

电磁学小论文

关于串列磁镜的模拟和探究

学 院： 工程科学学院
专 业： 力学与近代力学系
学生姓名： 陈煜晴
学 号： PB21051131
指导教师： 殷月伟

2022年6月9日

摘要

为了实现核聚变，在实体容器已经无法达到承受高温高压的反应条件的情况下，人们转向了“场”的约束方式，并尝试使用磁场对带电的反应粒子进行约束。磁镜便是利用磁场进行约束的装置之一。均匀缓变磁场中粒子的回旋磁矩守恒，是磁镜能够约束粒子的基本原理，并且可以由此定义磁镜比来描述单一磁镜的约束效果。然而单一磁镜无法实现聚变能量增益，在此基础上人们提出了串列磁镜的概念，即在原有的中心磁镜两端增添两个子磁镜，主要通过子磁镜电势的提高进一步约束反应粒子。通过Matlab的磁场位形模拟，可以更直观地了解磁镜场的磁场分布情况。KMAX串列磁镜便是我国搭建的串列磁镜装置，在KMAX上进行的相关研究将推动磁镜约束核聚变的进一步发展。

关键词：串列磁镜，KMAX，磁约束核聚变

1 绪论

能源危机是21世纪全人类共同关注的问题。长期来看，核能将是一众新能源中适用范围广而利用率高的能源之一。其中，聚变能以其丰富的原材料氘、清洁无污染的反应过程，成为人们探索的方向。20世纪氢弹爆炸成功，使得人们开始寻找实现可控核聚变的方式。根据劳逊判据，聚变功率为

$$P_B = n_A n_B T \quad (1.1.1)$$

可知实现聚变点火的能量需要温度 T 、密度 n 和约束时间 τ 乘积高于某阈值[?]。在达到点火条件的基础上，还要尽量减少能量的损耗，使得聚变反应的能量增益因子 Q （输出功率与输入功率之比）大于1，达到工程上的可行性。因此，可控核聚变的关键是实现充分的约束和极高的温度[?]

在这样的要求下，已经难有实体容器能够起到约束作用，“场”是人们的另一个选择。经过数十年的探索，科学家发现磁场是目前地球上较易构建的一种物质，且由于它的特殊性质，对带电的聚变反应离子能起到约束作用，因此，磁约束是目前最接近实现的一种约束方式。磁约束聚变是指用特殊形态的磁场把氘、氚等轻原子核和自由电子组成的、处于热核反应状态的超高温等离子体约束在有限的体积内，使它受控制地发生大量的原子核聚变反应，释放出能量。目前，托卡马克、仿星器、磁镜、箍缩、反场箍缩等各种各样的磁场约束形态都在不断发展。

本文将从磁镜的基本原理开始介绍，并探究磁镜的发展现状，最后以KMAX反应装置为切入进行分析和展望。

2 简单磁镜

2.1 基本原理

可证明，粒子在轴对称的均匀缓变磁场中的运动满足磁矩守恒。

当磁场满足

$$\vec{B} = B_r \vec{e}_r + B_z \vec{e}_z \quad (2.1.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.1.2)$$

时，可得

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (2.1.3)$$

轴线附近磁场近似为

$$B_r = -\frac{1}{2} r \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (2.1.4)$$

粒子在磁场中的受力

$$F_r = qv_\theta B_z \quad (2.1.5a)$$

$$F_\theta = -qv_r B_z + qv_z B_r \quad (2.1.5b)$$

$$F_z = -qv_\theta B_r \quad (2.1.5c)$$

根据粒子在磁场中的运动规律及磁矩定义

$$r_c = \frac{mv_\perp}{qB_z} \quad (2.1.6)$$

$$\mu = \frac{mv_\perp^2}{qB_z} \quad (2.1.7)$$

缓变磁场 $B_z \approx B$ ，结合 (2.1.4) 可得

$$F_z = -\mu \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (2.1.8)$$

代入牛顿第二定律

$$F_z = m \frac{dv_z}{dt} \quad (2.1.9)$$

并将 (2.8) 式两端同时乘上 $\frac{dz}{dt}$ ，可得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v_z^2 \right) = -\mu \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.1.10)$$

