

一、感生电动势.

例. 半径分别为 a 和 b ($b > a$) 的环形, b 中有电流 I , a 沿 \rightarrow 方向以 v 向上运动, 求其 Σ .

例. 无限长载流直导线近有 $I(+)$, 求 B .
默认不考虑产生磁场的传播 ($v = c$).
 $t = \frac{1}{2} < \frac{c}{v}$, 电源变化足够缓慢.

例. 半径为 a 的无限长螺线管中的
电流变化 $\frac{dI}{dt} = k$, 求:
(1) 环内外 E 场.
(2) 环内外 B 场.

例. 带电圆环转动.

例. 半径分别为 a 和 b ($b > a$)
的环形, b 中有电流 I , a 沿 \rightarrow 方向以 v 向上运动, 求其 Σ .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I b^2}{2(b^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z}$$

$$\Phi = B \pi a^2, \Sigma = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial B}{\partial z} \frac{dz}{dt} 2a^2$$

$$= \frac{3\pi a^2 b}{2} \frac{\mu_0 I v}{(b^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

例. 无限长载流直导线近有 $I(+)$.

$$S_1: \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi S} \hat{z},$$

$$\vec{E}_{B1} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{dz}{dt} \hat{z},$$

$$S_2: \vec{E}_B = \frac{1}{2} \mu_0 I \hat{z} dz = E(s, t) \hat{z}, \vec{E}(s, t) \hat{z}$$

$$\therefore \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} (\vec{E} \cdot d\vec{l}),$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{s}{a} + E(s, t) \right].$$

默认不考虑产生磁场的传播 ($v = c$).
 $t = \frac{1}{2} < \frac{c}{v}$, 电源变化足够缓慢.

例. 半径为 a 的无限长螺线管中的
电流变化 $\frac{dI}{dt} = k$, 求:
(1) 环内外 E 场.
(2) 环内外 B 场.

(3) 环内外 M 场.

(4) 环内外 B 场 (螺线管).

$$\therefore \frac{dB}{dt} = \mu_0 n k, \text{ 且 } E \text{ 有不对称.}$$

$$\vec{E}_{B1} = -\frac{1}{2\pi r} \times \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot \hat{z} = \left\{ \frac{1}{2} \mu_0 n k r, r < a \right. \text{ 外部.}$$

$$\therefore \vec{B} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \mu_0 n I r \hat{z}, r < a \\ \frac{1}{2} \mu_0 n I \frac{a^2}{r} \hat{z}, r > a \end{array} \right.$$

$$\therefore \vec{E}_{B2} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \mu_0 n k s \hat{z}, r < a \\ \frac{1}{2} \mu_0 n k h \hat{z}, r > a \end{array} \right.$$

(5) $\vec{B} = \vec{B} \cdot \hat{z} = -BS = -\frac{1}{2} BH \hat{z}$.

$$\Sigma = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2} \mu_0 n k h L.$$

$$\therefore \Sigma_{B1} = \int_a^r \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^r \frac{1}{2} \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot s \cdot adl$$

$$= \frac{1}{2} \frac{d\Phi}{dt} hL$$

$$\therefore \Sigma_{B2} = \frac{1}{2} \frac{d\Phi}{dt} hL > 0, \Sigma_{B1} = -\frac{1}{2} \mu_0 M k h L.$$

例. 带电圆环转动.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -2\pi r \frac{d\vec{B}}{dt} = 0.$$

$$\therefore \Sigma = \int_b^a \vec{B} \cdot d\vec{l} = -b\pi r^2 \frac{d\vec{B}}{dt}.$$

$$\therefore \Sigma = \int_b^a 2\pi r dr = -\frac{1}{2} \mu_0 M k h L.$$

二、互感与互感.

$$B = BS = \frac{\mu_0 I}{2b} \pi a^2 = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b} I_1, M = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b}.$$

$$\text{例. } \frac{1}{2} \text{ 圆环半径 } a \ll b, b \text{ 中通 } I.$$

(1) 求互感系数 M .

(2) 在 a 中通 $I_a = I_0 \sin \omega t$, 求 Σ .

例. 直流螺线管匝数 N ,
截面为长方形, 求其与
对称轴上无限长载流直
导线的互感系数 M .

例. 长为 L , 总匝数 N_1 的直螺线管
外有 N_2 匝圆圈, 求互感.

例. 计算带芯圆柱形电感单位长度的 L .

7.9 在一个半径为 10cm, 截面积为 12cm^2 的铁环上均匀地绕有 1200 匝绝缘导线, 环上有一宽度为 1mm 的气隙. 设铁的相对磁导率是 700, 它与磁场强度无关, 且忽略磁滞效应.

- (1) 当有 1A 的电流通过线圈时, 求气隙中的磁场;
(2) 计算该线圈的自感系数.

