

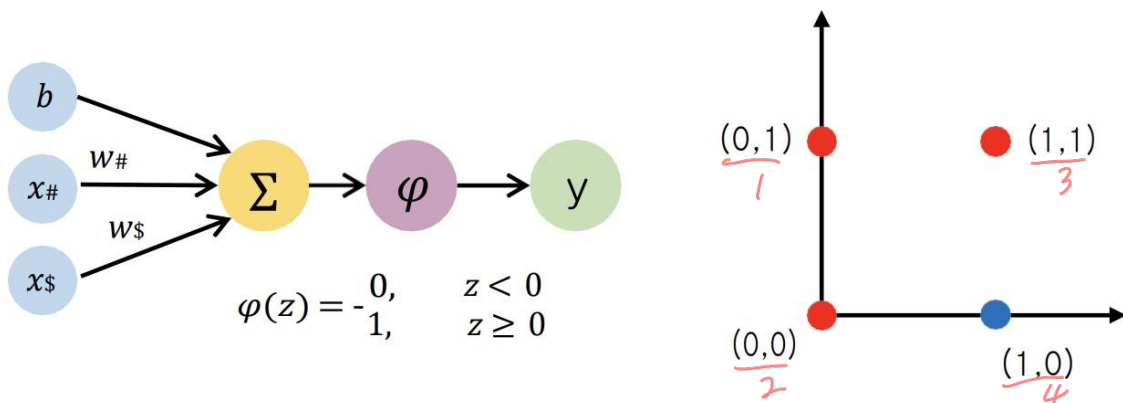
# Neural Network Basic Assignment

이름: 위성진

1. Sigmoid Function을  $z$ 에 대해 미분하세요.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \sigma(z) &= \frac{d}{dz} (1 + e^{-z})^{-1} & \sigma(z) &= \frac{1}{1 + e^{-z}} \\ &= -(1 + e^{-z})^{-2} \cdot \frac{d}{dz} (1 + e^{-z}) & & \frac{1 + e^{-z} - 1}{(1 + e^{-z})^2} \\ &= -(1 + e^{-z})^{-2} \cdot e^{-z} \cdot \frac{d}{dz} (-z) & & = \frac{(1 + e^{-z})}{(1 + e^{-z})^2} - \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} \\ &= \frac{e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2} & & = \frac{1}{1 + e^{-z}} - \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} = \sigma - \sigma^2 = \sigma(1 - \sigma) \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



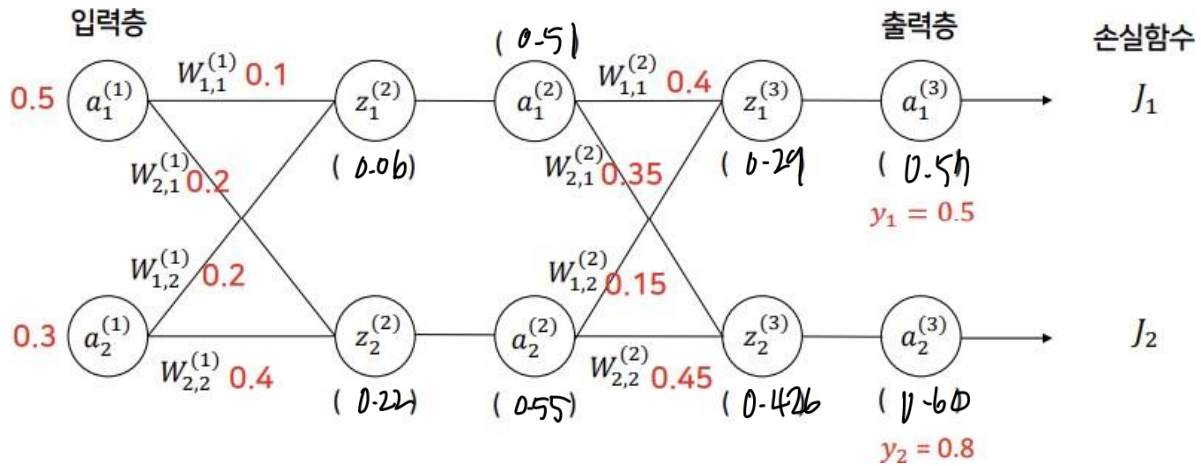
2-1. ●, ●을 분류하는 임의의  $b, w$ 를 선정하고 분류해보세요.  $w_b = -0.5, w_1 = 1, b = +0.5$

$$\begin{aligned} 1. & (-0.5 \times 0) + (1 \times 1) + 0.5 = 1.5 & 3. & (-0.5 \times 1) + (1 \times 1) + 0.5 = 1 \\ & \varphi((0 \times 0) + (1 \times 1) + 0.5) = 1 & & \varphi(-0.5 \times 1) + (1 \times 1) + 0.5 = 1 \\ 2. & (-0.5 \times 0) + (1 \times 0) + 0.5 = 0.5 & 4. & (-0.5 \times 1) + (1 \times 0) + 0.5 = 0.5 \\ & \varphi(0.5 \times 0) + (1 \times 0) + 0.5 = 1 & & \varphi(-0.5 \times 1) + (1 \times 0) + 0.5 = 0 \end{aligned}$$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고  $b, w$ 를 1회 업데이트 해주세요.  $\eta = 0.05$

$$\begin{aligned} b &\leftarrow b + 0.05(0 - 1) \times 1 = 0.45 \\ w_b &\leftarrow w_b + 0.05(0 - 1) \times 1 = -0.55 \\ w_1 &\leftarrow w_1 + 0.05(0 - 1) \times 0 = 0.5 \end{aligned}$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