由于洛伦兹力不做功，代入 (2.1.7) (2.1.10) 可得

$$\begin{aligned} \frac{dE_k}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v_z^2 \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right) \\ &= -\mu \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{d}{dt} (\mu B) \\ &= -\mu \frac{dB}{dt} + \mu \frac{dB}{dt} + B \frac{d\mu}{dt} \\ &= B \frac{d\mu}{dt} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.11)$$

可得粒子在其中运动时，磁矩守恒。

2.2 磁场形态

磁镜装置中，两个相同的载流线圈间隔一定距离同轴放置，线圈之间的距离大于线圈半径。给线圈通以同向电流，其间便会产生两端强、中间弱的磁场。相比粒子的尺度而言，该磁场可以视为缓变磁场，并且满足轴对称的要求。

使用matlab对磁场形态进行模拟，计算两个同轴线圈形成的磁场并绘制图像。

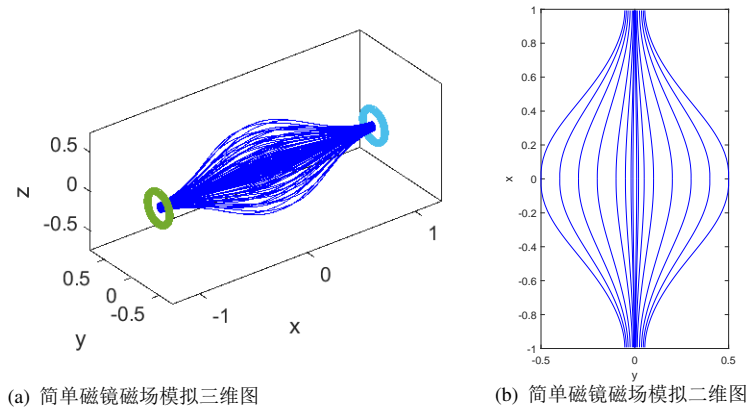


图 1: 简单磁镜磁场模拟

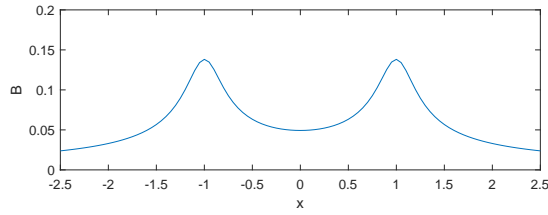


图 2: 简单磁镜轴线磁场强度分布

对于粒子的尺度而言，磁镜场是轴对称的均匀缓变磁场，故运动中磁矩 $\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{qB_z}$ 守恒。设磁镜中平面（磁场最小处）磁感应强度为 B_0 ，粒子在此处发射速度为 v ，与水平方向夹角为 θ_0 ，磁镜一端（磁场最大处）磁感应强度为 B_m ，速度与水平方向夹角为 θ_m ，则根据磁矩守恒，可得

$$\frac{v^2 \sin^2 \theta_0}{B_0} = \frac{v^2 \sin^2 \theta_m}{B_m} \quad (2.2.1)$$

粒子能够被约束的临界条件为，运动到磁镜一端时，平行磁场的速度为零，即 $\theta_m = \frac{\pi}{2}$ ，则 (2.2.1) 将被改写为

$$\frac{\sin^2 \theta_c}{B_0} = \frac{1}{B_m} \quad (2.2.2)$$

其中 θ_c 为粒子发射能够被约束的临界角。由此可定义磁镜比

$$R_m = \frac{1}{\sin^2 \theta_0} = \sqrt{\frac{B_m}{B_0}} \quad (2.2.3)$$

2.3 局限性

根据磁镜比的定义可知，发射角 $\theta < \theta_c$ 的粒子将会逃逸，形成损失锥。磁镜比 R_m 越大，对应的临界角 θ_c 越小，损失锥的范围越小，磁镜的约束效果也就越好。但是，磁镜比的增大是有限的，并且，在磁镜比增大的同时，反应装置可能会出现其他的不稳定性问题。