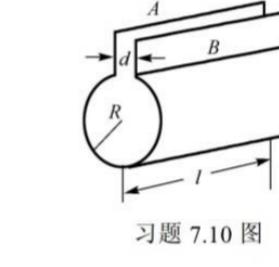
$$(1) Nl = B(l) \frac{2\pi r}{\mu_0 \mu_r} + \frac{2d}{\mu_0}$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r Nl}{2\pi r \mu_0}$$

$$(2) Nl = \frac{\mu_0 Nl}{2} \frac{2\pi r}{\mu_0 \mu_r} + \frac{2d}{\mu_0}$$

7.10 一块铜片被弯成如习题 7.10 图所示形状, 已知 $R = 2\text{cm}$, $l = 10\text{cm}$, $a = 2\text{cm}$, $d = 0.4\text{cm}$, 求:
(1) A 、 B 间管状区的自感系数;
(2) 输入端 A 和输出端 B 铜片之间的电容;
(3) 整个构件的共振频率.

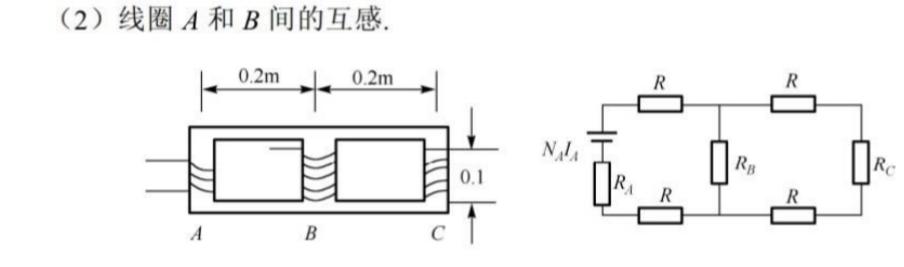
• 88 • 《电磁学与电动力学(第二版)》习题解答



$$(1) B = \frac{\mu_0 I}{2R}, B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

$$\text{管子: } Nl = \frac{1}{\mu_0 R} = \frac{1}{\mu_0 R} = \frac{1}{\mu_0 R}.$$

7.11 一个变压器如习题 7.11 图所示, 线圈 A 、 B 、 C 的匝数分别为 500, 1000, 500, 截面积分别是 0.005m^2 、 0.001m^2 、 0.0005m^2 , 芯座的相对磁导率为 10000, 求:
(1) 线圈 A 和 C 间的互感;
(2) 线圈 A 和 B 间的互感.



习题 7.11 图

$$R_A = 0.2 \times \frac{1}{\mu_0 \mu_r \mu_0} \times \frac{1}{0.005} = L_A \frac{1}{\mu_0 \mu_r \mu_0},$$

$$R_B = 0.1 \times \frac{1}{\mu_0 \mu_r \mu_0} \times \frac{1}{0.001} = \frac{2}{5} R_A = \frac{1}{5} R_A,$$

$$R_C = 0.1 \times \frac{1}{\mu_0 \mu_r \mu_0} \times \frac{1}{0.0005} = \frac{20}{5} R_A = 4 R_A,$$

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_B} = \frac{1}{R_C}, \frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_B} = \frac{1}{R_C}.$$

$$B_A = N_A I_A, B_B = \frac{N_A I_A}{2}, B_C = \frac{N_A I_A}{2},$$

$$B_B = N_B I_B, M_{AB} = \frac{1}{5} \frac{N_A N_B}{2},$$

$$B_C = N_C I_C, M_{AC} = \frac{1}{5} \frac{N_A N_C}{2},$$

7.14 空心螺线管长为 0.5m, 截面为 1cm^2 , 匝数为 1000, 忽略边缘效应, 它的自感多大? 一个 100 匝的副线圈也绕在该螺线管的中部, 互感多大? 现有 1A 的稳恒电流流过副线圈, 螺线管连接着 $10^4\Omega$ 的负载. 如果上述稳恒电流突然停止, 将有多少电荷流过电阻?

$$(1) B = \frac{\mu_0 Nl}{2L}, B = \frac{\mu_0 Nl}{2L} = \frac{\mu_0 Nl}{2L},$$

$$B_1 = B_S = \frac{\mu_0 N_1 l}{2L}, N_1 = \frac{2L}{\mu_0 B_S},$$

$$L = \frac{N_1^2 \mu_0}{2}, L = \frac{N_1^2 \mu_0}{2},$$

$$B_2 = B_S = \frac{\mu_0 N_2 l}{2L}, N_2 = \frac{2L}{\mu_0 B_S},$$

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2L}, M = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2L}.$$

$$I = \frac{V}{R}, Q = C V, Q = C \frac{V}{R}, Q = C \frac{V}{R},$$

$$Q = C \frac{V}{R}, Q = C \frac{V}{R},$$