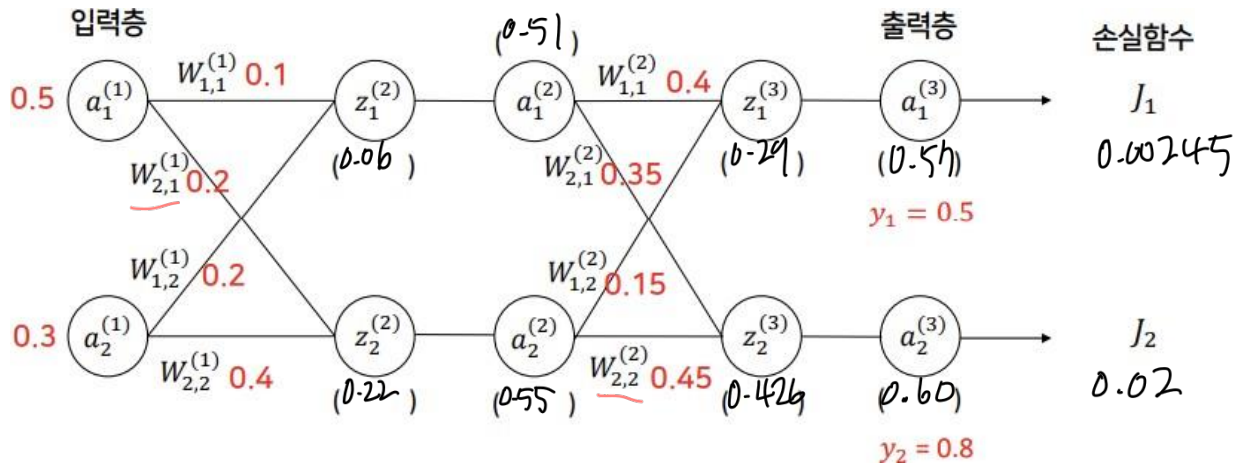
- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 z_1^{(2)} &= 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.06 & z_1^{(3)} &= 0.51 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 = 0.29 \\
 z_2^{(2)} &= 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22 & z_2^{(3)} &= 0.51 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 = 0.426 \\
 a_1^{(2)} &= \sigma(z_1^{(2)}) = 0.51 & a_1^{(3)} &= \sigma(0.29) = 0.51 \\
 a_2^{(2)} &= \sigma(z_2^{(2)}) = 0.55 & a_2^{(3)} &= \sigma(0.426) = 0.60
 \end{aligned}$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수  $J_1$ 과  $J_2$ 의 값을 구해주세요. ( $J_1$ 과  $J_2$ 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (0.51 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (0.60 - 0.8)^2 = 0.02$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때  $w_{2,2}^{(2)}$ 와  $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.  
단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인  $w_{2,1}^{(1)}$ 과  $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} &= \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,1}^{(2)}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial a_2^{(3)}} (a_2^{(3)} - y_2)^2 \cdot a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \cdot a_2^{(2)} \\ &= (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \cdot a_2^{(2)} \\ &= (0.60 - 0.8) \times 0.60 (1 - 0.60) \cdot 0.55 \\ &= -0.0264 \\ w_{2,1}^{(2)} &\leftarrow 0.45 - 0.1 \times (-0.0264) = 0.45264 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} &= \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_1^{(3)}}{\partial z_1^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_1^{(3)}}{\partial a_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} \\ &\quad + \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial a_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} \\ &= (a_1^{(3)} - y_1) \cdot a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) \cdot w_{1,2}^{(2)} \cdot a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)} \\ &\quad + (a_2^{(3)} - y_2) \cdot a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \cdot w_{2,2}^{(2)} \cdot a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)} \end{aligned}$$

$$= (0.57 - 0.5) \times 0.57(1 - 0.57) \cdot 0.15 \cdot a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)} \\ + (0.60 - 0.8) \times 0.60(1 - 0.60) \cdot 0.45 \cdot a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)}$$

$$= 0.0026 \cdot a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)} \\ + (-0.0216) \cdot a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)}$$

$$= -0.0019 \cdot a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)}$$

$$= -0.0019 \cdot 0.55(1 - 0.55) \cdot 0.5$$

$$= -0.0002$$

$$W_{2,1}^{(1)} = 0.5 - 0.1 \times (-0.0002) = 0.50002$$