聚变反应中，由于形成等离子体，电子和离子都会在磁场中运动。实际反应中发现，电子在磁镜中更容易逃逸，使磁镜等离子体一般呈正电势，而带正电的离子才是决定反应约束好坏的物质[?]。在这种情况下，磁镜中粒子的损失状况将会受到电势分布的影响。

更重要的是，对于单一磁镜而言，由于输入功率用于维持磁镜中的等离子体反应，并且依靠粒子反应对外输出功率，则可知反应的 Q 值（输出功率与输入功率之比）最多只能达到 1.0 附近，远远不能实现可控核聚变输出能量的要求。

3 串列磁镜

3.1 原理

为了提高中心磁镜对粒子的约束，有人提出了串列磁镜的概念。串列磁镜，顾名思义，即将多个磁镜串联排列。

用 matlab 对串列磁镜磁场模拟，利用差分法计算两个同轴线圈形成的磁场并绘制图像。

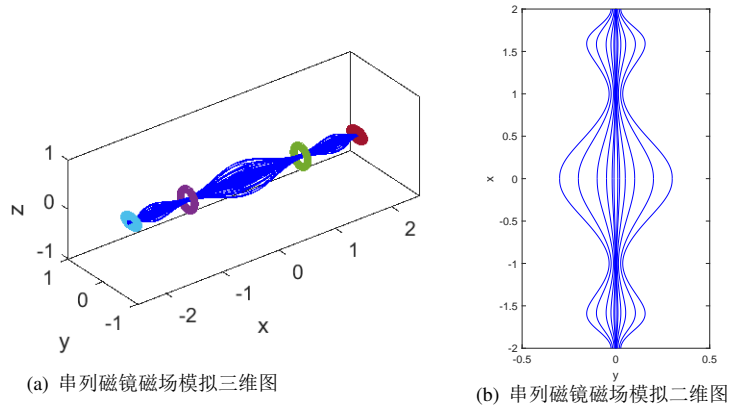


图 3: 串联磁镜磁场模拟

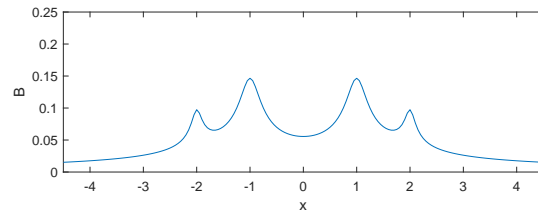


图 4: 串联磁镜轴线磁场强度分布

其核心思想是，在原有的中心磁镜两端安装两个子磁镜，并且为了克服简单磁镜的约束局限，主要依靠子磁镜电势的提高而抑制反应离子从中心磁镜逃逸。人为地对中心磁镜和子磁镜处的粒子密度进行控制，在两端磁镜注入并维持高能粒子束，同时尽量降低中心磁镜的粒子密度，从而实现两端电势的提高，形成“双极势”的电位分布[?]。一种典型的粒子密度与电势分布如图¹：

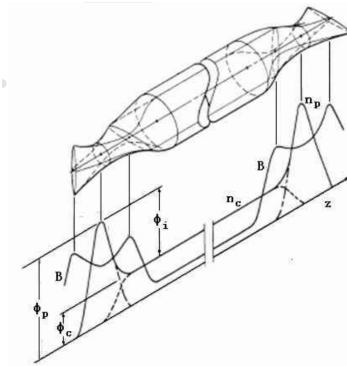


图 5: 串联磁镜磁场强度、粒子密度、电势分布示意图

¹图片来源：R.F.Post. The Physics of Mirror Systems. Physica Scripta. 1982:3366

3.2 优点

相对于简单磁镜，串列磁镜的约束效果大大提升。对于两端子磁镜电势 ϕ_p 、中心磁镜电势 ϕ_c 与两端子磁镜粒子密度 n_p 、中心磁镜粒子密度 n_c ，根据Boltzmann关系

$$\Delta\phi = (\phi_p - \phi_c) = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_p}{n_c} \quad (3.2.1)$$

