## ОГЛАВЛЕНИЕ

	С
ГЛАВА 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУ-	
РЫ	6
1.1 Теория управления по прогнозирующей модели	
1.2 Экономический МРС	4
1.3 Задачи оптимального управления	
1.4 Численные методы решения задач оптимального управления и	
программные средства	4
ГЛАВА 2 НАЗВАНИЕ ГЛАВЫ	ŗ
2.1 Название раздела 1	
2.2 Название раздела 2	١
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	(
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	-

#### $\Gamma$ ЛАВА 1

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

#### 1.1 Теория управления по прогнозирующей модели

В западной литературе управление в реальном времени представлено теорией управления по прогнозирующей модели — Model Predictive Control (MPC), также называемая Receding Horizon Control (RHC). Основными приложениями теории являются задачи стабилизации динамических систем. Современная теория нелинейного MPC предлагает основанные на решении задач оптимального управления методы построения обратных связей для нелинейных объектов.

Главная идея MPC — использование математической модели управляемого процесса в пространстве состояний для предсказания и оптимизации будущего поведения системы. Поясним на примере модели нелинейного процесса управления

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{1.1}$$

где  $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$  — состояние модели в момент времени  $t; u = u(t) \in \mathbb{R}^r$  — значение управляющего воздействия;  $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^r$  — заданная функция, обеспечивающая существование и единственность решения (1.1) при любом допустимом управляющем воздействии.

Нелинейное управление по прогнозирующей модели Нелинейное управление по прогнозирующей модели — это оптимизационный метод для управления по обратной связи нелинейных систем. Его основные приложения — это [стабилизационная задача и задача отслеживания?? stabilization and tracking problems]. Предположим, что нам дан контролируемый процесс, состояние которого  $\mathbf{x}(\mathbf{n})$  измеряется в дискретные моменты времени  $t_n$   $n=0,1\ldots$  «Контролируемый» означает, что в каждый момент времени мы можем выбрать управляющее воздействие  $\mathbf{u}(\mathbf{n})$ , которое влияет на будущее поведение состояния системы. В [следящем?? tracking] управлении задача состоит в том, чтобы определить управляющее воздействие  $\mathbf{u}(\mathbf{n})$  таким образом, чтобы  $\mathbf{x}(\mathbf{n})$  следовало заданному эталону  $x^{ref}(n)$  настолько точно, насколько это возможно. Это значит, что если текущее состояние далеко от эталонного, то мы должны управлять системой в направлении эталонного состояния, а если текущее состояние уже близко к эталону, то мы стараемся удержать его там. Для

простоты будем считать,  $x(n) \in X = R^d$  и  $u(n) \in U = R^m$ , более того считаем эталон константой и равным  $x_* = 0$ , т.е,  $x^{ref}(n) = x_* = 0$  для всех  $n\geqslant 0.$  С таким константным эталоном задача отслеживания упрощается до задачи стабилизации. Так как мы хотим иметь возможность влиять на отклонение x(n) от эталонного значения  $x_* = 0$ , нам бы хотелось иметь u(n)в [обратном? feedback] виде, т.е. в виде  $u(n) = \mu(x(n))$ , где некоторое отображение? отображает состояние  $x \in X$  во множество значений управления U. Идея управления по прогнозирующей модели — как использовать модель процесса с целью предсказания и оптимизации будущего поведения системы. Будем рассматривать модели вида  $x^+ = f(x, u)$  (1.1) где  $f: X \times U \to X$ это известная, вообще говоря, нелинейная функция, которая ставит в соответствие состоянию х и значению управления и [последовательное значение? successor state<br/>]  $x^+$  в следующий момент времени. Начиная с текущего состояния  $\mathbf{x}(\mathbf{n})$ , для любой последовательности управлений  $u(0),\dots,u(N?1)$  с длиной горизонта  $N\geqslant 2$ , мы можем совершать итерации (1.1) с целью составления прогнозируемой траектории  $x_u$  определённой как  $x_u(0) = x(n)$ ,  $x_u(k+1) = f(x_u(k), u(k)), k = 0, \dots, N-1$  (1.2) Этим способом мы получаем прогнозы  $x_u(k)$  для состояния системы  $\mathbf{x}(\mathbf{n}+\mathbf{k})$  в момент времени  $t_{n+k}$  в будущем. Таким образом, мы получаем прогноз поведения системы на дискретном интервале  $t_n, \ldots, t_{n+N}$  в зависимости от выбранной последовательности управлений  $u(0), \ldots, u(N-1)$ . Теперь мы используем оптимальное управление для определения  $u(0), \ldots, u(N-1)$  таким образом, чтобы  $x_u$  было как можно ближе к  $x_* = 0$ . С этой целью мы измеряем расстояние между  $x_u(k)$  и  $x_*=0$  для  $k=0,\ldots,N-1$  с помощью функции  $\ell(x_u(k),u(k))$ . То есть мы не только вводим штраф за отклонение состояния от эталона, но также – если хотим — расстояние значений управления u(k) до эталонного управления  $u_*$ , которое мы здесь также выбираем  $u_*=0$ . Стандартныйи популярный выбор для этой цели – это квадратичная функция  $\ell(x_u(k), u(k)) = ||xu(k)||^2 + \lambda ||u(k)||^2$ где || . || обозначает обычную Евклидову норму, а  $\lambda \geqslant 0$  это весовой параметр управления, который также может быть принят равным 0, если мы желаем вводить штраф. Теперь задача оптимального управления выглядит так:

