrednosti stope rasta *r* |
|  |

Zašto se eksponencijalni i logistički brže razilaze kada je stopa rasta *r* veća?

|  |
| --- |
| **Komentar** |
| Зато што кад је вредност r већа, онда график брже расте и брже се приближава засићењу, а самим тим и брже успорава. |

1. Napraviti novi MATLAB program (sunflower.m) koja učitava fajl sunflower\_data.csv i kroz eksperimentalne podatke provlači eksponencijalni i logistički model (reprodukovati grafik za slajda br. 6 u pripremnom fajlu).

*Skica postupka:* Pomoću naredbe csvread učitati fajl sunflower\_data.csv. Nacrtati grafik zavisnosti kolone Height od kolone Age, pri čemu grafik treba da bude tipa scatter. Za *r* = 0.1 rešiti diferencijalne jednačine eksponencijalnog i logističkog rasta i dodati te dve krive na postojeći grafik. Uneti legendu, obeležiti ose grafika, postaviti grid, a limit za *y* osu postaviti da bude od 0 do 280. Vremensku osu napraviti od tmin do tmax u 200 tačaka. Za tmin uzeti minimalni element kolone Age, za tmax uzeti maksimalni element kolone Age. Za vrednost nosivog kapaciteta *K*, uzeti maksimalni element kolone Height. Za početni uslov *x*(0) uzeti prvi element kolone Height koji odgovara prvom vremenskom trenutku za koji imamo podatke.

|  |
| --- |
| **Slika:** dinamika rasta suncokretove stabljike |
|  |

Sa grafika oceniti vremenski trenutak do kog eksponencijalni model dovoljno dobro prati eksperimentalne podatke.

|  |
| --- |
| **Komentar** |
| Експоненцијални модел довољно добро прати податке до 23. дана отприлике. |

**Zadatak**: Simulirati Lotka-Volterra model.

1. Napraviti MATLAB funkciju (lv\_model.m) koja predstavlja sistem diferencijalih jednačina koje odgovaraju Lotka-Volterra modelu bez logističkog rasta *prey* vrste (lovine):



U glavnom programu učitati fajl (lvm\_data.csv) sa eksperimentalnim podacima o zečevima i lisicama. Na osnovu eksperimentalnih podataka dolazi se do sledećih vrednosti za parametre Lotka-Volterra sistema jednačina: *r\_prey* = 0.4807, *a* = 0.02482, *r\_predator* = 0.9272, *b* = 0.02756. Po uzoru na zadatak sa rastom suncokretove stabljike, zaključiti kako treba napraviti vremensku osu i postaviti početne uslove.

Nacrtati grafik na kome treba prikazati eksperimentalne podatke za zečeve (scatter plot) i krivu dinamike zečeva koja se dobija iz rešavanja Lotka-Volterra sistema (reprodukovati grafik sa slajda br. 10 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu.

|  |
| --- |
| **Slika:** dinamika zečeva |
|  |

Nacrtati grafik na kome treba prikazati eksperimentalne podatke za lisice (scatter plot) i krivu dinamike lisica koja se dobija iz rešavanja Lotka-Volterra sistema (reprodukovati grafik sa slajda br. 11 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu.

|  |
| --- |
| **Slika:** dinamika lisica |
|  |

Nacrtati grafik na kome treba prikazati krive dinamike zečeva i lisica koje se dobijaju iz rešavanja Lotka-Volterra sistema na novoj vremenskoj skali koja je produžena za još 30 godina u odnosu na prethodnu (reprodukovati grafik sa slajda br. 12 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu.

|  |
| --- |
| **Slika:** ekstrapoliranadinamika zečeva i lisica |
|  |

Proceniti ugaonu frekvenciju oscilovanja lisica, kao i zečeva i proveriti da li se slaže sa formulom datom na slajdu br. 12 iz pripremnog fajla.

|  |
| --- |
| **Komentar:** |
| Израчунато омега по фурмули је 0.66761, а процењена вредност је 0.60943. |

Nacrtati fazni dijagram koji odgovara prethodnom vremenskom dijagramu (reprodukovati grafik sa slajda br. 13 iz pripremnog fajla). Označiti ose, postaviti grid i staviti legendu. Uneti verikalnu i horizonatlnu isprekidanu liniju crvene boje, tako da se u preseku definiše stacionarno stanje ovakvih oscilacija.

|  |
| --- |
| **Slika:** fazni dijagram dinamike zečeva i lisica |
|  |

Kog oblika je fazni dijagram i zašto?

|  |
| --- |
| **Komentar:** |
| Дијаграм је цикличан зато што популације зечева и лисица осцилују. |

1. Simulirati Lotka-Volterra model sa logističkim rastom za *prey* vrstu:



Napraviti MATLAB funkciju (lv\_logistic\_model.m) koja predstavlja sistem diferencijalnih jednačina.

1. U glavnom programu, reprodukovati grafike sa slajda br. 15. iz pripremnog fajla. Za početne uslove koji odgovaraju početnim uslovima iz prethodnog zadatka, za parametre koji odgovaraju parametrima iz prethodnog zadatka (uz dodatak *K* = 250, *ε* = 0.9), na vremenskoj skali od 1900. do 2100. godine u 1000 ekvidistantnih tačaka, rešavati sistem diferencijalnih jednačina.

Nacrtati vremenski dijagram lisica i zečeva na kome treba označiti ose grafika, postaviti grid i uneti legendu.

|  |
| --- |
| **Slika:** dinamika zečeva i lisica – vremeski dijagram |
|  |

Nacrtati fazni dijagram dinamike lisica i zečeva, na kome treba označiti ose grafika i postaviti grid.

|  |
| --- |
| **Slika:** dinamika zečeva i lisica – fazni dijagram |
|  |

Kog oblika je fazni dijagram i zašto?

|  |
| --- |
| **Komentar:** |
| Дијаграм је у облику спирале јер популације лисица и зечева осцилују око равнотежног положаја, али са све мањом аплитудом како пролази време. |