其中T是粒子温度，k为玻尔兹曼常数，e为电荷量，可知两端与中心的电势差将中心磁镜的约束提高倍数为

$$\frac{n_p}{n_c} = \exp \frac{e(\phi_p - \phi_c)}{T_e} \quad (3.2.2)$$

即随着电势差的提高，约束效果将以指数提升。

相对于单一磁镜，串列磁镜更能够实现核聚变反应的输出功率要求。尽管两端子磁镜的Q值与原先相比并没有增加，甚至由于维持电势粒子密度而有所升高，但对用于粒子反应的中心磁镜而言，由于粒子受到两端高电势的抑制，损失大大减少，装置中反应Q值将大幅提升，进一步接近了可控核聚变的净功率输出目标。

4 KMAX

4.1 概述

KMAX（Keda Mirror with Axisymmetry）磁镜装置是由一个中心磁镜、两个子磁镜和两个端真空室组成全轴对称串列磁镜，是我国最大的串列磁镜装置，由中国科学技术大学孙玄教授组建成功[?]。该装置长度10米，主要的真空室内径1.2米，磁喉处内径0.3米，其实际安装的线圈共有16个，其中6个中心线圈（A线圈）为中心磁镜提供磁场，4个真空室线圈（H线圈）作为中心磁镜和两个子磁镜的磁喉，6个过渡线圈（B线圈）分别用于提供不同位置的过渡磁场[?]

用Matlab对串列磁镜磁场模拟，通过设定线圈位置参数与电流参数，计算两个同轴线圈形成的磁场并绘制图像。

```
Ia1=5e2;
Ia2=2e3;
Ia3=3e3;
Ib1=2e3;
Ib2=3e3;
Ib3=2e3;
Ih=5e4;%I:线圈电流(A)
La1=0.44;
La2=1.32;
La3=2.40;
Lb1=4.30;
Lb2=7.20;
Lb3=10.90;
Lh1=5.22;
Lh2=9.22;%L:线圈间距(m)
Ra=0.92;
Rb=0.81;
Rh=0.23;%R:线圈半径(m)
..
```

图 6: 线圈位置与电流参数设定截图

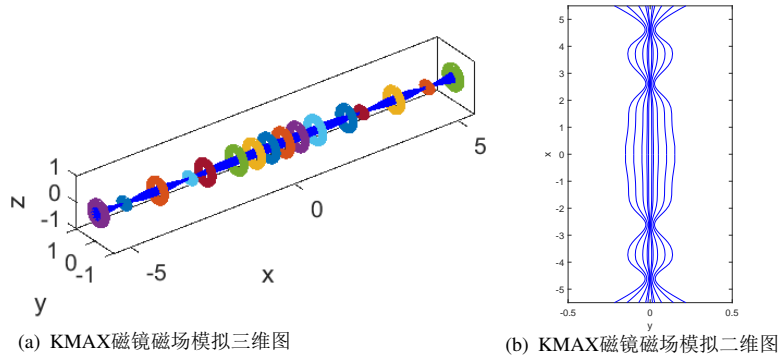


图 7: KMAX磁镜磁场模拟

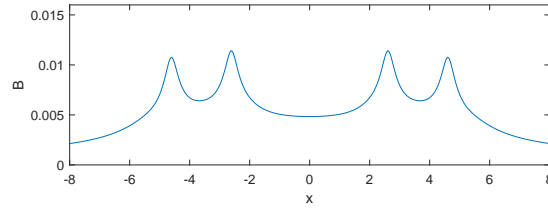


图 8: KMAX磁镜轴线磁场强度分布

模拟结果与实际磁场分布情况较为接近。可以发现，用于提供磁喉处磁场的线圈其电流较大，从而起到适当增加磁镜比的作用，实际装置中主要靠增加H线圈的轴向匝数实现。用于提供中心磁场的线圈，电流相对较小，而提供过渡磁场的线圈电流则适应了不同位置的磁场大小，确保达到缓变磁场的效果。