minimize 
$$J(x(n), u(.)) := \sum_{k=0}^{N-1} \ell(x_u(k), u(k))$$

Для всех допустимых последовательностей управления  $u(0), \ldots, u(N-1)$  с  $x_u$  вычисленными по формулам (1.2). Будем считать, что ЗОУ имеет решение, которое получается в результате минимизации последовательности управлений  $u^*(0), \ldots, u^*(N-1)$ , то есть

$$\min J(x(n), u(.)) = \sum_{k=0}^{N-1} \ell(x_{u^*}(k), u^*(k))$$

Чтобы получить желаемое значение величины обратной связи  $\mu(x(n)),$  мы теперь устанавливаем  $\mu(x(n)):=u^*(0),$  то есть, мы используем пер-

вый элемент последовательности оптимальных управлений. В следующие моменты времени  $t_{n+1}, t_{n+2}, \ldots$  мы повторяем процедуру с новыми измерениями  $x(n+1), x(n+2), \ldots$  с целью получения переменных обратной связи  $\mu(x(n+1)), \mu(x(n+2)), \ldots$  Другими словами, мы получаем закон обратной связи  $\mu$  с помощью итерационной онлайн оптимизации над прогнозами, полученными с помощью нашей модели (1.1). Это первая ключевая характеристика управления по прогнозирующей модели.

С точки зрения горизонта планирования, при выполнение этих итераций, траектории  $x_u(k), k = 0, \dots N$  обеспечивают прогноз на дискретном интервале  $t_n, \dots t_{n+N}$  в момент времени  $t_n$ , на интервале  $t_{n+1}, \dots t_{n+N+1}$  в момент времени  $t_{n+1}$ , на интервале  $t_{n+2}, \dots t_{n+N+2}$  в момент времени  $t_{n+2}$  и т. д. Следовательно, горизонт планирования движется, и этот движущийся горизонт является второй ключевой характеристикой управления по прогнозирующей модели.

#### 1.2 Экономический МРС

Экономический МРС это вид МРС, в котором, в отличие от обычного, задача управления не обязательно связана со стабилизацией априори заданной точки [значения?] (или траектории), а с оптимизацией некоторого общего критерия эффективности, возможно относящегося к экономике рассматриваемой системы. В связи с использованием общего критерия эффективности оптимальный режим работы рассматриваемой системы может быть не стационарным, а циклическим или даже более сложным. Отсюда возникает вопрос, как узнать, каков оптимальный режим работы данной системы и данной функции стоимости. Более того, желательно гарантировать, чтобы замкнутая система [система с обратной связью???] возникающая в результате применения схемы экономического МРС, «находила» оптимальное рабочее поведение, то есть сходилась к оптимальной траектории.

#### 1.3 Задачи оптимального управления

# 1.4 Численные методы решения задач оптимального управления и программные средства

# ГЛАВА 2 НАЗВАНИЕ ГЛАВЫ

(Врезка)		
2.1	Название раздела 1	
2.2	Название раздела 2	
Не забываем делать выволы.		