4.2 应用与发展

磁镜作为磁场拓扑结构不同于托卡马克、同时又具有极大实现聚变潜力的装置，从提出以来得到了不断的发展，也遇到了一些问题。反转磁场位形，即在磁镜中驱动角向电流，增强磁场以至于构造一个与原磁场相反的磁场，形成闭合的磁场结构来更好地约束粒子，但在目前的实验中没有达到预期的效果。磁镜约束受MHD不稳定性影响，Minimum-B磁场位形（最小磁场结构）很好地抑制了这种不稳定性，但同时也带来了新经典输运问题以及势垒难以提高的问题。[?] 为了更好地保持两端子磁镜的较高电势，Thermal Baffle（热势垒）的方法被提出，电子加热的方式是科学家正在探索的途径。[?]

因此，KMAX串联磁镜装置的设计，实现了在装置上进行更多研究的目的，包括研究轴对称磁场位形下磁镜装置的稳定性问题，如何避免Minimal-B结构带来的新经典输运问题，同时探索新的约束方法，如利用旋转磁场（RMF）来捕获逃逸粒子等。建成至今，KMAX装置上进行过的实验以及目前正在进行的实验，主要包括磁镜等离子体射频加热实验研究、磁镜等离子体不稳定性实验研究、中心磁镜场反位形（FRC）实验研究、子磁镜旋转磁场实验研究等。[?] 作为国际上第一个串联磁镜装置，我们可以期待KMAX的实验过程与结果在实现可控核聚变的探究中作出一定贡献。

参考文献

- [1] J.D.Lawson. Some Criteria for a Power Producing Thermonuclear Reactor[J]. Proceedings of the Physical Society. 1957,70:6
- [2] 中国科学院等离子体物理研究所科普园地.受控核聚变[EB/OL].
http://ipp.cas.cn/kxcb/hjbzs/201210/t20121004_99690.html
- [3] Post.R.F. The magnetic mirror approach to fusion[J]. Nuclear Fusion. 1987,27(10):1579;doi:10.1088/0029—5515/27/10/001.
- [4] KMAX-百度百科[EB/OL]. <https://baike.baidu.com/item/kmax/16506873>
- [5] 孙玄,刘明,谢锦林,et al. KMAX实验装置中的重点研究问题[J]. 中国科学技术大学学报.2014.44:374—381.
- [6] Loffe.M.S,Kanaev.B.I,Pastukhov.V.P,et al. Stabilization of cone instability of collisional plasma in a mirror trap[J].JETP,1975,40:1064.
- [7] Baldwin.D.E,Logan.B.G. Improved tandem mirror fusion reactor[J].Physical Review Letters,1979,43:1318;doi:10.1103/PhysRevLett.43.1318.
- [8] 刘明.KMAX串列磁镜粒子离子回旋共振加热实验研究[D]. 中国科学技术大学. 2018

致谢

磁矩守恒、磁镜，是电磁学A中需要掌握的一块内容，写这篇小论文的想法也来自科学与社会研讨课上小组课题关于可控核聚变的探究。对这一部分进行较为深入的了解，既使我能够努力独立运用课本上所学到的磁矩守恒、磁镜效应的知识，也帮助我熟悉了研讨课的探究内容。因此在此过程中，感谢我的电磁学A老师殷月伟以及两位助教的指导，感谢研讨课老师胡衍雷和几位同组同学的帮助。

在此之前并没有真正使用过Matlab，为了写这篇论文浅浅地学了一下Matlab的基本操作。在因为码代码、跑模拟而焦头烂额的那几天中，感谢LHL同学在我遇到困难时的安慰与在我做出成果后的鼓励，感谢身边朋友的陪伴。今后会努力学习Matlab，为以后的学习与研究做准备。