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Агаев, Р.П. Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов) / Р.П. Агаев, П.Ю. Чеботарев // УБС. 2010. Вып. 30.1. С. 470–505.
- 2 Асеев С. М., Кряжимский А. В. Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального экономического роста //Труды Математического института имени ВА Стеклова. 2007. Т. 257. № 0. С. 3-271.
- 3 Балашевич, Н.В. Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2004. Т. 44, N 2. С. 265-286.
- 4 Балашевич, Н.В. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т. 40, № 6. С. 838-859.
- 5 Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. М.:Инностранная литература, 1960. 400 с.
- 6 Данциг, Д. Линейное программирование, его применения и обобщения / Д. Данциг. М.: Прогресс, 1966. 600 с.
- 7 Дмитрук Н.М., Габасов Р., Калинин А.И. Децентрализованные стратегии в задачах опти-мального управления и стабилизации взаимосвязанных динамических систем: отчет о НИР (заключительный) / НИИ ППМИ; науч. рук. Дмитрук, Н.М. 71 с.
- 8 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление взаимосвязанными объектами // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. С. 147-154.
- 9 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление мультиагентными динамическими системами в условиях неопределенности / Н.М. Дмитрук // Доклады НАН Беларуси. 2014. Т. 58, № 2. С. 11-15.
- 10 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Во Тхи Тань Ха. Оптимальное управление в реальном времени многомерным динамическим объектом // Автоматика и телемеханика. 2015. № 1. С. 121–135.

- 11 Габасов, Р. Принципы оптимального управления / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Докл. НАН Беларуси. 2004. Т. 48, № 1. С. 15-18.
- 12 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление динамическими системами в условиях неопределенности / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2011. Т. 51, N 7. С. 1209-1227.
- 13 Габасов, Р. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Н.С. Павленок // Докл. Академии наук. 2012. Т. 444, № 4. С. 371-375.
- 14 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление группой динамических объектов / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. − 2008. − Т. 48, № 4. − С. 593-609.
- 15 Габасов Р. Ф., Кириллова Ф. М. Оптимизация линейных систем: Методы функционального анализа. Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1973.
- 16 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний // Доклад Академии
- 17 Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени //Известия РАН. Техническая кибернетика. 1992. Т. 4. С. 3-19.
- 18 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костина Е.А. Замыкаемые обратные связи по состоянию для оптимизации неопределенных систем управления // Автоматика и телемеханика, 1996
- 19 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное наблюдение за нестационарными системами // Известия РАН. Теория и системы управления. № 3, 2002. С. 35 46.
- 20 Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принципы оптимального управления //Докл. НАН Беларуси. 2004. Т. 48. №. 1. С. 15-18.
- 21 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Поясок Е.И. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейного динамического объекта // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448, № 3. С. 145–148.
- 22 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное управление многомерными системами по неточным измерениям их выходных сигналов // Труды Института матема-тики и механики УрО РАН, Т.10, №2, 2004. С. 33-57.
  - 23 Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы

- коллективного управления в группах роботов  $//\mathrm{M}$ .: Физматлит. 2009. Т. 280.
- 24 Кириллова, Ф.М. Синтез оптимальных систем оптимальное управление в реальном времени / Ф.М. Кириллова, Н.М. Дмитрук, Р. Габасов // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. С. 208-219
- 25 Кряжимский, А.В. Программный критерий разрешимости задачи позиционного наведения с неполной информацией. Линейные управляемые системы / А.В. Кряжимский, Н.В. Стрелковский// Труды Институт математики и механики УрО РАН. 2014. Т.20, № 3. С. 132–147.
- 26 Куржанский, А.Б. Задача управления групповым движением. Общие соотношения / А.Б. Куржанский // Доклады РАН. 2009. Т. 426, N 1. С. 20—25.
- 27 Куржанский, А.Б. О задаче группового управления в условиях препятствий / А.Б. Куржанский // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. Екатеринбург. 2014. Т. 20, № 3. С. 166-179.
  - 28 Малкин И.Г. Теория устойчивости движения М., Наука, 1966
- 29 Петрикевич Я. И. Линейные алгоритмы управления геометрическим расположением объектов в многоагентной системе //Управление большими системами: сборник трудов. − 2010. − №. 30-1.
- 30 Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 392 с.
- 31 Сетевые модели в управлении / Сборник статей (под ред. Д.А. Новикова, О.П. Кузнецова, М.В. Губко). М.: Эгвес, 2011. 443 с.
- 32 Фельдбаум А.А. Оптимальные процессы в системах автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика. 1953. Т. 14, № 5. С. 712–728.
- 33 Constrained model predictive control: Stability and optimality / D.Q. Mayne [et. al] // Automatica. 2000. Vol. 36, no. 6. P. 789-814.
- 34 Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions / P.D. Christofides [et. al] // Computers & Chemical Eng.  $-2013.-Vol.\ 51.-P.\ 21-41.$
- 35 Distributed model predictive control / E. Camponogara [et. al] // IEEE Control Systems Magazine. 2002. Vol. 22, no. 1. P. 44-52.

- 36 Dmitruk, N.M. Optimal Measurement Feedback Control of Finite-time Continuous Linear Systems / N.M. Dmitruk, R. Findeisen, F. Allgöwer // 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008.
- 37 Dmitruk, N. Robust Optimal Control of Dynamically Decoupled Systems via Distributed Feedbacks / N. Dmitruk // Optimization in the Natural Sciences. Communications in Computer and Information Science. Springer, 2015. Vol. 499. P. 95-106.
- 38 Farina, M. Distributed predictive control: A non-cooperative algorithm with neighbor-to-neighbor communication for linear systems / M. Farina, R. Scattolini // Automatica. 2012. Vol. 48, no. 6. P. 1088-1096.
- 39 Grune L., Pannek J. Nonlinear model predictive control. Springer London, 2011.
- 40 Gabasov R., Kirillova F. M., Prischepova S. V. Optimal feedback control. Springer, 1995.
- 41 Hopkin A.M. A phase plan approach to the compensation of saturating servomechanisms // Trans. AIEE. 1951. Pt. 1, Vol. 70. P. 631–639.
- 42 Jia, D. Min-max feedback model predictive control for distributed control with communication / D. Jia, B. Krogh // Proc. American Control Conference, 2002. P. 4507-4512.
- 43 Karmarkar, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming / N. Karmarkar // Combinatorica. 1984. Vol. 4, no. 4. P. 373-395.
- 44 Keerthi, S.S. Optimal, ininite horizon feedback laws for a general class of constrained discrete time systems: Stability and moving-horizon approximations / S.S. Keerthi, E.G. Gilbert // Journal of Optimization Theory and Application. 1988. Vol. 57, no. 2. P. 265-293.
- 45 Keviczky, T. Decentralized receding horizon control for large scale dynamically decoupled systems / T. Keviczky, F. Borrelli, G.J. Balas // Automatica. 2006. Vol. 42. P. 2105-2115.
- 46 Kostina E., Kostyukova O. Worst-case control policies for (terminal) linear-quadratic control problems under disturbances // Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 2009
- 47 Magni, L. Stabilizing decentralized model predictive control of nonlinear systems / L. Magni, R. Scattolini // Automatica. 2006. Vol. 43, no. 7. P. 1231–1236.
- 48 Mehrotra, S. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method / S. Mehrotra // SIAM Journal on Optimization. 1992. Vol. 2. P. 575–601.

- 49 Müller, M.A. Cooperative control of dynamically decoupled systems via distributed model predictive control / M.A. Müller, M. Reble, F. Allgöwer // Internat. Journal of Robust and Nonlinear Control. 2012. Vol. 22, no. 12. P. 1376-1397.
- 50 Nocedal, J. Numerical Optimization / J. Nocedal, S.J. Wright. Springer Series in Operations Research, Springer Verlag, 2006.
- 51 Rawlings, J.B. Model Predictive Control: Theory and Design / J.B. Rawlings, D.Q. Mayne. Madison: Nob Hill Publishing, 2009. 576 p.
- 52 Richards, A. Robust distributed model predictive control / A. Richards, J.P. How // Internat. Journal of Control. 2007. Vol. 80, no. 9. P. 1517-1531.
- 53 Scattolini, R. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control a review / R. Scattolini // Journal of Process Control. 2009. Vol. 19, no. 5. P. 723-731.
- 54 Siljak, D.D. Decentralized control of complex systems / D.D. Siljak. London: Academic Press, 1991. 525 p.
- 55 Trodden, P. Cooperative distributed MPC of linear systems with coupled constraints / P. Trodden, A. Richards // Automatica. Vol. 49, no. 2. P. 479–487.
- 56 Trodden, P. Distributed model predictive control of linear systems with persistent disturbances / P. Trodden, A. Richards // Internat. Journal of Control. 2010. Vol. 83, no. 8. P. 1653-1663.